

論 文

Re-enterant 공동 공진기의 주파수 가변  
특성에 관한 실험적 고찰

準會員 金 珍 九\*, 正會員 洪 義 錫\*\*

An Experimental Study on the Tuning  
Characteristics of a Re-enterant  
cavity resonator

Jin Goo KIM\*, Ui Seok HONG\*\* *Regular Members*

**要 約** 본 논문에서는 re-enterant 공동 공진기의 내부 도체봉 길이 변화에 따른 공진 주파수의 가변특성을 실험적으로 고찰하였다. 실험시 제작된 공진기는 동축 케이블과 원형 도파관을 결합한 형태로서 동축 케이블의 내부 도체봉의 길이를 축방향으로 변화시킬 수 있도록 하여, 내부 도체봉의 임의의 길이에 대한 TM<sub>0nq</sub> 모드의 공진 주파수를 측정하였다. 결과의 타당성을 입증하기 위하여 실험 결과와 여러 사람들의 이론치를 비교하였다. 본 실험의 결과는 파장계, 공진기와 증폭기의 공진 회로의 설계 및 제작에 활용할 수 있으며 마이크로 웨이브 칩회로(MIC, Microwave Integrated Circuits)나 여파기에 사용되는 유선체 공진기의 공진 주파수를 가변시키는데도 사용할 수 있다.

**ABSTRACT** In this paper the tuning characteristics of resonant frequencies are experimentally studied through the variation of the length of the inner conducting rod in a re-enterant cavity resonator. The re-enterant cavity resonator consists of a coaxial cable and a cylindrical wave guide. The length of the inner conducting rod can be varied to the longitudinal direction. The resonant frequencies of TM<sub>0nq</sub> modes are measured according to the arbitrary length. In order to verify the propriety of experimental results, experimental results are compared with other theoretical results. The results in this paper can be applied to wave meter and resonant circuit of amplifier. They will be used to vary resonant frequencies of a dielectric resonator in MIC and filter.

1. 서 론

re-enterant 공동 공진기 (cavity resonator)에 관한 최초의 해석은 1939년 Hansen<sup>1)</sup>에 의해 이루어졌으나 공진기의 공동(cavity)과

내부 도체봉 간의 간격이 큰 경우에는 부적합한 것이었다. Mayer는 이를 보완하여 내부간격이 큰 경우에도 적용할 수 있는 formulation을 발표하였으나 수학적으로 복잡하여 실용화 되지는 못하였다. 1958년 Fujisawa<sup>2)</sup>는 요철형 공동 공진기를 inductance와 capacitance를 포함하는 등가회로로 해석하는 방식을 제안하였으나, 기본모드(dominant mode) 이상의 고차모드(higher-order mode)의 계산에 적용하기에는 불충분한

\*.\*\* 光云大學電子通信工學科  
Dept. of Telecommunication Engineering  
Kwang Woon University, Seoul 132 Korea.  
論文番號 : 87-14(接受 1987. 2. 19)

것이였다. 1976년 Williamson<sup>3)</sup>은 공진기의 공동과 내부 도체의 직경의 비율이 작은 narrow gap 상태에서의 기본모드를 해석하였으며, 1978년 Jaworski<sup>4)</sup>는 고차모드의 공진 주파수를 계산할 수 있는 formulation을 제시하였다.

본 논문에서는 내부 도체봉을 공진기내의 축방향으로 가변시킬 수 있는 re-enterant 공동공진기를 제작하여 도체봉의 길이의 변화에 따른 공진 주파수를 측정하였으며, 제작된 공진기와 동일한 치수(dimension)의 Ref<sup>2),3),4),5)</sup>의 수치해석법을 적용한 결과와 비교하여 실험결과를 검증하였다.

## 2. Re-enterant 공동 공진기의 해석

re-enterant 공동 공진기는 그림 1과 같이 영역 I은 동축케이블, 영역 II는 원형 도파관으로 구성되어 있으며 영역 I의 도체봉은 관의 축방향으로 이동시킬 수 있는 완전 차폐형 구조이다.

영역 I, II에 존재하는 공진모드의 field 성분을 구하기 위하여 공동 내부의 유전체(공기)는 손실이 없고 등방성(isotropic)이며 외부도체 및 도체봉은 완전도체라고 가정한다. 공진기내의 전계 및 자계에 관한 식은 정현적인 시간함수  $e^{j\omega t}$ 로 변하는 field에 대한 파동 방정식을 구하고 이것의 경계조건을 만족하는 해를 구함으로써 얻을 수 있다. 즉, 영역 I, II의 TE<sub>mn</sub> 및 TM<sub>mn</sub> 모드

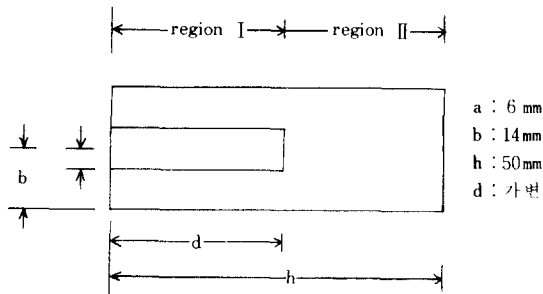


그림 1 re-enterant 공동공진기의 기하학적 구조.  
Geometrical structure of re-enterant cavity resonator.

의 모든 field는 원통 좌표계에서 파동 방정식을 만족하는 Hertzian potential<sup>1)9)10)</sup>로부터 유도할 수 있고, 축방향 성분(longitudinal component)에 경계조건을 적용함으로써 z의 정방향으로 진행되는 파(wave component)에 대한 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{영역 I : } \mathbf{E}_z &= \{A_m J_m(K_c r) + B_m N_m(K_c r)\} \cos m\theta \\ \mathbf{H}_z &= \{A_m J'_m(K_c r) + B_m N'_m(K_c r)\} \cos m\theta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{영역 II : } \mathbf{E}_z &= \mathbf{E}_1 J_m(K_c r) \cos m\theta \\ \mathbf{H}_z &= \mathbf{H}_1 J'_m(K_c r) \cos m\theta \end{aligned} \quad (2)$$

여기에 공진기를 구성하는 공동의 벽면에 대한 경계조건( $\mathbf{E}_t = 0$ ,  $\mathbf{H}_n = 0$ )을 적용한 고유치 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{영역 I ; } J_m(K_c^I a) N_m(K_c^I b) \\ - J'_m(K_c^I b) N_m(K_c^I a) = 0 \quad \text{TM mode} \\ J'_m(K_c^I a) N'_m(K_c^I b) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} - J'_m(K_c^I b) N'_m(K_c^I a) = 0 \quad \text{TE mode} \\ \text{영역 II ; } J_m(K_c^II b) = 0 \quad \text{TM mode} \\ J'_m(K_c^II b) = 0 \quad \text{TE mode} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $J_m, N_m$ 은 m차 Bessel 함수이며,  $J'_m(K_c x)$ ,  $N'_m(K_c^I x)$ 는  $J_m, N_m$ 을 argument  $x$ 에 대하여 미분한 것이며,  $K_c^I (i = I, II)$ 는  $K_c^I = (K^2 - \beta^2)^{1/2}$ 이다.

$Z = 0, h$ 일때의 경계조건( $\mathbf{E}_t^I = 0, \mathbf{E}_t^{II} = 0$ )을 고려하면 각 영역에서의 field의 transverse 성분은 다음과 같다.

$$\text{영역 I : } \mathbf{E}_t^I = \sum_{\nu=1}^n A_\nu \sin(\beta_\nu^I z) \mathbf{E}_{t\nu}^I \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_t^I = \sum_{\nu=1}^n j A_\nu \cos(\beta_\nu^I z) \mathbf{H}_{t\nu}^I$$

$$\text{영역 II ; } \mathbf{E}_t^{II} = \sum_{\nu=1}^n B_\nu \sin(\beta_\nu^{II}(z-h)) \mathbf{E}_t^{II} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_t^{II} = \sum_{\nu=1}^n B_\nu \cos(\beta_\nu^{II}(z-h)) \mathbf{H}_t^{II}$$

여기서,  $A_\nu$ ,  $B_\nu$ 은 상수이다.

영역 I, II의 경계면 ( $z=d$ )에서 전계와 자계의 접선성분에 대한 연속성(continuity)과 모드의 직교성(orthogonality)을 적용하면 결합계수( $P_{\nu\mu}^{II}$ ,  $P_{\mu\nu}^{II}$ )와 전력계수( $P_{\mu h}^{II}$ ,  $P_{\mu e}^{II}$ )가 다음과 같이 유도된다.

$$\sum_{\nu=1}^n A_\nu \sin(\beta_\nu^I d) P_{\nu\mu}^{II} = B_\mu \sin(\beta_\mu^{II} (d-h)) P_{\mu h}^{II} \quad (7-1)$$

$$\sum_{\nu=1}^n jA_\nu \cos(\beta_\nu^I d) P_{\mu\nu}^{II} = jB_\mu \cos(\beta_\mu^{II} (d-h)) P_{\mu e}^{II} \quad (7-2)$$

결합계수  $P_{\nu\mu}^{II}$ 를 결정하기 위하여 각 영역에  $n$ 개의 모드가 존재한다고 가정하면, 각 영역에서의 모드는 다음과 같은 순서로 나타난다.

영역 I : TEM,  $TM_{01}$ ,  $TM_{02}$ , ...,  $TM_{0, n-1}$

$TE_{01}$ ,  $TE_{02}$ ,  $TE_{03}$ , ...,  $TE_{0n}$

영역 II :  $TM_{01}$ ,  $TM_{02}$ ,  $TM_{03}$  ...  $TM_{0n}$

$TE_{01}$ ,  $TE_{02}$ ,  $TE_{03}$  ...  $TE_{0n}$

전력계수  $P_{\mu e}^{II}$ 와  $P_{\mu h}^{II}$ 는 임의의 주파수의 전파 상수에 따라서 그 비율( $P_{\mu e}^{II} / P_{\mu h}^{II}$ )이 1 ( $\gamma=j\beta$ ) 또는 -1 ( $\gamma=\alpha$ )이 되며<sup>(9)</sup> 식(7-1)과 (7-2)를 연립하여 정리하면,

$$\sum_{\nu=1}^n jA_\nu [\cos(\beta_\nu^I d) \sin(\beta_\mu^{II} (d-h)) P_{\nu\mu}^{II} - (P_{\mu e}^{II} / P_{\mu h}^{II}) \cos(\beta_\mu^{II} (d-h)) \sin(\beta_\nu^I d) P_{\nu\mu}^{II}] = 0 \quad (8)$$

이 되며, 식(8)의 해를 계산함으로써 re-enterant 공동 공진기의 공진주파수를 구할 수 있다.

### 3. 실험 및 Simulation

#### 가. 실험

##### 1) 실험 장비의 구성

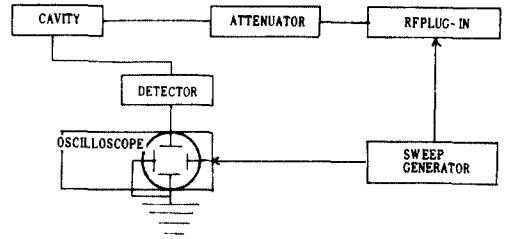


그림 2 실험 장비 구성도  
Experimental arrangement.

#### 2) 실험 방법

공진기는 직육면체 구리봉의 내부를 원통형 공동으로 정밀 처리하여 제작하였으며, 공진기의 축방향 단면( $d=h$ )에서 전자계를 여기(exciting)시켜, 공진모드를 검출할 수 있도록하였다. 또한 공진기의 윗면( $r=b$ )에서의 detection point는 공진기의 축방향으로 이동시킬 수 있도록 하였다.

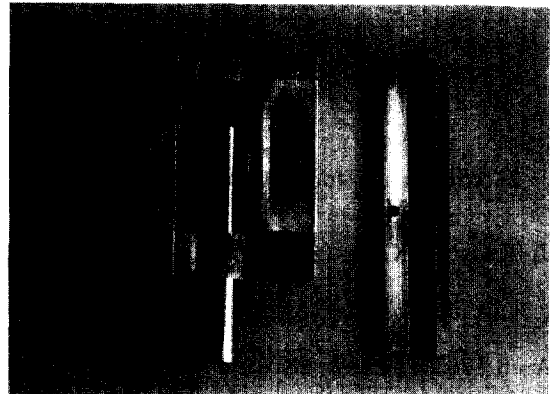


그림 3 re-enterant 공동 공진기  
re-enterant cavity resonator.

$TM_{0nq}$ 의 공진모드를 측정하기 위하여 공진기의  $z$  방향에 대한 도체봉의 삽입면과 대향면( $d=h$ )에서 여기시켰으며<sup>(11)</sup>, 공진기의 윗면에서 공진모드를 검출하였다. 공진기 내부 도체봉의 길이를 일정한 비율(0.5cm)로 가변시키면서 공진주파수를 측정하였으며, 이때 도체봉과 인입선의 접촉방지를 위하여 도체봉의 삽입 깊이는 4.5cm까지로 제한하였다. 여진 및 검출용 인입선은 공

진기 내부의 전자계에 미치는 영향을 극소화 시키기 위하여 공진모드를 검출할 수 있는 최소한의 길이로 제한하였다.

나. Simulation

실험 결과의 타당성을 입증하기 위하여 사용한 formulation은 다음과 같다.

1) Fujisawa formulation

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \left\{ \frac{l}{2\pi} \ln \frac{a}{a} \left[ \frac{\pi a^2}{d} \right]^{\frac{1}{2}} + 4a \ln \frac{e\sqrt{(b-a)^2+l^2}}{2d} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{C}{2\pi} \left\{ \frac{a \cdot l}{2\pi} \left[ \frac{\pi a^2}{d} - 4 \ln \frac{2d}{e\sqrt{(b-a)^2+l^2}} \right] \ln \frac{b}{a} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

c = 2.9979 × 10<sup>8</sup> [m / sec]

e = 2.718281828

2) Williamson formulation

$$J_1(Ka) / J_0(Ka) = (g/h) \left\{ x_0 + \sum_{m=1}^{\infty} x_m (\sin mc / mc) \cdot (A (J_{1/8}(mc) / (mc)^{1/8}) + D (J_{5/8}(mc) / (mc)^{5/8}) \right\}$$

A = 0.876654, D = 0.265061

$$x_0 = [J(Ka) Y_0(Kb) - J_0(Kb) Y_0(Ka)] /$$

$$[J_0(Ka) Y_0(Kb) - J_0(Kb) Y_0(Ka)]$$

$$x_m = (2/q_m) [K_0(q_m Kb) + K(q_m Ka) I_0(q_m Kb)] /$$

$$[K_0(q_m Kb) I_0(q_m Ka) - K_0(q_m Ka) I_0(q_m Kb)]$$

c = πg / h

q<sub>m</sub> = SQRT[ (mπ / kh) \* \* 2 ]

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

3) Jaworski formulation

$$W_{11} = G_0^{\parallel} - g/h \left\{ G_0^{\perp} + 2 \sum_{m=1}^{NM} \left( \frac{\sin(ARG)}{ARG} \right)^2 \cdot G_m^{\perp} \right\}$$

$$W_{ii} = G_i^{\parallel} - 4g/h \sum_{m=1}^{NM} \left( \frac{\sin(ARG)}{ARG} \right)^2 \cdot G_m^{\perp} /$$

$$(1 - (ih/mg)^2)^2 \quad i=2, 3, 4 \dots n+1$$

$$W_{ij} = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{4} \left\{ (-1)^{m+n+1} g/h \left\{ \sum_{m=1}^{NM} \left( \frac{\sin(ARG)}{ARG} \right)^2 \right. \right.$$

$$\left. \left. G_m^{\parallel} / \left( 1 - \left( \frac{ih}{mg} \right)^2 \right) \left( 1 - \left( \frac{jh}{mg} \right)^2 \right) \right\} \right.$$

$$\left. \left. 2^{\frac{3}{2}} \text{ for } i=0, 4 \text{ for } i=1, 2, 3, 4. \right. \right.$$

$$G_m^{\perp} = \begin{cases} \frac{I_1(v_a) \cdot K_0(v_b) + I_0(v_b) \cdot K_1(v_a)}{v(I_0(v_a) \cdot K_0(v_b) - I_0(v_b) \cdot K_0(v_a))}, & K < \frac{m\pi}{h} \\ \frac{Y_0(v_b) \cdot J_1(v_a) - Y_1(v_a) \cdot J_0(v_b)}{v(Y_0(v_b) \cdot J_0(v_a) - Y_0(v_a) \cdot J_0(v_b))}, & K > \frac{m\pi}{h} \end{cases}$$

$$G_m^{\parallel} = \begin{cases} \frac{I_1(v_a)}{v(I_0(v_a))}, & K < \frac{m\pi}{g} \\ \frac{J_1(v_a)}{vJ_0(v_a)}, & K > \frac{m\pi}{g} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{|K^2 - \left( \frac{m\pi}{g} \right)^2|}$$

$$ARG = \frac{m\pi g}{h}$$

4. 실험 결과 검토

공진기 내부 도체봉의 길이를 가변시킴에 따라 원통형, 리엔트런트형, 동축케이블형 공진기로 변화되고 있다. 이때 TM<sub>0n0</sub> 공진모드를 그림 5, 6에 각각 표시하였다. 그림 4는 리엔트런트 공동 공진기 상태에서 내부 도체봉 길이가 4.0cm인 경우를 보였다. 그림에서 보는 바와 같이 기본모드의 공진파형부터 차례로 고차모드가 나타남을 알 수 있다. 고차모드에 대한 공진주파수 측정은 detection point를 축방향으로 이동하면서 측정하였으나, 기본모드의 공진주파수와 동시에 나타나는 4차 이상의 고차모드는 식별이 어려워 3개모드만을 취하였다.

re-enterant 공동공진기의 공진주파수를 설정하는 기하학적 조건은 내·외부 도체 직경비와

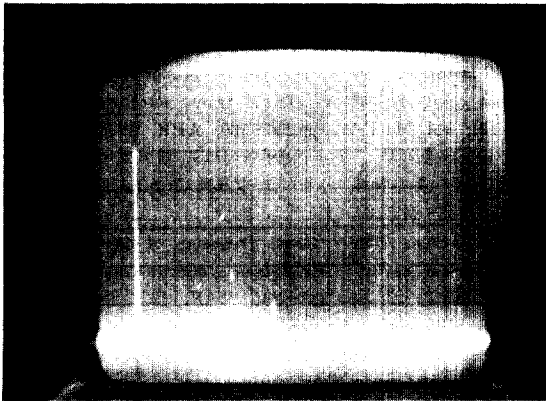


그림 4 공진과형 resonant mode.

내부도체봉의 선단과 공동간의 간격변화가 있는데 실질적으로 후자가 공진주파수의 결정에 영향을 미친다.

기존의 해석된 narrow gap 상태와 새로이 long reentrant gap 상태로 가변시켜가며 측정하였다. H. E. Green에 의해 narrow gap 상태에서 정확성이 입증된 Ref(3) 및 Ref(2), (5)의 결과를 그림 5에 보였다. 그림에서 Ref(5)의 결과와 2% 이내의 오차로 일치하고 있으나 공진기 내부의 gap이 커질수록 Ref(3)의 결과는 오차가 증가하

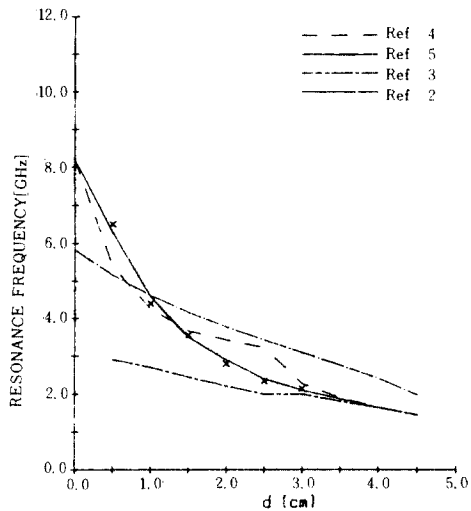


그림 5 도체봉의 길이에 대한 기본모드 공진주파수변화 Variation of fundamental mode resonant frequency with d.

는 것을 알 수 있는데, 이는 Williamson의 formulation이 공진기 공동의 직경 2b와 내부도체 직경 2a의 비율이 작은 상태에 국한된 것이었고, 또한 이 경우 공진기내 aperture 전계를 구하는데 unbound된 원통형 안테나 문제의 해석에 적용되는 근사식<sup>(7)</sup>을 이용함으로써 야기된 것이다<sup>(4)</sup>. 고차모드에 대한 측정치는 그림 6에 비교했다. Ref (5)의 수치해석 결과와는 거의 일치하나 Ref(4)와는 이보다 오차가 커짐을 알 수 있는데 이것은 공동내의 Aperture 전계를 결정하는데 따른 차이와 다른 하나는 Jaworski가

$\sum_{l=2}^{\infty} \times \sum_{l=2}^{\infty}$ 의 요소를 갖는 행렬식의 연산에 의하여 정확한 공진 주파수 계산이 가능하다고 제안<sup>(4)</sup>하였으나 본 논문에서는  $10^{-3}$ 에서 수렴하는  $4 \times 4$  행렬식의 수치 연산결과를 이용함으로써 기인된 것으로 생각된다.

### 5. 결론

내부 도체봉의 길이를 공진기의 축방향으로 변화시킬 수 있는 reentrant 공동 공진기를 제작하여 도체봉의 길이 변화에 따른 공진 주파수를 측정하였다.

총래의 실험적 고찰에서는 공진기의 길이에 비

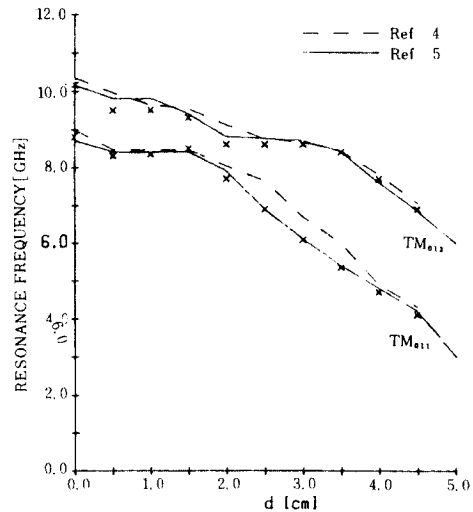


그림 6 도체봉의 길이 d에 대한 고차모드 공진주파수 변화. Variation of higher order mode resonant frequency with d.

해 공동도체벽면과 내부 도체봉의 간격이 짧은 narrow gap 상태만을 고찰대상으로 하였으나 본 논문에서는 long-reentrant gap 상태에서의 기본모드 및 고차모드에 대한 공진 주파수도 측정, 제시하였다. 또한 측정결과와 기존의 re-entrant 공동공진기의 해석을 simulation한 결과와 비교하여 수치해석결과<sup>5)</sup>와 2%이내의 오차로 일치함으로서 실험결과의 타당성을 입증하였다.

실험 결과는 초고주파용 소자의 설계 및 제작분야에서 활용할 수 있다.

參 考 文 獻

(1) W.W.Hansen, "On the resonant frequencies of closed concentric lines", J. APPL. Phys., vol. 10, pp. 38~45, JAN. 1939.  
 (2) K.Fujisawa, "General treatment of klystron resonant cavities", IRE trans. microwave theory tech., vol. 6, pp. 344~358, OCT. 1958.  
 (3) A.G.Williamson, "The resonant frequency and tuning characteristics of a narrow gap re-entrant cylindrical

cavity", IEEE trans microwave theory tech., vol. MTT-24, pp. 182~187, APR. 1976.  
 (4) M. Jaworski, "on the resonant frequency of a re-entrant cavity resonator", IEEE trans. microwave theory tech., vol. MTT-26, pp.256~260, APR. 1978.  
 (5) 이승무, 홍의석, "주파수가변마이크로 웨이브 공진기에 관한 연구" 통신학회, 추계학술 발표회 논문집, vol. 4, no. 2, 1985-11.  
 (6) H.E.Green, "The resonant frequency of narrow gap cylindrical cavity", IEEE trans. microwave theory tech. vol. MTT-23, pp. 233-234, MAR. 1977.  
 (7) A.G.Williamson, "on the aperture field of a solid cylindrical antenna" IEEE trans. ant. propagation vol. AP-23, pp. 862-864, NOV. 1975.  
 (8) P.K.Saha, "Equivalent circuit of a gap in the central conductor of a coaxial line", IEEE trans microwave theory tech., vol., MTT-30, pp. 2026-2029, NOV. 1982.  
 (9) U.S.Hong, "Zur berechnung geschirmter dielektrischer resonatoren", PH.D.dissertation, RWTH. aachen, germany, 1982.  
 (10) R.E.Colin, "Field theory of guided waves", Mcgrow-Hill, NY., 1960.  
 (11) H.E.Thomas, "Handbook of micrwave techniques and equipment" prentice-hall. Inc, 1972.



金 珍 九(Jin Goo KIM) 準會員  
 1956年 9月 25日生  
 1983年 2月 23日 : 光云大學 電子通信工學科 卒業(工學士)  
 1985年 8月 ~現在 : 光云大學院 電子通信工學科 在學中



洪 義 錫(Ui Seok HONG) 正會員  
 1946年 1月 16日生  
 1968年 : 光云大通信工學科 卒業(工學士)  
 1973年 : 延世大大學院 電氣工學科 修了(工學碩士)  
 1982年 : 獨逸Aachen工大 電子工學科修了(工學博士)  
 1974年~1976年 : 光云大學 應用電子工學科 專任講師  
 1976年~1982年 : 獨逸Aachen工大高周波研究所(研究員)  
 1983年~1986年 : 光云大學 電子通信工學科 副教授, 本學會理事  
 1986年 2月~1987年 2月 : 美國 University of Texas at Austin 客員教授  
 1987年 3月~現在 : 光云大學 電子通信工學科 副教授.