

論 文

TM 파에 의한 무한 평면
격자상의 전류분포

正會員 金 興 洙* 正會員 李 相 高**

Current Distributions on the Infinite
Plane Mattaric Grattings for TM Waves

Hung Soo KIM*, Sang Seol LEE** *Regular Members*

要 約 무한히 긴 도체 스트립라인으로 이루어진 격자위에 TM 파가 입사될 때 전류분포를 계산한다. 이런 구조에 모멘트법을 적용하면 행렬식이 매우 커져서 큰 컴퓨터 용량과 많은 계산시간이 필요하게 된다. 격자들의 경계조건과 산란파를 스펙트럴 영역으로 변환하고 격자들의 주기적 구조를 이용하여 Floquet 모드를 적용하면 산란파는 급수형태로 변형될 수 있다. 적합한 전개함수를 선정하여 급수형태의 식을 행렬로 변형하면 도체 스트립에 발생된 전류분포를 계산할 수 있다. 입사파의 각도 변화와 스트립의 폭과 간격의 변화에 따른 전류분포를 계산한다.

ABSTRACT The distributing current is calculated on the infinit plane mattaric grattings for the TM waves. The matrix is larger, when the moment method is applied this structure. So, the moment method of this case is required large memory and long CPU times. Those boundary condition and the scattering formura are transformed into spectral domain. Taking account of the periodic structure, this formular is changed in a series form by using the Floquet mode. By making a suitable basis function, this equation is expressed matrix form. So the distributing current on the mattaric strip is able to caculate by using this equation. We calculate magnitude of the distributing current for varing these spaces, widthes and an angle of incident waves.

I. 서 론

무한히 긴 도체 스트립이나 스랄이 주기적으로 되풀이 되고 있는 격자에 전자파가 입사되었을

때 스트립 위에 유도되는 전류분포를 계산 하는 것은 매우 중요하다. 이런 형태의 도체 스트립 격자는 안테나의 반사판이나 어떤 특정한 편파만을 통과시키는 장치 등에 이용될 수 있으며 이런 격자판에 의한 전자파 산란특성을 해석하기 위하여 도체표면에 분포되는 전류값을 계산하는 것은 매우 중요하다.

Buter는 TM파 혹은 TE파가 스랄이나 스트립 위에 입사될 때 유기되는 분포전류를 급수형태로 표현하여 일반적인 해를 구하였다^[1]. 한편 평면

* 濟州大學校 通信工學科

Dept. of Telecommunication Engineering,
Je Ju University,

** 漢陽大學校 電子通信科

Dept. of Electronic Communication Engineering
Han Yang, University

論文番號 : 88 - 25(接受1988. 5. 24)

판위에 스트립이나 스칼이 여러가지 형태로 배열되어 있는 경우에 대하여는 여러 사람들에 의하여 연구된 바 있다⁽²⁻⁶⁾.

R. Mittra 등은 표면에 금속 원형 조각들이 일정한 간격으로 놓여 있을 때 파의 관계식을 스펙트럴 영역으로 변환하여 전류분포를 구하였다⁽⁷⁾.

이 연구에서는 무한히 긴 도체 스트립 격자가 일정한 간격으로 무한히 되풀이 되고 있는 표면에 TM 파가 입사되었을 때 도체 스트립 표면에 유기되는 전류값을 R. Mittra 등이 사용한 방법을 이용하여 계산한다.

그림 1은 무한히 긴 도체 스트립으로 이루어진 격자판을 나타내고 있다. 여기서 스트립의 두께는 무시하고 $\pm y$ 방향으로 무한히 반복되어 있다고 가정한다. 각 스트립의 폭은 모두 같고, 간격 또한 일정한 것으로 한다.

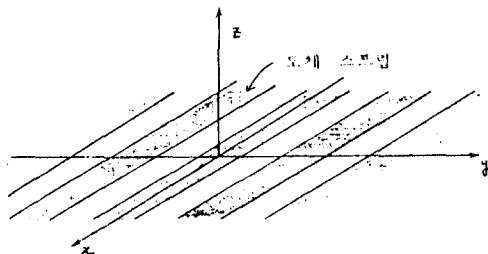


그림 1 도체 스트립 격자판의 구조
The structure of the metallic strip gratings.

그림 2는 격자판의 단면과 입사파와의 관계를 나타내고 있다. 파의 진행방향과 판의 수직방향과 이루는 각도를 ϕ 라 둔다. 스트립의 폭은 $W (=2h)$, 간격은 S 라 둔다. 이때 입사파는 TM 파로서 전계성분은 X 성분만 갖는다.

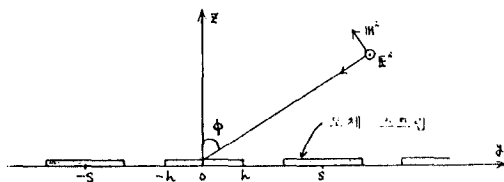


그림 2 스트립 격자판의 단면과 입사파
The incident wave and a cross section of strip gratings.

그림 2에서 입사파의 전계 E^i 는 다음 식으로 주어진다.

$$E^i = \hat{x} E_0 e^{-jk_0(y \sin \phi + z \cos \phi)} \quad (1)$$

$Z = 0$ 인 표면에서 전계, 자계의 경계조건은 전계성분에 대하여

$$E_x(y, 0^+) = E_x(y, 0^-) \quad (2)$$

자계성분에 대하여

$$\begin{aligned} H_y(y, 0^+) &= H_y(y, 0^-) : \text{도체가 아닌 부분} \\ H_y(y, 0^+) - H_y(y, 0^-) &= J_x(y) : \text{도체부분} \end{aligned} \quad (3)$$

의 관계식을 갖는다.

한편 스트립이 완전도체인 경우 도체표면에서 입사파 E_x^i 와 산란파 E_x^s 는 다음 관계식을 만족한다.

$$E_x^s(y, 0) = -E_x^i(y, 0) \quad (4)$$

(3)식의 경계조건에서 자계성분에 의해 발생된 2차 전류 $J_x(y)$ 에 의해 발생하는 산란파는 다음 식으로 주어진다.

$$E_x^s(y) = -\frac{k_0 \eta_0}{4} \int_{-h}^h J_x(y) H_0^{(2)}(k_0 |y - y'|) dy' \quad (5)$$

여기서 k_0 와 η_0 는 각각 자유 공간에서의 파수와 파동 임피던스를 나타내고 $H_0^{(2)}$ 는 Hankel 함수이다.

II. 영역의 변환

함수 $f(y)$ 는 다음과 같이 Fourier 변환할 수 있다.

$$F(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) e^{i\beta y} dy \quad (6)$$

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\beta) e^{-j\beta y} dy \quad (7)$$

산란파 함수식 (5)를 (6)에 대입하여 다음과 같이 변환한다.

$$E_x^s(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_0 \eta_0}{4} \int_{-h}^h J_x(y') \cdot H^{(2)}(k_0 |y - y'|) dy' e^{j\beta y} dy \quad (8)$$

(8)식을 적분하여 정리하면 다음식을 얻는다.

$$E_x^s(\beta) = -\frac{k_0^2}{2\omega \epsilon_0 (k_0^2 - \beta^2)^{1/2}} \cdot \tilde{J}_x(\beta) \quad (9)$$

여기서 $\tilde{J}_x(\beta)$ 는 $J_x(y)$ 의 변환된 함수이다. 스트립 격자는 주기적으로 되풀이 되고 있으므로 Floquet 모드⁽⁷⁾를 이용하여 (9)식의 β 를 다음과 같이 놓는다.

$$\beta_l = k_0 \sin \phi + \frac{2\pi}{S} l \quad (10)$$

여기서 l 은 $-\infty \sim +\infty$ 사이의 정수로 중심으로로부터 몇번째 스트립인가를 뜻한다. 한편 도체 표면에서의 입사파는

$$E^i(y, 0) = \hat{x} E_0 e^{jk_0 \sin \psi y} \quad -h \leq y \leq h \quad (11)$$

로 쓸 수 있다. 그의 Fourier변환 E_x^i 는

$$\tilde{E}_x^i(\beta) = \int_{-h}^h E_0 e^{jk_0 \sin \psi y} e^{j\beta y} dy \quad 12$$

가 된다.

주기적 형태를 갖는 구조에서는 Fourier 변환식을 급수형으로 나타낼 수 있다. (9)식과 (12)식의 β 를 (10)식의 β_l 로 바꾸고, (4)식의 관계를 적용하여 급수형으로 나타내면

$$\begin{aligned} & \frac{k_0^2}{2\omega \epsilon_0} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{J}_x(\beta_l)}{(k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2}} e^{-j\beta_l y} \\ &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{E}_x^i(\beta_l) e^{-j\beta_l y} \end{aligned} \quad (13)$$

과 같은 관계식이 성립한다. 여기서 $\tilde{J}_x(\beta_l)$ 은 미지의 함수로 전류를 나타낸다. 전류에 관한식을 급수 형태로 나타내면

$$J_x(y) = \sum_n I_n f_n(y) \quad (14)$$

로 쓸 수 있고, 여기서 I_n 은 계수이고 $f_n(y)$ 는 전개함수로서 여기서는 다음과 같이 선택한다.

$$f_n(y) = \exp(-jn\pi/h) y \quad -h \leq y \leq h \quad (15)$$

전류에 관한 식(14)를 Fourier 변환하여 (13)식에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{k_0^2}{2\omega \epsilon_0} \sum_l \frac{1}{(k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2}} \sum_n I_n \tilde{F}_n(\beta_l) e^{-j\beta_l y} \\ &= \sum_l \tilde{E}_x^i(\beta_l) e^{-j\beta_l y} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $\tilde{F}_n(\beta)$ 는 $f_n(y)$ 의 Fourier변환된 함수이다. (16)식을 행렬식으로 나타내기 위해 식의 양변에 $f_m^*(y)$ 을 곱하고 도체가 있는 구간에 대해 적분하면,

$$\begin{aligned} & \frac{k_0^2}{2\omega \epsilon_0} \sum_n I_n \sum_l \frac{1}{(k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2}} \tilde{F}_n(\beta_l) \\ & \cdot \tilde{F}_m^*(\beta_l) = \sum_l \tilde{E}_x^i(\beta_l) \cdot \tilde{F}_m^*(\beta_l) \\ & m=0, 1, 2 \dots \end{aligned} \quad (17)$$

가 된다. 여기서 $f_m^*(y)$ 는 $f_m(y)$ 의 공액 함수이고 $\tilde{F}_m^*(\beta)$ 는 $f_m^*(y)$ 의 변환된 함수이다.

(17)식을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$[Z_{nm}] [I_n] = [V_m] \quad (18)$$

여기서

$$Z_{nm} = \frac{k_0^2}{2\omega\epsilon_0} \sum_l \frac{1}{(k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2}} \tilde{F}_n(\beta_l) \cdot \tilde{F}_m^*(\beta_l) \quad (19)$$

$$V_m = \sum_l \tilde{E}_x'(\beta_l) \cdot \tilde{F}_m^*(\beta_l) \quad (20)$$

이다. 또한 $[Z_{nm}]$ 은 $N \times N$ 행렬이고 $[I_n]$ 과 $[V_m]$ 은 각각 $1 \times N$ 의 벡터이다. 따라서 $[I_n]$ 은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$[I_n] = [Z_{nm}]^{-1} [V_m] \quad (21)$$

(21)식에서 구한 계수 I_n 을 (14) 식에 대입하면 전류분포를 알 수 있게 된다.

한편 산란전계는 (9) 식에서

$$E_x^s(y) = -\frac{k_0^2}{2\omega\epsilon_0} \sum_n \sum_l \frac{I_n \tilde{F}_n(\beta_l)}{(k_0^2 - \beta_l^2)^{1/2}} \cdot e^{-j\beta_l y} \quad (22)$$

로 계산된다.

III. 계산 결과

앞에서 유도한 식을 이용하여 전류분포를 계산한다. 스트립의 폭과 간격을 일정하게 두고 파가 수직 입사하는 경우와 비스듬히 입사하는 경우에 대해 계산하였다. 이때 입사파의 전계의 세기는 $1 [V/m]$ 로 한다. 입사파의 주파수는 $7.5GHz$ 로 가정한다. 계산에서 스트립의 수를 100개 이상으로 할 때 결과 전류 값에 큰 변화가 없음을 확인하였다.

그림 3은 도체간의 간격을 반파장으로 하고 폭은 $\lambda/4$ 로 했을 때 입사각의 변화에 따른 분포전류의 크기를 나타낸다.

그림 3에서 도체의 크기는 정규화된 값이다. 그림 3에서 전류분포는 TM 파가 입사되었을 때 분포되리라 예상한 전류분포 형태와 거의 일치하고 수직 입사된 전류분포는 중앙부에서 기하광학적 추정치 ($5.2 \times 10^{-3} A/m$)에 접근하는 것을 볼

수 있다. 입사각이 증가될 수록 전류값은 감소함을 알 수 있다. 도체의 끝 부분에서는 중앙부의 전류값에 비해 큰 전류값을 갖는다.

그림 4는 도체의 간격을 $\lambda/4$ 로 하고 폭은 $\lambda/8$ 로 했을 경우의 분포전류의 크기를 나타낸다.

그림 4에서 도체의 폭과 간격이 줄어들어 따라 전류분포 형태는 전체적으로 크게 변하지 않으나, 전류값이 증가함을 알 수 있다.

그림 5는 도체의 간격을 1.5λ 로 했을 경우의 전류값을 나타낸다. 간격이 파장보다 커짐에 따라 중앙부의 전류 값이 증가하여 중앙부에서 블록형 형태의 전류분포를 갖게 된다.

그림 5에서는 입사각이 증가하여도 전류분포는 좌·우가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

그림 6은 간격을 λ 즉 파장과 같게 했을 경우의 전류분포를 나타낸다. 수직 입사인 경우 전류 크기가 거의 0으로 나타난다. 즉, 파가 모두 흡수되고 반사가 일어나지 않음을 뜻한다.

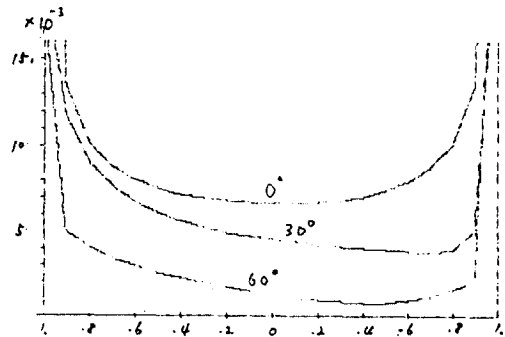


그림 3 $S = \lambda/2, W = S/2$ 일때 전류분포
The current distribution on $S = \lambda/2, W = S/2$.

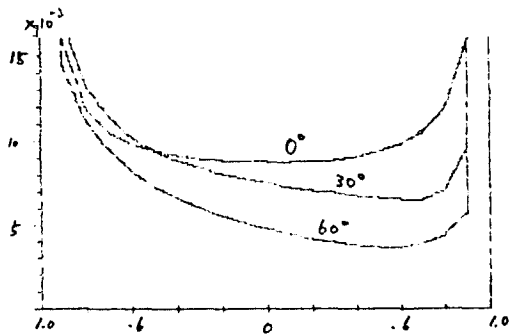


그림 4 $S = \lambda/4, W = S/2$ 일때 전류분포
The current distribution on $S = \lambda/4, W = S/2$.

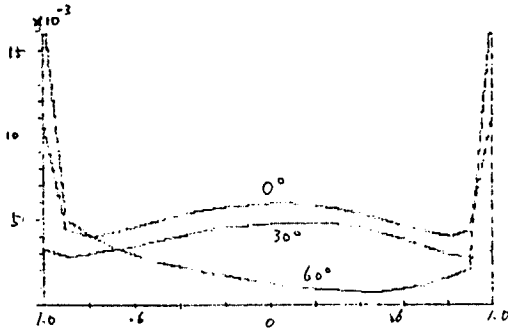


그림 5 $S=1.5\lambda$, $W=S/2$ 일때 전류분포.
The current distribution on $S=1.5\lambda$, $W=S/2$.

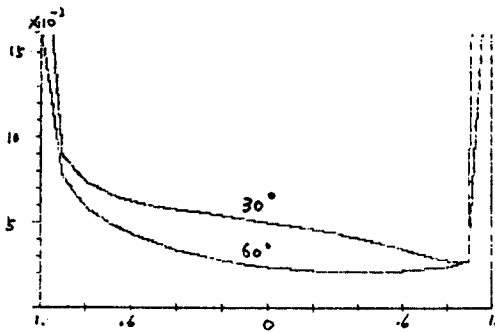


그림 6 $S=\lambda$, $W=S/2$ 일때 전류분포
The current distribution on $S=\lambda$, $W=S/2$.

IV. 결 론

무한히 많은 도체 스트립 격자위의 TM 파가 입사될 때 유도되는 전류분포를 계산하였다. 일반적으로 스트립 소자가 무수히 많을 때 소자들을 분할하여 모멘트 법을 적용하는 것은 행렬식의 크기가 무한히 증가함으로 곤란하다. 도체 스

트립의 주기성을 이용하여 스펙트럴 영역으로 변환하여, 모멘트법을 적용함으로써 소자들의 갯수가 크게 증가하여도 계산이 가능하다. 이 방법은 TM 파뿐 아니라 TE 파가 입사되는 경우에도 적용이 가능하리라 생각된다.

參 考 文 獻

- (1) C. M Butler and D. R. Wilton, "General analysis of narrow strips and slots," IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. Ap-28, no. 1, pp 42-48, Jan, 1980.
- (2) C. H. Tsao and R. Mittra, "Spectral domain analysis of frequency selective surfaces comprised of periodic arrays of cross-dipoles and jerusalem crosses," IEEE Trans. Ant. Prop., vol. Ap-32, no. 5, pp 503-536, May, 1984.
- (3) S. W. Lee, G. Zarrillo, and C. L. Law, "Simple formulas for transmission through periodic metal grids or plates", IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. Ap-32, pp 904-909, Sept. 1982.
- (4) C. M Butler, "Current induced on a conducting strip which resides on the planar interface between two semi-infinite half-spaces", IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. Ap-32, no. 3, pp 226-231, Mar. 1984
- (5) W. A. Walker and C. M. Butler, "A Method for computing scattering by large arrays of narrow strips", IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. Ap-32, no. 32, pp 1327-1334, Dec. 1984
- (6) C. M. Butler, "General solution of the narrow strip (or slot) integral equations", IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. Ap-33, no. 10 pp 1985-1990, Oct. 1985
- (7) R. Mittra, R. C. Hall and C. H. Tsao, "Spectral domain analysis of circular patch frequency selective surfaces", IEEE Trans. Ant. Prop., Vol. Ap-32, no. 5, pp 533-536, May 1984.



金興洙(Hung Soo KIM) 正會員
1955年10月4日生
1974年3月~1978年2月: 漢陽大學校通信工學科 學士
1978年3月~1980年8月: 漢陽大學校 大學院 電子通信工學科 碩士
1984年3月~1987年2月: 漢陽大學校 大學院 電子通信科 博士課程 修了

1982年4月~1985年8月: 서울市立大學 電子工學科 助教
1984年3月~1986年8月: 서울産業大學 電子工學科 時間講師
1987年3月~現在: 濟州大學校 通信工學科 專任講師



李相勳(Sang Seol LEE) 正會員
1937年5月30日生
1961年: 漢陽大學校電氣工學科 卒業
1966年: 漢陽大學校大學院 工學碩士
1974年: 延世大學校 大學院 工學博士
1976年: 프랑스 그르노블大學 工學博士
1975年~現在: 漢陽大學校電子通信科 教授