

# 예측 알고리즘을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 경로제어

準會員 尹元植\* 正會員 宋昌燮\* 正會員 梁海元\*  
正會員 徐一弘\* 正會員 吳在應\*

## Trajectory Control of Robot Manipulators Based on the Preview Algorithms

Won Sik YUN,\* Chang Seop SONG,\* Hae Won YANG,\*  
Il Hong SUH,\* Jae Eung OH\* *Regular Members*

**要約** 본 논문에서는 로봇 매니퓰레이터의 정밀한 경로 제어를 위해서, 두가지 형태의 로봇 관절 각도 및 관절 속도의 예측 알고리즘을 제시하고, 이를 이용한 제어 방법을 기술하고자 한다. 구체적으로, 로봇 매니퓰레이터의 동특성을 Computed torque 방법으로 선형화 시킨후에, 선형화된 모델을 근거로한 이산시간 상태변수 예측기를 제안한다. 또한, 현재의 관절 위치 및 관절 속도와 과거 몇 개의 위치 및 속도 등을 최소 자승법의 의미로 가장 잘 부합시키는 직선을 찾고, 그 직선으로부터 상태를 예측하는 예측기를 제안한다. 이 후에 이들 두 예측기로부터 정보를 이용하여, 예측된 궤적과 원하는 궤적 사이의 오차에 적절한 이득을 곱해서 입력 토크에 보정되어 사용됨으로써 궤적 오차를 줄일 수 있음을, 2자유도를 갖는 SCARA 로봇을 대상으로 컴퓨터 모의 실험을 통하여 보이고자 한다.

**ABSTRACT** This paper proposes two types of the preview algorithms to predict the velocities and joint positions, and deals with a control approach using the preview algorithms for the precise trajectory control. Specifically, a predictor as the form of discrete time state equations is proposed based on the robot dynamics model linearized by the computed torque method. And another state predictor is proposed by the best line fitting in the least square sense, where present joint velocities and positions and several past positions are employed. Then computer simulations are performed for the SCARA robot with two d.o.f. to show the validities of the proposed algorithms.

### I. 서 론

로봇 매니퓰레이터는 여러개의 링크들이 관절에 의해 연결된 구조물이므로, 고속 운동을 할

경우 각 링크간의 결합이 비선형적으로 각 관절운동에 영향을 미친다. 그러므로, 고속 및 정밀한 작업이 요구되는 곳에서는 로봇 매니퓰레이터의 비선형 특성을 보상하여 선형 제어가 가능한 제어 기 설계 방법이 많이 제시되어왔다.<sup>(1-9)</sup> 예를 들면, Luh<sup>(3)</sup>는 Resolved Motion Rate Control(RMRC)<sup>(13)</sup> 방법을 확장하여, 제어 대상을 선형화 시킨 후에 가속도 제어를 포함하는 Resolved

\*漢陽大學校  
Hanyang University  
論文番號 : 89-47(接受1989. 5. 24)

Motion Acceleration control(RMAC) 방법을 제시하였으며, An<sup>(7)</sup>는 폐쇄형 운동 방정식 (Closed-form dynamic equation)의 형태인 Lagrange-Euler 운동 방정식을 근거로 하여 각 요소들을 전향 보상한 후, P-D 제어를 하였을때 궤적 오차에 미치는 영향들을 비교 분석 하였으며, Freund<sup>(8)</sup>는 로봇 매니플레이터가 시불변 2차계를 갖도록, 각 관절을 독립적으로 제어할 수 있는 제어 법칙을 제시하였다. 즉, 각 관절의 제어 법칙을 Decoupling과 극점 재배치(Pole Assignment)를 하기 위한 요소로 분리하여 보상한 후에 대상 로봇트가 시불변 2차계가 되도록 하였다. 그러나, 비선형 특성을 갖는 마찰력이나 치차 사이의 뒤틀림(Backlash), 비강체(Non-rigid body) 효과 등으로 인해서, 로봇트 매니플레이터를 정확히 모델링 한다는 것은 불가능하다. 따라서, 위에서 열거한 제어 방법들은 불가피하게 궤적 오차를 발생시키게 되므로 궤적 오차를 개선시킬 수 있는 새로운 제어 알고리즘이 요구된다. 상기 요구에 부응하는 한 방법으로써, 한 시점에서의 정보뿐만 아니라, 과거 또는 미래 시점들의 정보를 이용함으로써, 궤적 오차를 개선 시키는 것을 생각할 수 있으며, 이에 관한 연구가 몇몇 진행되어져왔다. Kondo<sup>(11)</sup>는 차의 현재 위치와 속도등의 정보를 이용해서, 미래 시점에서의 궤적 오차를 예측함으로써 핸들의 조정 각도와 차의 속도를 결정할 수 있다고 가정하여 차의 궤적 오차를 선형 외삽법(Linear extrapolation)을 이용해서 예측할 수 있는 모델을 제시 하였다.

Yoshimoto<sup>(9)</sup>는 로봇트 매니플레이터의 관절 각도와 관절 속도를 예측할 수 있는 Fast Time Model을 제안 하였으나, 링크사이의 결합(Coupling)을 무시하였으므로 비교적 큰 궤적 오차가 발생하였다. 또한, Tomizuka<sup>(10)</sup>는 궤적이 크게 변화하는 곳에서 용접용 로봇트를 제어하고자 할때, 예측 제어 알고리즘을 이용하여 기준궤적을 변화 시킴으로써 궤적 오차를 개선할 수 있음을 보였다.

본 논문에서는, 로봇트 매니플레이터의 동특성을 Computed Torque 방법으로 선형화 시킨 후

에, 관절 위치및 속도를 예측할 수 있는 이산 시간 상태 변수 예측기를 제시하고, 현재 및 과거의 오차 경향이 최소자승법의 의미에 가장 잘 부합되는 예측기를 제시하여, 이들 두 예측기로부터, 정보를 이용하여 제어 입력에 보정시켜 사용함으로써 궤적 오차를 줄일 수 있음을 2자유도를 갖는 SCARA 로로트를 대상으로 컴퓨터 모의 실험을 통하여 보이고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다.

제2절에서는, 전동기를 포함한 로봇트 매니플레이터의 동특성에 대해서 기술하고, 제3절에서는 전동기의 동특성을 고려한 Computed Torque 방법의 특성을 분석해 봄으로써, 외란이나 각 이득 상수등이 로봇트 매니플레이터의 특성에 미치는 영향에 대해 알아본다. 제4절에서는, 선형 모델에 근거한 예측 알고리즘과, Curve-Fitting을 이용한 상태 예측기로 구성된 제어기 설계 방법에 관하여 논하고, 제5절에서는 제안된 알고리즘의 유용성을 컴퓨터 모의 실험을 통해서 확인한다.

## II. 전동기를 포함한 로봇트 매니플레이터의 동특성

링크간의 상호작용에 의한 일련의 운동을 수학적으로 나타낸 것을 로봇트 매니플레이터의 운동방정식이라하며, 이를 수식화하는 방법에는 Newton-Euler 방정식, Lagrange-Euler 방정식, Generalized D'Alembert 방정식 등이있다.<sup>(2)</sup> 본 논문에서는, 로봇트 매니플레이터의 비선형 항을 국부보상하여 선형화시킨 후에, 선형 제어방법을 적용하기위해서 폐쇄형 운동 방정식(Closed-form dynamic equation)의 형태인 Lagrange-Euler 방정식을 이용 하였으며, 이것은 다음과 같다.

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n H_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + C_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

이것을, 벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\tau = D(q) \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + C(q) \quad (2)$$

여기서,  $\tau$ 는 n차원 벡터로써 관절에 가해지는 힘이나 토크이고,  $q$ 는 n차원 벡터로써 관절 변수를 나타내며,  $D(q)$ 는  $n \times n$  행렬로써 관성에 의한 성분을 나타낸다. 또한,  $H(q, \dot{q})$ 는 n차원 벡터로써 원심력과 전향력에 의한 성분이고,  $C(q, \dot{q})$ 는 n차원 벡터로써 중력에 의한 성분을 나타내며, 특히 회전 관절인 경우에  $q$ 는  $\theta$ 로 표시하기로 한다.

만일, 로봇 매니퓰레이터가 고속으로 작업을 하여야 할 경우, 속도가 증가함에 따라 전향력과 관성력의 영향이 상대적으로 커지지만, 일반적으로 중력에 의한 영향이 제일 크고, 전향력에 의한 영향은 매우 작다. 그런데, 로봇 매니퓰레이터의 관절이 직류 전동기에 의하여 구동되는 경우에는 제어 입력이 전압이나 전류가 되며, 각 관절에 가해지는 토크를 전동기 축으로 환산한 후에 치차의 영향을 고려하고, 전동기 자체의 관성력과 마찰력등을 고려하여 제어 입력을 결정하여야 하며, 이를 위해서 전기자 회로에 Kirchhoff의 전압 법칙을 적용하면,

$$V_{ai}(t) = R_{mi}i_{ai}(t) + L_{ai} \frac{di_{ai}(t)}{dt} + E_{bi}(t) \quad i=1,2,\dots, n \quad (3)$$

이고, 여기서  $V_a(t)$ 와  $i_a(t)$ 는 각각 전기자전압과 전류를 나타내고,  $R_m$ 와  $L_a$ 는 전기자 저항과 인덕턴스를 나타내며,  $E_b(t)$ 는 역기전력을 나타낸다. 그런데,  $L_a=0$ 로 놓을 수 있으므로 전기자 전압은 다음과 같이 표시된다.

$$V_{ai}(t) = R_{mi}i_{ai}(t) + E_{bi}(t) \quad i=1,2,\dots, n \quad (4)$$

직류 전동기의 토크를  $\tau_m(t)$ 로 나타낼때,  $\tau_m(t)$ 는 전기자 전류에 비례하므로,

$$\tau_{mi}(t) = K_{Ti}i_{ai}(t) \quad (5)$$

로 표시되며, 이때  $K_T$ 는 비례 상수이다.

또한, 역기전력  $E_b(t)$ 는 전동기의 가속도  $\theta_{mi}$

(t)에 비례하므로,

$$E_{bi}(t) = K_{bi} \theta_{mi}(t) \quad (6)$$

로 표시되며, 이때  $K_b$ 는 비례 상수이다.

그러므로, 전동기에 가해지는 입력을 전기자 전압이라하면 이상의 결과로부터 전기자 전압과 토크 특성과의 관계식을 구할 수 있다.

$$\tau_{mi} = T_{Ti} \frac{(V_{ai}(t) - K_{bi} \theta_{mi}(t))}{R_{mi}} \quad (7)$$

다음, 링크의 동역학을 치차비를 고려하여 전동기 축으로 환산할 경우, 전동기의 토크는 다음과 같다.

$$\tau_{mi} = J_{mi} \ddot{\theta}_{mi}(t) + B_{mi} \dot{\theta}_{mi}(t) + \tau_i(t) n_i(t) \quad (8)$$

여기서,  $J_m$ 은 전동기 축으로 환산했을때 전동기의 관성모멘트를 나타내고,  $B_m$ 은 전동기의 점성 마찰력을 나타내며,  $n$ 은 치차비로써  $\frac{\theta_0}{\theta_m}$  을 나타낸다. 그러므로, 전동기 축으로 환산된 링크의 토크  $\tau'(t)$ 는,

$$\tau_i'(t) = n_i \left\{ \sum_{k=1}^n D_{ik} n_k \ddot{\theta}_{mk} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n H_{ikj} n_k n_j \theta_{mk} \theta_{mj} + C_i \right\} \quad (9)$$

이므로,  $\tau_m(t)$ 는 다음과 같다.

$$\tau_{mi}(t) = J_{mi} \ddot{\theta}_{mi}(t) + B_{mi} \dot{\theta}_{mi}(t) + \tau_i'(t) \quad (10)$$

이상에서 살펴본 바와같이, 치차비를 크게 함에 따라 전향력과 관성력은 크게 감소하게 되므로, 상대적으로 전동기의 관성력과 마찰력의 비중은 점점 커지게 됨을 알 수 있으며, (9)식의  $\tau'(t)$ 를 (10)식에 대입하면 다음의 결과식을 구할 수 있다.

$$\frac{K_{Ti}}{R_{mi}} V_{ai}(t) = (J_{mi} + n_i^2 D_{ii}) \ddot{\theta}_{mi} + n_i \sum_{k=1, k \neq i}^n$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot D_{ik} n_k \ddot{\theta}_{mk} + (B_{m_i} + \frac{K_{T_i} K_{b_i}}{R_{m_i}} + n_i^2 H_{i i i} \dot{\theta}_{m_i}) \\
 & \theta_{m_i + n_i} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1, j, k \neq i}^n H_{i k j} n_k n_j \dot{\theta}_{m_k} \dot{\theta}_{m_j} + n_i C_i
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

$$\tau = \hat{D}(\theta) W + \hat{H}(\theta, \dot{\theta}) + \hat{C}(\theta)
 \tag{12}$$

$$W = \ddot{\theta}_d + K_v E + K_p E
 \tag{13}$$

$$E = \theta_d - \theta
 \tag{14}$$

### III. 전동기의 동특성을 고려한 Computed Torque 방법

Computed Torque 방법은 로봇트 매니플레이터의 비선형 항을 극부 보상으로 제거한 후에 상태 귀환을 통해서 P-D제어를 하는 방법이다.

Computed Torque 방법에서의 제어 입력  $\tau$ 는 다음과 같다.

여기서,  $K_v$ 와  $K_p$ 는 일정한값을 가지는 대각 행렬을 나타내고,  $(\wedge)$ 는 모델링을 나타낸다. 만약, 모델링이 정확하다면 오차 방정식은 다음과 같고,

$$\ddot{E} + K_v \dot{E} + K_p E = 0
 \tag{15}$$

한 축에 대해서 입계 감쇄가 되도록, 다음과 같이 이득 상수를 결정할 수 있다.

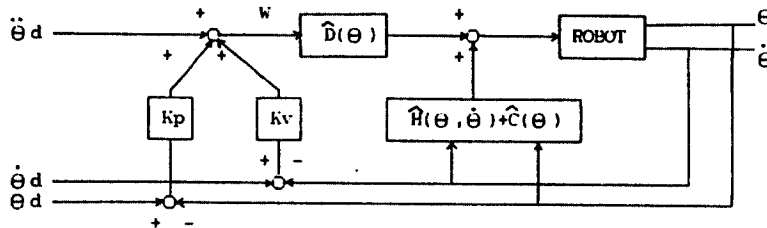


그림 1. Computed Torque 방법의 블록 선도

$$K_{v_i} - 4 K_{p_i} = 0
 \tag{16}$$

그러나, 모델링이 정확하지 못할 경우 오차 방정식은,

$$\begin{aligned}
 \ddot{E} + K_v \dot{E} + K_p E = & \hat{D}^{-1} \{ (D - \hat{D}) \ddot{\theta} + (H - \hat{H}) + \\
 & + (C - \hat{C}) \}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

이 되므로 오차를 완전히 제거하지 못한다.

또한, 전동기의 동특성을 고려하여 Computed Torque 방법을 기술할 경우, 여러가지 형태의 외란으로 인해서 원하는 출력 특성을 얻을 수 없다. 따라서, 본 절에서는 상기 문제에 대처할 수 있는 방법을 알아보려고 하며 그 방법으로써,

적분동작을 추가하는 경우를 생각해 보기로 한다.

이를 위해 전동기의 동특성을 포함한 Computed Torque 방법의 하드웨어 구성을 그림 2.에 나타내었고, 제어 루우프의 전달 함수를 그림 3.에, 그리고 이에 대한 신호 흐름 선도를 그림 4.에 나타내었다.

그림 3에서,

$J = J_m + n^2 D$ : Total actual inertia referred to motor shaft

$J_o' = J_m \frac{1}{n^2} + D$ : Total computed inertia referred to output

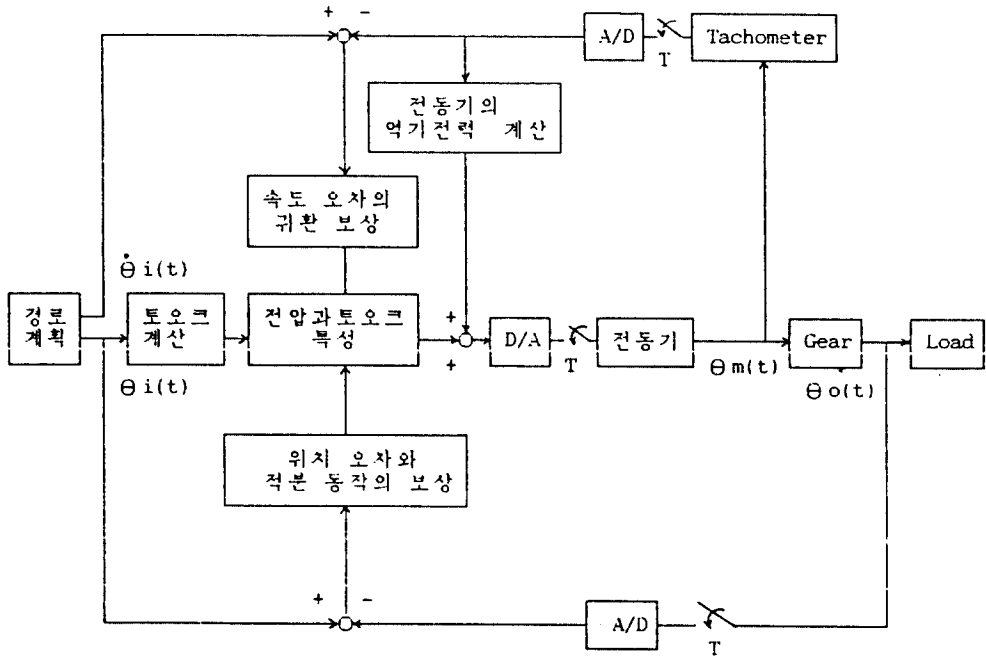


그림 2. 전동기를 고려한 Computed torque 방법의 제어 루우프

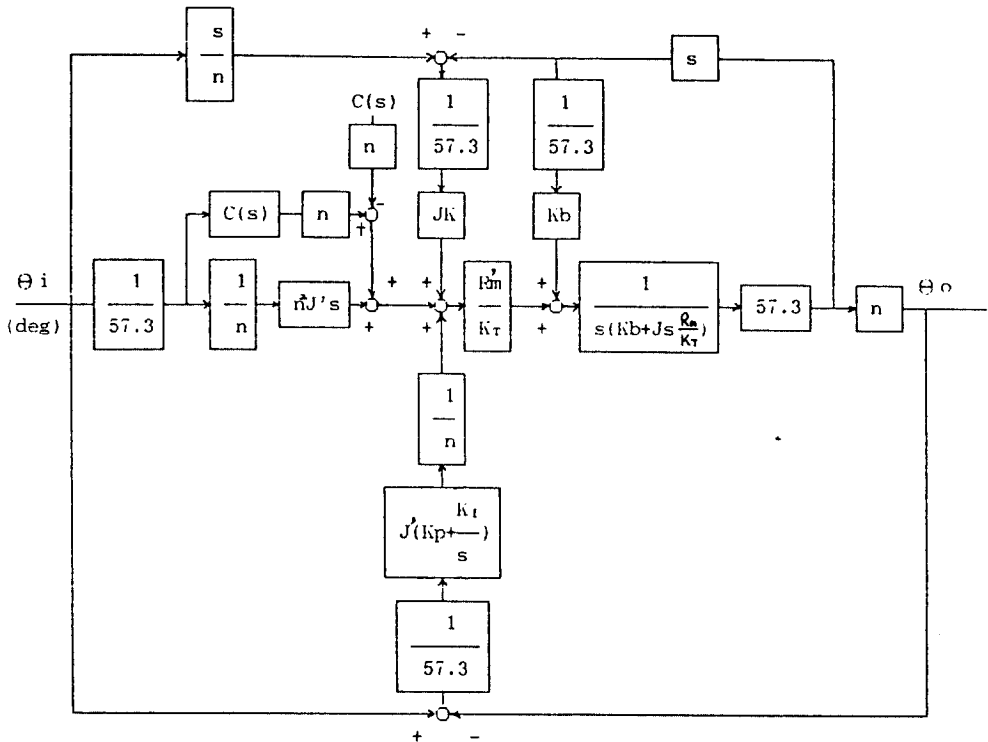


그림 3. 제어 루우프의 전달함수

$J'=n^2J_0'$ : Total computed inertia referred to motor shaft

$\frac{R_m}{T_T}$  = Voltage torque constant

를 나타낸다.

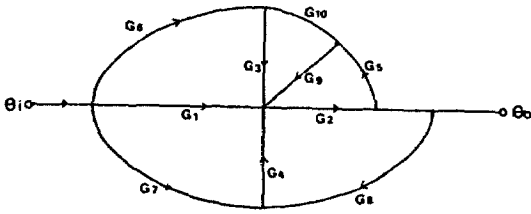


그림 4. Computed Torque 방법의 신호 흐름 선도

그림4.의 각 항들을 나타내면,

$$\begin{aligned}
 G_1(s) &= \frac{R_m'}{57.3nT_T} J's^2 \\
 G_2(s) &= \frac{57.3}{s(K_b + R_m T_T J s)} \\
 G_3(s) &= \frac{R_m}{57.3T_T} J'K_v \\
 G_4(s) &= \frac{R_m'}{57.3nT_T} J'(K_p + \frac{K_I}{s}) \\
 G_5(s) &= s \\
 G_6(s) &= \frac{s}{n} \\
 G_7(s) &= 1 \\
 G_8(s) &= G_{10}(s) = -1 \\
 G_9(s) &= \frac{1}{57.3} K_b \\
 G_{11}(s) &= n
 \end{aligned}$$

로 나타낼 수 있으며, 신호 흐름 선도로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\theta^o}{\theta_i}(s) = \frac{G_1 G_2 G_{11} + G_2 G_3 G_8 G_{11} + G_2 G_4 G_7 G_{11}}{1 - G_2 G_3 G_5 G_{10} - G_2 G_4 G_8 G_{11} - G_2 G_5 G_9} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{J's^2 \frac{R_m'}{K_T} + J'K_v s \frac{R_m'}{K_T} + J'(K_p + \frac{K_I}{s}) \frac{R_m'}{K_T}}{J s^2 \frac{R_m}{K_T} + J'K_v s \frac{R_m'}{K_T} + J'(K_p + \frac{K_I}{s}) \frac{R_m'}{K_T}} \quad (19)
 \end{aligned}$$

만약,  $J' = J, \frac{R_m'}{K_T} = \frac{R_m}{K_T}$  이면,

$$\frac{\theta_o}{\theta_i}(s) = \frac{s^3 + K_v s^2 + K_p s + K_I}{s^3 + K_v s^2 + K_p s + K_I} = 1 \quad (20)$$

로서, 입력과 출력이 같게 되지만, 외란이 존재하는 경우 (20)식을 만족하지 않으며, 이를 분석해보면 다음과 같다.

1) 위치 편차에 의한 영향

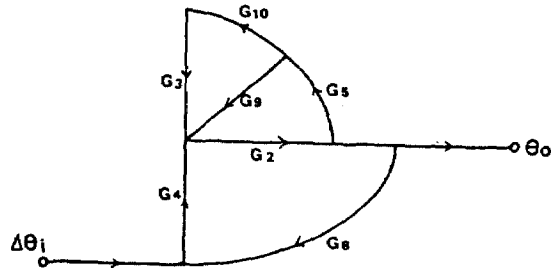


그림 5. 위치 편차를 고려한 신호 흐름 선도

$$\frac{\theta^o}{\Delta \theta_i}(s) = \frac{G_4 G_{11}}{G_2 - (G_3 G_5 G_{10} + G_4 G_8 G_{11} + G_5 G_9)} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{J' \frac{R_m'}{K_T} s (K_p + \frac{K_I}{s})}{J s^3 \frac{R_m}{K_T} + J'K_v s^2 \frac{R_m'}{K_T} + J'K_p s \frac{R_m'}{K_T} + J'K_I \frac{R_m'}{K_T}} \quad (22)
 \end{aligned}$$

만약,  $\frac{R_m}{K_T} = \frac{R_m'}{K_T}, J = J'$  이면

$$\frac{\theta_0}{\Delta\theta_i}(s) = \frac{K_p s + K_I}{s^3 + K_v s^2 + K_p s + K_I} \quad (23)$$

$\Delta\theta_i(s)$ 가 크기가  $\Delta\theta_i$ 인 계단 입력이라고 한다면,

$$\theta_0(s) = \frac{K_p \Delta\theta_i (s + \frac{K_I}{K_p})}{s (s^3 + K_v s^2 + K_p s + K_I)} \quad (24)$$

이므로, 정상상태 오차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_0(t) &= s \lim_{s \rightarrow 0} \theta_0(s) = \Delta\theta_i \\ t \rightarrow \infty \quad s \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$K_I=0$ 일때도 같은 결과를 얻으므로, 위치 편차에 의한 정상 상태 오차는 적분기와는 무관하게 일정한 값을 가짐을 알 수 있다.

ii) 속도 편차에 의한 영향

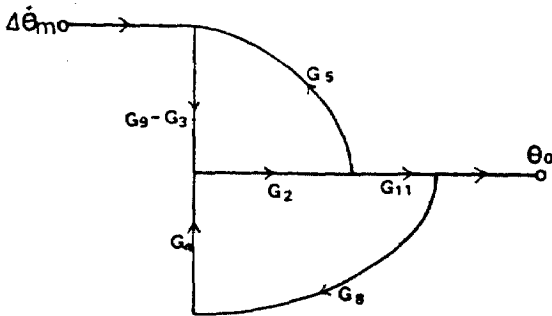


그림 6. 속도 편차를 고려한 신호 흐름 선도

$$\frac{\theta_0}{\Delta\dot{\theta}_m}(s) = \frac{G_{11}(G_5 - G_3)}{\frac{1}{G_2} - |G_5(G_9 - G_3) + G_4 G_8 G_{11}|} \quad (26)$$

$$= \frac{ns(K_b - J'K_v \frac{R'_m}{K_T})}{J s^3 \frac{R_m}{K_T} + J'K_v s^2 \frac{R'_m}{K_T} + J'K_p s \frac{R'_m}{K_T} + J'K_I \frac{R'_m}{K_T}} \quad (27)$$

만약,  $J=J', \frac{R_m}{K_T} = \frac{R'_m}{K_T}$ 이면

$$\frac{\theta_0}{\Delta\dot{\theta}_m} = \frac{n(-K_v + \frac{K_T}{R_m} K_b) s}{s^3 + K_v s^2 + K_p s + K_I} \quad (28)$$

$\Delta\dot{\theta}_m(s)$ 가 크기가  $\Delta\dot{\theta}_m$ 인 계단 입력일 경우,

$$\theta_0(s) = \frac{n \Delta\dot{\theta}_m (-K_v + \frac{K_T}{R_m} K_b)}{s^3 + K_v s^2 + K_p s + K_I} \quad (29)$$

이므로, 정상 상태 오차는 다음과 같다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_0(t) = s \lim_{s \rightarrow 0} \theta_0(s) = 0 \quad (30)$$

그런데, 만약  $K_I=0$ 인 경우,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_0(t) = \frac{n(-K_v + K_b \frac{K_T}{R_m})}{K_p} \quad (31)$$

이므로, 적분기에 의해 정상 상태 오차가 영으로 수렴하며, 적분기가 없을 경우에는, 위치 이득 상수  $K_p$ 를 증가 시킴으로써 정상 상태 오차를 개선 시킴을 알 수 있다.

iii) 토크 외란에 의한 영향

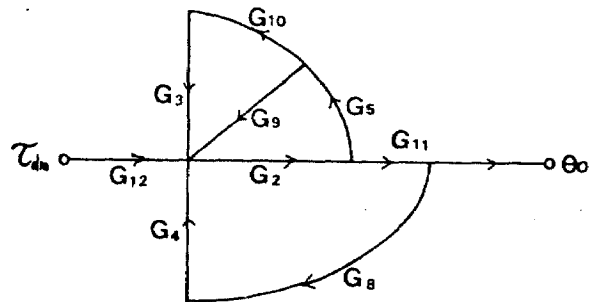


그림 7. 토크 외란을 고려한 신호 흐름 선도

$$\frac{\theta_0}{\tau_{dm}}(s) = \frac{G_{11}G_{12}}{\frac{1}{G_2} - (G_3G_5G_{10} + G_4G_8G_{11} + G_6G_9)} \quad (32)$$

$$= \frac{57.3ns \frac{R_m}{K_T}}{J_S^3 \frac{R_m}{K_T} + J'K_{vS}^2 \frac{R_m}{K_T} + J'K_{pS} \frac{R_m}{K_T} + J'K_I \frac{R_m}{K_T}} \quad (33)$$

여기서,  $G_{12} = \frac{R_m}{K_T}$  이고,  $\tau_{dm} = n\tau_{do}$  이므로,

$$\frac{\theta_0}{\tau_{do}}(s) = n \frac{\theta_0}{\tau_{do}}(s) \quad (34)$$

이고,  $\tau_{do}(s) = \frac{\tau_{do}}{s}$  이라면, 정상 상태 오차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_0(t) &= 0 \\ t \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (35)$$

만약,  $K_I = 0$  이면,

$$\theta_0(t) = \frac{57.3n^2 \tau_{do} \frac{R_m}{K_T}}{J'K_P \frac{R_m}{K_T}} \quad (36)$$

이므로, 적분기에 의해 정상상태 오차가 영으로 수렴함을 알 수 있다.

이상에서 알 수 있는 바와같이 적분기에 의해서

속도 편차와 토오크 외란에 의한 정상 상태 오차는 개선할 수 있으나, 위치 편차에 의한 오차는 적분기와는 무관하게 일정한 값을 유지 하게 된다. 또한, 적분기는 일종의 저주파 필터로 작용하므로 적분 이득상수를 크게 할 경우 과도응답 특성이 나빠지게되며, 시스템의 차수가 3차로 증가함에 따라 이득 상수들이 적당히 조정되지 않으면 불안정해질 위험성도 있다. 그러므로, 제적 오차를 줄이기 위한 새로운 제어 알고리즘이 요구되며, 이러한 필요성에 부응하기 위해서 예측 알고리즘을 이용한 제어기 설계 방법을 제시 하고자 한다.

#### IV. 예측 알고리즘과 이를 이용한 제어기 설계

##### IV.1. 선형 모델에 근거한 예측 알고리즘

보상기를 포함한 로봇 매니플레이터의 예측 모델을 제시하기 위하여 본 논문에서는 Lagrange-Euler 방법을 이용한 운동 방정식과, Computed Torque 방법을 이용한 제어 방정식 사이의 관계를 이용한다.

(17)식의 우변을 X로 놓고, (12), (13)식으로부터 다음의 이산 시간 모델을 구하면,

$$\tau(k) = \hat{D}(\theta(k))W(k) + \hat{H}(\theta(k), \dot{\theta}(k)) + \hat{C}(\theta(k)) \quad (37)$$

$$\dot{\theta}(k) = W(k) - X(k) \quad (38)$$

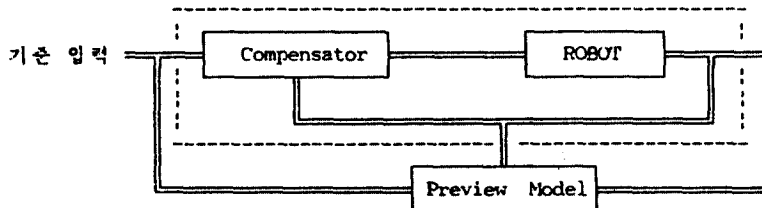


그림 8. 예측 모델의 블록 선도



이고, 여기서 T는 샘플링 주기를 나타내고, k는  $t=kT$ 의 시점을 나타낸다. (38)식의 양변을 적분하면,

$$\int_{kT}^t \theta(t') dt' = \int_{kT}^t W(t') dt' - \int_{kT}^t X(t') dt' \quad (39)$$

여기서,  $kT \leq t \leq (k+1)T$  이므로,

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}(k) + \int_{kT}^t W(t') dt' - \int_{kT}^t X(t') dt' \quad (40)$$

으로 나타낼 수 있다.

또한, 샘플링 주기 T사이에서 W(t)와 X(t)가 일정하다고 놓으면,

$$\dot{\theta}^*(k+1) = \dot{\theta}^*(k) + TW(k) - TX(k) \quad (41)$$

이고,  $t=(k+1)T$ 이다.

다음 시점의 관절 위치를 예측 하기위해 (40)식의 양변을 한번 더 적분 하면,

$$\int_{kT}^{(k+1)T} \theta(t) dt = \int_{kT}^{(k+1)T} \theta(k) dt + \int_{kT}^{(k+1)T} \int_{kT}^t W(t') dt' dt - \int_{kT}^{(k+1)T} \int_{kT}^t X(t') dt' dt \quad (42)$$

양변을 정리하면 다음과 같다.

$$\theta^*(k+1) = \theta(k) + T\dot{\theta}^*(k) + \frac{T^2}{2}W(k) - \frac{T^2}{2}X(k) \quad (43)$$

(13)식의 관계를 이용하면 (41), (43) 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta^*(k+1) &= (1 - \frac{T^2}{2}K_p)\theta(k) + (T - \frac{T^2}{2}K_v)\dot{\theta}^*(k) \\ &+ \frac{T^2}{2}(\ddot{\theta}^a(k) + K_v\dot{\theta}^a(k) + K_p\theta^a(k)) - \frac{T^2}{2}X(k) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^*(k+1) &= -TK_p\theta(k) + (1 - TK_v)\dot{\theta}^*(k) + \\ &T(\ddot{\theta}^a(k) + K_v\dot{\theta}^a(k) + K_p\theta^a(k)) - TX(k) \end{aligned} \quad (45)$$

$\theta^*(k+2)$ 와  $\dot{\theta}^*(k+2)$ 는 (44), (45) 식을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta^*(k+2) &= (1 - \frac{T^2}{2}K_p)\theta^*(k+1) + (T - \frac{T^2}{2}K_v) \\ &\cdot \dot{\theta}^*(k+1) + \frac{T^2}{2}(\ddot{\theta}^a(k+1) + K_v\dot{\theta}^a(k+1) \\ &+ K_p\theta^a(k+1)) - \frac{T^2}{2}X(k+1) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^*(k+2) &= -TK_p\theta^*(k+1) + (1 - TK_v)\dot{\theta}^*(k+1) \\ &+ T(\ddot{\theta}^a(k+1) + K_v\dot{\theta}^a(k+1) \\ &+ K_p\theta^a(k+1)) - TX(k+1) \end{aligned} \quad (47)$$

### V.2. Curve-Fitting을 이용한 예측 알고리즘

미래의 정보뿐만 아니라 과거의 정보를 이용해서 제적 오차를 개선시키는 것을 생각할 수 있으며, 이것은 현재의 시점에서 임의의 몇 시점과거를 선택하여 그 사이의 오차 제적을 Curve-Fitting 방법을 이용하여 구한 기울기에 일정한 이득 상수를 곱해서 입력측으로 귀환시킴으로써 가능하며, 오차의 경향을 직선으로 나타내기위해, 오차 함수를 1차 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$L(t) = a + bt \quad (48)$$

만일, m개의 점을 통해서 오차의 자승을 최소화 하는 a와 b를 구하기 위해서는,

$$E(L) = \sum_{k=1}^{k+1} (a + bt_k - E_k)^2 \quad (49)$$

윗 식이 다음 관계를 만족하여야 한다.

$$\frac{\partial E(L)}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial E(L)}{\partial b} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial E(L)}{\partial a} = \sum_{k=1}^m 2(a + bt_k - E_k) \frac{\partial}{\partial a}$$

$$(a + bt_k - E_k) = 2(ma + b(\sum_{k=1}^m t_k) - \sum_{k=1}^m E_k) = 0 \quad (52)$$

마찬가지로,

$$\frac{\partial E(L)}{\partial b} = \sum_{k=1}^m 2(a + bt_k - E_k) E_k \quad (53)$$

$$= 2(a(\sum_{k=1}^m t_k) + b(\sum_{k=1}^m t_k^2) - \sum_{k=1}^m E_k t_k) = 0 \quad (54)$$

(52), (54) 식을 행렬 형태로 나타내면,

$$\begin{bmatrix} m & \sum t_k \\ \sum t_k & \sum t_k^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum E_k \\ \sum E_k t_k \end{bmatrix} \quad (55)$$

이므로, 오차의 자승을 최소로 하는 a와 b는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{m\sum t_k^2 - (\sum t_k)^2} \begin{bmatrix} \sum t_k^2 - \sum t_k \\ -\sum t_k \quad m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum E_k \\ \sum t_k E_k \end{bmatrix} \quad (56)$$

### IV.3 예측 알고리즘을 이용한 제어기 설계

본 절에서는, 궤적 오차를 줄이기 위해서, 전절에서 제시한 두가지 형태의 예측 정보를 이용하고자 하며, 한 시점후만을 고려하였을때, 이를 블록선도로 나타내면 그림9와 같다.

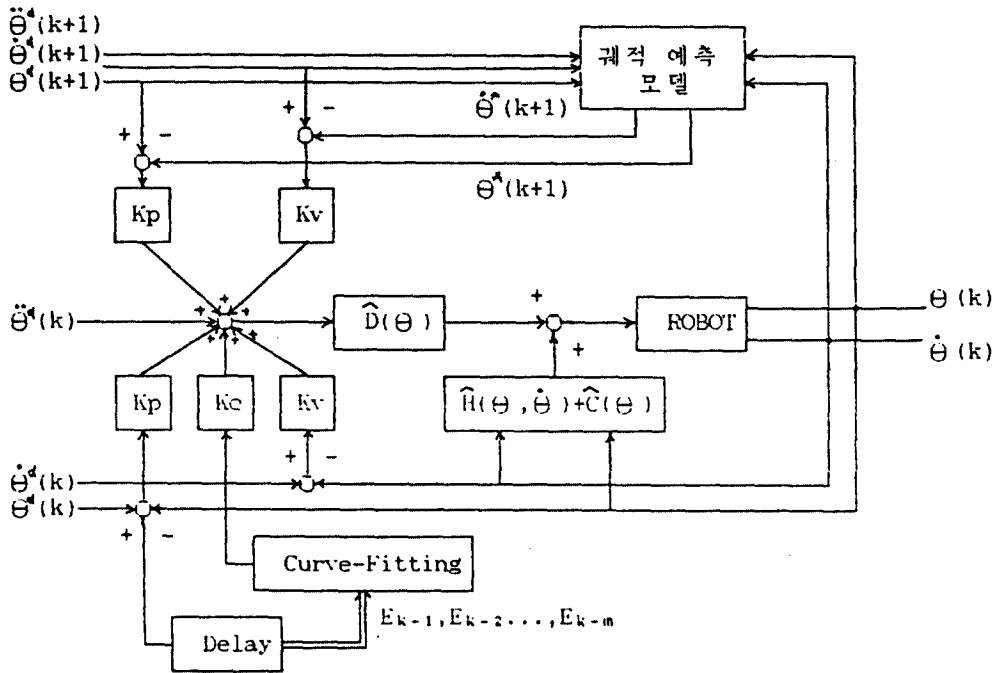


그림 9. 두가지 예측 알고리즘을 이용한 제어기의 블록 선도

먼저, 예측된 궤적과 원하는 궤적을 일치시키기 위한 보조입력  $\tau_{aux}$  를 생각할 수 있으며,  $\theta(k+$

$1)$ 과  $\theta(k+1)$ 를 일치시킬 수 있는 제어입력  $\tau_k$  가 다음과 같다고 하면,

$$\tau^d(k) = W(k) + \tau_{aux} = \theta^d(k) + K_v E_k + K_p E_k + \tau_{aux} \quad (57)$$

윗 식을 (43) 식의  $W(k+1)$  대신에 대입 하면

$$\theta^d(k+1) = \theta^*(k+1) + \frac{T^2}{2} \tau_{aux} \quad (58)$$

이므로,  $\tau_{aux}$ 는 다음과 같다.

$$\tau_{aux} = \frac{2}{T^2} (\theta^d(k+1) - \theta^*(k+1)) \quad (59)$$

마찬가지로, 예측된 속도 제적과 원하는 속도 제적을 일치시킬 수 있는 보조 입력  $\tau_{aux}$ 를 생각할 수 있으며,  $\tau_{aux}$ 는 다음과 같다.

$$\tau_{aux} = \frac{1}{T} j (\dot{\theta}^d(k+1) - \dot{\theta}^*(k+1)) \quad (60)$$

(59)와 (60)식으로부터, 관절의 위치 제적과 속도 제적의 예측된 값과 원하는 값을 함께 일치시킬 수 있는 보조 입력은 존재하지 않을뿐더러, 샘플링 시간이 짧아지면, 이득 상수의 값이 상당히 커짐을 알 수 있다.

또한, 선형화된 모델로부터 예측 알고리즘을 구할때  $W$ 와  $X$ 는 샘플링 시간 사이에서 일정하다고 놓았기때문에, 이에 따른 제적 오차도 존재하게 되므로,  $\tau_{aux}$ 를 윗식에서의 해 구한다는 것은 비합리적이지만, 컴퓨터 모의 실험을 통해서 이득 상수가 클때 제적 오차가 상대적으로 크게 개선됨을 알 수 있다.

그러면, 선형 모델에 근거한 예측 알고리즘과 Curve-Fitting을 이용한 예측 알고리즘을 사용하여 제어를 설계하는 방법을 다음 두가지 경우로 분류하여 분석해 보자.

경우 1)  $K_{p_j} \neq 0, K_{v_j} \neq 0, K_c = 0$ 인 경우, 단  $j = 1, 2, \dots, m$ . 제어입력은 다음과 같다.

$$\tau = \hat{D}(\theta)W + \hat{H}(\theta, \dot{\theta}) + \hat{C}(\theta) \quad (61)$$

$$W = \ddot{\theta}^d(k) + K_v \dot{E}_k + K_p E_k + \sum_{j=1}^m K_{p_j} (\theta^d(k+j) - \theta^*(k+j)) + \sum_{j=1}^m K_{v_j} (\dot{\theta}^d(k+j) - \dot{\theta}^*(k+j)) \quad (62)$$

상수 2)  $K_{p_j} \neq 0, K_{v_j} \neq 0, K_c \neq 0$ 인 경우, 단  $j = 1, 2, \dots, m$  제어입력은 다음과 같다.

$$\tau = \hat{D}(\theta)W + \hat{H}(\theta, \dot{\theta}) + \hat{C}(\theta) \quad (63)$$

$$W = \ddot{\theta}^d(k) + K_v \dot{E}_k + K_p E_k + K_c b + \sum_{j=1}^m K_{p_j} (\theta^d(k+j) - \theta^*(k+j)) + \sum_{j=1}^m K_{v_j} (\dot{\theta}^d(k+j) - \dot{\theta}^*(k+j)) \quad (64)$$

(61), (62)을 이용하여 제어 입력을 결정할 경우, 오차제적을 최소화 하는 이득 상수를 결정하는데 많은 시행 착오가 존재 한다는 결점이 있다.

(63), (64)식은 전절에서 제시한 두가지 예측 알고리즘의 정보를 이용하여 제어를 설계한 경우로써, 컴퓨터 모의실험을 통해서 제적 오차를 크게 개선시킬 수있음을 입증하고자 한다.

## V. 컴퓨터 모의 실험 및 결과

로봇 매니플레이터의 제적 오차를 줄이기 위해서, 본 논문에서 제시한 방법의 타당성을 알아보기 위해서 컴퓨터 모의실험을 하였다. 제어대상은 3개의 자유도를 갖는 SCARA 로봇으로써, 모의실험에서는 링크 1과 링크 2만을 고려하였다.

그림 10은 SCARA로봇의 외형이고, 표 1.은 모의 실험에서 행한 각링크의 제원을 나타낸다.

무게의 중심이 링크의 가운데있다고 가정할 경우, Lagrange-Euler 방정식을 적용하면 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

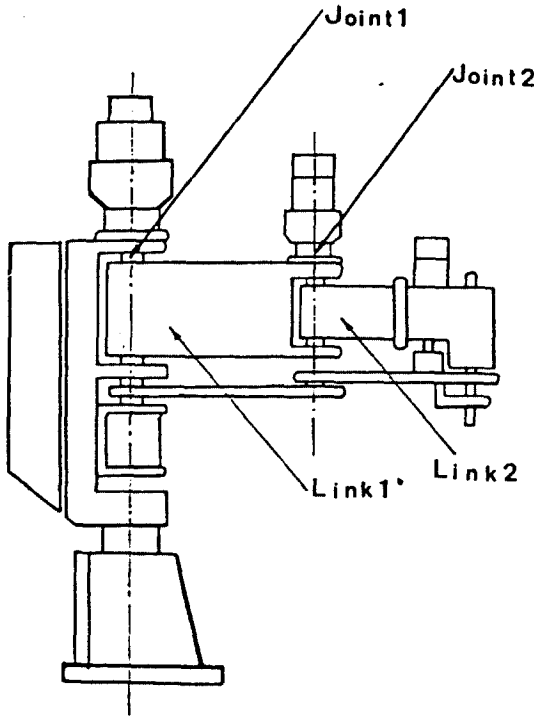


그림 10. SCARA 로봇트의 외관

표 1. SCARA 로봇트의 제원

링크	무 게	길 이
1	3.3	1
2	4.4	1

$$\begin{bmatrix} \tau 1 \\ \tau 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} m_1 l_1 + \frac{1}{3} m_2 l_2 + m_2 l_1 + m_2 l_1 l_1 C 2, \\ \frac{1}{3} m_2 l_2 + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 C 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} m_2 l_2 + \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 C 2 \\ \frac{1}{3} m_2 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta 1 \\ \theta 2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 S 2 \theta 1 \theta 2 - \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 S 2 \theta 2 \\ \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 S 2 \theta 1 \end{bmatrix} \quad (65)$$

여기서,  $C_i = \cos \theta_i$ 이고,  $S_i = \sin \theta_i$ 이다.

모델링한 로봇트는 실제의 무게보다 10% 가볍게 했으며, 추적하여야 할 궤적은 원과 직선을 택하였다. 직선인 경우에는 공간 좌표계의 (-0.3, 0.5)m인 점에서, (0.8, 0.5)m인 점까지 그리도록 하였고, 원인 경우에는 (0.5, 0.3)m인 점에서 출발하여, (0.7, 0.5)m인 점을 경유하여 (0.3, 0.5)m인 점까지 반시계 방향으로 그리도록 하였다.

또한, 마찰력은 무시하였으며 샘플링 시간은 10msec로 하였고, 이득 상수를 고정시켰을 때 위치 오차를 비교하였다.  $K_p$ 와  $K_v$ 는 각각, (225.0, 225.0)과 (30.0, 30.0)으로 하였으며, 한 시점 후를 예측한 경우와 두시점 후를 예측했을 때 이득 상수는 임계 감쇠가 되도록 표2.와 같이 정하였다.

표 2. 예측 모델의 이득 상수

링크	원				직 선			
	$K_{P1}$	$K_{P2}$	$K_{V1}$	$K_{V2}$	$K_{P1}$	$K_{P2}$	$K_{V1}$	$K_{V2}$
1	225	400	30	40	400	225	40	30
2	225	400	30	40	400	225	40	30

또한, 로봇트 매니플레이터의 속도예의한 영향을 알아보기 위하여 원과 직선을 각각 2초와 3초 동안 그리도록 하였고, Curve-Fitting을 이용하여 오차의 경향을 직선으로 근사화 하는데는 3개의 점을 이용하였으며, 이때 이득 상수  $K_c$ 는 50.0을 선택하였다. 또한, 궤적 오차에 따른 이득 상수의 분포를 알아보기 위하여,  $K_p$ 와  $K_v$ 가 각각 (150, 150)과 (100, 100)이고  $K_{p1}$ 과  $K_{v1}$ 이 (200,

200), (150, 150)일때 일정한 제적 오차에 따른 이득 상수의 분포를 그림 19.에서 그림 26.까지 나타내었다. 컴퓨터 모의 실험에서도 알 수 있듯

이, 본 논문에서 제안한 방법을 이용하여 제어 입력을 결정할 경우에 기존의 방법보다 오차 제적을 크게 줄일 수 있음을 알 수 있다.

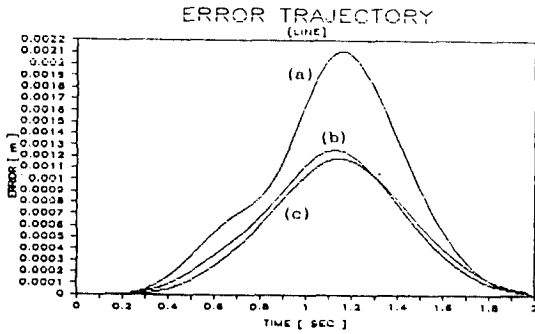


그림 11. (a) COMPUTED TORQUE 방법  
(b) ONE-STEP PREVIEW  
(c) TWO-STEP PREVIEW

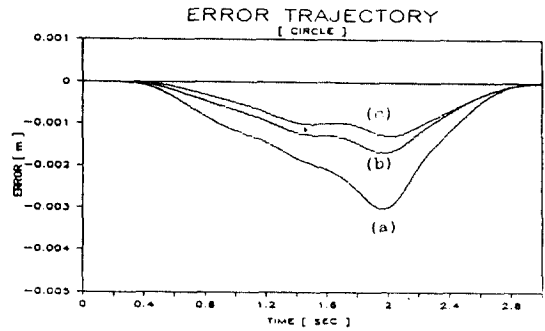


그림 14. (a) COMPUTED TORQUE 방법  
(b) ONE-STEP PREVIEW  
(c) TWO-STEP PREVIEW

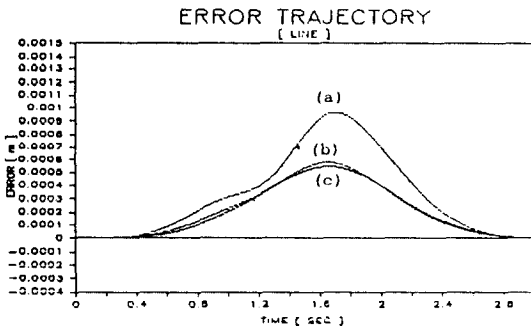


그림 12. (a) COMPUTED TORQUE 방법  
(b) ONE-STEP PREVIEW  
(c) TWO-STEP PREVIEW

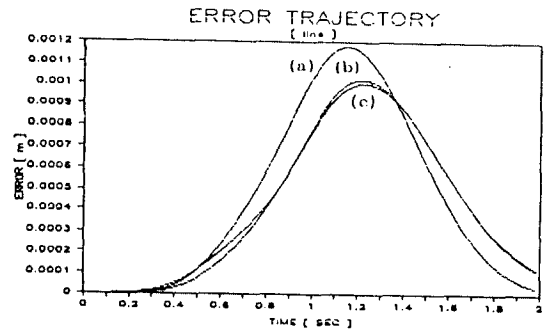


그림 15. (a) TWO-STEP PREVIEW  
(b) ONE-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING  
(c) TWO-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING

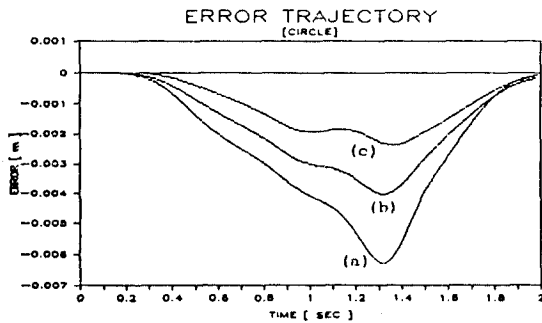


그림 13. (a) COMPUTED TORQUE 방법  
(b) ONE-STEP PREVIEW  
(c) TWO-STEP PREVIEW

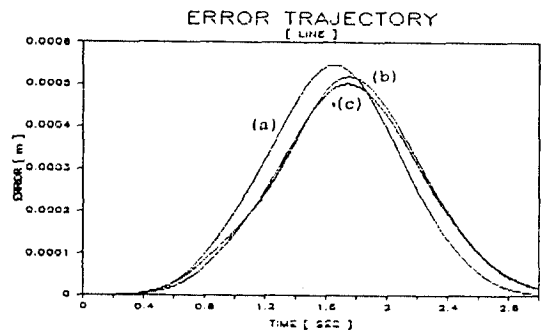


그림 16. (a) TWO-STEP PREVIEW  
법  
(b) ONE-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING  
(c) TWO-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING

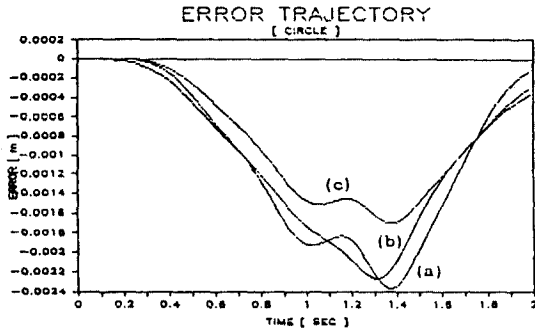


그림 17. (a) TWO-STEP PREVIEW  
(b) ONE-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING  
(c) TWO-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING

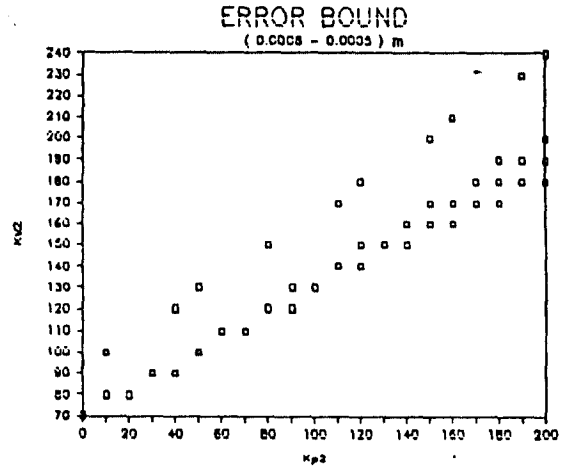


그림 20.

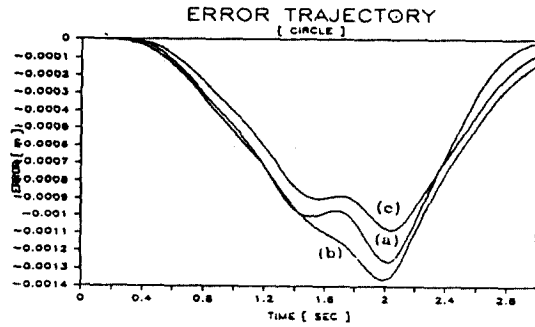


그림 18. (a) TWO-STEP PREVIEW  
(b) ONE-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING  
(c) TWO-STEP PREVIEW+CURVE-FITTING

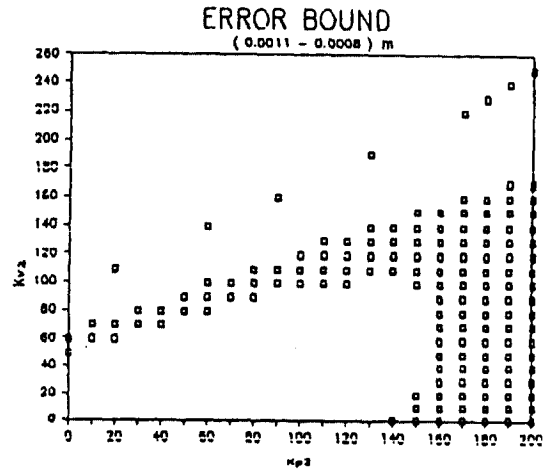


그림 21.

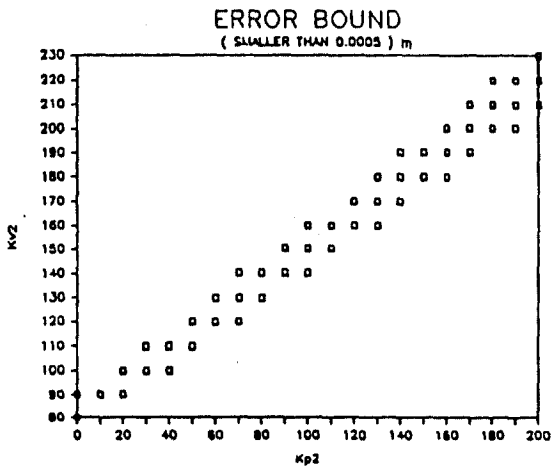


그림 19.

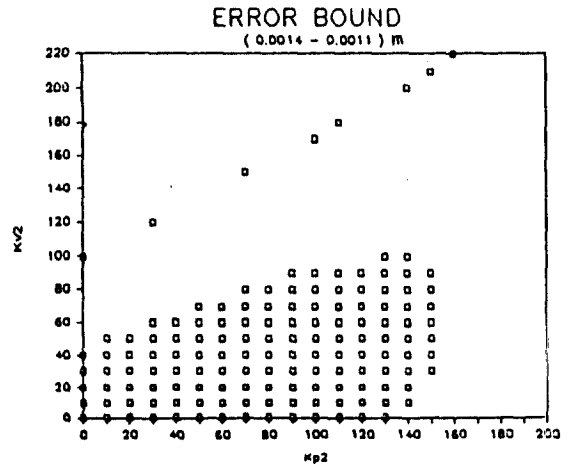


그림 22.

직선을 그릴때 오차분포.

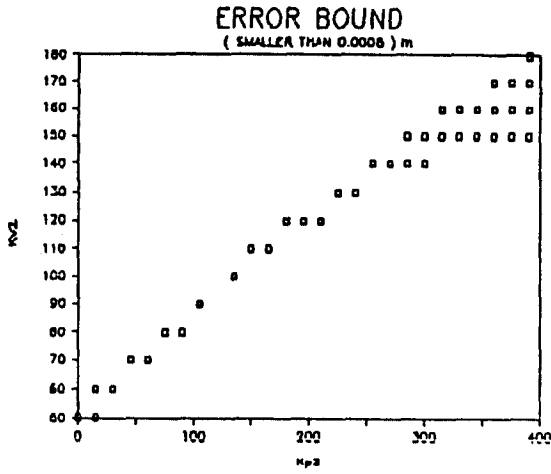


그림 23.

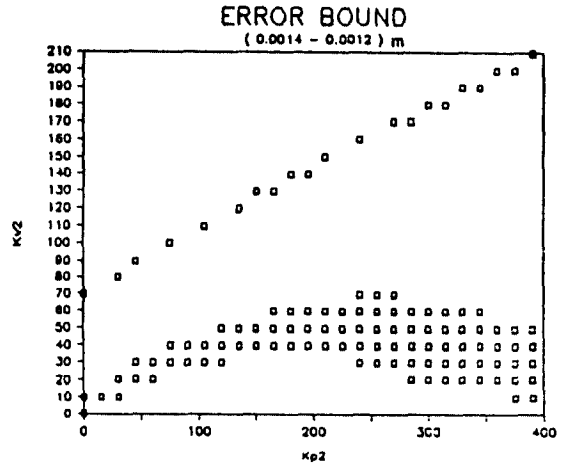


그림 26.

원을 그럴때 오차분포.

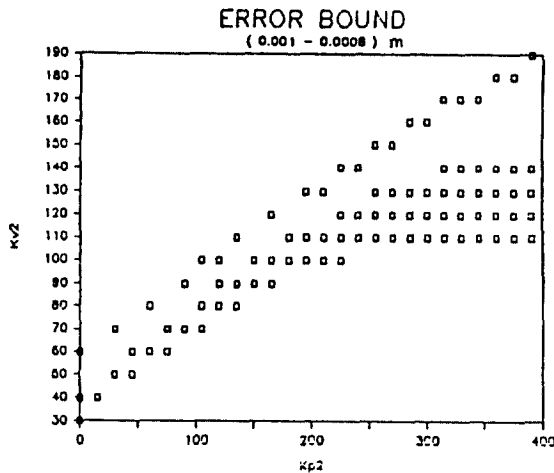


그림 24.

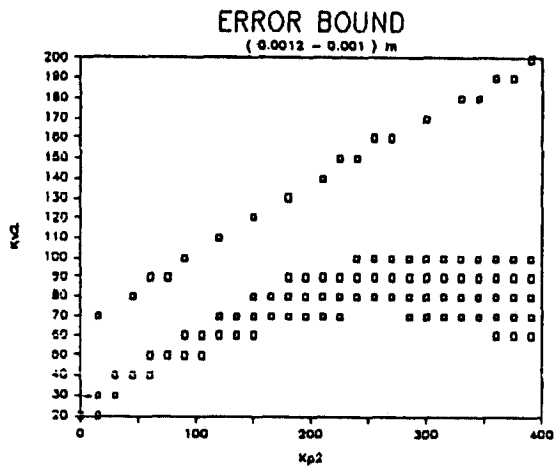


그림 25.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 예측 알고리즘을 이용한 로봇트 매니플레이터의 경로 제어 방법을 제시하고, 컴퓨터 모의실험을 통하여 그 효율성을 확인하였다.

제시된 방법은 비교적 간단하면서도 체계 오차를 상당히 개선시킬 수 있기때문에, 고속 및 정밀한 작업 분야에 응용이 기대된다. 앞으로, 기준제에대한 수렴성의 증명과 아울러, 이득상수를 자기 동조(Auto-Tuning) 방법을 이용하여 결정하는 연구가 이루어져야 할 것이다.

(본 연구는 한국학술 진흥재단의 지원에 의하여 이루어진 것입니다.)

#### 참 고 문 헌

1. J.J. Craig "Intraduction to Robotics: Mechanics & Control" Addison Wesley, 1986.
2. K.S.Fu, R.C. Gonzalez, C.G.S.Lee "Robotics" McGraw-Hill, 1987.
3. J.Y.S.Luh, M.W.Walker, and R.P.C.Paul "Resolved-Acceleration control of Mechanical Manipulators" IEEE Tans. on Automatic Control, Vol. AC-25, No.3, June, 1980.

4. Y.L.Gu, N.K.Loh "Dynamic Modeling and control by Utilizing an Imaginary Robot Model" IEEE J. of Robotics and Automation, Vol.14, No.5, October, 1988.
5. A.K.Bejczy, T.J.Tarn, X.Yun, S.Han "Nonlinear Feedback Control of Puma 560 Robot Arm by Computer" Pro. 1985 IEEE Int Conf. Decision and Control
6. B.R.Markiewicz "Analysis of the Computed Torque Drive Method and Comparison with Conventional Position Servo for a Computer-controlled Manipulator" JPL, TM 33-601, 1973.
7. C.H.An, C.G.Atkeson, J.D.Griffiths, J.M.Hollerbach "Experimental Evaluation of Feedforward and Computed Torque Control" Proc. 1987. IEEE Int Conf. Robotics and Automation
8. E.Freund "Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole-Placement for Industrial Robots and Manipulators" Int J.Robotics Research. Vol.1, No.1, 1982.
9. Yoshimoto "Trajectory control of Robot Manipulator based on the Preview Tracking Control Algorithm" Int J.Robotics Research. 1985.
10. M.Tomizuka, D.Dornfeld, M.Purcell "Application of Microcomputers to Automatic Weld Quality Control" ASME J.Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.102, June 1980.
11. M.Kondo "Fundamental Relation between the Steerage and the Behavior of Automobiles" Tran. Japan Soc. Automobile Engineers No 5. 1958.
12. G.L.Luo, G.N.Saridis "Optimal / PID Formulation for Control of Robotic Manipulators" Pro. 1985. IEEE Int Conf. Robotics and Automation
13. Y.L.Gu, N.K.Loh "Control System Modeling for Robot Manipulator by Use of Canonical Transformation" Pro. 1987 IEEE Int Conf. Decision and Control
14. D.E.Whitney "Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators" Tran. ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control 1972.
15. M.W.Walker, D.E.Orin "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms" Tran. ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control Vol. 104, 1982.



尹元植 (Won Sik YUN) 準會員  
1965年11月11日生  
1988年：漢陽大 工大 電氣工學科 卒業  
• 現在：漢陽大 學校 工大 電氣工學科 碩士課程



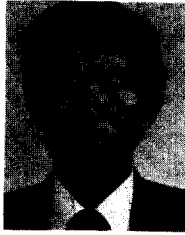
宋昌燮 (Chang Seop SONG) 正會員  
1947年4月3日生  
1972年：漢陽大 工大 機械工學科 卒業  
1976年：韓國科學技術院 機械工學 碩士  
1980年：韓國科學技術院 機械工學 博士  
• 現在：漢陽大 工大 精密機械工學科 副教授



梁海元 (Hae Won YANG) 正會員  
1950年3月20日生  
1971年：서울대 工大 電氣工學科 卒業  
1973年：서울大 大學院 電氣工學科 卒業  
1982年：日本 京都大 大學院 卒業(工博)  
• 現在：漢陽大 工大 電氣工學科 副教授

徐一弘 (Il Hong SUH) 正會員  
1955年4月16日生  
1977年：서울大 學校 學士  
1979年：KAIST 碩士  
1982年：KAIST 博士  
1982年3月~1985年2月：大宇重工業技術研究所 勤務  
1985年3月~現在：漢陽大 學校 電子科 助教授  
1987年1月~1988年1月：美國 미시간大 學校 電氣科 客員研究員





吳在應 (Jae Eung OH) 正會員

1951年1月2日生

1975年：漢陽大 工大 機械工學科 卒業

1980年：日本 요코하마 國立大學制御 및  
계측工學碩士

1983年：日本東京工大 大學院 工學博士

• 現在：漢陽大學校 機械工學科 副教授