

## 論 文

## 短 채널 MOSFET의 문턱전압 모델링과 수치계산

正會員 姜 廷 震\* 正會員 李 鍾 岳\*

A Modeling and Numerical Simulation  
of Threshold Voltage for Short Channel MOSFETJeong Jin KANG\*, Jong Arc LEE\* *Regular Members*

**要 約** 본 논문은 극소크기 MOSFET을 위한 2次元 Analytical Closed Form의 새로운 문턱 전압 모델을 유도하였다. 공핍층 깊이 혹은 표면전위가 일정하다는 가정의 부정확성을 제시하고, 이를 고려한 본 모델과 기존 모델을 비교함으로써 정확성을 확인하였다.

그러므로, 본 모델은 단 채널 MOSFET에 대해 유용한 설계도구로 이용될 것이다.

**ABSTRACT** In this paper, I derived a two-dimensional analytical closed-form expression of the threshold voltage for small size MOSFET. The invalid assumptions of constant surface potential or uniform depletion depth were corrected. A comparison between the results of pre-models' analyses and the present's proved that this paper's model is quite accurate. Therefore, this model will become a useful design tool for short channel MOSFET.

## I. 서 론

소자크기의 축소에 따른 여러 효과들 중에서 단 채널 효과(Short channel effect)란 채널 길이가 소오스와 드레인 접합깊이의 수배정도로 감소할때 소자의 가장 중요한 특성들인 Threshold

전압, Punchthrough 전압 및 Breakdown 전압이 감소하는 현상으로, 문턱 전압의 정확한 예측을 위해 새로운 모델이 요구된다. 지금까지 산발적으로 개발된 모델들은 공핍층 깊이 혹은 표면 전위가 일정하다는 가정에 각각 문턱 전압을 모델링하였다.<sup>(1)(2)</sup>

그러나, 실제 디바이스의 경우 채널 길이에 따라 표면 전위는 변화되고, 공핍층 깊이는 소오스와 드레인 근처에 갈수록 증가한다.

그러므로, 본 논문에서는 TOYABE와 RAT-

\*建國大學校 電子工學科  
Dept. of Elec. Eng. Kon kuk University.  
論文番號 : 90-02(接受1989. 6. 20)

NAKUMAR 의 기하학적 모델을 약간 수정하여 실질적인 문턱전압 모델링과 수치계산을 수행하였다.

## II. 새로운 문턱전압 모델

### II-1, 경계조건과 채널길이에 따른 표면 전위 분포

Oxide-Silicon 주변의 경계조건에 의해 구해지는 표면전위는 원통형이나 구형등 광범영역의 기하학적 모델에 따라 다양한 해석 방법이 있겠으나, 경계조건의 어려움을 극복하고 수식의 간단화를 위해 다음 그림1.과 같이 직사각형 형태로 가정 하여 식(1) 2차원 Poisson 방정식과 식(2) 경계 조건에 의해 정 전위를 유도하였다.

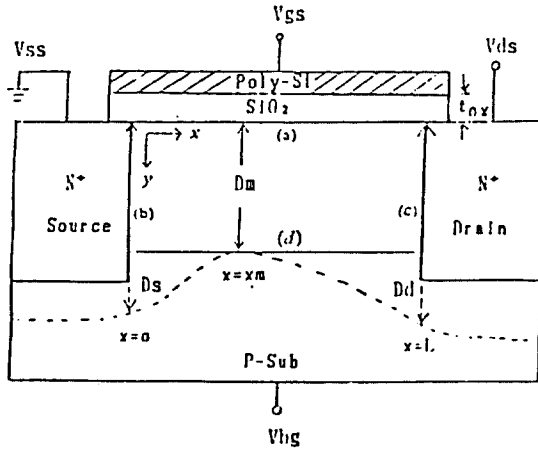


그림1. n-channel MOSFET의 기하학적 단면도

$$\text{Poisson 방정식 } \nabla^2 \psi(x, y) = \frac{q N_a}{\epsilon_{Si}} \quad (1)$$

경계조건

$$(a) \psi(x, 0) - \frac{t_{OX} \epsilon_{Si}}{\epsilon_{OX}} \frac{d\psi}{dy} \Big|_{y=0} = V_{GS} - V_{fb} = V_{gm} \quad (2)$$

$$(b) \psi(0, y) = V_{bi}$$

$$(c) \psi(L, y) = V_{bi} + V_d$$

$$(d) \frac{d\psi}{dy} \Big|_{y=D_m} = 0$$

식 (2)는 기존의 일정한 표면전위를 사용한 것과는 달리 y성분 전계에 의해 전압강하가 부가된 것으로, 게이트 전압 Vgm은 표면 전위와 전계의 y성분으로 인한 전압강하의 합으로 나타난다.

이 경계 조건은 표면 전위를 특정화하기 위한 필요성은 줄였으나 아직은 장채널 모델에서의 표면 전위 식과 같으며, 근사적으로  $E_y(D_m) = 0$ 이다. 드레인 전압에 따른 표면 전위는 그림 2와 같이 채널의 중앙 근처에서 영이 된다.

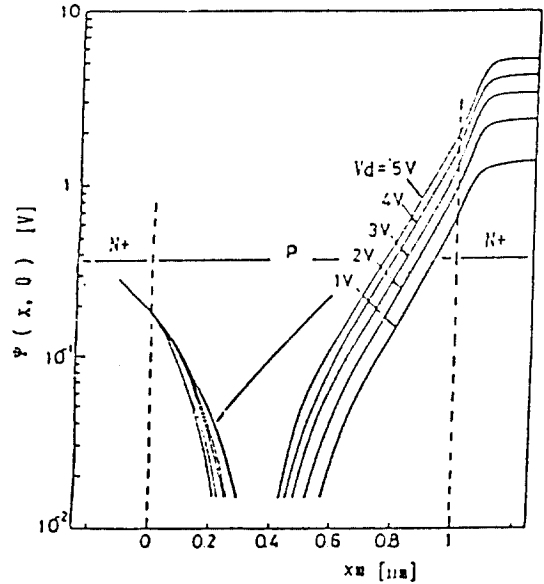


그림 2. 드레인 전압에 따른 표면 전위

식(1)을 변수분리에 의해 풀면 다음과 같이 구해진다.

$$\psi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \{B_n (y - D_m)\}}{\sinh B_n L}$$

$$[M_n \sinh \{B_n (L-x)\} + M_n' \sinh (B_n x)] + \psi_p \quad (3)$$

여기서,  $\psi_p = \frac{K_y(2D_m - y)}{2} - \frac{K D_m t_{ox}\epsilon_{sl}}{\epsilon_{ox}} + V_{gm}$

$$K = \frac{q N_a}{\epsilon_{sl}}$$

$$M_n = \frac{\sin (B_n D_m)}{A_n B_n D_m} (V_{bl} - V_{gm} + \frac{K}{B_n})$$

$$M_n' = \frac{\sin (B_n D_m)}{A_n B_n D_m} V_d$$

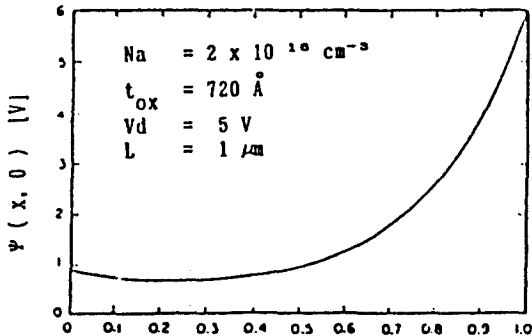
$$A_n = \{1 + \sin (2 B_n D_m) / 2 B_n D_m\} / 2$$

$B_n$ 은 다음식으로부터 구할 수 있는 값으로,

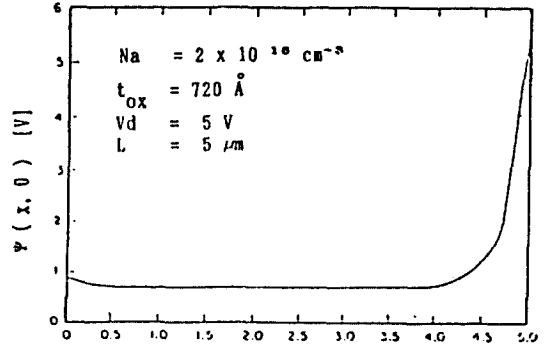
$$B_n D_m - \tan^{-1}(\frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{sl} t_{ox} B_n}) = n\pi \quad (4)$$

여기에서,  $n$ 은 0, 1, 2, ... 인 정수이며,  $n \geq 3$  이면  $B_n D_m = n\pi$ 가 된다.

식(4)에서 적어도 3 개항이 수열의 수렴을 위해 필요하며, 표면전위는 그림3.과 같이 채널길이  $L$ 에 따라 변화된다. 즉,  $L$ 이 감소하면 표면전위가 변화하므로, 단 채널의 경우 표면 전위가 일정하다는 가정하에 모델링하는 것은 부적합한 것이다.



(가)  $L=1\mu m$



(나)  $L=5\mu m$

그림3. 1, 5 $\mu m$  device의  $\Psi(x,0)$ - $L$  특성곡선

### II-2. 공핍층 깊이의 분포

그림 1처럼, 공핍층 깊이  $D(x)$ 는 소오스에서 드레인까지의 채널길이 변화에 따라 달라지는 값으로서,  $x$ 에 대한 2차 함수로 근사적 예측이 가능하다.

$$\text{즉, } D(x) = D_m + C(x - x_m)^2 \quad (5)$$

여기서  $D(x)$ 는

$$D_s \Big|_{x=0}, D_m \Big|_{x=x_m}, D_d \Big|_{x=L} \text{인}$$

값을 갖는다. 따라서 소오스나 드레인에서 공핍층 깊이  $D_s, D_d$ 는 다음과 같은 근사식을 갖는다.<sup>(3)</sup>

$$D_s = D_{s0} \sqrt{1 + \frac{2x_l}{D_{s0}}} \quad (6)$$

$$D_d = D_{d0} \sqrt{1 + \frac{2x_l}{D_{d0}}} \quad (7)$$

여기서,

$$D_{s0} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sl}}{q N_a} (V_{bl} + |V_{bg}|)} \quad (8)$$

$$D_{d0} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sl}}{q N_a} (V_{bl} + V_d + |V_{bg}|)} \quad (9)$$

식(5)-식(7)로부터  $C$ 와  $D_m$ 을 구할 수 있다.

$$C = \frac{D_d - D_m}{(L - x_m)^2} \quad (20)$$

$$D_m = \frac{D_s(1 - x_m/L)^2 - D_d(x_m/L)^2}{(1 - 2x_m/L)} \quad (11)$$

그림4는 식(11)로부터 채널 길이 L에 따른 최소 공핍층 깊이 D<sub>m</sub>의 변화를 나타낸 것이다.

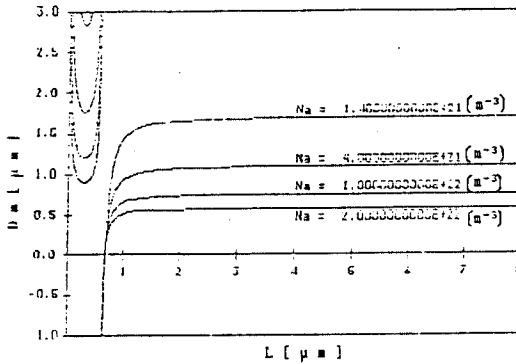


그림 4. D<sub>m</sub>-L 특성곡선

### II-3. 채널길이 및 공핍층 깊이 변화에 따른 문턱전압 모델링

식(3)에 y=0를 대입하면 표면전위  $\Psi(x, 0)$ 를 얻게 되고, 문턱 조건에 의해 소오스로부터  $x=x_m$ 만큼 떨어진 곳에서 발생하는 표면전위는 Fermi전위의 두 배가 된다.

$$\text{즉, } \Psi(x_m, 0) = 2\psi_f \quad (12)$$

그러므로, 문턱조건 식(12)와 경계조건 식(2)로부터 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$V_t - V_{fb} = 2\psi_f - \frac{t_{ox} \epsilon_{si}}{\epsilon_{ox}} \frac{d\psi}{dy} \Big|_{y=0}^{x=x_m} \quad (13)$$

식(13)은  $\frac{d}{dy} \Psi(x_m, 0) = 0$  조건에 의해  $x_m$ 과 알려진 파라미터들이 포함된 형태식을 얻고자 사용되어진다.

따라서, 문턱 전압에 대한 Analytical closed form은 다음과 같이 유도된다.

$$V_t - V_{fb} = 2\psi_f + \{2\epsilon_{si}qN_a(V_s + 2\psi_f)\}^{1/2}/C_{ox} - \{V_{bi} - 2\psi_f - [2\epsilon_{si}qN_a(V_s + 2\psi_f)]^{1/2}/C_{ox}\} x(X_1 + X_2) + qN_a D_m X_3 / C_{ox} + V_d X_2 / (1 - X_1 - X_2) \quad (14)$$

여기서,  $C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox}$

$$X_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2(B_n D_m) \sinh\{B_n(L - X_m)\}}{A_n \sinh(B_n L)} \cdot \frac{\epsilon_{si}}{D_m C_{ox}}$$

$$X_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2(B_n D_m) \sinh(B_n x_m)}{A_n \sinh(B_n L)} \cdot \frac{\epsilon_{si}}{D_m C_{ox}}$$

$$X_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sinh\{B_n(L - x_m)\} + \sinh(B_n x_m)}{A_n \sinh(B_n L)} \cdot \frac{\sin^2(B_n D_m)}{B_n^2 D_m^2}$$

식(14)는 공핍층 깊이 D(x)가 일정하면 TOYABE 모델로 되며, 채널길이  $L \geq 2\mu m$ 이면  $X_1 \approx X_2 \approx X_3 \approx 0$ 이 되어 COE 모델로 각각 축소되어 나타난다. (1)(4)

### III. 수치계산 결과 및 고찰

임의 파라미터 값을 갖는 소자에 대하여 본 모델을 컴퓨터 시뮬레이션한 특성곡선과 실험치를 비교·검토 하였다. 그림4는 N<sub>a</sub>변화에 따른 D<sub>m</sub>-L 특성곡선을 시뮬레이션한 것이며, 그림5에서 그림 7은

$1.4 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} < N_a < 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $10 \text{ nm} < t_{ox} < 50 \text{ nm}$ ,  $1 \text{ V} < V_d < 5 \text{ V}$

변화에 따른 각각의  $V_t-L$  특성곡선을 나타낸 것이다.

단채널 효과에 의해 채널길이가 짧아지면 문턱전압 특성이 저하되는데, 기존 모델은  $1.5\mu\text{m}$  근처에서 급격히 떨어지는 반면 본 모델은  $0.75\mu\text{m}$  사이에 그 현상이 나타났으며, 장채널에서는 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 다만, 기존 모델과 일치하고 있지 않은 부분들은 공핍층 깊이에 대한 모델링의 차이점과 Newton-Raphson 법에 의한 식(4) 수렴값의 난점이 큰 원인으로 생각된다.

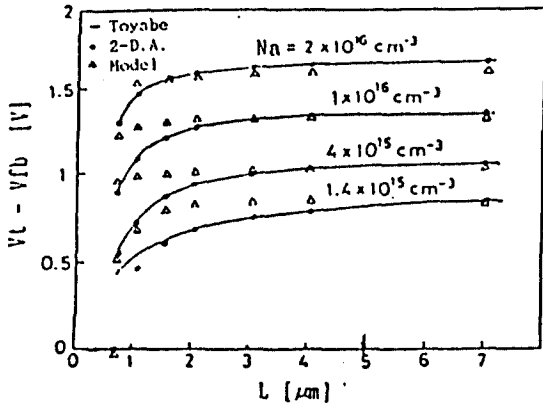


그림 5.  $N_d$  변화에 따른  $V_t-L$  특성  
 $t_{ox}=25\text{nm}$ ,  $x_j=0.25\mu\text{m}$ ,  $V_{BG}=2\text{V}$ ,  $V_D=5\text{V}$ .

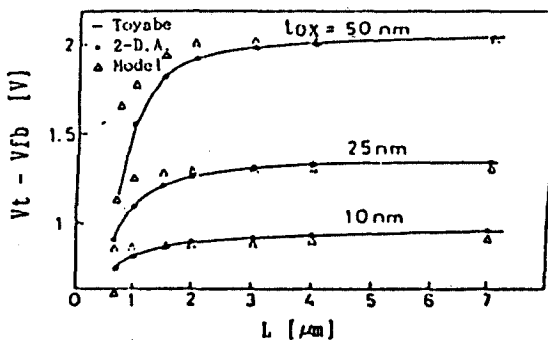


그림 6.  $t_{ox}$  변화에 따른  $V_t-L$  특성  
 $N_A=1 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$ ,  $x_j=0.25\mu\text{m}$ ,  $V_{BG}=2\text{V}$ ,  $V_D=5\text{V}$ .

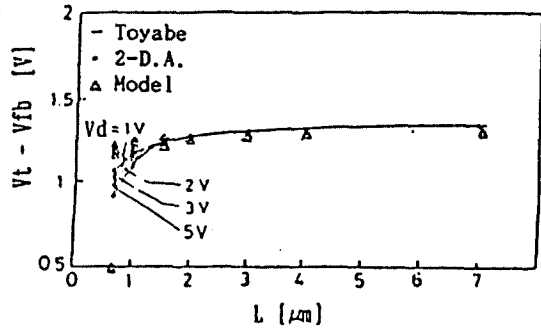


그림 7.  $V_d$  변화에 따른  $V_t-L$  특성  
 $N_A=1 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$ ,  $t_{ox}=25\text{nm}$ ,  $x_j=0.25\mu\text{m}$ ,  $V_{BG}=2\text{V}$

#### IV. 결 론

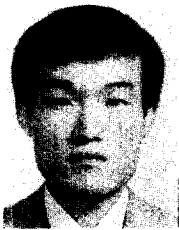
본 논문에서는 단 채널 MOSFET 문턱전압 모델링시 적용시켜온 표면전위가 일정하다는 가정의 모순점과 채널 길이에 따라 변화하는 공핍층 깊이가 일정하다는 가정의 부정확성을 제시 하였고, 공핍층 깊이  $D(x)$ 를  $x$ 에 대한 2차함수로 수식화하여 문턱전압을 모델링 하였다.

그러나, 공핍층 깊이는 완전한 2차 함수로 보기 어려우므로, 향후 실제소자와 거의 일치하는 MOSFET의 기하학적 구조에 대해 최적의 물리적모델 (Physical Model)과 더욱 안정된 수치적 모델 (Numerical Model) 등에 의해 문턱전압을 모델링하면 통계적 모델이나 회로 해석응용 등에 더욱 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

#### 參 考 文 獻

1. T. Toyabe, S. Asai: "Analytical Model of Threshold Voltage and Breakdown Voltage of short-Channel MOSFET's derived from Two-dimensional Analysis," IEEE Trans. on Electron Device, Vol. ED-26, No.4, pp. 453-460, Apr. 1979.

2. K. N.Ratnakumar, J.D. Meindle: "Short-Channel MOST Threshold Voltage Model," IEEE Journal of Solid State Circuit, Vol.SC-17, No.5, pp.937-947, Oct. 1982.
3. L.D. Yau: "A simple Theory to predict the Threshold Voltage of Short-Channel IGFET's, Solid State Electron, Vol.17, pp.1059-1063, 1974.
4. D.H.Coe, H.E.Brockman, H.Nicholas: "A Comparison of simple and numerical Two-dimensional Models for the Threshold Voltage of Short Channel MOST's " Solid state Electron, Vol. 20, pp.993-998, 1977.
5. C.Y. Wu,S. Y. Yang: "An Analytical and Accurate Model for the Threshold voltage of Short-Channel MOS's in VLSI," Solid state Electron, Vol. 27, No. 7, pp.651-658, 1984.
6. P.Richman : MOS Field Effect Transistors and Integrated Circuits, John Wiely and Sons, Inc., 1973.
7. S.M. Sze: Physics of Semiconductor Devices, 2nd, ed. John Wiely and sons, Inc., 1982.
8. B.G. Streetman: Solid State Electron Devices, 2nd, ed. Prentice Hall, Inc., 1980.
9. D. V. McCaughan, J.C. Whate: Handbook on Semiconductors, Vol. 4
10. D.G. Ong: Modern MOS Technology, McGraw-Hill, Inc., 1984.



姜廷震(Jeong Jin KANG) 正會員  
 1959年12月21日生  
 1982年2月:建國大學校 電子工學科 卒業(工學士)  
 1986年2月:同大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)  
 1987年3月~現在:同大學院電子工學科 博士課程 在學中  
 1982年3月~1984年6月:陸軍通信將校 服務

1984年7月~1985年8月:三星半導體通信(株)半導體 研究所  
 1985年9月~1987年2月:建國大學校 電子工學科 助教  
 1989年3月~現在:建國大學校 電子工學科 時間講師



李鍾岳(Jong Arc LEE) 正會員  
 1940年6月20日生  
 1966年2月:漢陽大學校 電氣工學科 卒業(工學士)  
 1970年2月:延世大學校 大學院 電氣工學科 卒業(工學碩士)  
 1974年2月:延世大學校 大學院 電氣工學科 卒業(工學博士)  
 1974年4月~1975年3月:日本 京都大 工學部 研究員

1979年8月~1980年7月:三星Centre Univ. 에너지연구소  
 1987年12月~1988年12月:美國Florida州立大學 客員教授  
 1971年12月~1978年2月:韓國航空大學 電子科 助教授  
 1978年3月~現在:建國大學校 電子工學科 教授