

論 文

LMS 알고리즘을 이용한 적응필터에서의
예측기 특성 비교 연구

正會員 鄭 俊 喆* 正會員 沈 壽 輔**

A Study on the Comparison of Predictor
Characteristics for Adaptive Filters
Using the LMS AlgorithmJoon Chul CHUNG* Soo Bo SIM** *Regular Members*

要 約 알고리즘 구조가 간단하고 실제적 응용이 쉬운 LMS 알고리즘을 이용한 적응필터 설계에서 횡단필터, 격자필터 및 결합처리 격자필터의 예측기 특성을 비교 연구하였다. 실제적 설계를 위해 각 필터의 LMS 알고리즘의 이론적 배경과 구성을 보였고 최적 가중치 벡터와 반사계수의 적응 수렴조건을 명시하였으며 이를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 나타내었다.

또한 정지 및 비정지 입력 신호에 대한 이들 필터의 오차신호 특성과 잡음특성을 비교하였고 결합처리 격자필터가 이들 LMS 알고리즘을 이용한 적응필터에서 가장 우수한 특성을 갖고 있음을 보였다.

ABSTRACT In this paper, make a study on comparison of adaptive filters for predictor characteristics that transversal, lattice, and joint process lattice filter is using the LMS algorithm that is simple structure and practical application is easy.

The theoretical background and structure of each adaptive filters exhibit for practical design.

Adaptive convergence condition for optimal weight vector and optimal reflection coefficient make clear, and it is also shown through computer simulation. The error signals and noise characteristics of these filters make a comparative study.

In view of the results, joint process lattice filter is shown that most superior characteristic in these adaptive filters.

I. 서 론

적응 시스템(adaptive system)의 LMS(least

mean square) 알고리즘은 Widrow와 Hoff에 의해 알려진 후 최근까지 많은 응용에 이용되고 있다. 근래에 보다 빠른 적응 시스템의 연구결과 다양한 알고리즘이 개발되고 있으나 이들 알고리즘은 LMS 알고리즘에 비해 상당히 복잡한 시스템들이다.

예를 들면 GAL (gradient adaptive lattice)

*安養專門大學 電子科
Dept. of Electronics Eng. Anyang Technical College.

**崇實大學校 電子工學科
Dept. of Elec. Eng. Soong Sil Univ.
論文番號: 90-78 (接受 1990. 7. 30)

알고리즘, LSL(least square lattice) 알고리즘 등은 LMS 알고리즘에 비해 속도가 빠르고 또 다른 장점들도 보고되고 있으나 알고리즘이 상당히 복잡하고 연산시진이 많이 소요되는 시스템들이다. ⁵⁾⁸⁾⁹⁾¹¹⁾

이러한관계로 실제적 응용면에서는 아직도 간단한 LMS 알고리즘이 많이 이용되고 있으며 시스템의 하드웨어 구성도 쉽다는 장점을 갖는다.

최근에는 적응 시스템 구성에서 횡단형 필터(transversal filter)보다 격자필터(lattice filter)의 구성이 더 많이 연구되고 있으며 횡단형 필터보다 여러가지 우수할점이 많은 연구를 통하여 보고되었다.

본 연구에서는 LMS 알고리즘을 이용한 횡단필터와 격자필터에 대하여 정지(stationary) 입력신호와, 비정지(nonstationary) 입력신호에 대한 예측기(predictor) 특성을 연구하였으며 또한 이들 필터의 잡음 특성을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 비교 연구하였다.

또한 결합처리 격자필터(joint process lattice filter)의 구성에의해 이들 필터의 특징을 상호보완하여 속도와 잡음특성의 결점을 개선 할수 있음을 시뮬레이션을 통하여 보였다.

II. 횡단필터의 LMS 알고리즘

1) 필터의 구성과 상관행렬(correlation matrix)

그림 1과 같은 횡단필터에서 하나의 입력신호에 대하여 하나의 출력 신호를 얻는 모형을 생각하자.

불연속 입력벡터에서 k 번째 입력에 의해

$$X_k = (x_k \ x_{k-1} \ x_{k-2} \ x_{k-3} \ \dots \ x_{k-n})^T \quad (1)$$

와 같다. 이 필터에서의 가중치(weight) 벡터는

$$W_k = (w_{0k} \ w_{1k} \ w_{2k} \ \dots \ w_{nk})^T \quad (2)$$

로 나타내면 k번째 출력신호 Y_k 는

$$Y_k = X_k^T \cdot w_k = w_k^T \cdot X_k \quad (3)$$

이 됨을 알수 있다.

희망신호응답(desired response)을 d_k 라 하면 출력에서의 오차는

$$e_k = d_k - Y_k = d_k - X_k^T W_k \\ W_k = d_k - W_k^T \cdot X_k \quad (4)$$

가 된다.

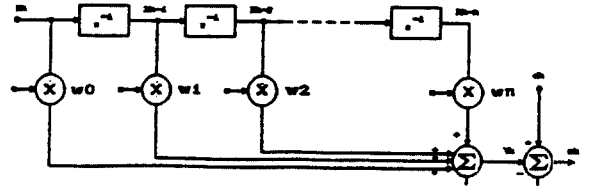


그림 1. 횡단 필터의 구성.
A structure of transversal filter.

자승 평균오차 mse(mean square error)를 ξ 라할 때 식(4)로부터

$$\xi = E[e_k^2] = E[d_k^2] + W_k^T \cdot E[X_k \cdot X_k^T] \cdot W_k - 2 \cdot E[d_k \cdot X_k^T] \cdot W_k \\ W_k = E[d_k^2] - 2 \cdot P^T \cdot W_k + W_k^T \cdot R \cdot W_k \quad (5)$$

여기서 P는

$$P = E[d_k \cdot X_k] = E \begin{bmatrix} d_k \cdot x_k \\ d_k \cdot x_{k-1} \\ \vdots \\ d_k \cdot x_{k-n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$R = E[X_k \cdot X_k^T] \\ = E \begin{bmatrix} x_k^2 & x_k \cdot x_{k-1} & \dots & x_k \cdot x_{k-n} \\ x_{k-1} & x_{k-1}^2 \cdot x_k & \dots & x_{k-1} \cdot x_{k-n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k-n} \cdot x_k & x_{k-n} \cdot x_{k-1} & \dots & x_{k-n}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

윗식에서 식(6)을 교차상관행렬(cross correlation matrix), 식(7)을 입력상관행렬(input correlation matrix)라고 불리운다.¹³⁾

2) LMS 알고리즘.

LMS(least mean square) 알고리즘에 의한 기울기 추정은

$$\begin{aligned} \hat{V}_k &= \left[\frac{\partial e_k^2}{\partial W_{0k}} \quad \frac{\partial e_k^2}{\partial W_{1k}} \quad \dots \quad \frac{\partial e_k^2}{\partial W_{nk}} \right]^T \\ &= -2 \cdot e_k \cdot X_k \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)로부터 LMS 알고리즘은

$$W_{k+1} = W_k - M \cdot \hat{V}_k = W_k + 2M \cdot e_k \cdot X_k \quad (9)$$

여기서 M은 수렴을 나타내는 변수로서 적응이득상수(adaptive gain constant)를 나타낸다.

식(9)로부터 가중치 벡터 W_k 는 입력벡터 $X_{k-1}, X_{k-2}, \dots, X_0$ 들의 함수가 되므로 충분한 반복치 k 값이 주어질때 Wiener 최적해 이론에 따라 최적 가중치 벡터는

$$W_k^* = R^{-1} \cdot P \quad (10)$$

으로 주어진다.¹³⁾⁴⁾⁶⁾¹⁵⁾

식(9)의 기대치 $E[W_{k+1}]$ 와 식(10)의 최적 가중치 벡터로부터 오차의 충분한 수렴조건은

$$0 < M < \frac{1}{t_r R} \quad (11)$$

여기서 $t_r R$ 은 입력상관행렬 R의 대각선 요소의 총합을 나타낸다.

횡단필터에서 이값은 또한 가중치들에 대한 전 입력전력을 나타낸다.

R의 가장큰 고유치를 λ_{max} 라 할때 $t_r R > \lambda_{max}$ 이므로 식(11)은 수렴의 충분조건이 됨을 알수 있다.

3) 적응시정수(time constant of adaptation)와 불량조정(misadjustment)

식(12)에서 ξ_{min} 은 식(5)의 최소자승 평균오차이며 식(5)와 식(10)으로부터

$$\xi_{min} = E[d_k^2] - P^T \cdot W_k^* \quad (12)$$

불량조정의 공식적 개념은 Widrow와 Hoff에 의하여 제기되었다.

이것은 기울기 잡음(gradient noise)의 원인이 되며 또한 탐지곡선(learning curve)에서의 적응시정수를 나타내는 값이 되고있다.

불량조정을 m이라하자.

$$m \triangleq \frac{\text{average excess mse}}{\xi_{min}} \simeq M \cdot t_r R \quad (13)$$

로 주어진다.¹³⁾

그리고 m은 적응이득상수 M에 비례하게된다.

p 번째 가중치벡터의 요소가 최적치를 갖기까지 지수적으로 이완되는 시정수를 t_p 라하고, 자승평균 오차의 시정수를 $t_{p,mse}$ 라 할때

$$t_p \simeq \frac{1}{2M \lambda_p} \quad (p=0,1,2,\dots,n) \quad (14)$$

$$t_{p,mse} \simeq \frac{1}{4M \lambda_p} \quad (p=0,1,2,\dots,n) \quad (15)$$

로 주어진다. 식(14), 식(15)로부터

$$t_p \simeq 2 \cdot t_{p,mse} \quad (16)$$

LMS 알고리즘에서 하나의 입력신호가 주어지는 횡단형 필터에서 자승평균오차에 대한 시정수를 T_{mse} 라하고 이때 입력상관행렬 R의 모든 고유치가 동일하므로

$$T_{mse} = t_{p,mse} \simeq \frac{1}{4M \lambda} \simeq \frac{n}{4M t_r R} \quad (17)$$

여기서 λ 는 R의 동일한 고유치이다.
 또 n은 가중치의 총수를 나타낸다. 적응시정수를 T_a 라 하자.
 식(12), 식(16) 및 식(17)로부터

$$T_a = 2 T_{mse} = \frac{n}{2M t_r R} = \frac{n}{2m} \quad (18)$$

임을 알 수 있다.

그림 2와 그림 3은 각각 정지(stationary)신호에서 단위입력 및 백색잡음이 부가된 단위입력에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다.

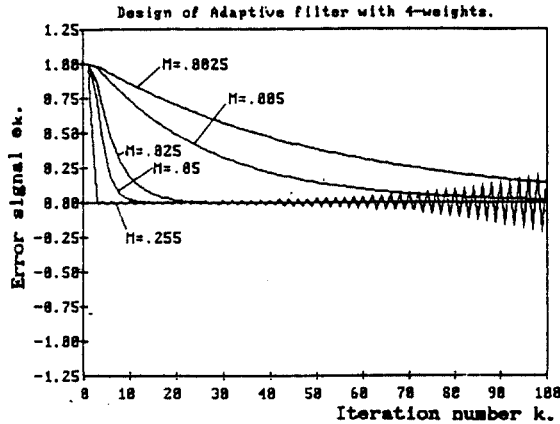


그림 2. 정지 입력신호에 대한 오차신호.
 The error signals to stationary input.

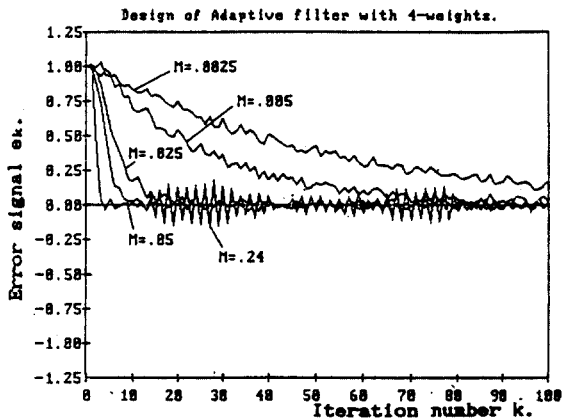


그림 3. 백색 잡음이 있는 정지입력신호에 대한 오차신호.
 The error signals to stationary input with white noise.

이것은 4개의 가중치를 갖는 횡단필터를 그림 1과 같이 구성하여 $d_k = X_k$ 로한 예측기로서 얻어졌다.

자승평균 오차값에 의한 예측치를 나타낸것보다 실제의 오차신호를 판별하는 것이 더욱 이해에 도움을 줄것으로 생각된다.

그림 2와 그림 3은 실제의 오차신호를 나타낸 것이다.

그림 3에서의 백색잡음은 SNR을 20[dB]로하여 시뮬레이션 한것이다. 정지 단위입력 신호일 때 입력상관행렬 R의 모든 요소들의 크기가 1로서 동일하므로 시뮬레이션에서 보인바와같이 식(11)의 수렴조건과 식(18)의 적응 시정수가 이론치와 거의 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

특히 M값이 이론적 제한값을 넘을때 오차신호가 발산하게되고 시스템의 불안정을 가져오게됨을 확인 할 수 있었다.

III, 격자필터의 LMS 알고리즘

1) 격자필터의 구성과 출력

횡단형 필터는 비순환시스템(nonrecursive system)인데 반하여 격자필터는 일종의 순환시스템(reursive system)이다.

하나의 입력 X_k 에 대하여 예측기출력은 전향 예측기 출력 $F_{p,k}$ 및 후향예측기 출력 $B_{p,k}$ 로 나타낼 수 있다.

중요한 특징은 이들의 출력신호가 직교성(orthogonalization)을 갖는다는데 있다. 즉 $E[F_{ik}, F_{jk}] = 0$ 또는 $E[B_{ik}, B_{jk}] = 0$ ($i \neq j$) 신호, 후향 잔류오차(backward residual error)신호가 된다.

Levinson 알고리즘의 유사형에 의한 격자필터의 Z변환 표시법은

$$\begin{bmatrix} F_p(z) \\ B_p(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -k_{bp} \\ -k_{fp} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{p-1}(z) \\ z^{-1} B_{p-1}(z) \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서

$$\begin{aligned} F_{p-1}(Z) &= \hat{\mathbf{I}} + F_{p-1,1}Z^{-1} + \dots + F_{p-1,p} \cdot Z^{-p} \\ B_{p-1}(z) &= B_{p-1,p} + B_{p-1,p-1}Z^{-1} + \dots + \hat{\mathbf{I}} \cdot Z^{-p} \dots \end{aligned} \quad (20)$$

시간영역에서

$$\begin{aligned} F_{p,k+1} &= F_{p-1,k} - k_{bp,k+1} B_{p-1,k-1} \\ B_{p,k+1} &= B_{p-1,k} - k_{fp,k+1} F_{p-1,k} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 p는 임의의 단계(stage), k는 시간지표(time index)를 말한다. 식(19)에서 k_{bp} 를 후향 반사계수(backward reflection coefficient), k_{fp} 를 전향 반사계수(forward reflection coefficient)라고 부르며 또는 PARCOR (partial correlation) 계수라 한다.²⁷⁾⁸⁾¹⁰⁾

윗식으로부터 격자필터는 그림 4와 같이 구성된다.

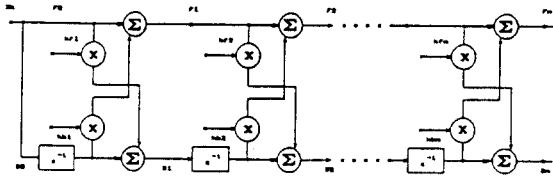


그림 4. n+1 단계로 구성된 격자필터의 구조.
The lattice filter structure with n+1 stage.

2) 격자필터의 LMS 알고리즘

그림 4에서의 반사계수 k_{fp} 및 k_{bp} 는 시간에 따라 변하게되며 최소의 자승평균오차 값을 갖도록 적응하게 된다.

각단계의 자승평균오차는 출력신호이므로 $E[e_{fp}^2] = E[F_p^2]$, 또는 $E[e_{bp}^2] = E[B_p^2]$ 이된다.

신호가 정지라고 가정하면

$$\begin{aligned} Q_p(n) &\triangleq E[e_{fp,k} \cdot e_{fp,k+n}] \\ Q'_p(n) &\triangleq E[e_{fp,k} \cdot e_{bp,k+n}] \\ Q''_p(n) &\triangleq E[e_{bp,k} \cdot e_{bp,k+n}] \end{aligned} \quad (22)$$

로 정의하자. $k_{p,k} = k_{fp,k} = k_{bp,k}$ 라 할때 반사계수 $k_{p,k}$ 의 조정에 의해 예측기오차가 최소가 된다면 각 단계에서

$$\begin{aligned} E[e_{fp,k}^2] &= Q_{p,1}(0) \\ E[e_{bp,k}^2] &= Q''_{p,1}(0) \end{aligned} \quad (23)$$

이므로

$$\frac{\partial Q_{p,1}(0)}{\partial k_{p,k}} = 2k_{p,k} Q_p(0) + 2 \cdot Q'_p(1) = 0 \quad (24)$$

이때 $k_{p,k} = k'_{p,k}$ 로서 최적반사계수가 되고

$$k^*_{p,k} = -\frac{Q'_p(1)}{Q_p(0)} \quad (25)$$

가 됨을 알 수 있다.¹⁾

식 (27)의 결과로부터 자승평균오차의 기울기에 의한 LMS 알고리즘은

$$\begin{aligned} k_{p,k+1} &= k_{p,k} - M_p \cdot \frac{\partial Q_{p,1}(0)}{\partial k_{p,k}} = k_{p,k} - 2M_p e_{p,1} \\ e_{bp,k-1} & \\ (0 \leq p \leq n-1) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 M_p 는 p 단계에서의 시불변 수렴변수를 나타내며 횡단필터와 마찬가지로 적응이득상수이다.

식(26)의 반사계수는 $||k_{p,k}|| < 1$ 일때 격자필터의 안정이 유지되는 중요한 값이다.

식 (24)과 식 (26)에서

$$k_{p,k+1} = k_{p,k} - M_p [2 \cdot k_{p,k} Q_p(0) + 2 \cdot Q'_p(1)] \quad (27)$$

$$\Delta_{p,k} = k_{p,k} - k^*_{p,k} \quad (28)$$

$$\Delta_{p,k+1} = [1 - 2 M_p Q_p(0)]^{k-1} \cdot \Delta_{p,0} \quad (29)$$

가 됨을 유도 할 수 있다.

오차신호가 수렴하기위해 $\Delta_{p,k}$ 가 0으로 접근하여야 하므로

$$0 < M_p < \frac{1}{2Q_p(0)} \quad (30)$$

이 되어야한다.

그림 (5)는 격자필터에서 임의의 단계의 M_p 를 M 으로하여 이값에 따라 격자필터에서의 수렴특성을 시뮬레이션을 통하여 얻은것이다.

$k=50$ 까지 반복수행하여 얻은 오차신호의 수렴특성은 그림 3의 횡단형필터에서의 $k=100$ 까지 반복수행한 결과와 비교할때 빠른수렴특성을 보여주고있다.

그림 5에서 특히 유의할 것은 $M=0.5$ 이상일때 under shoot가 발생하여 불안정한 특성을 나타냄을 확인할 수있었다.

이것은 식(30)의 의미를 잘 나타내고 있다.

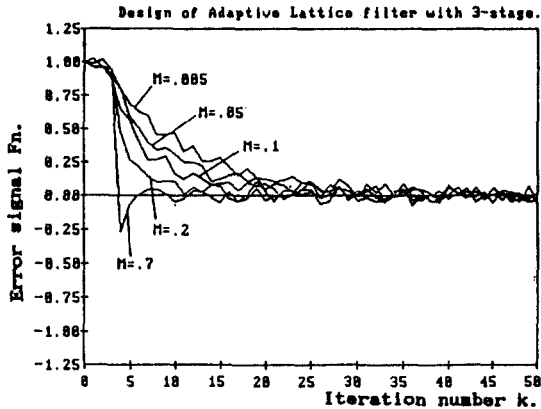


그림 5. 격자필터의 예측기 오차신호.
The error signals of predictor using a lattice filter.

결합처리 격자필터는 격자구조를 이용하여 한단계 전방 예측기(one step ahead predictor)를 원하는 단계만큼 확장하여 예측기를 구성한것이다. 특히 Griffiths에 의해 고안된 LMS 알고리즘을 이용한 구성은 그림 (6)과 같이 된다.

격자필터의 반사계수 k_{fp} 와 k_{bp} 들은 입력신호에만 관계되나 가중치 벡터 W_p 들은 입력신호와 희망신호 d_k 와 관계된다.

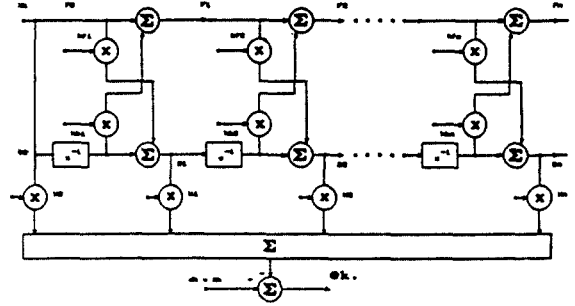


그림 6. 결합처리 격자필터의 구성.
The structure of joint process lattice filter.

그림 6에서 결합처리 격자필터의 출력은

$$Y_k = w_{0,k} \cdot B_{0,k} + w_{1,k} B_{1,k} + w_{2,k} \cdot B_{2,k} + \dots + w_{n,k} \cdot B_{n,k} \\ = W_{p,k}^T \cdot B_{p,k} = B_{p,k}^T \cdot W_{p,k} \quad (31)$$

또한

$$F_{0,k} = B_{0,k} = X_k \quad (32)$$

오차신호 e_k 는

$$e_k = d_k - Y_k = d_k - B_{p,k}^T \cdot W_{p,k} \quad (33)$$

예측기일때 희망신호 $d_k = X_k$ 가 됨을 알수있다.
LMS 알고리즘에 의하여

$$W_{p,k+1} = W_{p,k} - M_p \cdot \nabla_k \hat{e}_k = W_{p,k} + 2 \cdot M_p \cdot e_k \cdot B_{p,k} \quad (34)$$

식(34)는 횡단형 필터의 식 9와 동일한 형태이나 격자필터의 출력 $B_{p,k}$ 는 시간지연 신호가 아닌 직교신호들임을 유의해야 한다.

결합처리 격자형 필터의 최적 가중치벡터 및 충분한 수렴조건은 식(10)과 식(11)에서와 같이 고려될 수 있다.

$B_{p,k}$ 는 격자필터의 오산신호이므로 $t_r R$ 은 횡단필터 일때보다 훨씬 작으며 1의 값을 크게 상회하지 않을것이다.

그러므로 적응이득상수 M_p 의 값이 횡단형 일때보다 더 큰 값이 될 수 있다.

그림 6의 구성을 예측기로 시뮬레이션을 수행한 결과는 그림 7과 같으며 그림 2와 비교할때 큰 M_p 에서도 안정된 특성을 나타냄을 알수 있었다. 따라서 큰 M_p 는 더욱 빠른 속도로 오차가 수렴되므로 횡단형필터보다 결합처리 격자형 필터가 더 우수함을 알수있다.

(그림 7의 반복수행값 k 가 최대 50회 임을 유의)

IV. 시뮬레이션과 검토.

컴퓨터 시뮬레이션을 위하여 횡단필터는 4개의 가중치 벡터로 구성하고 격자필터는 3단계의 격자회로에 의하여 구성하였으며 결합처리 격자필터는 이들의 결합에 의해 회로를 구성하였다.

모든 가중치 벡터는 초기치를 0으로 하여 초기 적응필터의 전달함수 $W(Z)=0$ 로 하였다. 이 경우는 초기 오차신호가 최대로 출력되므로 특정한 초기전달함수에 의해 시뮬레이션을 수행하는 것보다 적응속도 비교에서 더 확실한 방법이 될것으로 생각한다.

횡단필터에서 예측기 오차특성을 얻기위해 $X_k=dk$ 로하고 정지입력에서 입력신호는 단위계단(unit step) 입력으로 시간지표 k (반복수행수) 값을 최대 100으로하여 오차값의 적응특성을 얻었다.

백색잡음이 있는 경우는 잡음신호 최대치 $\eta_p=0.1$ 로하여 $SNR=20[dB]$ 의 입력신호가 되도록 하였다. (그림 2, 그림 3.)

LMS 알고리즘 수행은 식(9)에 의해 k 번째 오차신호에 의하여 $k+1$ 번째 가중치 벡터가 결정되도록하여 식(3)에의한 출력신호 Y_k 를 얻었으며 식(4)에 의한 오차신호를 얻도록 수행하였다.

격자필터에서도 잡음신호 최대치 $\eta_p=0.1$ 인 $SNR=20[dB]$ 의 단위계단 입력신호로 오차신호

를 얻었다. 격자필터의 경우는 적응속도가 횡단필터보다 빠른관계로 k 가 최대 50으로 수행하였다. (그림 5.)

LMS 알고리즘 수행은 식(26)에 의해 각 단계에서 k 번째오차신호가 $k+1$ 번째 반사계수를 결정하여 식(21)의 전향예측기 출력 $F_{p,k+1}$ 와 후향 예측기 출력 $B_{p,k+1}$ 을 얻었다.

이들 출력신호가 각각 전향잡류오차 및 후향잡류오차 신호가됨을 이미 언급하였다.

결합처리 격자필터의 경우 예측기오차특성을 얻기위해 그림 6.에서 $X_k=dk$ 로 하였으며 횡단필터에서 LMS 알고리즘 수행과 격자필터에서의 알고리즘 수행이 동시에 수행되도록 하여 오차특성을 얻었다.(그림 7)

식 (34)에 의한 $k+1$ 번째 가중치 벡터의 결정은 식(31)의 출력신호 Y_k 와 오차신호 식(33)을 얻게된다. 이 오차신호는 격자구조의 반사계수와 횡단구조의 가중치에서 LMS 알고리즘에 의해 새로운 벡터들이 결정됨을 알수 있다.

이들 필터의 오차신호 비교는 식(11)과 식(30)및 그림 3, 그림 5, 그림 7.에서의 시뮬레이션 수행특성 인정도를 충분히 고려하여 적응이득상수 M 을 설정하고 적응속도를 비교한것이 그림 8.과같이 얻어졌다.

비정지 입력신호에의한 오차신호 특성은 정현파에 백색잡음이 있는것으로 인하여 적응속도는 빠르나 잡음신호에 크게 반응함이 나타났다.

결합처리 격자필터의 경우는 적응특성도 빠르고 잡음신호의 영향에도 우수한 성능을 갖고있음을 알수있었다.

이들 필터의 예측기 오차신호값을 비교한것이 표1.이다.

입력신호는 단위계단(unit step) 입력으로하고 백색잡음 $\eta_p=0$ 일때와 $\eta_p=0.1$ 일때의 대표적인 잡음신호에 대하여 얻은것이다.

시간지표 k 는 최대 20까지이나 그이상의 값에서는 큰 변화가 없었다.

표 1. 횡단필터, 격자필터 및 결합처리 격자필터의 예측기 오차신호값

The error signal value of predictors for transversal lattice and joint process lattice filter.

time index		$\eta_p=0$		
k	transy.	lattice.	JP-lattice.	
1	0.9529	1.0000	1.0000	
2	1.0007	1.0000	0.6000	
3	0.8543	0.9000	0.1440	
4	0.7136	0.0180	0.0520	
5	0.5683	0.0020	0.0408	
6	0.4486	-0.0053	0.0412	
7	0.4263	-0.0071	0.0405	
8	0.2659	-0.0073	0.0398	
9	0.2149	-0.0069	0.0387	
10	0.1895	-0.0064	0.0375	
11	0.1810	-0.0058	0.0362	
12	0.1300	-0.0053	0.0346	
13	0.1291	-0.0047	0.0328	
14	0.0885	-0.0043	0.0309	
15	0.0775	-0.0039	0.0290	
16	0.0602	-0.0035	0.0270	
17	0.0173	-0.0031	0.0250	
18	0.0271	-0.0028	0.0231	
19	0.0035	-0.0025	0.0212	
20	0.0194	-0.0023	0.0195	
time index		$\eta_p=0.1$ (typical)		
k	transy.	lattice.	JP-lattice.	
1	1.0239	1.0304	1.0304	
2	0.9469	1.0240	0.5890	
3	0.8134	0.8552	0.0978	
4	0.7341	0.0868	0.0720	
5	0.6016	0.0875	0.0511	
6	0.4278	-0.0692	0.0092	
7	0.4085	-0.0904	0.0030	
8	0.3160	-0.0003	0.0405	
9	0.2133	0.0040	0.0360	
10	0.2131	-0.0027	0.0368	
11	0.1268	0.0896	0.0752	
12	0.1097	-0.0057	-0.0025	
13	0.0922	-0.0647	0.0318	
14	0.1021	-0.0080	0.0245	
15	0.0503	0.0737	0.0670	
16	0.0727	-0.0298	-0.0191	
17	0.0318	0.0023	0.0611	
18	0.0379	0.0674	0.0193	
19	0.0436	0.0014	0.0185	
20	0.0422	-0.0031	0.0145	

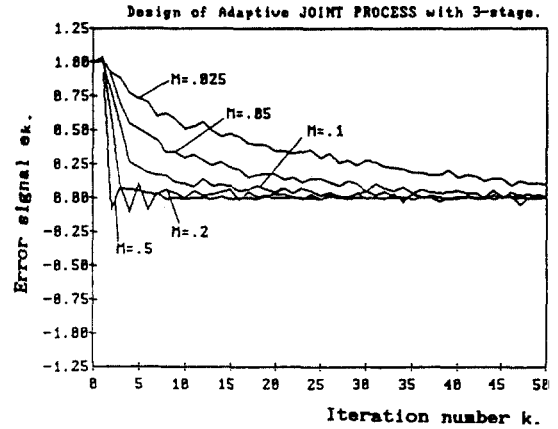


그림 7. 결합처리 격자필터 예측기의 오차신호. The error signals of predictor using a joint process lattice filter.

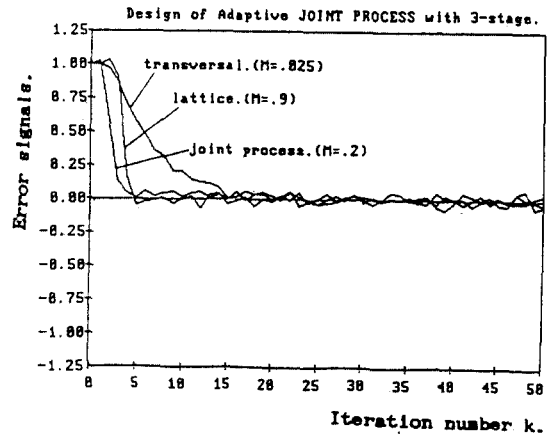


그림 8. 횡단필터, 격자필터 및 결합처리 격자필터의 예측기 오차신호 비교. Comparison of the predictor error signals for transversal, lattice and joint process lattice filter.

적응필터의 초기 전달함수 모형에 의한 시뮬레이션 결과도 유사한 형태가 얻어지며 $k=0$ 일때 최대 오차신호 크기가 다르게되나 이를 필터의 적응속도는 크게 변하지 않는다.

횡단필터는 적응속도가 느릴뿐만아니라 위상지연분제도 가중치 벡터가 증가될때 고려해야할점이다. 또한 가중치가 4개이상일때 오차신호는 크게 개선되지 않음을 확인할 수 있었다.

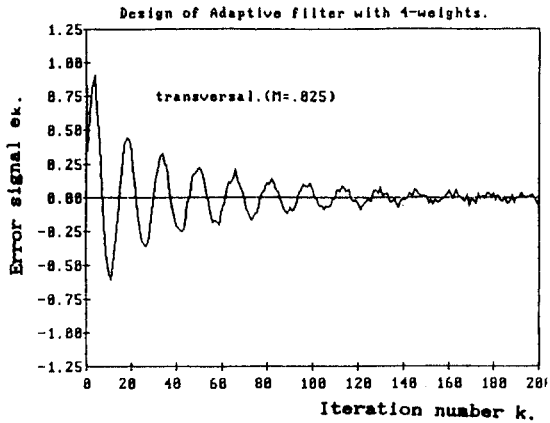


그림 9. 비정지 입력신호에 대한 횡단필터의 예측기 오차신호. (SNR=20 dB)
The predictor error signal of transversal filter to nonstationary input. (SNR=20 dB)

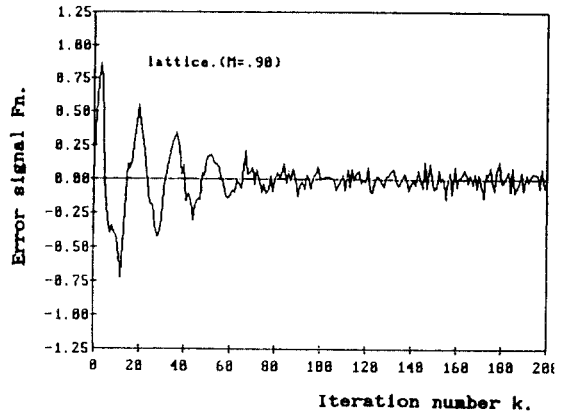


그림 10. 비정지 입력신호에 대한 격자필터의 예측기 오차신호. (SNR=20 dB)
The predictor error signal of lattice filter to nonstationary input. (SNR=20 dB)

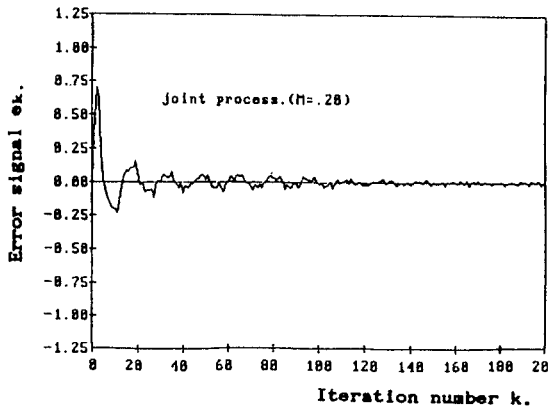


그림 11. 비정지 입력신호에 대한 결합처리 격자필터의 예측기 오차신호. (SNR=20 dB)
The predictor error signal of joint process lattice filter to nonstationary input. (SNR=20 dB)

격자필터는 3단계 이상에서 역시 오차신호 개선에 크게 영향이 없음을 알수 있었다. 적응이득상수는 첫단계에서 작게, 다음단계에서부터 1에 가까운 값으로 할때 가장 오차신호가 적게 나타남을 확인하였다.

결합처리 격자필터는 좀더 이론적 연구가 필요하다. 직교신호의 이론적 정리와 위상지연 및 불량조건문제등 이라 생각한다.

LMS 알고리즘에 의한 수행특성은 적응속도나 잡음특성면에서도 결합처리 격자필터가 유리한

시스템 구성방안이 될수있음을 연구결과 알수 있었다.

좀더 연구되어야할 적응필터로서는 창 격자필터(window lattice filter), 창 결합처리 격자필터(window joint process lattice filter) 및 이들의 공분산 필터(covariance filter) 구조들이다.

V. 결 론

적응필터에서 LMS 알고리즘은 간단한 알고리즘 구조로 인하여 실제적응용에 아주 유리한 시스템이다.

이 알고리즘은 필터구성에 따라 수행특성이 다르다. 본연구 내용에서 밝힌바와 같이 적응필터를 예측기로 구성할때 오차신호의 적응속도가 각각 다르며 비정지 입력신호에서 잡음에 대한 영향도 차이를 보였다.

횡단필터에서는 시스템구성이 간단하나 고유의 늪이짐 특성으로 인하여 적응속도가 느린것이 결점이다.

결합처리 격자필터는 이들과 비교할때 가장좋은 특성을 보이며 적응속도도 빠르고 비정지 입력신호에 대해서도 좋은 결과를 나타낸다.

또한 잡음신호의 영향도 적은 우수한 특성을 갖고있다.

격자필터의 직교신호들에 의한 결합처리로 인해 횡단형 필터에서보다 큰 적응이득상수를 취할 수 있으므로 보다 빠른 특성을 얻을수 있는 장점을 갖는다. 따라서 LMS 알고리즘을 이용한 필터설계에서 결합처리 격자필터는 적응속도와 잡음특성이 우수한 필터임을 알수있다.

參 考 文 獻

1. Bernard Widrow, and Samual D. Stearns, "Adaptive Signal Processing", Englewood Cliffs, NJ : prentice-hall, 1985.
2. Michael L. Honig, and David G. Messerschmitt, "Adaptive Filters", Bell communications Research, 1984.
3. Berard Widrow, John M.Mocool, Michael G.Larimore, and C.Richard Johnson, "Stationary and Nonstationary Learning Characteristics of the LMS Adaptive Filter", proc. IEEE, vol. 64, no. 8,pp.1151-1162, Aug. 1976.
4. Christos Caraiscos, and Bede Liu, "A Round off Error Analysis of he LMS Adaptive Algorithm", IEEE Trans. Acoust, Speech, Signal Processing, vol.ASSP-32, no.1, pp.34-41 Feb.1984.
5. Stefan Ljung, and Lennart Ljung, "Error Propagation Properties of Recursive Least Squares Adaptation Algorithms", Automatica, vol.21, no.2, 1985.
6. Bernard Widrow, John R.Glover, JR., JohnM.Mocool, John Kaunitz, Charles, S.Williams, Robert H.Hearn, James R.Zeidler, Eugene Dong, JR., and Robert C. Goodlin, "Adaptive Noise Cancelling : Principle and Applications", Proc. IEEE, vol.63, no.12, pp.1692-1716, Dec. 1975.
7. John Makhoul, "Stable and Efficient Lattice Methods for Linear Prediction,", IEEE Trans Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-25, no. 5, pp.423-428, Oct, 1977.
8. Benjamin Fried Lander, "Lattice Filters for Adaptive Processing", Proc. IEEE, vol. 70, no. 8, pp.829-867, August. 1982.
9. Williams, Hodgkiss, JR., and Joe A. Presley, JR., " Adaptive Tracking of Multiple Sinusoids Whose Power Levels are Widly Separated" IEEE Trans. circuit Syst., vol. CAS-28, no. 6, pp.550-561, June 1981.
10. Guy R.L.Sohie, and Leon H.Sibul, "Stochastic Convergence Procperties of the Adaptive Gradient Lattice", IEEE Trans. Accust., Speech, signal processing, vol. ASSP-32, no.1, pp.102-107, Feb 1984.
11. V.U.Reddy, B.Egardt, and T.Kailath, "Least Squares Type Algorithm for Adaptive Implementation of Pisarenko, Harmonic Retrieval Methode", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal processign, vol.ASSP-30, pp.399-405, June 1982.
12. John J.Shynk, "Adaptive IIR Filtering", IEEE ASSP Magazine, April 1989.
13. Graham C.Goodwin, and Kwai Sang Sin, "AAdaptive Filtering Prediction and Control", prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.
14. Lennart Ljung, and Torsten Soderstrom, "Theory and Practice of Recursive Identification", Massachusetts Institute of Technology, 1983.
15. 정준철, 윤의중, 심수보, "적응필터에 관한 위상 등화기 최적 특성 연구", 숭실대학교 대학원 논문집, 제7집. pp.113-132, 1989.



鄭 俊 詰 (Joon Chul CHUNG) 正會員
1946년 2월 10일 생
1970년 2월 : 경운대학 응용전자 공학과 졸업
1972년 3월 ~ 중전공고 전자과 교사
1974년 3월 ~ 김희공고 전자과 교사
1979년 3월 ~ 연일전문대학 전자과 전임장사
1982년 2월 : 숭실대학교 대학원 전자공학과 졸업
1990년 2월 : 숭실대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료
1990년 10월 현재 : 연일전문대학 전자과 부교수



沈 壽 輔 (Soo Bo SIM) 正會員
1931년 5월 30日生
1958년 9월 : 서울대학교 공과대학 졸업
1981년 8월 : 全北大學校 大學院 博士課程 修了 (工學博士)
1970년 5월 ~ 1975년 8월 : 韓國航空大學 助教授
1975년 8월 ~ 1978년 8월 : 漢陽大學校 工科學 副教授
1978년 8월 ~ 1982년 2월 : 中央大學校 工科學 電子工學科 教授
1982년 3월 ~ 現在 : 崇實大學校 工科學 電子工學科 教授