

論 文

다차원 격자부호의 변조 방법에 대한
신호공간 분석

正會員 洪 天 杓* 正會員 陳 庸 玉*

A Signal Space Analysis on
Multidimensional Trellis Coding with Modem.Cheon Pyo HONG*, Yong Ohk CHIN* *Regular Members*

要 約 이 논문은 격자 부호화 방식을 비교·분석한 것으로, 구조 및 설계에 대한 기본 개념을 논의하였다. 격자 부호화 변조에 대한 부호 이득의 추정 방법과 착오 계수 효과에 대하여 이론적으로 고찰하고, 음성대역 모뎀에서의 다차원 부호화 및 차동적 부호화의 변조 방법에 대해 신호 공간 분석을 하였다.

결과적으로 16차원적 신호점 배치법이 2차원적 신호점 배치보다 우수하다는 결론을 얻었다.

ABSTRACT This paper compared and analyzed trellis coding with modem, discussed the basic concepts of its structure and design. Logical observation was made on estimation method of coding gain and effect of error coefficient for trellis coding with modem. A signal space was analyzed on multidimensional coding in voiceband modem and differentially trellis coding with modem.

As a result, we has obtained that 16 points constellation is more efficient than 2 dimensional.

I. 서 론

부호화 변조는 채널 부호화 분야에 많은 관심을 갖고 데이터를 전력과 대역폭 면에서 효율적으로 전송할 수 있다는 점으로 인해 관심을 모으

고 있다. 부호화 변조 방법으로는 Ungerboeck에 의해 주창된 TCM(격자 부호화 변조) 방법과 다단 부호화 방법이 있으며, 응용과 성질로는 음성 대역 모뎀과 위성통신 및 자기 기록을 포함한 여러 분야에 쓰이고 있다.

모뎀 응용에서 격자부호를 이용한 연구로는, Lebowitz와 Rhodes에 의한 8 위상천이 부호화 방법¹⁾, Wilson et al에 의한 콘보루션형 부호에서

*慶熙大學校 電子工學科
Dept. of Electronic Engineering, Kyung Hee Univ.
論文番號 : 90-100 (接受1990. 10. 20)

3/4 전송율의 16-PSK의 성능에 대한 조사⁽²⁾ 등이 있으며, Biglieri는 비선형 위성 채널에 있어서 부호화된 PSK 부호화 방법과 QAM 부호화된 다단 레벨 변조 방법⁽³⁾을 비교하였다.

음성 대역 모뎀 응용에 대하여는 Thapar가 실시간 실험과 채널에 존재하는 여러가지 손실 요소에 대한 격자 부호화 변조의 성능⁽⁴⁾을 측정했고, Wei는 $\pi/2$ 위상차이를 갖는 2차원 격자부호를 설계하였다⁽⁵⁾. 다단 부호화 방법은 Imai와 Hirakawa에 의해 블록 부호화로 제안되었고, Yamaguchi와 Imai가 성분 부호로 격자 부호에 사용할 수 있도록 확장하였다. 이는 계통적 설계가 가능하도록 하여 부호화 이득을 얻고 해밍거리에서 최적 성분 부호로 블록이나 콘보루션형 부호로 이용할 수 있다.

동시에 복수단 부호화로 성분 부호인 다단 부호 방법⁽⁶⁾이 있다. 이는 착오계수 효과를 분석함으로써, 다단 부호화된 변조에서 높은 부호화 이득을 얻을 수 있음을 보여 주고, 고속 음성 대역 모뎀에 좋은 부호를 마련한다. 최근에는 2차원 방법보다 이득이 높은 다차원 신호공간에 대한 부호화 방법⁽⁷⁻⁹⁾이 연구되었다.

이 논문의 목적은 격자 부호화 방법을 다각적으로 비교·분석 하는 것으로, 설계와 구조면에서 격자부호의 기본개념을 논의하고, 다단 부호화 변조에 대한 부호이득의 추정방법과 착오계수 효과에 대하여 분석한다. 19.2Kbps 음성대역 모뎀에서의 다단부호 및 차동적 부호화를 사용하는 변조 방법에 대한 신호공간을 분석한다.

II. 격자부호화 변조

부호화 변조는 채널 부호화 분야에 많은 관심을 갖고, 실제로 음성 대역 데이터 모뎀과 위성 모뎀등에서 응용되고 있다. 잘 알려진 부호화 변조 방법으로는 격자 부호화변조 방법과 다단 부호화 방법이 있다.

디지털 통신 시스템에서 부호화와 변조의 기능은 서로 다르게 취급 되어왔다. 부호화란 정보를

나타내는 데이터에 가외 비트(redundant bit)를 추가한 후 비트열에 심볼을 할당하여 전송이 되도록 한 것으로, 높은 데이터 전송율이 요구됨에 따라 전력과 대역폭 면에서 효율이 좋은 것을 필요로 한다.

이러한 문제를 취급하는 잘 알려진 접근 방법 중 하나가 Ungerboeck에 의해 소개된 격자부호화 변조⁽¹⁰⁾이다. 신호 집합에 가외분을 추가하고, 다차원 신호 공간에서 부호를 설계함으로써, 대역폭의 확장없이 상당한 부호화 이득을 얻을 수 있다. 이와 같은 격자 부호의 설계 구현은 다음의 4단계를 거쳐야 한다. 즉,

1. 신호점의 부집합으로 확장된 신호 집합을 분할하는 단계.
2. 부호의 상태수를 결정하고 부집합의 시퀀스를 발생하는 격자 부호기의 선택단계.
3. 상태천이에 부집합을 사상(mapping) 시키는 격자 모형도를 설계하는 단계.
4. 전송에 알맞는 복소 심볼을 발생하는 단계이다.

그림 1.은 일반적인 격자 부호화 통신 시스템의 이산적 시간 모델을 나타낸 것이다.

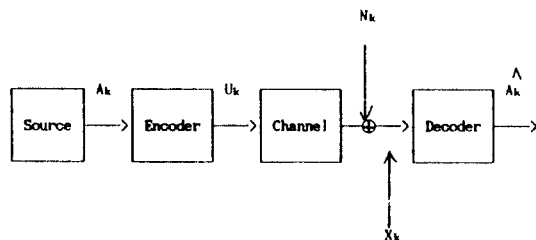


그림 1. 이산적 시간 채널 모델
Discrete-time channel model.

부호기는 M진법 정보 원천으로부터 발생하는 데이터 시퀀스 Ak를 2M 진법 채널신호 시퀀스 Uk로 사상을 한다. 채널 신호집합 2M은 정보 원천쪽의 M 보다 크기 때문에 가외분은 시스템 대역의 변화에 관계없이 발생하는데, 신호 공간에 가외분이 없으면 신호 사이의 해밍거리를

최대화 하는 방법인 2진 부호화를 이용하여 비트 착오율을 개선할 수 있다. '집합 분할에 의한 사상'이라는 사상 규칙의 다른 접근 방법은 Ungerboeck에 의해 소개¹⁰⁾되었고, 시스템의 성능을 상당히 개선시켰다. 이 방법은, 채널 신호를 작은 부집합으로 분할하여 신호점 사이의 자유 유클리드 거리를 증가시킨 후 거리 특성이 좋은 부집합의 시퀀스를 적절한 규칙으로 전송하는 것이다.

집합 분할의 예를 그림 2에 나타냈다.

여기서 16 QAM 채널 신호점의 갯수가 8, 4, 2로 되어, 점차로 큰 내부 신호거리를 갖는 2, 4, 8, 16개의 부집합으로 분할 됨을 보인다. 부집합 내에서 신호점 사이의 최단거리가 유클리드 거리의 관점에서 보면 분할을 할 때마다 $\sqrt{2}$ 배로 증가된다. 16점 신호점 배치에서 한번 분할된 후, 두 개의 8점이 만들어진 QAM 배치의

신호점을 생각해 보자. 이 경우 수신단은 심볼의 시퀀스를 복호화하는 것이 아니라면, 비 부호화 방향의 신호점은 평균 전력 제한하에서 볼 때 $\sqrt{2}$ 배 떨어져 있는 꼴이므로, 잡음에 대해 약 3dB 정도의 이득을 갖는다.

심볼의 시퀀스를 고려할 때도 비 부호화 시스템의 성능은 연속된 심볼이 무상관이고, 시퀀스를 추정하는 과정에서 이득이 없기 때문에 8개의 신호점 간의 최소거리의 관정이 가능하다. 그러나, 부호화의 경우라 하더라도 심볼의 시퀀스가 모두 전송되는 것은 아니다.

1. 격자 부호기

격자 부호기의 목적은 최상의 거리 상태를 갖는 신호점들의 허용 시퀀스를 발생시키기 위해 확장된 신호 공간을 사용하는 것이다. 만약, 채널의 AWGN(Additive White Gaussian Noise)에

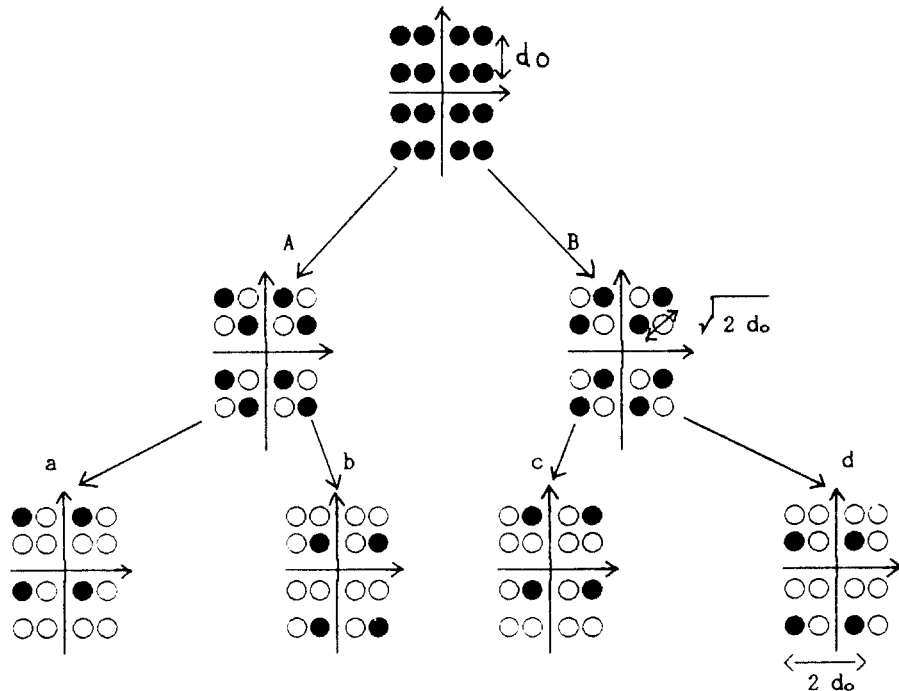


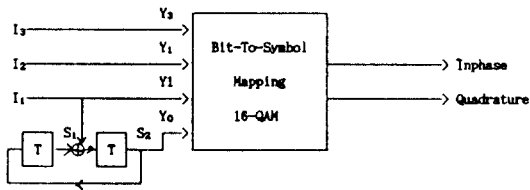
그림 2. 16점 신호점 배치의 분할도.
Partitioning of 16 point constellation.

대해서만 고려하면, 부호기는 신호점의 부호화된 모든 허용 데이터 시퀀스 간의 자유거리 (d_{free})가 최대한 시퀀스를 발생하도록 설계된다. 이때 자유거리는

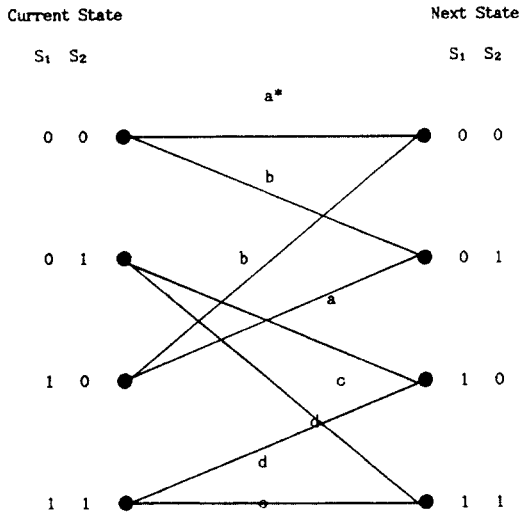
$$d_{free}^2 = \text{Min} \sum_{U_k \neq U_k'} d^2(U_k, U_k'), \quad -\infty < K < +\infty \quad (1)$$

로 된다.

여기서 최소화(Min)는 부호화된 시퀀스의 모든 쌍에 대하여 취해진 것이고, d(u_k, u_{k'})는



(a) 4-상태 격자형 부호기



* Each Branch has 4 Parallel Translations

(b) 4-상태 격자 다이어그램

그림 3. 4상태 부호의 예.
Example of 4-state code.

k번째 채널신호 u_k와 u_{k'} 사이의 유클리드 거리이다. 식(1)에서 설명된 최적화 문제는 신호집합이 매우 큰 경우에는 풀리지 않는다. 여기서 사용한 부호기는 콘보루션형 부호기를 포함하여, 입력단에 기억 소자를 가진 유한 상태 장치 (finite state machine)이며, 이들 입력 비트는 정보 비트의 부집합이 될 수 있거나, 정보 비트의 전체가 될 수 있다. 그림 3은 4 상태에 대한 부호의 예를 나타낸 것이다.

그림 3(a)에 나타낸 4상태 부호기는 2진 입력 I₁을 갖고, 심볼 주기동안 한번 지연되는 두 개의 기억 장치로 되어 있다. 부호기의 출력 Y₀와 Y₁은 위에서 말한 분할 방법으로 얻어지는 4개 부집합 중 하나이고, 나머지 비 부호화 비트 Y₂와 Y₃도 부호기의 출력으로 선택되는 4개의 가능한 부집합 신호점 중 하나이다. K+1번 분할한 후 부집합 내 신호점간 최소 유클리드 거리는 원래 신호 집합에 비하여 (K+1)^{1/2}배 증가된다.

부호화 문제는 최상의 거리 상태를 갖는 부집합의 시퀀스를 발생시킬 수 있는 규칙을 찾는 것이라 할 수 있다. 수신단에서는 부집합의 시퀀스가 전송단의 어느 부호기에 의해 사용되었는지 알 수 있기 때문에, 바이터비 알고리즘과 같은 최대 우도 시퀀스 추정 방법을 사용함으로써 복원할 수 있다. 최대 우도 복호 과정이 적용되면, 2차원 부호화에 대한 부집합의 잘못된 시퀀스를 검출하는 확률은 SNR이 높을 때 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_e \approx N(d_{free}) Q\left(\frac{d_{free}}{2\delta}\right) \quad (2)$$

여기서 N(d_{free})를 착오계수라 하고, 자유거리 (d_{free})에서 시퀀스의 수 또는, 착오 사건의 수를 나타내며, δ²은 1차원적 잡음 분산이고, Q(·)는 가우스성 착오 확률 함수로서,

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}x} e^{-x^2/2} \quad (3)$$

이다. 식(2)와 식(3)으로 부터 착오 확률은 근사적으로 주어진 부호의 자유거리(dfree)에 대하여 지수적으로 감소하는 함수이다. 식(3)에서는 부집합내 신호점을 결정할 때, 발생하는 착오를 고려하지 않았으나, 이는 분할에 의해 신호점 사이의 유클리드 거리가 증가되므로 큰 문제가 되지는 않는다.

2. 격자 설계법

격자 설계법은 분할에 의하여 확장된 신호 집합을 얻은 다음, 이를 부집합 시퀀스 사이의 거리가 최대가 되도록 상태 전이된 격자 모형도에 적절히 배치하는 것이다. 그림 3(b)는 부호기의 구조가 그림 3(a)일 때 상태 사이를 전이하는 4상태의 격자 모형도를 나타낸 것인데 상태의 쌍간에 일어날 수 있는 전이의 수는 각 부집합에서 만들어지는 신호점의 수와 같다.

상태 00에서 다음 상태 00으로의 병렬 전이는 부집합 a로 구성되고, 그림 3의 아래 왼쪽 4개의 신호점으로 구성되며, 각 상태는 이 전이동안 배치된다. 그림 2와 그림 3에 나타낸 것과 같이 16점 구형 신호점 배치를 사용한 4상태 부호기에 두 번 분할한 후의 배치점은 4개의 부집합으로 되고, 이들 부집합이 최상의 자유 유클리드 거리에 도달하기 위하여, 상태간 전이를 할당할 때 격자의 상태수가 작으면 수작업으로 설계가 가능하나, 격자 상태의 수가 32를 초과하면 구조가 복잡해져 컴퓨터를 이용한 탐색이 필요하다.

일반적인 설계 규칙을 설명하기 위하여, 그림 2와 그림 3의 예를 든다. 초기 분할 후 신호점 배치는 그룹 A와 B로 되고, 부집합의 요소는 각각 (a, b)와 (c, d)이다. 전이가 발생되거나 같은 상태로 돌입되는 인접된 전이는 그 다음 큰 분할의 요소로 할당된다. 이들 간단한 규칙에서 상태의 수가 2 이상이면, 부호화 이득은 적어도 3dB 보증된다¹²⁾. 착오사건은 올바른 경로에서 분기 되었다가 다시 합쳐질 때, 복호기에 잘못된 경로로 인해 발생한다.

최소거리 착오란 주어진 격자 부호에 대하여 식(1)에서 생기는 최소 거리치를 말하며, 근사적

으로 부호화된 시스템의 성능 착오로 결정된다. 선형 격자 부호에 있어서는 기준 경로를 최상위 경로만을 선정하여 최소거리 착오를 구한다. 이 경로는 사상 비트(Y_0 와 Y_1)가 항상 0인 심볼의 시퀀스로 구성될 것이며, 모두 영(zero)인 경로라 한다. 그림 2의 그룹 A 또는 B에서, 최소 부집합인 거리는 $\sqrt{2} do$ 이고, 여기서 do는 원래 신호 집합에 대한 최소 유클리드 거리이다.

그림 4에 착오사건의 예를 나타냈다.

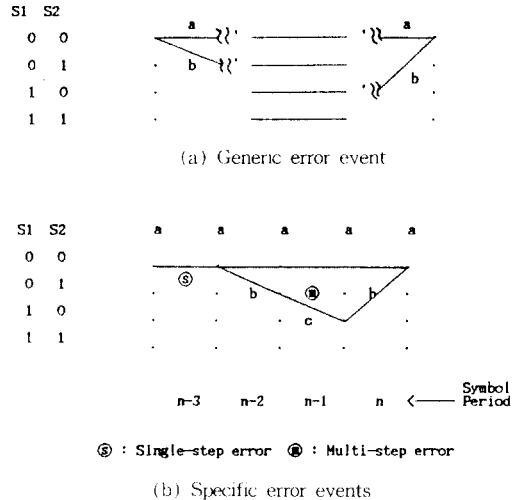


그림 4 착오사건의 예
Example of error event.

그림 4에서 상태 00의 올바른 경로로 부터 벗어나는 착오는 동일그룹(A 또는 B)에 속하는 신호점으로 부터 상태가 나뉘어진 것이므로 $\sqrt{2} do$ 의 거리를 갖는다. 그림 4(a)의 예에서 보는 것처럼, 처음에 분기되었다 다시 합쳐질 때 까지의 경로는 어떤 경로던 신호점 시퀀스의 최소제곱거리는 적어도

$$(\sqrt{2} do)^2 + (\sqrt{2} do)^2 = 4do^2 \quad (4)$$

이다.

비 부호화 8점 신호점 배치를 사용한 두 시퀀

스 간의 최소 제곱 거리는 신호점 간의 최소 거리로서 $(\sqrt{2}do)=2do$ 이다. 부호화와 비 부호화 시스템의 평균 전력이 같다고 할 때 결과적으로 근사적 부호화 이득 G는

$$G=10 \log_{10}\left(\frac{4do^2}{2do^2}\right)=3dB \quad (5)$$

이 된다.

식(5)에서 3dB 부호 이득을 달성하기 위하여 개별적 신호점에 대한 잡음은 3dB 감소된 결과가 되므로 신호점 배치에 있어서 점의 수는 두배가 되어야 한다. 이 확장된 신호 공간을 사용한 부호 전역에 걸쳐서 잡음 감쇠가 최소 3dB 이득이 보증된 경우 약 6dB 이득이 되는 셈이다.

III. 다차원 격자 부호화

다차원 격자 부호화는 2차원 격자 부호화의 구조보다 밀도가 높은 신호공간을 이용하여 평균 전력을 감소시키기 위한 것이다. 예로서 4차원 구조를 사용하면 2차원 당 M 신호점은 두 개의 2차원 또는 4차원 공간에서는 M^2 신호점으로 나타낼 수 있다. 비 부호화 4차원 심볼에 부가된 가외분 비트는 각각 비 부호화 시스템으로서, 4차원적 부호화의 전체 신호점은 $2M^2$ 이 된다. 2차원 신호 좌표의 크기는 비 부호화 시스템 크기의 $\sqrt{2}=1.4142$ 배이고, 8차원 구조에서는 $\sqrt{1.4142}=1.1892$ 배이다.

1. 부호화 이득의 추정 방법

부호의 효과는 부호이득을 분석함으로써 알 수 있고, 부호화 이득은 다음의 3 정수로서 추정할 수 있다. 즉,

$$G_c=G_{cc}-Lap-Lec \text{ (dB)} \quad (6)$$

$$G_{cc}=10 \times \log \left(\frac{d(\text{부호화})}{d(\text{비 부호화})} \right) \quad (7)$$

$$Lap=10 \times \log \left(\frac{Pav(\text{부호화})}{Pav(\text{비 부호화})} \right) \quad (8)$$

$$Lec=0.2 \times \log \left(\frac{Ne(\text{부호화}) \times Nb(\text{부호화})}{Ne(\text{비 부호화}) \times Nb(\text{비 부호화})} \right) \quad (9)$$

여기서, d(부호화/비 부호화)는 부호화/비 부호화 변조에서의 최소 신호거리이고,

Pav(.)는 평균 신호 전력,

Ne(.)는 착오 사건의 수,

Nb(.)는 착오 사건당 착오 비트의 평균 수이며,

Gcc는 부호화를 갖는 최소 신호 거리를 증가시키므로서 얻어지는 부호화 이득이다. 또, Lap(전력 벌칙)는 부호화에서 정보를 일정하게 유지하는 신호점 배치의 확장에 따른다.

부가적 손실은 최소 유클리드 거리인 착오 사건의 복잡도와 평균 착오사건당 평균 착오 비트율의 증가로 커진다. 이는 2중적 착오 계수당 0.2dB 손실 규칙으로 추정할 수 있고, 2중적 착오에 대한 0.2dB 값은 가우스 함수 곡선에서 BER=10의 기울기와 거의 같다.

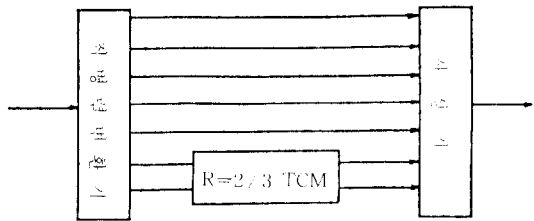
예로서 8상태에 대한 2/3률인 격자 부호화 8PSK에 있어서 부호화 신호의 d, Pav, Ne, Nb 등의 값이 각각 4.586, 1.0, 2, 0일 때 비 부호화 4PSK인 경우에는 2.0, 1.0, 2, 1, 0이고, 8상태에서 착오사건이 6, 7, 6과 2, 0, 1, 2로 주어진 입력 패턴인 경우는 3, 2, 0과 2, 1, 0, 0이다. 그래서, 착오 사건이 2이고 착오비트 평균값이 2.5일 때 위 식(6)~(9)를 이용하여 계산하면, Gcc=3.6dB, Lap=0.0dB, Lec=0.3dB, Gc=3.3dB를 얻을 수 있다.

2. 다단 부호화 변조에서의 착오계수 효과

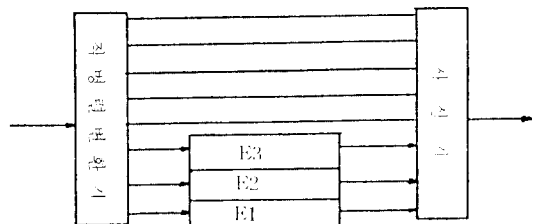
다단 부호화 변조에서 높은 부호화 이득을 얻기 위하여 동시에 복수단 부호화를 성취하는 다단 부호화 급수 방안이 있다. 착오계수 효과가 동시 부호화에 대하여 레벨의 수에 따라 작아지는 것이 그 이유이다.

그림 5는 256QAM에서 부호화 변조를 비교한

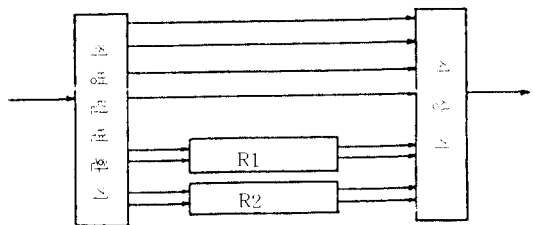
것이다. (a)는 종래의 2D 격자 부호화 변조이고, (b)는 콘보루선형 2D 다단 부호화 변조를 나타냈다. (C)는 새로운 2D 다단 부호화 변조 방법이다. 콘보루선형 다단 부호화 방안은 그림 (b)에서 나타낸 바와 같이 1레벨 조합을 사용한다.



(a)는 종래의 2D 격자 부호화 변조



(b)는 콘보루선형 2D 다단 부호화 변조



(c)는 새로운 2D 다단 부호화 변조

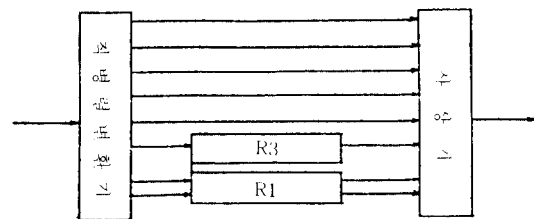


그림 5. 256 QAM에 대한 부호화 변조
Coded modulation 256 QAM.

동시 부호화는 콘보루선형 1레벨 성분 부호를 사용하는 것 보다 더 짧은 복호 지연을 갖는다. 부호설계의 기준점으로 부터 2레벨 동시 부호화는 부호의 해밍거리와 평방 유클리디언 거리 간의 직선성 때문에 더 낫다. 그러므로, 2레벨 부호 방안은 부호 이득과 복호 지연의 면에서 좋다고 알려져 있는데 이를 고찰해 본다.

다단 부호화 방안에서의 착오계수 효과는 1레벨 격자 부호화 변조 방안에서 보다 더 중요하다. 예를 들면, 256 QAM을 갖는 경우, 종래에는 1레벨 다단 부호화 방법을 사용하였으나, 착오사건이 2레벨 부호의 경우가 1레벨인 경우의 반으로 되기 때문에 다단 부호화 방법을 사용한다.

그림 6에서는 새로운 2D 다차원 부호화 변조에 대한 다단 부호기에 대한 다단 부호기를 나타냈다.

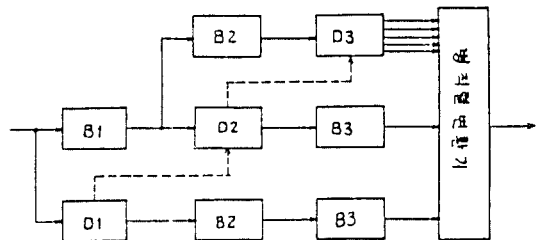
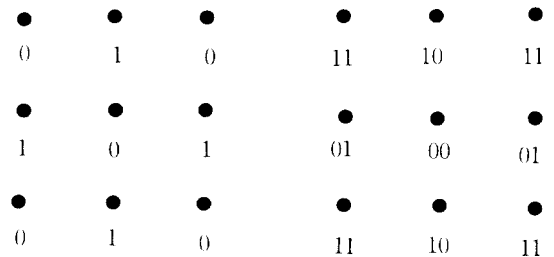


그림 6. 새로운 2D 다차원 부호화 변조에 대한 다단 부호기.
Multistage decoder for the new 2-D multilevel coded modulation.



(a) 1레벨인 경우

(b) 2레벨인 경우

그림 7. QAM 신호에 대한 라벨링.
Labelling for QAM signals.

그림 6에서 나타낸 바와 같이 다단 복호기로서 단일 착오 사건은 $4dH$ 로 된다. 여기서 dH 는 레벨에서 성분 부호의 해밍거리이고, 4는 1로 붙여진 4점 신호와 일치한다. 그림 7은 QAM 신호의 라벨링을 나타낸 것이다.

그림 7에서 보는 바와 같이 레벨의 최소 유크리디언 거리는 신호 라벨 0으로 부터 떨어져 있다. 그래서 각 부호의 인접 착오 사건에 대하여 $4dH$ 배한다. 그래서 식(6)에 의해 $0.4 \times dH$ dB의 손실이 된다.

2레벨 부호는 4개의 다른 라벨을 사용 (00, 01, 10, 11)하고 착오 사건에서 이들을 분간할 수 있다. 2개의 01, 2개의 10, 4개의 11은 00으로 싸여있어 착오 사건은 2레벨 부호 $4dH$ 대신에 $2dH$ 만 계산한다. 그래서 $0.2 \times dH$ dB의 이득은 착오 사건의 감소 $1/2dH$ 에 기인한다.

그림 8은 256 QAM에 있어서 첫번째 점의 부호에 대한 부호 이득과 해밍거리의 관계를 나타냈다.

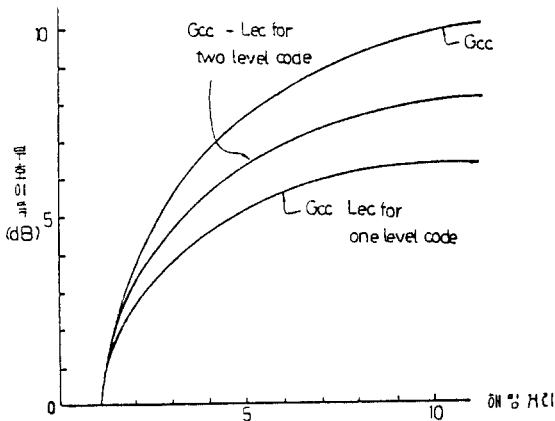


그림 8. 다단 부호화 QAM에서 첫번째 구성 부호에 대한 부호이득과 해밍거리.
Coding gain & Hamming distance for the 1st component code in multilevel coded QAM.

이 그림에서 착오사건의 수는 lec에 대하여만 계산한 것으로 부호 이득은 최소 거리의 확장에

따라 느리게 증가하고, 착오계수는 일정하게 증가함을 알 수 있다.

3. 음성대역 모뎀에서의 다단 부호화

19.2Kbps 음성대역 모뎀에 대한 부호화에 있어서 256 QAM 신호를 갖는 격자 부호화 변조는 부호 이득의 면에서 4번째 레벨의 부호화 보다 훨씬 멀어진다. 그림 5를 이용하여 보면, 착오가 많은 낮은 레벨에서는 높은 부호율이 필요하므로 2 레벨 부호는 1번째와 2번째 레벨에서 절대로 필요하다. 다음 2레벨에 대한 부호화 방법으로 제안된 다단 레벨 방법을 적용한다.

1) 3번째와 4번째에 대한 서로 다른 2레벨 부호를 사용한다.

2) 3번째 레벨에 대한 1레벨 부호를 마련한다.

19.2Kbps 음성대역 모뎀에 대한 다단 부호 설계에 있어서 256 QAM 심볼의 전송율은 부호화 변조의 모든 부호화 물로 취급된다. 여기서 위의 2)번의 접근법을 선택하여 4번째 레벨 거리를 구하여 보면, 가장 낮은 거리의 8배이고, $G_{cc} = 9dB$ 이다. 만약, Lec가 작으면 이 레벨은 부호화가 필요하지 않고 비 부호화로 4번째 정보율을 유지하면서 더 좋은 것을 선택할 수 있다.

입력 데이터 흐름에 부합되는 착오 계수를 추정하기 위한 착오 사건과 착오 비트의 수는 모든 착오 사건을 점검하므로써 알 수 있다. 여러 부호화 변조방안은 부호이득, 복호의 복잡도 및 복호지연 등의 기준점으로 19.2Kbps 음성대역 모뎀에 대하여 계산할 수 있다. 부호 이득은 윗식 (6)~(9)에 의해 구할 수 있고, 복호

표 1. 부호화 변조를 수행한 결과 비교표.
Performance comparison of coded modulation.

	2 D TCM	8 D TCM	부호 1-3	부호 4	부호 5
신호점 / 2D	256	160	256	256	256
부호화 이득(dB)	3.3-4.1	3.8-4.4	4.0-4.4	3.1	2.6
복호지연(ms)	7-11	29-44	14-17	18	35
복호복잡도	64-256	32-128	64-128	171	40

복잡도는 2차원 심볼의 시간당 격자 지로의 수인 격자 복잡도에 의하여 근사적으로 얻을 수 있으며, 복호 지연은 바이터비 복호에서 일반적으로 부호의 제한 길이의 5배가 되는 경로의 메모리를 사용한다.

표 1은 19.2Kbps에 대한 부호화 변조를 수행한 결과를 비교하여 나타낸 것이다.

표에서 그림 6을 이용하고 식(6~9)을 이용하여 여러가지 데이터를 얻은 후, 2D와 8D TCM을 비교한 것으로, 2D에서의 $R=2/3$, $V=4$, 5, 6인 경우이고, 8D에서의 $R=3/4$, $V=4$, 5, 6인 경우이다. 다차원 격자 부호는 2차원 경우보다 동시에 높은 부호화 이득, 짧은 복호지연, 낮거나 적절한 복잡도 등을 나타낼 수 있다.

IV. 신호공간에서 차동적 부호화에 대한 분석

차동적 부호화는 연속된 심볼간의 위상 차이에 의하여 정보를 나타낼 때 또는 채널에서 반송파의 위상 불연속이 생길 때 필요로 한다. QAM에 대하여 위상 'jump'는 임의의 각도에 의해 수신된 신호점 배치를 하는 것과 같은 효과를 갖는다. 수신단에서 반송파 위상 추적회로는 90도 위상 변화에 따라 신호점을 재 배치한다.

Calder Bank와 Mazo는 차동적으로 부호화할 수 있는 격자 부호 설계의 일반적 방법⁽¹¹⁾을,

Wei는 위상의 모호성을 없앨 수 있는 격자 부호화 방법⁽¹²⁾을 제시하였다.

그림 9는 차동적 부호기가 있는 격자 부호 시스템의 블록도이다. 정보 비트는 차동적으로 격자 부호화 되어 위상 천이가 발생하는 채널을 통하여 전송된다. 수신된 신호는 바이터비 복호기에 의해 처리되고 차동적 복호기에 의해 정보 비트로 된다. 격자 부호가 위상 모호성을 감안하여 적절히 설계 된다면, 심볼의 시퀀스가 위상 천이에 의해 회전되어 새로운 시퀀스로 되고, 이 새로운 시퀀스는 차동 부호기에서 심볼간의 위상차에 의해 복호된다.

앞에서 논의한 것처럼, 동일한 부집합이 속하는 모든 신호점은 같은 부집합 비트(Y_0, Y_1)를 갖는다. 신호점 배치에서 90도 대칭성을 갖는 4점의 그룹은 비 부호화 비트의 조합이고, 차동적 부호화는 부호기 입력 비트에 따라 수행된다.

모델에서 가장 일반적인 신호점 배치는 사각형 배치이다. 채널등가와 관계하는 한 수신기에서 유효한 신호점 배치는 이들 회전의 성질 때문에 $\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ 인 4개의 결친 위상 모호성을 나타낸다. 입력단에서 차동적으로 부호화된 비트의 두 격자 부호기는 3비트를 발생하고, 차동적 부호가 마련되지 않은 격자 상에서는 앞에서 사용된 4개의 부집합인 경우 8상태를 요구한다. 차동적으로 부호화 가능한 격자 부호를 설계하기 위하여 다음 규칙이 마련되고 격자 부호는 이 규칙에 따라 설계되어야 한다. 두 2진 비트를

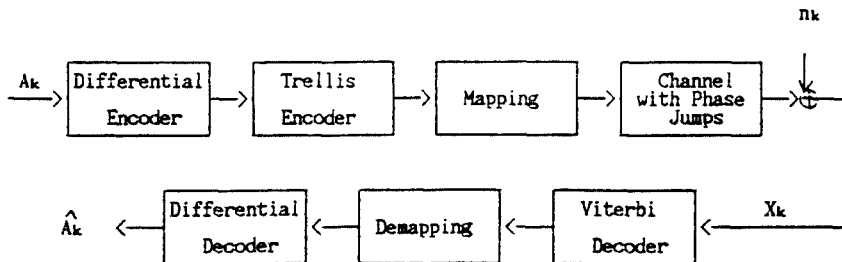


그림 9. 차동적 부호기가 있는 격자 부호 시스템.
Trellis coding with differential encoding / decoding.

회전한 풀(4! / 4)에서 2비트 조합인 4개의 배열 형태는 00, 01, 10, 11 등의 6개의 단일 방법이 있으며, 0과 1에 대하여 1과 -1을 사용하여 다음과 같은 방법으로 나타낸다.

$$\text{규칙 } g1 : (a, b) \longrightarrow (\pm a, \pm b) \quad (10)$$

$$\text{규칙 } g2 : (a, b) \longrightarrow (-a, \pm ab) \quad (11)$$

$$\text{규칙 } g3 : (a, b) \longrightarrow (\pm b, -+a) \quad (12)$$

규칙 1을 사용하고 식(10)을 반복한다고 가정하자. 각각 새로운 결과 모듈로 (100)을 취하

여, 두 비트 수(dibit) : 100-01-10-11-00-의 다음 주기적 시퀀스를 얻는다. 규칙 g1에 따라 구성되는 차동적 부호기는 출력 디비트(dibit) I_n' 가 되는데,

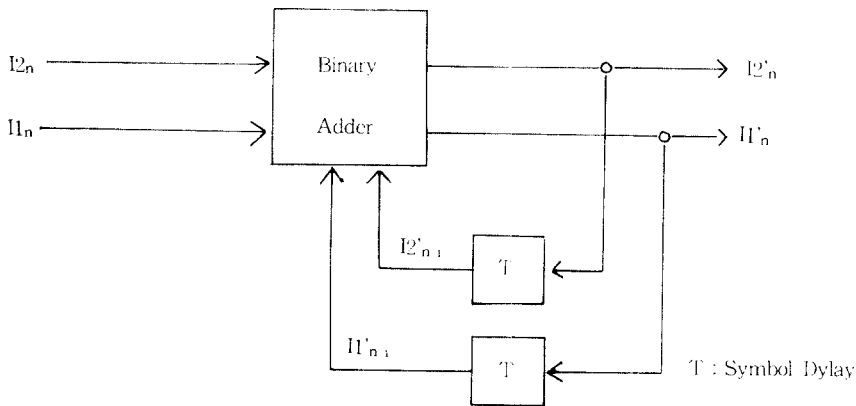
$$I_n' = (I_n' - 1 + I_n) \bmod 100 \quad (13)$$

과 일치하는 복호기가 수행되며,

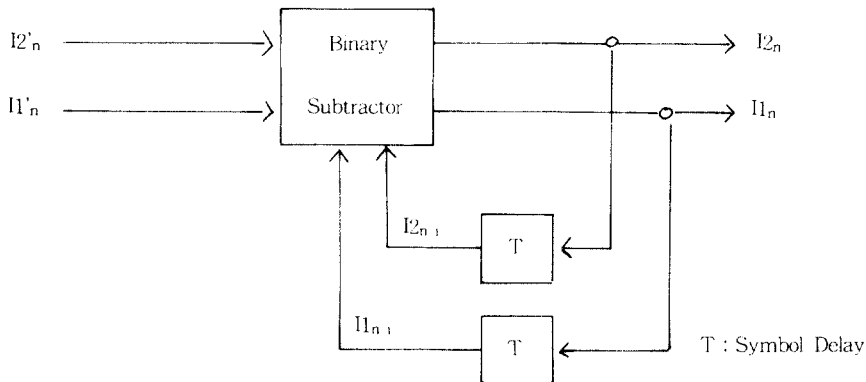
$$I_n = (I_n' - I_n - 1) \bmod 100 \quad (14)$$

이다.

여기서 I_n 과 I_{n-1} 은 현재와 지연된 정보 디비트



(a) Differential Encoder



(b) Differential Decoder

그림 10. 차동적 부호기와 복호기.
Differential encoder and decoder.

(dibit)이고, I_n '와 I_{n+1} 은 현재와 지연된 부호기 디비트(dibit), +와 - 부호는 2진수 비트와 뺄셈을 나타낸다.

차동적 부호기와 복호기 구조가 그림 10(a)와 그림 10(b)에 각각 있고,

여기서 각 디비트(dibit) I_n 는 두 성분 I_1 과 I_2 에 의해 나타낸다. 이는 식(14)을 식(13)에 대입함으로써 금방 알 수 있고, 두 구조는 같은 전달함수를 갖는다. 다음 단계는 규칙 g1에 따른 각자 전이 상태를 라벨링 하는 것이다.

그림 11은 8상태 부호기의 상태 전이 다이어그램을 나타낸 것이다.

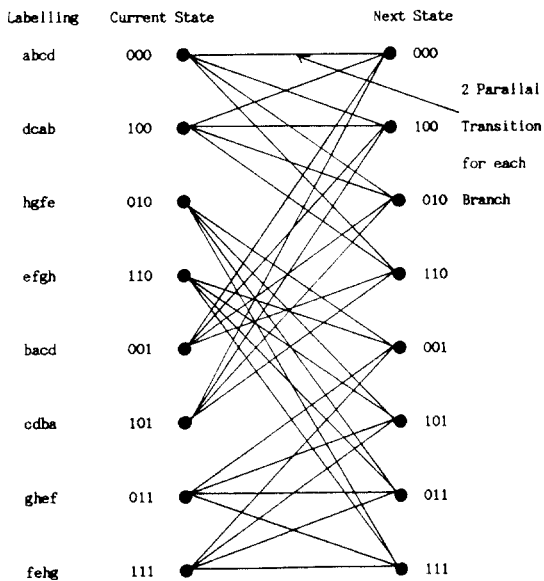


그림 11. 8상태 부호기의 상태 전이 다이어그램.
State transition diagram of 8 state encoder.

그림 11에서 시계 방향은 상태를 생각하여 부집합의 목록과 전이 발생이 일치하는 방향이다. 예로서 상태 000에서 시작하여 다음 상태 000, 001, 010와 011로 되는 0 전이는 a, b, d와 c로 할당된 부집합이고 상태 000의 나머지에서 목록된다.

그림 11에서 규칙 g1을 차동적 부호기의 설계

에 사용하고, 상태 000에서 다음 상태 000까지 전이가 부집합 a로 붙여졌다고 가정하자. $\pi/2$, π , $3\pi/2$ 를 분할된 공간의 회전으로 설명하면, 각각 부집합 e, c, g이다. 예로서 부집합 e가 할당되어야 하는 전이 과정을 밝히기 위하여, 전이가 000 상태에서 다음 000의 상태까지 $\frac{\pi}{2}$ 회전된 것임을 가정할라고 하면, 다음 규칙을 적용하면 된다.

$$(a_1, b_1, b_2) - (a_1b_1, -b_1, -b_2) \quad (14)$$

여기서, 식 (14)는 규칙 g1을 3비트로 확장한 것이고, 부집합 e의 전이가 식 (14)에 의해 반복될 때 상태 000은 상태 011로 된다. 그리하여 부집합 e는 011에서 011로 상태 전이를 할당하게 된다. 동시에 부집합 a의 π 와 $3\pi/2$ 회전된 경우의 부집합 e와 g는 각각 두번 재번 식(14)를 반복함으로써 얻어지는 상태 전이이다.

따라서, 차동적 부호화 각자 부호는 수신단에서 위상 모호성을 풀기 위하여 위에서 설명한 규칙을 사용함으로써 설계될 수 있다. 기본 설계 개념은 데이터 시퀀스가 위상 전이에 의해 회전되어, 새로운 시퀀스로 될 때 이 시퀀스 역시 각자에 존재한다.

V. 결 론

데이터 통신에서 사용되는 각자 부호의 기본적인 구조와 차동적으로 부호화된 각자 부호의 신호 공간에 대하여 분석함으로써, 각자 부호의 부호화 이득이 적어도 3dB 보증되는 방법으로 전송률을 향상시킬 수 있으며, 음성대역 모델의 경우, 전화 채널에 대해서는 9.6Kbps, 전송회선에서는 12Kbps 내지 19.2Kbps까지 높여 사용할 수 있음을 알았다.

한편, 다차원 각자 부호는 2차원 경우보다 이득이 크고, 복호 지연시간을 단축시킬 수 있지만, 수신기가 복잡해지는 문제가 있다. 또, 신호 공간에 대한 신호점이 선택되는 방법의 고찰에서

는 16차원 신호점 배치 방법이 2차원 신호점 배치 방법보다 위치적 이익을 얻을 수 있고, 위상 모호성 면에서 훨씬 낫다는 결론을 얻었다.

부호화 시스템의 성능 분석의 연구가 백색 잡음에 대해서만 진행되었으나, 실제적인 환경을 고려하여 비 백색잡음과 통신로의 왜곡에 대한 성능 분석도 있어야 하겠다.

參 考 文 獻

1. S.A. Lebowiss and S.A. Rhodes, "Performance of coded 8 PSK signalling for satellite communications", Int. Conf. Commun. Rec., Denver, Co, June, 1981. pp. 47.4.1~47.4.8.
2. S.G. Wilson, P.J. Schottler, H.A. Sleeper, and M.T. Lyons, "Rate 3/4 Convolutional Coding of 16-PSK : Code Design and Performance Study", IEEE Trans. on Commun., COM 32, No. 12, 1308~1315, DEC, 1984.
3. E. Biglieri, High Level Modulation and Coding for Nonlinear Satellite Channel, IEEE Trans. On Commun., COM-32, No. 5, pp. 616~626, May 1984.
4. H.K. Thapar, "Real Time Application of Trellis Coding to High speed Voiceband Data Transmission", IEEE JSAC, VOL. SAC-2, No. 5, pp. 648~658. September, 1984.
5. L.F. Wei, "Rotationaly invariant Convolutional Channel Coding with Expand Signal Space Part II : Nonlinear Codes", IEEE JSAC, Vol, SAC-2, No. 5, pp. 672~686. September, 1984.
6. Ushirokawa, Matsui "Multilevel codes for high-speed voiceband data modem", IEEE Vol. 3, No. 54, pp. 1971~1975, 1989.
7. L.F. Wei, "Trellis-Coded Modulation with Multi-Dimensional Constellation", IEEE Trans. on Inf. Theory, Vol. IT 33, July, 1987.
8. S.G. Wilson, H.A. Sleeper, and N.K. Srinath, "Four-dimensional modulation and coding : An alternative to frequency reuse, "ICC", 84 Record, pp. 919~923.
9. A.R. Calderbank and N.J. Sloane, "New Trellis Codes", Technical Memorandum 11218-850507 25TM, AT & T Bell Labs., May, 1985.
10. G. Ungerboeck "Channel coding with Multilevel/Phase signal", IEEE Trans. on Info. Theory, IT-28, No. 1, pp. 55~67, Jan, 1982.
11. A.R. Calderbank and, J. E. Mazo, "Differential Encoding of Trellis Codes, "Technical Memorandum 11218 810120-02 TM, AT & T Bell Labs., January, 1984.
12. J.D. Ward and H.Y. Chung, "Trellis Coded Communication Systems in the Presence of Colored Noise : Performance Analysis, Simulation, and the Swapping Technique", accepted for presentation at IEEE Globcom '88.



洪 天 杓(Cheon Pyo HONG) 正會員
 1950年 3月 15日生
 1973年 2月 : 嶺南大學校 電子工學科
 卒業(工學士)
 1981年 2月 : 延世大學校 産業大學院
 電子專攻(工學碩士)
 1983年 8月~現在 : 慶熙大學校 大學院
 電子工學科 博士課程
 1978年 2月~現在 : 生産技術研究院 在職
 中



陳 廣 玉(Yong Ohk Chin) 正會員
 1943年 3月 21日生
 68年 2月 : 延世大學校 工科大学電氣工學
 科 卒業
 75年 2月 : 延世大學校 大學院 電子工學科
 (工學碩士)
 81年 8月 : 延世大學校 大學院 電子工學科
 (工學博士)
 80年 : 通信技術士.
 76~現在 : 慶熙大學校 工科大学電子工學
 科教授.

*관심분야 : 信號處理 및 情報通信