

## 2차원 Quadrature Polar Separable 필터의 최적 설계

正會員 朴 鍾 安\* 正會員 朴 勝 珍\*

### Optimal Design of a 2-D Quadrature Polar Separable Filter

Jong An PARK\*, Seung Jin PARK\* *Regular Members*

**要 約** 조직 프로세싱을 위한 개선된 2-D QPS(Quadrature Polar Separable) 필터와 그의 응용이 본 논문에서 고찰된다. 필터의 주파수 응답은 2개의 독립된 쾨블랑 즉 PSS(Prolate Spheroidal Sequence)에 근거한 라디얼 웨이팅 함수와 Knutsson 필터에서의 방향각 함수에 의해 구성된다.

필터는 2개의 PSS로 구성되는 2-D Cartesian 필터에서와 같이 각 함수를 라디얼 웨이팅 함수에 근사화 시키기 때문에 에너지 손실면에서 최적화되며, 설계단계 조건이 대역폭, 방향각, 그리고 중심 주파수에만 의존하므로 제어하기가 쉽다. 또한 주파수 영역에서 Knutsson 필터보다 순환적 대칭 특성을 갖는다.

주파수 영역에서 로컬 조직의 방향과 주파수 성분을 평가하기 위하여, 조직함성, 방향각 측정, 그리고 조직 세그멘테이션과 같은 몇가지 응용이 고찰된다.

**ABSTRACT** An improved 2-D quadrature polar separable (QPS) filter and its applications to texture processing are discussed in this paper. The frequency response of the filter consists of two independent parts. The first is a radial weighting function based on the prolate spheroidal sequence(PSS). The second is the same orientational function of the angle as in the Knutsson filter.

The new filter is suboptimal in the energy loss because we let the polar angle function approximate the radial weighting function as in the 2-D Cartesian filter composed of two PSS's. It is easy to control as it depends only upon the design specifications of the bandwidth, the directional angle, and the central frequency. Also the filter is circularly more symmetric in the frequency domain than the Knutsson filter.

In order to estimate the orientation and the frequency component of local textures in the frequency domain, some applications of the new filter, such as the generation of synthetic textures, the estimation of texture orientations, and texture segmentations, are discussed.

#### I. 서 론

디지털 필터가 DSP(Digital Signal Processing)의 개발과 응용에 기본적인 도구로서 광범위하게 이용되고 있다. 이와 같은 필터링은 샘플링이 일어나는 영역(시간 또는 공간)에서나 상응하는 변환 영역(주파수 또는 공간 주파수)에서 이용될

수 있으며, 기본 동작은 데이터에 대한 주파수 성분을 제한하거나 유연성을 갖도록 하는 것이다.

이미지 프로세싱에 있어서도 조직 분석을 위한 여러가지 필터링 함수의 설계 및 응용에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다<sup>(1-14)</sup>. 이들 함수로서, Gabor 필터는<sup>(3)</sup> 그 실현성의 용이함 때문에 널리 이용되고 있으나, 강한 방향성 조직을 효과적으로 인식하기 위해서는 많은 협대역 필터를 요구하게 된다. 이러한 문제점을 개선하기 위해 Knutsson은 2-D QPS(Quadrature Polar Sepa-

\*朝鮮大學校 電子工學科  
Dept. of Elec. Eng. Chosun Univ.  
論文番號 : 91-41(接受1991. 1. 22)

able) 필터, 즉 푸리에 영역의 극좌표 상에서 분리 가능한 함수쌍을 이용하여 필터를 설계하는 새로운 극분리형 필터를 제안하였다<sup>17)</sup>. 이들 필터는 지수 감쇄 함수로된 라디얼 웨이팅(radial weighting) 함수와 명세된 필터 방향에 대한 각함수(COS<sup>2A</sup>Δφ)의 곱으로 구성된다. 이 경우 강한 방향성 조직 인식에 보다 적은 수의 더 넓은 대역폭 필터가 사용될 수 있다. 그러나 Knutsson의 설계 명세 조건은 일반적이어서 여러가지 다른 해가 가능하다. 그러므로 에너지 손실면에서 최적인 FIR 필터 특성을 얻도록 PSS(Prolate Spheroidal Sequences)를 QPS 필터 함수에 도입할 수 있다. 이들 PSWF(Prolate Spheroidal Wave Functions) 및 PSS에 대한 연구는 Slepian 등에 의해서 그 이론과 특성이 정립되어졌으며<sup>18-21)</sup>, 최적 창 함수나 최적 필터를 설계하는데 이러한 함수가 이용되고 있다<sup>22,23)</sup>.

본 논문에서는 조직 프로세싱에서의 이용을 위하여 최적 특성에 근사화되는 2-D QPS 필터를 설계한다. 필터는 라디얼 웨이팅 함수로써 에너지 손실면에서 최적 특성을 갖는 PSS를 이용하며, 또한 설계되는 각 함수 파라미터도 최대 고유치에 상응하는 PSS에 근사화 되어진다.

2장에서는 QPS 필터의 배경을, 3장에서는 라디얼 웨이팅 함수로서 PSS 개념을 간략히 언급하고, 4장에서 2-D QPS 필터에 대한 최적 설계를 논의한다. 그리고 5장에서 이 필터에 대한 조직의 합성, 방향의 평가, 그리고 세그먼트이션 등 조직 분석에 대한 응용을 고찰하며, 6장에서 결론을 맺는다.

## II. QPS 필터

조직 이미지 분석에서 각기 다른 커널로부터의 출력을 조합하므로써 1차원 neighborhood에 대한 방향각을 측정할 수 있는 커널쌍을 실현하는 기본적인 방법은 Knutsson에 의해서 발표되었으며, 그는 식(1)과 같이 푸리에 영역내의 극좌표상에서 분리 가능한 함수를 사용하여 커널쌍을

설계하였다.

$$F(\rho, \phi) = V(\rho) \cdot V(\phi) \tag{1}$$

이러한 커널쌍에 대한 필터 함수의 주요 제한은 커널쌍이 유연한 응답 특성을 갖어야 하며, 그에 상응하는 필터 함수는 단봉 특성을 가져야 한다는 것이다.

즉 그는 이들 커널쌍으로서 다음식과 같은 함수를 사용하였다.

$$V(\rho) = \exp\left[-\frac{4}{\log 2} \cdot B^2 \cdot \text{Ln}^2\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)\right] \tag{2}$$

$$V(\phi) = \cos^{2A}(\phi - \phi_k) \quad A=1, 2, \dots \tag{3}$$

$$V_o(\phi) = V_o(\phi) \cdot \text{sign}[\cos(\phi - \phi_k)] \tag{4}$$

$$F_e(\rho, \phi) = V(\rho) \cdot V_e(\phi) \tag{5}$$

$$F_o(\rho, \phi) = j \cdot V(\rho) \cdot V_o(\phi) \tag{6}$$

이들 함수가 극분리형 필터를 설계하는데 기준 함수가 되며, QPS(Quadrature Polar Separable) 필터 함수라 부른다.

필터 형태와 방향을 제어하는 파라미터는 다음과 같다.

- ρ<sub>1</sub> = 중심주파수
- B = 6dB 감도대역폭 / Octave
- φ<sub>k</sub> = 방향각
- A = 각 감도

V<sub>e</sub>(φ), V<sub>o</sub>(φ) 그리고 V(ρ)를 도시하면 그림 1과 같다.

B는 다음 식(7)에 의해서 정의된다.

$$B = 2 \log\left(\frac{\rho_u}{\rho_l}\right) \tag{7}$$

$\rho_l, \rho_u$ 는 그림 1에서와 같이  $V(\rho)=0.5$ 일 때의  $\rho$  값이다.

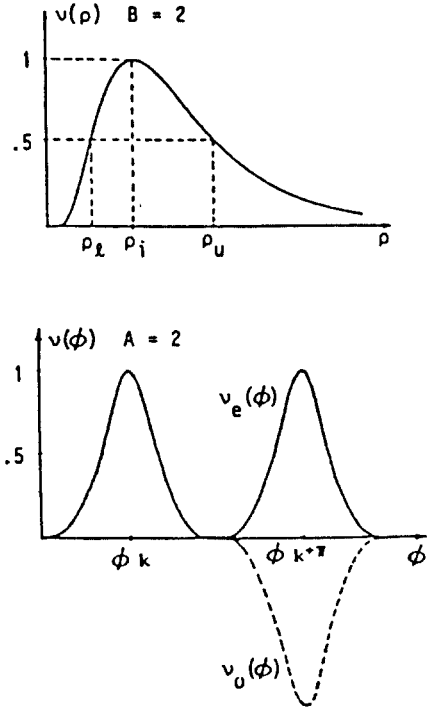


Fig. 1. Polar separable filter function

$\rho$  변화는 scale 변화에 상응하고,  $W(\epsilon)$ 의 폭은 중심 주파수  $\rho_l$ 에 역비례한다.

또다른 흥미있는 사실은  $A/S$ 가 크고  $B/S$ 가 작으면 위 함수는 gaussian에 근사화 된다는 것이다.

III. PSWF와 PSS

라디얼 웨이팅 함수로서 에너지 손실면에서 최적 특성을 갖는 PSS를 QPS 필터에 이용할 수 있도록 이를 분석한다.

대역 제한된 신호 함수의 최소 에너지 손실은 PSWF에 의해 분석되어지는데, 이와 같은 PSWF는  $(-\infty, \infty)$  구간 뿐만 아니라, 주어진

유한 구간에 걸쳐 직교 특성을 갖는 대역 제한된 함수의 집합이다. 즉 구간  $T>0$ 와 차단 주파수  $\omega_c>0$ 가 주어지는 경우, 다음 특성을 갖는 유한 실함수 집합  $\{\psi_0(x), \psi_1(x), \psi_2(x)\dots\}$ 과 양의 실수 집합  $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots | \lambda_0 > \lambda_1 > \lambda_2 \dots\}$ 이 존재한다.

- 1)  $\psi_1(x)$ 는 대역 제한된 함수 집합이며 ( $\psi_1(x)$ 에 대한 푸리에 변환은  $|\omega| > \omega_c$ 에서 소멸된다.), 실수 축에 대한 정규 직교 함수이다.
- 2)  $\psi_1(x)$ 는 구간  $-T/2 < X \leq T/2$ 에서 직교하여  $L^2_{T,2}$ 에서 다음 값을 갖는다.

$$\int_{-T/2}^{T/2} \psi_i(x) \psi_j(x) dx = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (8)$$

$$\int_{-T/2}^{T/2} \psi_i(x) \psi_j(x) dx = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \lambda_i & i = j \end{cases} \quad (9)$$

3)  $x$ 의 실수 값이나 복소수 값에 대해서 다음 식이 성립한다.

$$\lambda_1 \psi_1(x) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\sin \omega_c(x-s)}{\pi(x-s)} \psi_1(s) ds \quad (10)$$

식(10)에 대한 해가 PSWF이며 일정값  $\lambda_1$ 에 대해서만 해를 갖는다. 즉 각각의  $\lambda_1$ 와 관련하여 단지 하나의 고유 함수  $\psi_1(x)$ 가 존재하며 각 고유치  $\lambda_1$ 는 대역 제한된 함수의 에너지 비와 같다.

$$\lambda_1 = \int_{-T/2}^{T/2} |\psi_1(x)|^2 dx \quad T=0,1,2,\dots \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_1(x)|^2 dx$$

이산 함수의 경우에도 식(8)과 유사하다. 즉 이산 유한 PSS는  $\lambda_1$ 가 유한값일 때 다음 실수

해로써 정의된다.

$$m, n=0, 1, \dots, N-1 \quad (16)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \frac{\text{Sin}(n-m)\pi\epsilon}{(n-m)\pi} \quad hm=\lambda_1 h_n \quad n=0, 1, \dots, M-1 \quad (12)$$

여기서  $\epsilon=M/N$

$n$ 는 대역 제한된 이산 함수의 차단 주파수에 상응하는 샘플점의 수이며,  $N$ 은 전 구간  $2\pi$  주파수 범위에 상응하는 동일 함수의 샘플점의 수이다.

그러므로  $\epsilon$ 는 대역 제한된 순차열의 상대적 대역폭을 나타내며 식(12)에 대한 해가 FPSS (Finite Prolate Spheroidal Sequences)이다. 그리고 연속함수와 유사하게 고유값  $\lambda_1$ 는 그 에너지 비를 나타낸다.

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{k=0}^{M-1} |H_k|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} |H_k|^2} \quad (13)$$

여기서  $H_k(k=0, 1, 2, \dots, N-1)$ 은 순차열  $h_n(n=0, 1, 2, \dots, N-1)$ 에 대한 DFT이다.

이들 함수의 해를 위한 여러가지 알고리즘이 발표되었으며<sup>(8-10)</sup>, Slepian등은 다음 행렬 형태로 FPSS에 대한 간략화된 계산 방법을 제안하였다.

$$(E - \lambda_k I) h^{(k)} = 0 \quad (14)$$

여기서  $h^{(k)}$ 는 각 고유치에 따른 벡터이며,

$$h^{(k)} = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T \quad (15)$$

$E$ 는 식(16)의 요소를 갖는  $N \times N$  행렬이다.

$$e_{m, n} = \begin{cases} m(N-m)/2 & n=m-1 \\ ((N-1)/2-m)^2 \cos 2\pi\omega & n=m \\ (m+1)(N-1-m)/2 & n=m+1 \\ 0 & |n-m| > 1 \end{cases}$$

#### IV. 최적 2-D QPS 필터의 설계

새로운 2-D QPS 필터는 푸리에 영역내 극좌표상에서 분리가능한 Knutsson 필터에 근거하여 2개 함수의 곱으로 구성된다. 첫째는 Knutsson 조건을 만족할 뿐만 아니라 최소 에너지 손실 특성을 갖는 라디얼 웨이팅 함수로서, 이것은 식(14)의 최대 고유치에 의해 주어지며  $V_N(\rho)$ 로 표기한다.

$$V_N(\rho) = \psi_o(\rho) \quad (17)$$

$$\psi_o(\rho) = F[\psi_o(x)] \quad (18)$$

주파수의 각 변화를 나타내는 둘째 성분은 Knutsson 필터와 같이  $V_e(\phi)$ 와  $V_o(\phi)$ 로 표현되는 식(3)과 (4)와 같은 각 함수에 근거한다.

그러므로 새로운 2-D QPS 필터 함수는 식(19)와 같다.

$$F_{Ni}(\rho, \phi) = V_N(\rho) V_i(\phi), \quad i=e, o \quad (19)$$

이러한 필터 함수 쌍에서 각 함수도 최적 특성을 갖도록 설계되어야 한다. 그런데 2 PSWF로 구성되는 2-D Cartesian 분리형 필터가 에너지 손실면에서 최적 특성을 가지므로 식(19)의 필터 함수  $F_{Ni}(\rho, \psi)$ 도 가능한 한 그에 근사화되어야 한다. 즉 설계 되는 필터의 각 함수는 라디얼 웨이팅 함수인 식(14)의 최대 고유치에 상응하는 PSS에 근사화되어야 한다. PSWF에 대한 asymptotic 근사치는 Slepian에 의해 식(20)과 같이 주어진다<sup>(8)</sup>.

$$\psi_N(c, x) = \left(\frac{c}{2}\right)^{1/4} 2^{-n^2} (n!)^{-1/2} H_n(c^{1/2} \cdot x) \exp(-cx^2/2) \quad (20)$$

여기서  $x < c^{-1/4}$ ,  $n < C$ , 그리고  $H_n(x)$ 는  $n$ 차 Hermite 다항식이다. 그러므로 고유치  $\lambda_i$ 에 상응하는 근사화된 고유 함수의 푸리에 변환 식(21)과 같다( $n=1$ ).

$$\psi_1(C, \omega T / 2\omega_c) = (C/2)^{3/4} \cdot (\omega T / \omega_c) \exp(-C\omega^2 T^2 / 8\omega_c^2) \quad (21)$$

여기서  $C$ 는 식(22)와 같은 상수이다<sup>(4)</sup>.

$$2C = \omega_c T \quad (22)$$

그러므로 각 함수  $V_e(\phi)$ 를 식(21)의  $\psi_1(C, \omega)$ 에 근사화 시키므로써, 최소자승법을 이용하여 최적 계수  $A$ 를 구하게 되는데 이 때 오차는 식(23)과 같이 주어진다.

$$\Phi = \sum_{i=0}^{N-1} [\cos^{2A}(\Delta\phi_i - \pi/2) - \psi_1(\omega_i)]^2 \quad (23)$$

여기서  $\Delta\phi_i (i=0, 1, \dots, N-1)$ 은  $i$ 번째 샘플의 각도 차이이며,  $\psi_1(\omega_i)$ 는 1차 PSF의  $i$ 번째 샘플이다. 그리고  $N$ 은 구간  $[0, \pi]$ 에 걸친 샘플점의 수이다. 즉 파라미터  $A$ 와 연관된 오차 함수  $\Phi$ 의 편차를 0으로 하면 식(24)가 구해진다.

$$\sum_{i=0}^{N-1} [\cos^{2A}(\Delta\phi_i - \pi/2) - \psi_1(\omega_i)]^2 \times$$

$$\cos^{2A}(\Delta\phi_i - \pi/2) \times \ln[\cos^{2A}(\Delta\phi_i - \pi/2)] = 0 \quad (24)$$

순환적 대칭인 필터 특성을 얻도록 식(24)에서 변수  $\omega$ 와  $\Delta\phi$ 를 같다면 이로부터 최적 계수  $A$ 가 구해진다. 또한 함수  $\psi_1(\omega_i)$ 는  $\omega_c, T$ , 그리고  $C$ 와 같은 파라미터에 의존하게 되는데 이들 파라미터의 선택은 필터의 명세 조건 의해 결정된다. 또한 설계된 필터의 중심 주파수를 이동하므로써  $V_N(\rho)$ 는 식(25)과 같다.

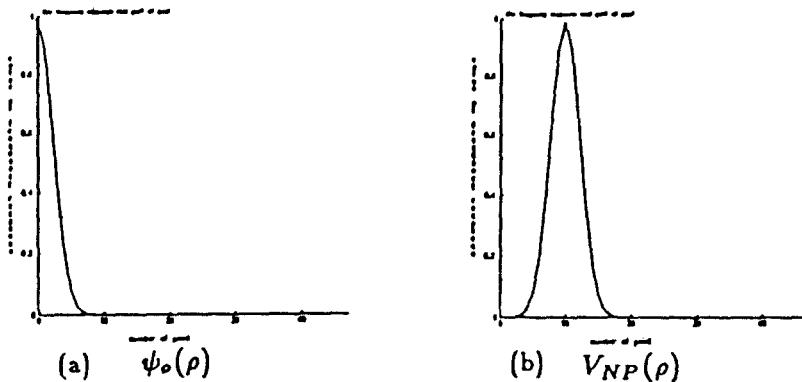
$$V_{NP}(\rho) = \begin{cases} \psi_0(\rho - \rho_0) & \rho \geq \rho_0 \\ 0 & \rho < \rho_0 \end{cases} \quad (25)$$

그러므로 새로운 2-D 최적 QPS필터 함수는 식(26)과 같다.

$$F_{NPi}(\rho, \phi) = V_{NP}(\rho) \cdot V_i(\phi) \quad i=e, o \quad (26)$$

그림 2는 함수  $\psi_1(\rho)$ ,  $V_{NP}(\rho)$ ,  $V_e(\phi)$ , 그리고  $V_o(\phi)$  ( $N=48, \omega_c=0.5, \phi_k=22.5^\circ, \rho_0=10, A=12$ )에 대한 특성 그래프이다.

그리고 그림 3는  $F_{NPe}(\rho, \phi)$ 와  $F_{NPo}(\rho, \phi)$ 에 대한 3-D주파수 특성 그래프이다.



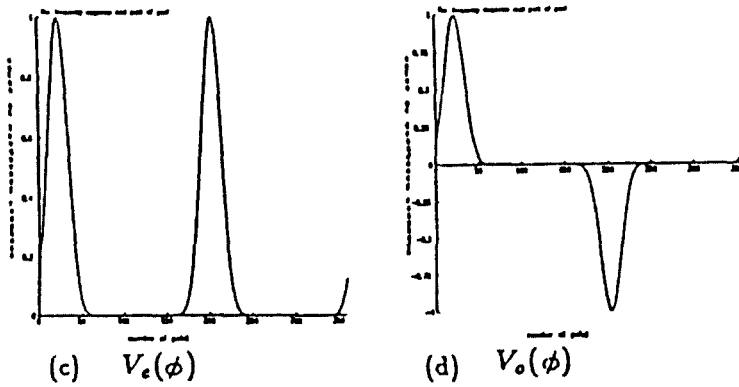
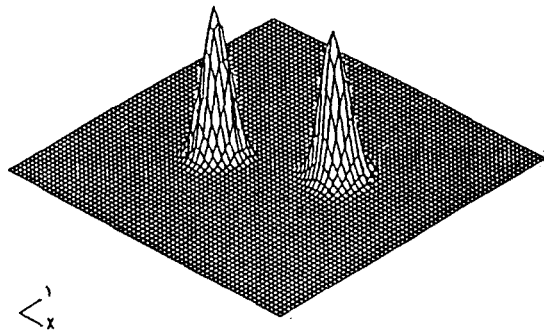
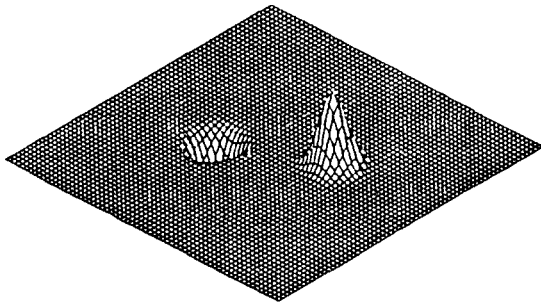


Fig 2. Plots of the functions  $\psi_o(\rho)$ ,  $V_{NP}(\rho)$ ,  $V_e(\phi)$ , and  $V_o(\phi)$



(a)  $F_{Ne}(\rho, \phi)$



(b)  $F_{No}(\rho, \phi)$

Fig 3. 3-D frequency responses of the new filter function  $F_{Ne}(\rho, \phi)$  and  $F_{No}(\rho, \phi)$

## V. 응용

### 1. 오리엔테이션 필터 및 조직 방향 평가

푸리에 영역에 있어서 로칼 조직의 방향과 주파수 성분을 평가하도록 푸리에 변환의 실수부와 허수부를 분리해서 다음 커널쌍을 생성한다.<sup>5)</sup>

$$FILTe(x,y) = F^{-1}[F_{NPe}(u,v) + j \cdot 0] \quad (27)$$

$$FILTo(x,y) = F^{-1}[0 + j \cdot F_{NPe}(u,v)] \quad (28)$$

이들 함수가 기수 및 우수 대칭이므로 그 역변환은 단지 실수부만 가지며 이중 응답 필터 함수를 나타낸다. 이때 식(27)와 식(28)는 극좌표로부터 Cartesian 좌표 시스템으로의 좌표 변환을 통하여 구해진다.

그러므로 방향각이  $\phi_k = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ , 그리고  $135^\circ$ 인 4쌍의 오리엔테이션 필터를 구성한 후, 입력 이미지  $g(x,y)$ 를 이들 필터를 통과시킬때 얻게 되는 출력 이미지  $f_{ki}(x,y)$ 는 식(29)와 같다.

$$\begin{aligned} f_{ki}(x,y) &= g(x,y) * FILT_{ki}(x,y) \\ &= \sum_{x'=1}^L \sum_{y'=1}^L FILT_{ki}(x',y') \end{aligned}$$

$$g(x-x',y-y') \quad (29)$$

단  $k=e$  또는  $o, i=0,1,2,3$

이때 로칼 이미지의 RMS값은 식(30)와 같다.

$$x_i = \sqrt{x_{ei}^2 + x_{oi}^2} \quad (30)$$

$$\text{단 } x_{ki}^2 = \sum_{x,y} |f_{ki}(x,y)|^2 \quad (31)$$

이와 같이 필터 출력으로부터 계산된 에너지 값은 각 방향의 벡터로서 간주된다. 그러므로 로칼 창에 있어서 조직의 전체 방향은 이들 4개의 벡터를 결합하므로써 식(32)와 같이 평가된다.

$$Z = \sum_{i=1}^4 x_i \exp[j 2\pi / 4] = (x_0 - x_2) + j(x_1 - x_3) \quad (32)$$

그러므로 조직의 실제 각은 식(33)과 같다.

$$\Psi_a = \frac{1}{2} \arctan \frac{Z_i}{Z_k} = \frac{1}{2} \arctan \frac{(x_1 - x_3)}{(x_0 - x_2)} \quad (33)$$

## 2. 실험결과

시험 조직 생성을 위해 방향각이  $\phi_k = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ, 112.5^\circ, 135^\circ$ , 그리고  $157.5^\circ$ 인 협대역 오리엔테이션 필터를 구성한 후 랜덤잡음 이미지를 이들 협대역 필터에 통과시켜 조직 이미지를 생성하였다.

그림 4는 7개의 다른 로칼 조직으로 구성된 합성 이미지를 나타낸다. 또한 QPS 필터가 조직 방향과 주파수 성분에 관한 정보를 발췌할 수 있으므로 다음 단계에 의해 합성 이미지에 대한 세그멘테이션이 실행된다.

A. 일련의 대역 통과 오리엔테이션 필터 쌍을 구성한다. 실험에서 방향각이 각각  $\phi_k = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ , 그리고  $135^\circ$ 인 4쌍의 오리엔테이션 필터를 구성하였다( $N=10, \omega_c=0.2, \rho_0=$

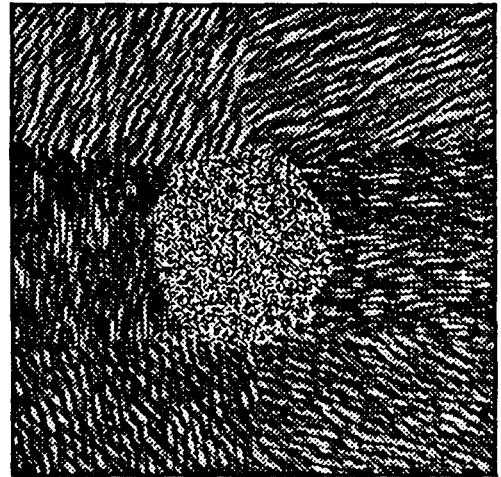


Fig 4. Synthetic texture image

2, 그리고  $A=15$ ). 이러한 필터 쌍의 중요한 주파수 특성은 시험 조직 이미지의 생성을 위해 사용되는 필터에서 보다 더 넓은 대역폭을 갖는다는 것이다.

표 1은 시험 조직 이미지를 이들 오리엔테이션 필터에 의해 측정된 방향각을 나타낸다. 최대 오차는  $7.5^\circ$ 이며 RMS오차는  $3.35^\circ$ 이다.

Table 1. Results of estimated local texture orientation

No. of Text	1	2	3	4	5	6	7	8
True Ang.	0	22.5	45	67.5	90	112.5	135	157.5
Est. ang.	1	21	44	67	94	116	136	150
Error	1	1.5	1	0.5	4	3.5	1	7.5

B. 4쌍의 필터를 이용하여 그림 4의 합성 조직 이미지를 필터링한다. 그림 5는 필터링된 출력 이미지를 나타낸다.

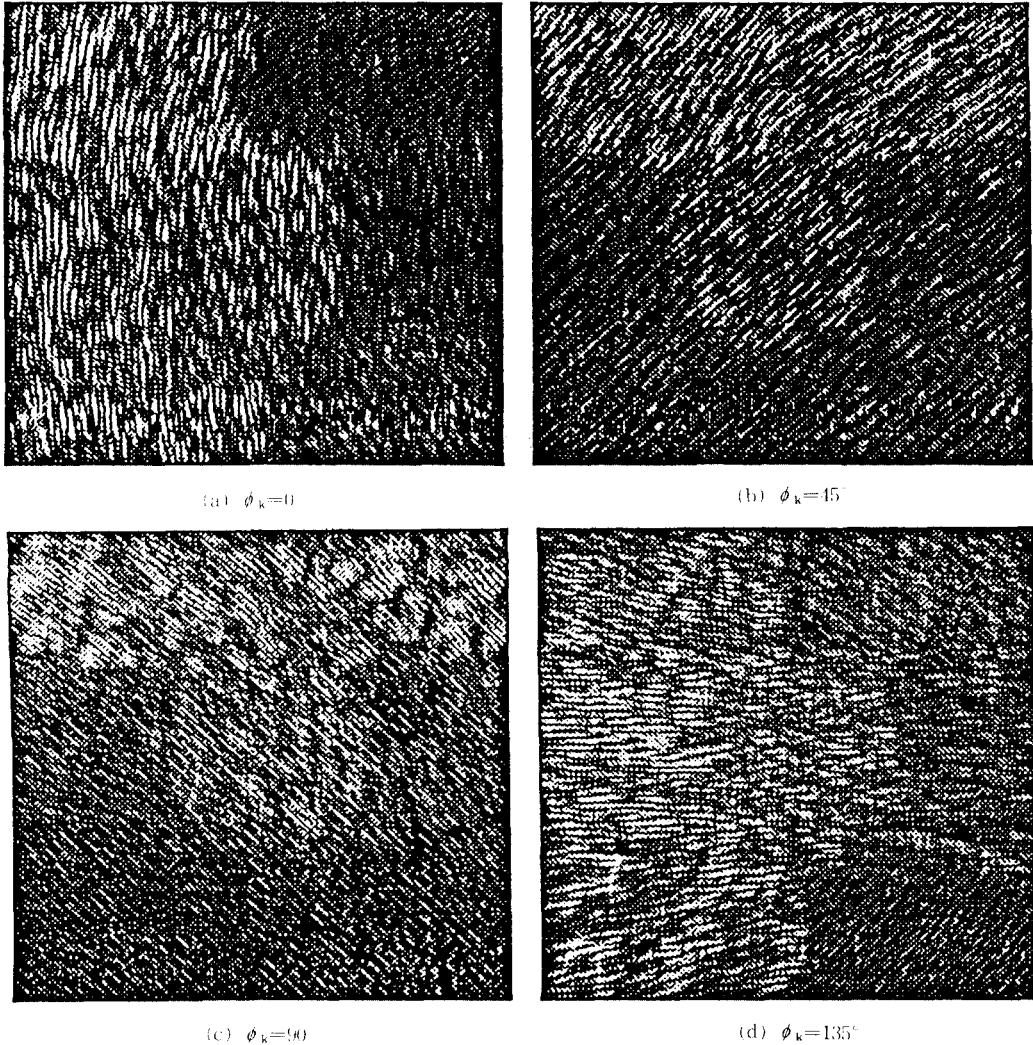


Fig 5. Filtered outputs.

C. 각 픽셀은 그의 상분이 필터 출력으로부터 계산된 에너지 값인 벡터를 구성하므로 다음 식이 성립 한다.

$$f(x,y)=[f_0(x,y), f_1(x,y), f_2(x,y), f_3(x,y)]^T \quad (34)$$

$$\text{단 } f_i(x,y) = ((g(x,y) * h_{sej}(x,y))^2 + (g(x,y) * h_{soi}(x,y))^2)^{1/2} \quad i=0,1,2,3 \quad (35)$$

여기서  $h_{si}$ : Cartesian 좌표로 변환된 필터의 임펄스 응답이다.

D. Spann & Wilson에 의해서 제안된 분류 방식을 이용하여 합성 이미지를 세그멘테이션한다.<sup>19)</sup>

이러한 세그멘테이션 결과가 표 2와 그림 6에서 보여 진다.



Table 2. Cluster centroids obtained from level 1

```

size of the multiple features image
in x-axis      15
in y-axis      15
no of features involved:      4
Classcount     =  5.9999997E-02
Classav        =  13.000000
threshold      =  0.40000000
window size (lc) =      12

Looping information
-----
id= 62.6000    | lc= 12| distinct pons= 225
id= 73.4974    | lc= 12| distinct pons= 213
id= 85.2703    | lc= 12| distinct pons= 158
id= 71.9170    | lc= 12| distinct pons= 80
id= 71.7091    | lc= 12| distinct pons= 50
id= 35.4105    | lc= 12| distinct pons= 41
id= 42.0037    | lc= 12| distinct pons= 31
id= 0.000000E+00 | lc= 12| distinct pons= 29

Test consistent .....
No of class found in local centroid estimation      =      29
Consistent (after compact test) = T
Consistent (n/(n+1).11.Classav) = 1
No of class after compact test of the local cluster =      7

class  pop    pop1      pop2      threshold
-----
0      37    0.991717    11.4329    0.865911E-01
1      30    0.306263    11.8233    0.230970E-01
2      24    0.976247    8.06114    0.110172
3      23    0.797664    8.41088    0.748371E-01
4      26    0.440940    7.85876    0.561067E-01
5      17    0.952810    7.94937    0.119861
6      29    1.43077    11.9580    0.119650

Class information
-----
class      0      74.13509
class      0      65.08761
class      0      50.00054
class      0      21.40205
class      1      24.42588
class      1      65.02172
class      1      72.92206
class      1      22.00337
class      2      29.46274
class      2      34.02170
class      2      05.82762
class      2      29.55571
class      3      24.02030
class      3      29.67195
class      3      28.31772
class      3      12.00611
class      4      60.12277
class      4      59.05118
class      4      61.68172
class      4      64.24299
class      5      77.00009
class      5      35.07565
class      5      69.92549
class      5      77.16305
class      6      66.10458
class      6      27.98009
class      6      36.77442
class      6      74.63537
    
```

이들 결과들은 시험 조직 생성에서 보다 더 넓은 대역폭의 필터를 사용하는 경우에도 방향각 측정 및 세그멘테이션 결과가 정확하다는 것을 나타낸다.

## VI. 결 론

조직 프로세싱을 위한 개선된 2-D QPS 필터가 논의 되었다. 필터의 라디얼웨이팅 함수로서 에너지 손실면에서 최적 특성을 갖는 PSS가

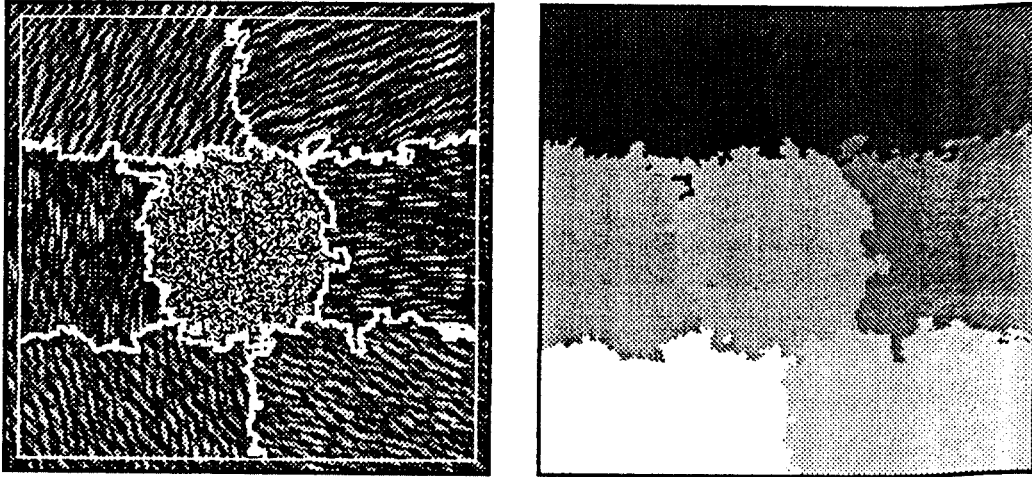


Fig 5. Segmentation results of the synthetic texture image.

이용되며, 또한 각 함수도 그에 근사화 시키므로써 최적특성에 근사화된 필터를 설계하였다.

필터의 주파수 특성은 에너지 파라미터 C가 주어지는 경우 필터의 대역폭과 중심 주파수, 그리고 방향각에만 의존하므로 제어하기 쉬우며 Knutsson 필터보다 주파수 영역에서 대칭성이 좋다. 8 방향각에 대한 조직 생성후 측정된 최대 방향각 에러는  $7.5^\circ$ 이며, RMS 에러는  $3.35^\circ$ 이다. 그리고 조직 합성에 대한 세그멘테이션 결과도 우수하다. 그러므로 이들 결과는 설계된 필터가 조직 프로세싱에 효과적인 도구로서 사용될 수 있음을 나타낸다.

### 참 고 문 헌

1. D.W.Tufts and J.T.Francis, Designing Digital Low-pass Filters-Comparison of some methods and criteria, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol.AU-18, pp.487-494, 1970.
2. G.H.Granlund, Description of Texture Using the General Operator Approach, *Proc. 5th Int. Conf. on Pattern Recognition, Miami Beach, Florida*, pp1-4, December 1980.
3. IFogel and D.Sagi, Gabor Filter as Texture Discriminator, *Biol. Cyb.*, vol.61, pp.103-113, 1989.
4. H.Knutsson and G.H.Granlund, Fourier Domain Design of Line and Edge Detectors, in *Proc. IEEE Conf. Pattern Recognition, Miami, FL*, 1980.
5. H.Knutsson, Filtering and Reconstruction in Image Processing, *Ph.D. dissertation*, Linkoping University, 1982.
6. H.Knutsson and G.H.Granlund, Texture Analysis using Two Dimensional Quadrature Filters, in *Proc. IEEE CAPADM Workshop, C.I*, 1983.
7. H.Knutsson, R.Wilson, and G.H.Granlund, Estimating the Local Orientation of Anisotropic 2-D Signals, in *Proc. IEEE Workshop Spect. Conf., Miami, FL*, 1983
8. D. Slepian and H. O. Pollak, Prolate Spheroidal Wavefunction, Fourier Analysis and Uncertainty- I, IV and V, *Bell Syst. Tech. J.* Vol. 40, 1961, pp.43-46, Vol. 43, 1964, pp.3009-3057, and Vol. 57,1978, pp. 1371-1430.
9. A.Papoulis and M.S.Bertran, Digital Filtering and Prolate Functions, *IEEE Trans. on Circuit Theory*, Vol. 57, 1978, pp.1371-1430.
10. J.D.Mathews, J.K.Breakall, and G.K.Karawas, The Discrete Prolate Spheroidal Filter as a Digital Signal Processing Tool, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-33, no.6, pp.674-681, November 1972.
11. R.Wilson, Finite Prolate Spheroidal Sequences and Their Application I : Generation and Properties, on

- Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-9, no.6, pp.787-795, November 1987.
12. R.Wilson and M.Spann, Finite Prolate Spheroidal Sequences and Their Application II : Image Feature Description and Segmentation, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol.10, no. 2, pp.193-203, March 1988.
  13. R.C.Zhao, J.Kittler, J.Illingworth, and I.Ng, An Improved 2D Polar Separable Filter for Texture Analysis, *Proc. of V European Signal Processing Conf.*, Barcelona, Sept. 18-21, 1990.
  14. K.S.Shanmugam, F.M.Dickey, and J.A.Green, An Optimal Frequency Domain Filter for Edge Detection in Digital Pictures, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-1, no.1, pp.37-49, January 1979.
  15. M.Spann and R.Wilson, A Quadtree Approach to Image Segmentation that Combines Statistical and Spatial Information, *Pattern Recognition*, vol.18, pp. 257-269, 1985.



朴鍾安(Jong An PARK) 正會員  
1952年 7月 7日生  
1975年 2月：朝鮮大學校 工科學 電子工  
學科 卒業  
1986年 2月：朝鮮大學校 大學院 電氣工學  
科(工學 博士)  
1983年 8月 ~ 1984年 8月：美國 Massac  
husetts 大學校 客員 教授  
1990年 3月 ~ 1991年 3月：英國 Surrey  
大學校 客員 教授  
1975年 ~ 現在：朝鮮大學校 工科學 電子  
工學科 副教授



朴勝珍(Seung Jin PARK) 正會員  
1952年 4月 24日生  
1984年 2月：朝鮮大學校 工科學 電子工  
學科 卒業  
1986年 9月：朝鮮大學校 大學院 電子工學  
科(工學 碩士)  
1991年 6月 ~ 現在：朝鮮大學校 大學院  
電氣工學科  
1991年 6月 ~ 現在：全南大學校 病院 放射  
線科