

개별탭 LMS 알고리즘을 이용한 이동통신 페이딩 채널의 적응 등화

正會員 金 南 用* 正會員 康 昌 彦*

Adaptive Equalizations for Multipath Fading Channels in Mobile Communications Using the Individual Tap LMS Algorithm

Nam Yong KIM*, Chang Eon KANG* *Regular Members*

要 約 본 논문에서는 적응등화에 쓰이는 개별탭 조절 LMS알고리즘의 수렴성질을 이론적으로 분석하고 여러 다경로 페이딩 이동채널에 대해 그 성능을 비교 분석 하였다. LMS 알고리즘을 사용한 TDL 등화기의 개별 탭 조절 방법은 Wiener 최적 해를 가진다는 것을 보였으며 식변 또는 식불변 다경로 이동채널에서 기존의 TDL-LMS 및 gradient lattice 등화기보다 빠른 수렴속도와 더 낮은 비트 오차율을 나타내었다.

ABSTRACT In this paper, the theoretical convergence property of the individual tap LMS algorithm for equalization is analyzed, and the performances over several multipath time-varying mobile radio channels are investigated. The individual tap adjusting method of the tapped-delay line equalizer using LMS algorithm is proved to have Wiener optimum solution. It has more rapid convergence speed and lower bit error rates than conventional TDL-LMS and gradient lattice equalizer in time invariant or time variant multipath channels.

I. 서 론

이동통신 시스템의 대표적인 차량 이동 통신 시스템은 그림 1에서 나타난 바와 같이 한정된 주파수 대의 사용효율을 높이기 위해 통화구역을 셀(cell)이라는 단위로 나눈 다음 상호 간섭이 적은 범위에서 동일 주파수를 사용하게 된다. 이러한 주파수 재사용과 셀(cell) 분할에 따라 이용 주파수 대역을 증가시키지 않고 주파수를 효율적으로 사용하는 셀룰라 시스템은 무선 인터페이스의 사용자층 증대에 위치하여 사용자에게 이동통신 서비스를 제공하는 이동국(mobile unit, MU), 유선과 무선의 경계점으로 이동국과 무선 신호의 송·수신을 행하는 기지국(base station,

BS), 그리고 공중전화망(public switched telephone network, PSTN)과 이동무선 시스템 간의 통화 선로를 구성해주는 이동 교환국(mobile switching center, MSC)로 구성된다. 기지국과 이동채 사이의 무선 전송 특성은 매우 복잡하여 이동통신 무선 시스템 설계에 큰 영향을 주고 있다. 반송파의 파장이 주위의 산이나 인공 구조물의 크기에 비하여 작을때 그림 2에 나타난 바와 같이 송신된 전파는 반사와 산란등에 의해 여러경로를 통해 차량에 수신되어 페이딩 현상을 만들게 된다. 1960년대에 벨 연구소는 800~900 MHz대의 주파수 사용에 대해 연구한 바 있으며 이러한 고주파 대역을 이동통신에 사용하므로써 스펙트럼 효율을 높일 수 있으나 얼마나 높은 주파수 대까지 이동 통신에 사용할 것인가는 여러 현실적 제한이 있다. 그 주된 하나는 채널 주파수가 증가함에 따라 다경로 페이딩

*延世大學校 電子工學科
Dept. of Electronics, Yonsei University
論文番號 : 91-69(接受1991. 3. 12)

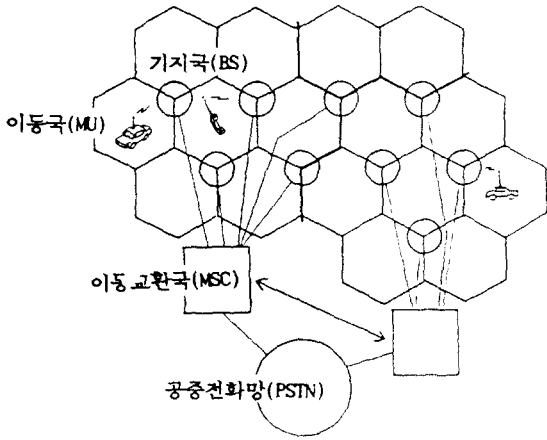


그림 1. 이동체 통신 시스템

영향이 극심하게 증가하기 때문이다. 또한 심각한 경로 손실을 일으켜 10GHz 이상의 주파수는 이동체 무선 통신 시스템에 부적당한 것으로 알려져 있다[1]. 한 예로 시속 10 마일의 이동 속도로 수신된 900 MHz에서의 다경로 페이딩 현상은 그림 3에 보인 바와 같이 신호 포락선 변동이 -20dB까지 일으키기도 하며 대개 반 주기마다 발생하는 널(null)은 음성이나 데이터의 통화 품질을 극히 저하시켜 신뢰성 있는 디지털 전송속도를 얻기에 주된 장애요인이 되고 있다.[1][2]. 이에 대한 대책으로 동일한 정보를 가지며 서로 상관성이 없는 여러 임의의 수신처에서 합성하여 페이딩 효과를 감소시킬 수 있는 다이버시티(diversity) 방법과 오류정정 부호 기법 및 대역 확산 방법, 지면 적응 채널 등화기에 의한 페이딩 극복 방법이 있으며 빠른 지면 페이딩 특성을 갖는 채널에서는 보다 빠른 수렴성을 가진 적응 등화기와 안정하고 신뢰성있는 오차율(BER)의 알고리즘들이 연구되어 왔다 [3][4][5][6][7].

본 논문에서는 LMS 알고리즘에 기본을 두고 등화기의 탭을 개별적으로 조절하여 빠른 수렴속도를 얻는 개별 탭 조절 LMS(individual tap LMS, ITLMS) 알고리즘[8]의 수렴특성을 이론적으로 확증하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여, 지면 이동체 페이딩 채널[2][3]에 대해, BER

을 통하여 gradient lattice 등화기[7][9]와 등화 성능을 비교분석 하였다.

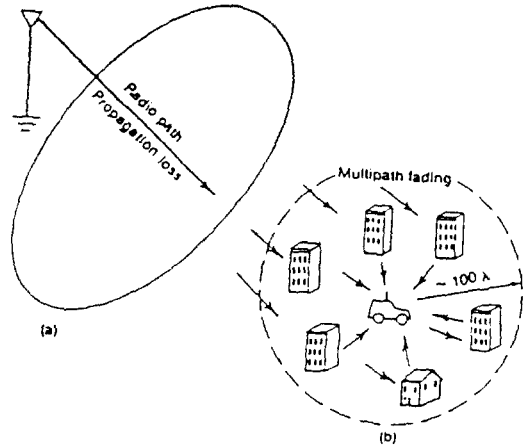


그림 2. 이동체 무선 채널의 fading
(a) 전파 손실 (b) 다경로 페이딩

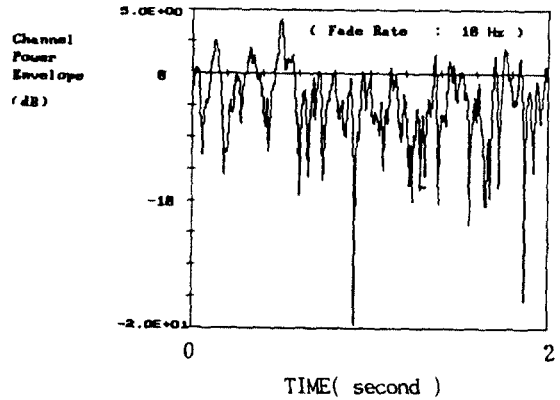


그림 3. 이동체에서 수신된 전형적인 신호 포락선

II. 적응 채널 등화기

지면 디지털 채널은 시간적으로 변하는 계수를 가진 TDL(tapped delay line)과 평균 0, 분산 σ^2 의 가산백색가우시안 잡음 $\eta(t)$ 에 의해 모델링 될 수 있다[10]. 여기서 탭 계수들은 영평균, $E\{\eta^2(t)\}$ 의 고정된 분산을 가지는 독립 가우시

안 랜덤 변수로 가정될 수 있다[3]. 탭 계수는 백색 가우시안 잡음을 페이딩률(fade rate)의 차수에 대응하는 대역폭의 저역통과필터를 통하여 만들어진다[3]. 결국 이산적 TDL 채널모델은 다음 그림 4와 같으며, 이는 변조, 채널, 복조, 그리고 백색화필터 모두를 함유하고 있게 된다 [10].

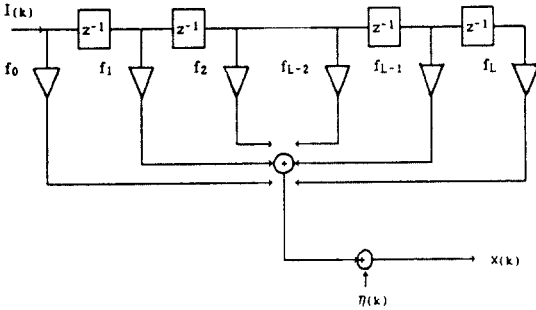


그림 4. 등가 이산 채널 모델

심한 주파수 선택적 페이딩의 경우 발생한 ISI는 일반적 선형등화기로는 극복하기 어려운 실정이다[10]. 이산적 채널 모델을 통과한 신호 x_{ik} 가 탭 갯수(L+1)의 선형등화기에 입력되어 추정된 k번째 심볼의 추정치는 다음과 같다.

$$I(k) = \sum_{j=0}^L C_j(k) \cdot X(k-j) \quad (1)$$

이때의 추정치 $I(k)$ 는 보내진 심볼 I_{ik} 와 같지 않을 경우 오차 e_{ik} 를 발생하며 이 오차 e_{ik} 를 최소화 하기 위한 기준에는 MSE(mean squared error)와 LS(least square)기준이 있다[10]. MSE 기준의 경우, 등화기 계수벡터 C_{ik} 는 자승평균오차 $E[e^2_{ik}]$ 를 최소화 하도록 갱신되어 선택되게 된다.

Wiener 최적 계수를 C^* 라고 하고 그 벡터를 C^* 라고 할 때, MSE는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$E[e^2(k)] = E[e^2(k)]_{min} + (C(k) - C^*)^T R (C(k) - C^*) \quad (2)$$

여기서 행렬 R은 입력 신호의 자기상관 행렬이며 WSS(wide sense stationary)라고 가정한다. 이 때 R은 positive definite 행렬이며 Hermitian 행렬이다[11].

$$R = \begin{bmatrix} r(0-0), & r(0-1), & \dots & r(0-L) \\ r(1-0), & r(1-1), & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r(L-0), & \dots & \dots & r(L-L) \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 $r(m-n) = E[x_{ik-m}x_{ik-n}]$

시간 k에서 i번째 계수 C_{ik} 와 최적 계수 C_i^* 과의 계수간격 $C_{ik} - C_i^*$ 를 다음 D_{ik} 로 정의하면 MSE는 D_{ik} 에 대한 이차 방정식이 된다.

$$MSE = MSE_{min} + \sum_{m=0}^L \sum_{j=0}^L D_m(k) D_j(k) r(m-j) \quad (4)$$

식(4)로 부터 i번째 계수 이외의 계수들을 고정시킨 상수로 둔다면 D_{ik} 는 식(5)와 같은 2차 포물선 함수가 된다.

$$MSE = A D_i^2(k) + 2 B D_i(k) + G \quad (5)$$

여기서

$$A = r(0) \quad (6a)$$

$$B = \sum_{\substack{m=i \\ m \neq i}}^L D_m(k) r(m-i) \quad (6b)$$

$$G = \sum_{m=i}^L \sum_{j=i}^L D_m(k) D_j(k) r_{(m-j)} + MSE_{min} \quad (6c)$$

식(5)로부터 i 번째 이외의 계수들을 상수로 고정된 상태에서는 A, B, G 는 i 이외의 고정된 계수 간격들과 등화기 입력 자기 상관에 의해 결정되는 상수가 된다. 또한 $A=r(0)$ 가 non negative이므로 식(5)는 하나의 최소점만을 갖는 MSE 포물선을 형성한다. 이 포물선의 최소점을 LMS 알고리즘으로 찾아가고 다음 $i+1$ 번째 탭계수에 대하여서도 이 과정을 반복 하므로써 등화기의 탭을 개별적으로 조절하는 알고리즘이 ITLMS 알고리즘이다[8].

III. ITLMS 알고리즘을 사용한 등화기의 수렴특성분석

i 번째 탭계수 이외의 계수들을 고정시킨 상태에서 D_i 에 대한 기울기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial MSE}{\partial D_i(k)} &= 2E[x(k-i)x(k-i)](C_i(k)-C_i^*) \\ &+ 2 \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^L E[x(k-i)x(k-j)](C_j(k)-C_j^*) \\ &= 2E\left[x(k-i) \left\{ \sum_{j=0}^L x(k-j)C_j(k) - \sum_{j=0}^L x(k-j)C_j^* \right\} \right] \\ &= -2E[x(k-i)e(k)] \quad (7) \end{aligned}$$

식 (7)은 시간 k 에서 i 번째 계수의 기울기 $\Delta_i(k)$ 이며 여기서 $-2e_{(k)}x(k-i)$ 를 i 번째 계수의 기울기로 취한다면 다음과 같은 기울기 추정치

$\Delta_i(k)$ 를 얻는다.

$$\nabla_i(k) = -2 e_{(k)}x(k-i) \quad (8)$$

i 번째 탭만의 계수값 조절에 식 (8)과 함께 steepest descent 방법 [12]을 적용하여 갱신할 수 있으며 등화기 입력으로부터 취하여온 n 개의 블럭 샘플만큼 중복 갱신된 i 번째 탭 계수는 샘플시간 k 와 탭 계수의 개별 갱신에 사용될 블럭 샘플 수 n 의 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_i(k, n+1) = C_i(k, n) + 2\mu x(k-i+n)e_{(k+n)}$$

여기서 $e_{(k+n)}$ 는 i 번째 탭 이외의 계수들을 고정시킨 상태에서 얻어진 오차샘플이며, μ 는 계수의 수렴을 보장해 주는 스텝 사이즈(수렴인자)로서 부등식 (10)와 같은 수렴구간을 갖는다(부록 I, II 참조). 한편 기존의 LMS 알고리즘의 수렴구간은 다음 부등식 (11)와 같다[12].

$$0 < \mu(ITLMS) < \frac{1}{r(0)}$$

$$0 < \mu(LMS) < \frac{1}{(L+1)r(0)}$$

식(10)와 (11)으로 부터 수렴을 위한 스텝사이즈의 구간은 LMS 알고리즘 보다 넓은 구간으로서 LMS 알고리즘의 수렴조건인 스텝사이즈를 사용할 경우는 수렴이 보장된다.

A. 무한개의 블럭 샘플을 사용한 탭 계수의 개별 갱신($n \rightarrow \infty$)

무한개의 블럭 샘플을 사용하는 경우, $C_{i(k, n)}$ 은 $C_i(k, \infty)$ 가 되며 식(8)의 기대치는 식(7)

과 같아서 편이가 없으므로(unbiased), 식(9)의 기대치에 대하여 수렴성을 분석한다[12]. 이 때, 식(4)는 다음 식(12)와 같이 표현된다.

$$D_i(k) = E[C_i(k, \infty)] - C_i^*$$

다른 계수는 고정시킨 상태에서 0번째 계수를 갱신하는 경우와 1번째 계수 갱신과정을 기본으로 하여 귀납적으로 전개하면, 다음 식(13)과 같이 i번째 계수에 대한 계수 간격 방정식을 얻을 수 있으며 그 유도과정은 부록 1에 있다.

$$D_i(k) = - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k) - \sum_{j=i+1}^L \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k-1)$$

편의상 $\frac{r(j-i)}{r(0)}$ 를 α_{j-i} 로 대체하고, $i=0, 1, 2, \dots, L$ 에 대한 $D_i(k)$ 를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ \alpha_1 & 1 & & & & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_1 & 1 & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_L & \alpha_{L-1} & & & \alpha_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_0(k) \\ D_1(k) \\ D_2(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_L(k) \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_L \\ 0 & 0 & & & \alpha_{L-1} \\ 0 & 0 & & & \cdot \\ \cdot & & 0 & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_0(k-1) \\ D_1(k-1) \\ D_2(k-1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_L(k-1) \end{bmatrix}$$

여기서 I+L과 U를 식(15)와 같이 정의하면 r(0)로 정규화된 입력 상관행렬은 식(16)과 같이

표현될 수 있다.

$$I+L = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ \alpha_1 & 1 & & & & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_1 & 1 & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \alpha_L & \alpha_{L-1} & & & \alpha_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_L \\ 0 & 0 & & & \alpha_{L-1} \\ & 0 & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & & \alpha_1 \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$r(0)^{-1} \cdot R = I + L + U$$

따라서 식(13)의 행렬형태인 식(14)는 다음과 같은 시간 반복적(time recursive) 행렬식이 된다.

$$(I+L) D(k) = - U D(k-1)$$

$$D(k) = - (I+L)^{-1} U D(k-1) \quad (18)$$

식(18)의 D_{ik} 가 k의 증가에 따라 0으로 수렴하기 위해서는 $-(I+L)^{-1}U$ 의 고유치 절대값이 모두 1보다 작아야 한다[13]. 한편, I+L+U가 positive definite이고, Hermitian 행렬인 경우에 대하여 (I+L)⁻¹U는 그 고유치가 모두 1보다 작음이 알려져 있다[13]. 그런데 식(16)의 행렬 · R은 positive definite이고, Hermitian 행렬이므로 r(0)로 정규화된 입력 상관행렬과 같은 I+L+U의 고유치들도 모두 1보다 작게된다. 따라서 식(18)의 D_{ik} 는 0으로 수렴한다. 즉,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} D(k) = 0 \quad (19)$$

식(19)는 개별탭 조절에 의한 ITLMS 알고리즘의 탭계수가 Wiener 최적 계수해에 접근함을 보여준다.

B. 유한 개의 블럭 샘플을 사용한 탭 계수의 개별 갱신

유한 개의 블럭 샘플을 사용하는 경우, 식(12)의 $C_{i(k, n)}$ 를 $C_{i(k, n)}$ 로 하고, 점사 $r_{(n)}$ 을 도입한 $D_i^{(n)}(k)$ 을 다음 식(20)과 같이 정의하여 그 수렴성을 밝혀본다.

$$D_i^{(n)}(k) = E[C_i(k, n)] - C_0^* \quad (20)$$

이때, 편의상 $D_i^{(n)}(k) - \beta^n D_i^{(n)}(k-1)$ 를 $B_i(k)$ 라 하면, 부록 II에 유도된 바와 같이 $B_i(k)$ 는 식(13)과 동일한 형태의 계수 갱신 방정식(21)을 갖는다.

$$B_i(k) = -\sum_{j=0}^{i-1} \alpha_j B_i(k) - \sum_{j=i+1}^L \alpha_j B_i(k-1) \quad (21)$$

따라서 $B_i(k)$ 는 0으로 수렴하며 $B_i(k) = D_i^{(n)}(k) - \beta^n D_i^{(n)}(k-1)$ 이므로, 다음과 같이 $D_i^{(n)}(k)$ 에 대한 방정식을 얻을 수 있다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} D_i^{(n)}(k) - \beta^n \lim_{k \rightarrow \infty} D_i^{(n)}(k-1) = 0 \quad (22)$$

여기서 $\lim_{k \rightarrow \infty} D_i^{(n)}(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} D_i^{(n)}(k-1)$ 라고 하면, 식(22)는 식(23)과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$(1 - \beta^n) \lim_{k \rightarrow \infty} D_i^{(n)}(k) = 0 \quad (23)$$

또한 β 가 $1 - 2\mu \cdot r_{(n)}$ 로서 $0 < \mu < 1/r_{(n)}$ 의 수렴조건 하에 그 절대값이 1보다 작으므로 식(23)의 $(1 - \beta^n)$ 는 0이 아니다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} D_i^{(n)}(k) = 0 \quad (24)$$

실국 식(24)은 유한 샘플 n개를 탭계수의 개별 갱신에 사용한 경우에서도 ITLMS 알고리즘의 탭계수는 Wiener 최적 계수에 접근함을 보여준다.

IV. 이동체 통신의 다경로 페이딩 채널 모델

다음과 같이 3개의 탭으로 구성된 두가지 채널 모델을 시뮬레이션에 사용하였다[3][10]. 전달함수는 다음과 같으며 채널 $H_1(Z)$ 은 고유치 21의 지분변 페이딩 채널이며 $H_2(Z)$ 은 탭 계수 $\{f_i(t)\}$ 가 시간에 따라 변하는 시변 페이딩 채널을 나타낸다. 등화기에 입력되는 심볼에 대한 자기 상관 행렬의 고유치 분포는 등화가 성능을 좌우하는 주된 요인이 되고 있다. 이들 고유치들은 채널의 스펙트럼 특성에 의해 결정되지며 최대 고유치와 최소 고유치의 비($\lambda_{max} / \lambda_{min}$)는 채널 주파수 응답의 크기 자승에 대한 최대값과 최소값의 비와 같다[3]. 이러한 고유치 분포비가 크게되면 채널의 주파수 응답은 깊은 골(null)을 갖게 되어 주파수 선택성 페이딩이 심각하게 발생하며 LMS 알고리즘의 수렴속도가 느리게 된다[12].

$$H_1(Z) = 0.304 + 0.903 Z^{-1} + 0.304 Z^{-2} \quad (25a)$$

$$H_2(Z) = f_0(t) + f_1(t) Z^{-1} + f_2(t) Z^{-2} \quad (25b)$$

여기서 시변계수 $\{f_i(t)\}$ 는 백색 가우시안 잡음을 특성 대역폭의 저역통과 필터에 통과 시킨으

로서 얻을 수 있다[3]. CCIR보고서에 따른 복미식 셀룰라방식에서 규정한 데이터 전송속도 10kbps를 심볼율로 하였고, 페이딩율은 10Hz로 하였다[14]. 채널 탭 계수값의 시변 곡선을 그림 5에 나타내었다. LMS, ITLMS 그리고 gradient lattice 등화기에 대해 채널 $H_1(Z)$ 에서는 MSE 수렴곡선으로 그 특성을 비교하였고 채널 $H_2(Z)$ 에서는 비트 오차율로서 성능을 비교하였다. 채널 $H_2(Z)$ 에서는 세 알고리즘 모두 300 샘플을 training sequence로 사용하였다.

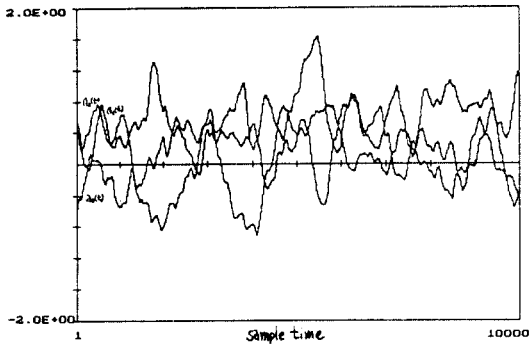


그림 5. 시변 채널 $H_2(z)$ 의 탭 값의 변동

V. 페이딩 채널에서의 성능

채널 $H_1(Z)$ 의 고유치 분포비는 21이며 그림 6은 그 시뮬레이션 결과이다. Gradient lattice 알고리즘에서 각 stage m 의 전방 오차 $f_m[k]$ 과 후방오차 $b_m[k]$ 의 최소화에는 최소자승 기준 (Least Square criterion)이 주로 사용된다[10]. 이 기준에 의해 최소화 시킬 성능 인자 ξ_m LS는 다음과 같다.

$$\xi_m^{LS} = \sum_{n=0}^k w^{k-n} \{ f_m^2[k] + b_m^2[k] \} \quad (26)$$

여기서 $0 < w < 1$ 을 갖는 가중치 인자(weighing factor) w 는 0.99로 하였고, LMS, ITLMS

알고리즘의 스텝사이즈는 0.02로 하였다. 그림 6으로 부터 LMS 등화기는 느린 수렴속도를 보인 반면 lattice 등화기와 ITLMS 등화기는 보다 빠른 수렴속도를 보였으며 특히 lattice 등화기가 약 40-60 샘플에 수렴한 반면 ITLMS 등화기는 약 20 샘플에 이미 수렴하였음을 관찰할 수 있다.

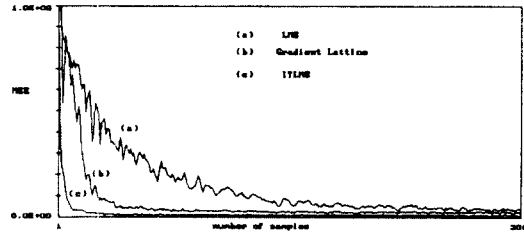


그림 6. 채널 $H_1(z)$ 에 대한 수렴곡선

이는 gradient lattice 등화기가 LMS 등화기보다 약 10배 정도의 빠른 수렴속도를 보이며 ITLMS 등화기가 gradient lattice 등화기보다 2-3배의 빠른 수렴속도를 가짐을 알 수 있다. 더욱이 수렴 후에 나타난 정상상태의 MSE 또한 ITLMS 등화기가 가장 작은 값을 나타내고 있음을 관찰할 수 있다.

채널 $H_2(Z)$ 에서의 등화기 성능으로서 SNR에 대한 비트오차율(BER)을 그림 7에 나타내었다. 시뮬레이션에서 결정(decision)에 사용된 심볼은 모두 전송된 정보심볼을 사용하였으며 300 샘플 이후 부터 오차비트를 계산하였다. 여기서 $w=0.97$, 스텝사이즈는 0.03을 사용하여 페이딩 채널 $H_2(Z)$ 에 대하여 시뮬레이션을 행하였다.

그림 7으로 부터 LMS 등화기는 시변 페이딩 채널에 대해 매우 열악한 성능을 보이고 있으며 대체로 SNR에 관계없이 10^{-1} 의 BER을 유지하고 있는 것을 알 수 있다. 한편 gradient lattice 등화기는 20dB SNR에서 10^{-2} 과 10^{-1} 사이에서 BER을 유지하며 ITLMS 등화기가 10^{-2} 이하의 BER을 보여준다. 빠른 페이딩의 이동체 채널에서는

선형등화기는 부적당한 것으로 판단되며 결정계환과 같은 비선형 적응등화기에 대한 연구가 필요하다.

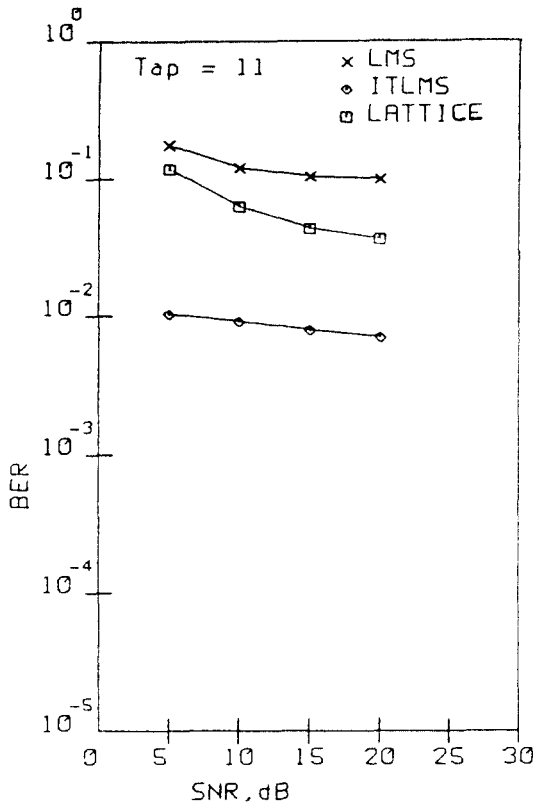


그림 7. 시변 채널 $H_t(z)$ 에 대한 BER 곡선

VI. 결 론

본 논문은 개별탭 LMS(ITLMS) 알고리즘의 수렴성을 이론적으로 증명하고 시변다경로 이동체 채널의 적응등화에 적용하여 그 성능을 분석하였다. TDL 적응 등화기의 개별탭 조절 방법은 탭계수를 갱신하는데 사용될 샘플 갯수에 관계없이 Wiener solution에 이름을 이론적으로 증명하였다. 따라서 ITLMS 알고리즘은 Wiener 해를 가지게 되며 이때 수렴을 위한 스텝사이즈의 구간은 LMS 알고리즘 보다 넓은 구간으로서

LMS 알고리즘의 수렴조건인 스텝사이즈를 사용할 경우는 수렴이 보장됨을 알 수 있었다. 그리고 시불변 채널과 시변 이동체에 대하여 LMS, ITLMS 그리고 gradient lattice 등화기의 성능을 비교한 결과 ITLMS 등화기가 가장 나은 성능을 보임을 알 수 있었다. 고유치 분포비가 21인 시불변 채널의 경우 gradient lattice 등화기는 LMS 등화기 보다 약 10배의 빠른 속도를 보였으며 ITLMS 등화기는 gradient lattice 보다 약 3배 정도 빠른 속도를 나타내었다. 정상상태의 MSE에 있어서도 ITLMS 등화기는 gradient lattice 등화기보다 더 작은 값을 보이고 있다. 시변이동체 페이딩 채널의 경우 세가지 등화기 모두 만족할 만한 BER 성능을 보이지 못했으나 ITLMS 등화기가 가장 나은 성능을 보였다. 따라서 선형등화기는 시변 이동통신 채널에 부적당한 것으로 판단되나 결정계환과 같은 비선형 구조에 개별탭 LMS 알고리즘을 적용할 경우에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

1. W.C.Y.Lee, *Mobile Communications Engineering*, McGraw Hill, 1982.
2. A.P.Clark, *Adaptive Detectors for Digital Modems*, Billing & Sons Ltd, Worcester and London, 1989.
3. F.Ling and J.G.Proakis, "Adaptive Lattice Decision-Feedback Equalizers-Their Performance and Application to Time variant Multipath Channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, pp. 348-356, April 1985.
4. D.A.George, R.R.Bowen and J.R.Storey, "An Adaptive Decision Feedback Equalizer", *IEEE Trans. Commun. Technology*, vol.COM-19, pp. 281-293, July 1971.
5. G.D.Forney, "Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference", *IEEE Trans. Inform.*, vol. IT-18, pp. 363-378, May 1972.
6. G.D.Forney, "The Viterbi Algorithm", *Proc.of IEEE*, vol.61, pp.268-278 March 1973.
7. R.A.Ziegler and J.M.Cioffi, "A Comparison of Least Squares and Gradient Adaptive Equalization for

- Multipath Fading in Wideband Digital Mobile Radio” IEEE Global Telecommunications Conference & Exhibition, Dallas, Texas, USA, pp. 102-106, November 1989.
8. 김남용, 오용선, 강창언 “개별 탭 이득 조정에 의한 등화기” 한국통신학회 1987년도 추계 학술발표회 논문집, 한국과학기술원, pp. 159-164, 1987년 11월.
 9. E.H.Satorious and S.T.Alexander, “Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithms”, IEEE Trans. Commun., vol.COM-27, pp. 899-905, June 1979.
 10. J.G.Proakis, *Digital Communication*, McGraw-Hill, 1983.
 11. A.Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes* McGraw-Hill, 1984.
 12. B.Widrow, P.Mantey, L.Griffiths, and B.Goode, “Adaptive antenna systems”, Proc. IEEE, vol.55, pp. 2143-2159, Dec. 1967.
 13. G.H.Golub and Van Loan, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, 1987.
 14. E.Casas and C.Leung, “A Simple Digital Fading Simulator for Mobile Radio”, IEEE Trans.Veh.Technol., vol.VT-39, pp.205-212, August 1990.

부록 I

무한개의 블럭 샘플을 사용한 경우의 계수 간격 방정식

기호정의 : 무한개의 블럭 샘플로 시간 k에서 갱신된 i번째 계수는 $C_i(k, \infty)$ 이며 이는 시간 k+1에서 아직 갱신되지 않은 $C_i(k+1, 0)$ 과 같다.

i) $C_0(k)$ 갱신(i=0)

이때, $C_1(k), C_2(k), \dots, C_L(k)$ 는 아직 갱신되지 않은 채 고정되어 있다.

$$\begin{aligned}
 E[C_0(k, n+1)] &= E[C_0(k, n)] + 2\mu E[x(k-0+n) \cdot e_0(k+n)] \\
 &= E[C_0(k, n)] + 2\mu E[x(k-0+n) (\sum_{j=0}^L x(k-j+n) \cdot C_j^* - \sum_{j=0}^L x(k-j+n) \cdot C_j(k, n))] \\
 &= E[C_0(k, n)] + 2\mu \cdot r(0) C_0^* + 2\mu \sum_{j=1}^L r(j) C_j^* - 2\mu \cdot r(0) E[C_0(k, n)] \\
 &\quad - 2\mu \sum_{j=1}^L r(j) E[C_j(k, 0)] \\
 &= (1-2\mu \cdot r(0)) E[C_0(k, n)] + 2\mu \cdot r(0) C_0^* + 2\mu \sum_{j=1}^L r(j) \langle C_j^* - E[C_j(k, 0)] \rangle
 \end{aligned} \tag{I-1}$$

식 (I-1)에서 $j=1$ 부터 $j=L$ 까지의 $E[C_j(k, n)]$ 은 시간 k에서 아직 갱신되지 않은 계수이며 시간 k-1에서 갱신되었던 계수이다. 따라서 식 (I-1)의 오른쪽 항인 $C_j^* - E[C_j(k, n)]$ 은 $-D_j(k-1)$ 와 같으며 식 (I-1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E[C_0(k, n+1)] &= \\
 & (1-2\mu \cdot r(0)) E[C_0(k, n)] + 2\mu \cdot r(0) \left[C_0^* - \sum_{j=1}^L \frac{r(j)}{r(0)} D_j(k-1) \right]
 \end{aligned} \tag{I-2}$$

또한 식 (I-2)의 $E[C_0(k, n)]$ 을 $E[C_0(k, 0)]$ 에 대한 유도식으로 만들면 다음과 같은 식 (I-3)을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 E[C_0(k, n+1)] &= \\
 & (1-2\mu \cdot r(0))^{n+1} E[C_0(k, 0)] + 2\mu \cdot r(0) \left[C_0^* - \sum_{j=1}^L \frac{r(j)}{r(0)} D_j(k-1) \right] \\
 & \quad - \left[C_0^* - \sum_{j=1}^L \frac{r(j)}{r(0)} D_j(k-1) \right] (1-2\mu \cdot r(0))^{n+1}
 \end{aligned} \tag{I-3}$$

만약 $|1-2\mu \cdot r_0| < 1$ 의 조건하에 무한개의 샘플 ($n \rightarrow \infty$)을 사용하여 $C_{0(k)}$ 만을 갱신 시킨다고 하면 식(1-4)와 같은 0번째 탭에 대한 계수 간격방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} E[C_0(k, \infty)] - C_0^* &= - \sum_{j=1}^L \frac{r(j)}{r(0)} D_j(k-1) \\ &= D_0(k) \end{aligned} \quad (1-4)$$

단, $|1-2\mu \cdot r(0)| < 1$

ii) $D_1(k)$ 갱신

$C_1(k)$ 를 갱신시키는 경우, $C_0(k)$ 는 식(13)에서 갱신된 값 $C_0(k, \infty)$ 로서 고정되며 나머지 $C_2(k)$, $C_3(k)$, ..., $C_L(k)$ 는 아직 갱신되지 않은 채 고정되어 있다. $C_1(k)$ 에 대한 steepest descent 방법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[C_1(k, n+1)] &= E[C_1(k, n)] + 2\mu E[x(k-1+n) \cdot e_c(k+n)] \\ &= E[C_1(k, n)] + 2\mu E[x(k-1+n) (\sum_{j=0}^L x(k-j+n) \cdot C_j^* - \sum_{j=0}^L x(k-j+n) \cdot C_j(k, n))] \end{aligned} \quad (1-6)$$

식(1-6)은 식(1-1)에서와 유사한 과정에 의해 다음 식(1-7)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E[C_1(k, n+1)] &= (1-2\mu \cdot r(0))E[C_1(k, n)] + 2\mu \cdot r(0) \left[C_1^* - \sum_{j=0}^0 \frac{r(j-1)}{r(0)} D_0(k) - \sum_{j=2}^L \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k-1) \right] \end{aligned}$$

또한 식(1-7)의 $E[C_1(k, n)]$ 을 $E[C_1(k, 0)]$ 에 대한 유도식으로 만들면 $|1-2\mu \cdot r_0| < 1$ 의 조건하에 다음과 같은 식(1-8)와 같게 된다.

$$\begin{aligned} E[C_1(k, \infty)] - C_1^* &= - \sum_{j=0}^0 \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k) - \sum_{j=2}^L \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k-1) \\ &= D_1(k) \end{aligned}$$

마찬가지 방법에 따라 $D_2(k) = - \sum_{j=0}^1 \frac{r(j-2)}{r(0)} D_j(k) - \sum_{j=3}^L \frac{r(j-2)}{r(0)} D_j(k-1)$

결국, i 번째 탭계수에 대한 일반적인 형태의 계수 간격 방정식은 다음과 같다.

$$D_i(k) = - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k) - \sum_{j=i+1}^L \frac{r(j-1)}{r(0)} D_j(k-1)$$

부록 II

유한개의 블럭 샘플을 사용한 경우의 계수 간격 방정식

기호정의 : 유한개의 블럭 샘플로 시간 k 에서 갱신된 i 번째 계수는 $C_i(k, n)$ 이며 이는 시간 $k+1$ 에서 갱신되지 않은 $C_i(k+1, 0)$ 과 같다.

식(I -4)로 부터

$$\left[C_0^* - \sum_{j=1}^L \frac{r(j)}{r(0)} D_j(k-1) \right] = E[C_0(k, \infty)]$$

식(II -1)을 식(I -3)에 대입하여 다시 정리하면

$$E[C_0(k, n+1)] - E[C_0(k, \infty)] = (1-2\mu r(0))^{n+1} (E[C_0(k, 0)] - E[C_0(k, \infty)])$$

여기에서 n 개의 샘플 사용만으로 갱신된 간격 $E[C_0(k, n)] - C_0^*$ 을 $D_0^{(n)}(k)$ 로 정의하기로 하면 식(II -2)의 좌변은 $D_0^{(n+1)}(k) - D_0(k)$ 개 되며, 식(II -2)에서 $n+1$ 을 n 으로 다시 정리하면 다음과 같다.

$$D_0^{(n)}(k) - D_0(k) = (1-2\mu \cdot r(0))^n (E[C_0(k, 0)] - E[C_0(k, \infty)]) \quad (II-3)$$

또한, 유사한 방법으로 $E[C_1(k, n+1)]$ 에 대해서도 다음과 같은 식(II -4)를 얻을 수 있다.

$$D_1^{(n)}(k) - D_1(k) = (1-2\mu \cdot r(0))^n (E[C_1(k, 0)] - E[C_1(k, \infty)]) \quad (II-4)$$

편의상 $1-2\mu \cdot r(0)$ 을 β 로 치환하고 식(12)의 $E[C_1(k, \infty)] = D_1(k) + C_1^*$ 을 대치하여 i 번째 탭계수에 대한 일반적인 관계식을 유도하면 다음과 같다.

$$D_i^{(n)}(k) - D_i(k) = \beta^n (E[C_i(k, 0)] - (D_i(k) + C_i^*)) \quad (II-5)$$

식(II-5)는 $E[C_i(k, 0)] - C_i^* = E[C_i(k-1, n)] - C_i^* = D_i^{(n)}(k-1)$ 인 관계를 이용하여 정리하면 다음 식(II-6)과 같다.

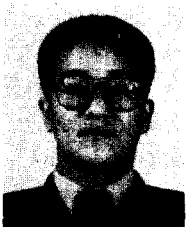
$$(1 - \beta^n) \cdot D_i(k) = D_i^{(n)}(k) - \beta^n \cdot D_i^{(n)}(k-1) \quad (II-6)$$

식(II-10)의 계수간격 방정식에 $(1 - \beta^n)$ 을 곱한 후 식(II-6)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$D_i^{(n)}(k) - \beta^n D_i^{(n)}(k-1) = -\sum_{j=0}^{i-1} \alpha_{j-i} [D_j^{(n)}(k) - \beta^n D_j^{(n)}(k-1)] - \sum_{j=i+1}^L \alpha_{j-i} [D_j^{(n)}(k-1) - \beta^n D_j^{(n)}(k-1)] \quad (II-7)$$

편의상 $B_i(k) = D_i^{(n)}(k) - \beta^n D_i^{(n)}(k-1)$ 라고 하면 식(II-7)은 계수 간격 방정식과 동일한 형태인 식(II-8)가 된다. 즉,

$$B_i(k) = -\sum_{j=0}^{i-1} \alpha_{j-i} B_i(k) - \sum_{j=i+1}^L \alpha_{j-i} B_i(k-1) \quad (II-8)$$



金 南 用(Nam Yong KIM) 正會員
 1963년 12월 24일생
 1986년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1988년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학석사)
 1988년 3월~현재 : 연세대학교 대학원 전자공학과(박사과정 수료)



康 昌 彦(Chang Eon KANG) 正會員
 1938년 8월 26日生
 1960年 : 延世大學校電氣工學科(工學士)
 1965年 : 延世大學校大學院電氣工學科(工學碩士)
 1969年 : 美國미시간주립大學校大學院電氣工學科(工學碩士)
 1973年 : 美國미시간주립大學校大學院電氣工學科(工學博士)
 1967年~1973年 : 美國미시간주립大學校工業研究所先任研究員
 1973年~1981年 : 美國노턴일리노이대학교電氣工學科助教授, 副教授
 1982年~現在 : 延世大學校電子工學科 教授
 1987年~1988 : 韓國通信學會 副會長
 1989年~1990年 : 韓國通信學會 會長