

비터비 검파기를 이용한 2-h CPM의 차동 복조에 관한 연구

正會員 洪 義 植* 正會員 韓 榮 烈**

A Study on the Differential Demodulation of 2-h CPM using Viterbi Detector

Hee Sik HONG*, Young Yearl HAN** *Regular Members*

要 約 본 논문에서는 2-h CPM의 차동 복조 방식을 제안하고 이에 따른 오류 성능을 분석한다. 차동 복조에 적합한 변조지수 집합을 도출하고 이로부터 얻어진 변조지수에 따른 전력 스펙트럼을 구하여 기존의 MSK와 OPSK등과 비교, 분석하였다. 또한, 제안된 차동 검파기에 의한 오류 성능과 2-h CPM의 차동 복조시 비터비검파기를 적용시켜 얻은 오류 성능 등을 비교, 분석하였다.

ABSTRACT In this paper, we proposed the differential demodulation technique of 2-h CPM and analyzed its error performances. We derived the sets of modulation indices of 2-h phase codes adequate to the differential detection. The power spectra of 2-h CPM signals with various sets of modulation indices are illustrated and compared. Besides, the error performances for the differential detectors are calculated and detectors using Viterbi algorithm are compared and analyzed by computer simulations.

I. 서 론

정진폭 특성과 연속위상 특성으로 인해 디지털 이동통신 및 위성통신에 적합한 multi-h CPM 신호는 신호구간마다 변조지수가 변하도록 한 일종의 MSK와 CPFASK 등의 일반화된 형태로 표현된다.⁽¹⁾ 주기성을 갖는 k개의 변조지수 집합 {h_i}에 의해 부호화와 변조가 하나의 과정으로 이루어지고 위상 트렐리스(trellis) 상의 병합(merger)을 지연시켜 신호간 유클리드 거리(Euclidean distance)를 크게 하여 오류 성능을 개선시킬 수 있다.⁽²⁾ Multi-h CPM의 복조방법으로 비터비 검파기를 이용한 동기검파 방식이 주로 연구되었으나^(3,4) 협대역 페이팅 채널하에서는 실제 구현이 어렵다. 여기서는 2-h CPM의

차동 검파방식을 제안하고 비터비 검파기를 이용한 차동 검파기의 오류 성능 등을 분석한다.

제2절에서는 multi-h CPM 신호 형태를 기술하고 2-h CPM 차동 검파에 적합한 변조지수 집합을 도출하고 간단한 차동 검파기를 제시한다. 제3절에서는 여러 종류의 2 h 신호의 전력 스펙트럼을 MSK, QPSK 신호와 상호 비교하고 제4절에서는 일반적인 차동 검파와 비터비 알고리즘을 적용한 차동 검파에 의한 오류특성을 구하고 제5절에서 결론을 맺었다.

II. 2-h CPM의 차동 복조

2-1. Multi-h CPM 신호

Multi-h CPM 신호의 일반적인 형태는

$$s(t, \alpha) = \sqrt{2E/T} \cos(2\pi f_0 t + \phi(t, \alpha) + \theta_0) \quad (2.1)$$

* 東洋工業專門大學 通信工學科
Dept. of Communication Engineering, Dongyang Tech. College

** 漢陽大學校 電子通信工學科
Dept. of Electronic Commun. Engineering, Hanyang University
論文番號 : 91-103 (接受1991. 5. 31)

로 표현되며 이때 T는 심볼간격, E는 심볼에너지 그리고 θ_0 는 임의의 반송파 위상을 나타낸다. 정보비트를 포함하는 위상 함수는

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i \alpha_i q(t-iT) \quad (2.2)$$

로 표현되고 정보비트열 $\alpha = \{\dots, \alpha_{-2}, \alpha_{-1}, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots\}$ 는 각각 $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$ 의 값을 갖는다. 또한 변조지수 $h_i (i=1, 2, \dots, k)$ 는 각 심볼 구간에서 주기적으로 k개의 값을 갖는다. 즉,

$$h_i = h_{i+k} \quad (2.3)$$

위상 성형 함수 $q(t)$ 는

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau \quad (2.4)$$

로 정의되며 이때 $g(t)$ 는 주파수 성형 함수이다. $h_1 = h_2 = \dots = h_k = h$ 이고 $g(t) = 1/2T (0 \leq t \leq T)$ 인 경우엔 CPFSK가 되며 $h_1 = h_2 = \dots = h_k = 1/2$ 인 경우엔 MSK가 된다.

본 논문에서는 구형파의 주파수 성형 함수를 갖는 full-response 2-h CPM에 대한 차동 복조를 고려하였다.

2-2. 2-h CPM의 차동 복조

2-h CPM의 차동 검파에 적합한 변조 지수 (h_1, h_2) 를 얻기 위해 정보 비트열을 차동 부호화한 신호의 2T 구간 동안의 위상차로부터 다음 식을 만족시키는 $h_i (i=1,2)$ 를 구한다.⁽¹⁾

$$\cos(|h_1 + h_2| \pi) = -\cos(|h_1 - h_2| \pi) \quad (2.5)$$

단, $h_i = L_i/q$ (L_i, q : 정수)

이 식을 만족하는 변조 지수는 아래와 같이 4종류로 표현된다.

(Type I)

$$\begin{aligned} |h_1 + h_2| \pi &= (1 - p/2^n) \pi \\ |h_1 - h_2| \pi &= (p/2^n) \pi \quad (p=1, 2, \dots, 2^{n-1}-1) \quad n \geq 2 \\ h_1 &= (2^{n-1}-p)/2^n, \quad h_2 = 2^{n-1}/2^n \quad (h_1 < h_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

(Type II)

$$\begin{aligned} |h_1 + h_2| \pi &= (1 + p/2^n) \pi \\ |h_1 - h_2| \pi &= (p/2^n) \pi \\ h_1 &= 2^{n-1}/2^n, \quad h_2 = (2^{n-1}+p)/2^n \quad (h_1 < h_2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

(Type III)

$$\begin{aligned} |h_1 + h_2| \pi &= (1/2 + p/2^n) \pi \\ |h_1 - h_2| \pi &= (1/2 - p/2^n) \pi \\ h_1 &= p/2^n, \quad h_2 = 2^{n-1}/2^n \quad (h_1 < h_2) \end{aligned} \quad (2.8)$$

(Type IV)

$$\begin{aligned} |h_1 + h_2| \pi &= (3/2 - p/2^n) \pi \\ |h_1 - h_2| \pi &= (1/2 - p/2^n) \pi \\ h_1 &= 2^{n-1}/2^n, \quad h_2 = (2^n-p)/2^n \quad (h_1 < h_2) \end{aligned} \quad (2.9)$$

n에 따른 변조 지수 집합이 표1.에 나타나 있다.

표1.로부터 n이 무한대로 갈수록 2-h CPM의 변조 지수가 1/2이 되어 MSK에 접근하고 있음을 알 수 있다.

표 1. 2-h CPM의 변조 지수 집합
Table 1. Modulation index sets of 2-h CPM.

		Type I		Type II		Type III		Type IV	
		h_1	h_2	h_1	h_2	h_1	h_2	h_1	h_2
n=2	p=1	1/4	2/4	2/4	3/4	1/4	2/4	2/4	3/4
n=3	p=1	3/8	4/8	4/8	5/8	1/8	4/8	4/8	7/8
	p=2	2/8	4/8	4/8	6/8	2/8	4/8	4/8	6/8
	p=3	1/8	4/8	4/8	7/8	3/8	4/8	4/8	5/8
n=∞	p=1	1/2	1/2	1/2	1/2	0	1/2	1/2	1
	p=∞	0	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1/2	1/2

또한 Type III, IV는 Type I, II와 동일한 변조지수 집합을 갖게 되므로 여기서는 Type I, II에 대해서만 고려한다. 2-h CPM의 차동 검파기는 그림2.1과 같다.

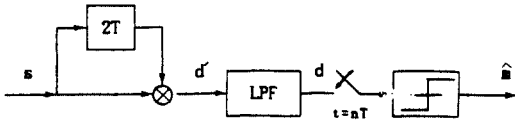


그림 2.1. 2-h CPM의 차동 검파기
Fig. 2.1. Differential detector of 2-h CPM.

수신 신호에 잡음이 없다고 가정하면,

$$s(t) = \sqrt{2E/T} \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} d(t) &= s(t)s(t-2T) \\ &= 2E/T \cos(\omega_c t + \phi(t)) \cos(\omega_c(t-2T) \\ &\quad + \phi(t-2T)) \end{aligned} \quad (2.11)$$

$\omega_c T = 2k\pi$ ($k=1, 2, \dots$)가 되도록 반송파를 택하면,

$$d(t) = E/T \cos(\phi(t) - \phi(t-2T)) \quad (2.12)$$

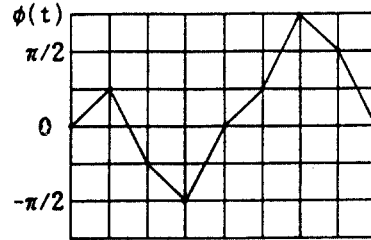
가 되어 $2T$ 구간 동안의 위상차에 의해 입력 정보가 얻어진다.

입력 정보 계열 $\{m_i\} = \{1010010\dots\}$ 의 차동 부호 계열 $\{a_i\} = \{10011100\dots\}$ 에 대한 위상 트렐리스도가 그림 2.2에 나타나 있다. 변조 지수 $\{h_1, h_2\} = \{1/4, 2/4\}$ 일때에 표본점에서 복조 신호의 크기는 ± 0.707 이 되고 $\{h_1, h_2\} = \{3/8, 4/8\}$ 일때에는 ± 0.923 의 크기를 갖는다. 이 두 종류의 2-h CPM 신호에 대한 신호 공간도는 그림 2.3과 같다.

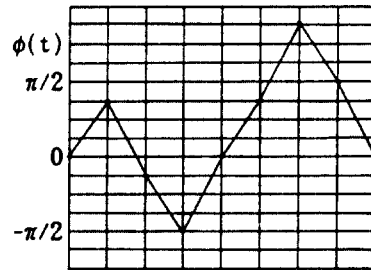
III. 전력 스펙트럼 분석

2-h CPM 신호는 신호 간격마다 변조 지수가 주기적으로 변화하므로 전력 스펙트럼은 간단하게 얻어지지 않는다. 일반적으로 시뮬레이션 방법, 마르코프 연쇄(Markov chain) 접근 방법,

m_i	1	0	1	0	0	1	0
a_i	1	0	0	1	1	1	0

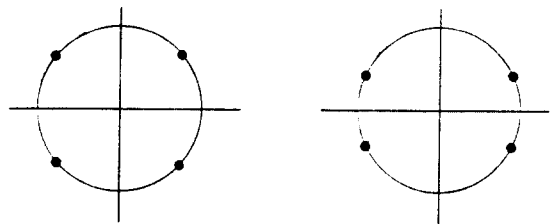


(a) $\{h_1\} = \{1/4, 2/4\}$



(b) $\{h_1\} = \{3/8, 4/8\}$

그림 2.2. 위상 트렐리스도
Fig. 2.2. Phase trellis diagram.



(a) $\{h_1\} = \{1/4, 2/4\}$

(b) $\{h_1\} = \{3/8, 4/8\}$

그림 2.3. 2-h CPM 신호 공간도
Fig. 2.3. Signal space diagram for 2-h CPM.

그리고 직접법(direct method)^(6,67) 등이 사용되고 있다. 여기서는 CPFSS의 전력 스펙트럼 결과식을 2-h CPM에 적용하여 얻었다.

일반적인 CPFSS의 전력 스펙트럼은

$$G(f) = G_+(f) + G_-(f) \quad (3.1)$$

$$G_{\pm}(f) = \frac{A^2 \sin[\pi(f \pm f_1)T_b] \sin^2[\pi(f \pm f_2)T_b] [1/(f \pm f_1) - 1/(f \pm f_2)]^2}{2\pi^2 T_b (1 - 2\cos[2\pi(f \pm \alpha)T_b] \cos 2\pi\beta T_b + \cos^2(2\pi\beta T_b))} \quad (3.2)$$

로 표현되며⁽⁶⁾ 이때 A는 신호의 크기, T_b는 비트 구간을 나타내고

$$\begin{aligned} f_1 &= f_0 - h / 2T_b \\ f_2 &= f_0 + h / 2T_b \\ \alpha &= 1 / 2(f_2 + f_1) \\ \beta &= 1 / 2(f_2 - f_1) \text{ 이 된다.} \end{aligned}$$

이 식을 2-h CPM에 적용하기 위하여 2가지의 접근 방법을 이용하였다.

첫째로, 각각의 h_i(i=1,2,...,k)에 대한 스펙트럼의 평균으로부터 근사적으로 얻는다. 즉,

$$G(f) = [G_{b1}(f) + G_{b2}(f)] / 2 \quad (3.3)$$

둘째로, 각 변조 지수의 평균치를 CPFSK 스펙트럼 분포식에 대입하므로써 근사적으로 얻는다. 즉,

$$h = [h_1 + h_2] / 2 \quad (3.4)$$

표2. 2-h CPM의 대역폭 효율.
Table 2. Bandwidth efficiency for 2-h CPM.

	대역폭 효율	90	99 *
Type I (h ₁ , h ₂)	(1/4 , 2/4)	0.592	1.081
	(3/8 , 4/8)	0.689	1.138
	(7/16 , 8/16)	0.734	1.161
Type II (h ₁ , h ₂)	(2/4 , 3/4)	0.915	1.602
	(4/8 , 5/8)	0.852	1.224
	(8/16 , 9/16)	0.816	1.201
M S K		0.777	1.182

그림 3.1은 2-h CPM과 MSK 그리고 QPSK의 전력 스펙트럼을 비교 하였고 그림 3.2는 2-h CPM의 Type I에서 {h_i}에 따른 비교를 나타냈으며 그림 3.3은 Type II에서의 {h_i}에

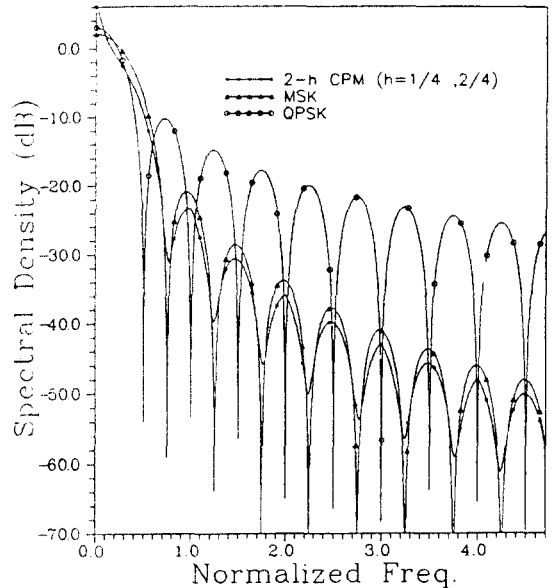


그림 3.1. 각 변조 신호의 전력 스펙트럼.
Fig. 3.1. Power spectral density of various modulated signal.

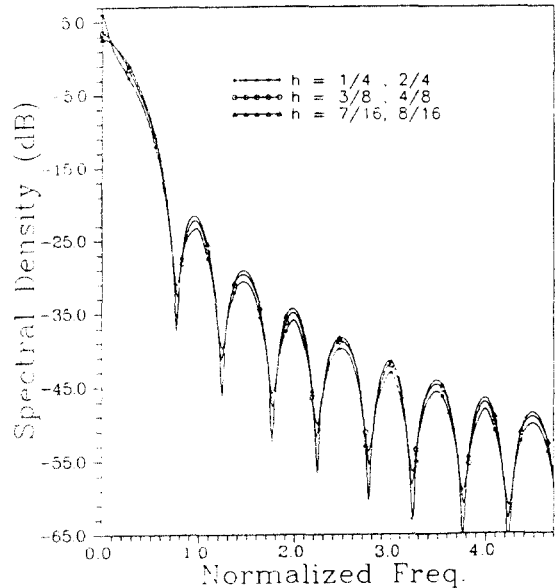


그림 3.2. 2-h CPM의 전력 스펙트럼(Type I).
Fig. 3.2. Power spectral density of 2-h CPM (Type I).

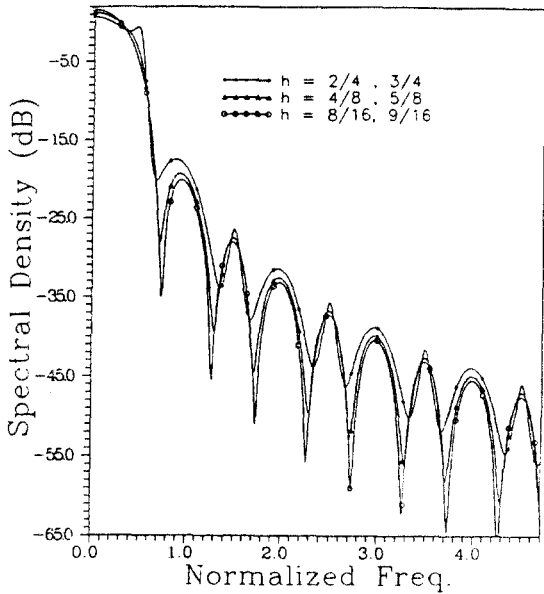


그림 3.3. 2-h CPM의 전력 스펙트럼(Type II)
Fig. 3.3. Power spectral density of 2-h CPM (Type II).

따른 비교를 나타내었다. 2-h의 경우가 MSK에 비해 부엽(side lobe)의 피크치가 약 3.5dB 낮게 나타났으며 Type I의 경우엔 {1/4, 2/4}일때가 가장 좋게 나타나고 n이 커질수록 MSK에 접근함을 알 수 있다. Type II의 경우 n이 커질수록 부엽이 감소하는 것으로 나타났다.

실제 2-h CPM의 대역폭 효율을 구한 결과 표2. 와 같은 결과를 얻었다.

VI. 오율 특성

4-1 수치 해석

동기 복조시 가산성 가우시안 잡음하에서 위상 오류에 대한 PDF는 아래와 같이 표현된다.⁽⁹⁾

$$f(\phi) = e^{-R/2\pi} + 1/2 \cdot \sqrt{R/\pi} \exp(-R \sin^2 \phi) \cos \phi (1 + \operatorname{erf}(\sqrt{R} \cos \phi)) \quad (4.1)$$

ϕ : 위상 오류

R : 신호대 잡음비

차동 복조시에 연속되는 2개의 시간 간격에서 위상 오류의 합이 신호 위상을 오류 영역으로 천이 시킬때 발생하므로 원래 신호와 지연된 신호 양쪽에서 위상 오류의 합으로 고려 되어야 한다. 즉,

$$f(\Delta \phi) = \int f(\phi) f(\phi + \Delta \phi) d\phi \quad (4.2)$$

2-h CPM의 경우 결정 영역은 그림 4.1과 같다.

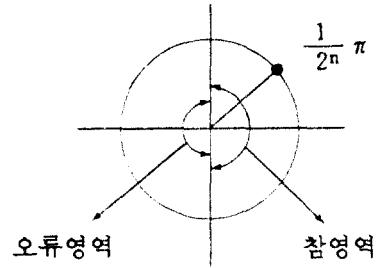


그림 4.1. 2-h CPM의 결정 영역
Fig. 4.1. Decision region for 2-h CPM

그러므로 2-h CPM의 오류 확률은

$$P_e = 1 - \int_{-(1/2+1/2^n)\pi}^{(1/2-1/2^n)\pi} f(\Delta \phi) d\Delta \phi \quad (n \geq 2) \quad (4.3)$$

가 된다.

그림 4.2는 식 4.3으로부터 얻은 2-h CPM의 차동 복조시 오율을 나타 내었다.

그림 4.2로부터 2-h의 경우 변조지수가 {3/8, 4/8} 일때가 {1/4, 2/4} 일때 보다 표본점에서의 복조신호 크기가 커져 비트오율이 10^{-3}

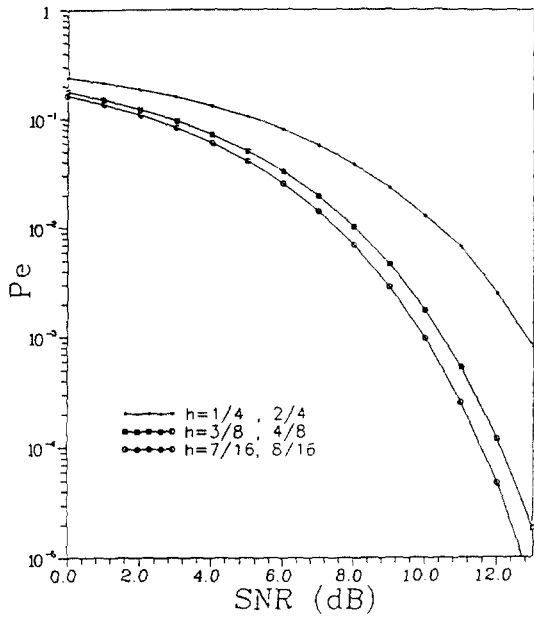


그림 4.2. 2-h CPM의 오류 특성
Fig. 4.2. Error performance of 2-h CPM.

에서 약 2.5dB 정도 향상됨을 보여 준다.

4-2. 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 그림 4.3에서와 같이 2-h CPM 차동 복조시 T와 2T 시간 지연으로부터 얻은 정보로부터 비터비 알고리즘을 적용하여 시뮬레이션을 하였다.

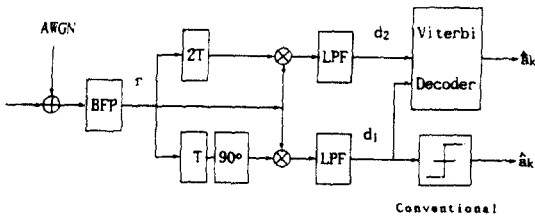


그림 4.3. 비터비 검파를 사용한 2-h CPM의 차동 검파기
Fig. 4.3. Differential detector of 2-h CPM using Viterbi decoder.

대역 통과 여파기를 통과한 수신 신호는

$$r(t) = \sqrt{2} \cos(\omega_c t + \phi(t)) + n(t) \quad (4.4)$$

로 표현되며 이 때 n(t)는 협대역 가우시안 잡음이다. t=kT인 순간에 d₁과 d₂는

$$\begin{aligned} d_1(kT) &= \sin(\phi(kT) - \phi((k-1)T)) + n_1(kT) \\ &= a_k + n_1(kT) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} d_2(kT) &= \cos(\phi(kT) - \phi((k-2)T)) + n_2(kT) \\ &= -a_k a_{k-1} + n_2(kT) \end{aligned} \quad (4.6)$$

가 되어 그림 4.4와 같이 2-상태 비터비 검파기(2-state Viterbi decoder)로 구성할 수 있다.⁽¹⁰⁾

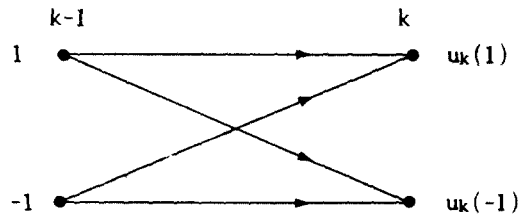


그림 4.4. 2-상태 비터비 검파기의 트래리스도
Fig. 4.4. Trellis diagram of 2-state Viterbi detector

이때 t=kT에서의 평가량 (metric) u_k는

$$\begin{aligned} u_k(i) &= a_k d_1(k) - a_k a_{k-1} d_2(k) \\ &\quad - a_{k-1} d_1(k) d_2(k) \end{aligned} \quad (4.7)$$

- 와 같이 표현되며 복호화 과정은 다음과 같다.
1. u_k(1)와 u_k(2)에 이르는 각각의 생존 경로 (surviving path)의 결정
 2. 두 경로중 한 경로의 선택
 3. t=(k-1)T 인 순간의 정보 비트 (a_{k-1}) 복호화

그림 4.5는 2-h CPM(h₁=3/8, h₂=4/8)의 경우 동기 최적 검파에 의한 오율과 차동 검파에

의한 오율을 나타내었다. 그림 4.6은 Type I 에서의 2종류의 2-h CPM 차동 검파의 오율을, 그림 4.7에서는 Type II에서의 오율 특성을 나타내었다.

그림 4.5에서 동기 검파(coherent)의 경우는 관찰구간 $N=2$ 인 경우의 최소 유클리드 거리로부터 구했으며 수치적 방법(numerical)의 경우는 식 4.3으로부터 구했다. 그리고 기존 방식(conventional) 과 비터비(viterbi)의 경우는 그림 4.3의 검파기를 시뮬레이션하여 얻었다. 시뮬레이션 결과치와 이론치가 거의 일치했으며 동기 검파의 경우보다는 약 2dB 정도 떨어졌다. 비터비 검파를 한 결과 8dB까지는 동기 검파에 근접 하였으나 그 이상의 신호대 잡음비에서는 오율 성능이 저하되었다. 그러나 기존 방식(conventional) 의 경우 보다는 10^{-3} 에서 약 1dB 정도 향상되었다. 그림 4.6으로부터 2-h의 경우엔 전반적으로 $\{3/8, 4/8\}$ 의 경우가 $\{1/4, 2/4\}$ 보다 오율 성능이 우수하게 나타났으나 $\{1/4, 2/4\}$ 의 경우 10^{-3} 에서 약 3dB 오율 성능이 개선된 반면 $\{3/8, 4/8\}$ 의 경우엔 약 1dB정도

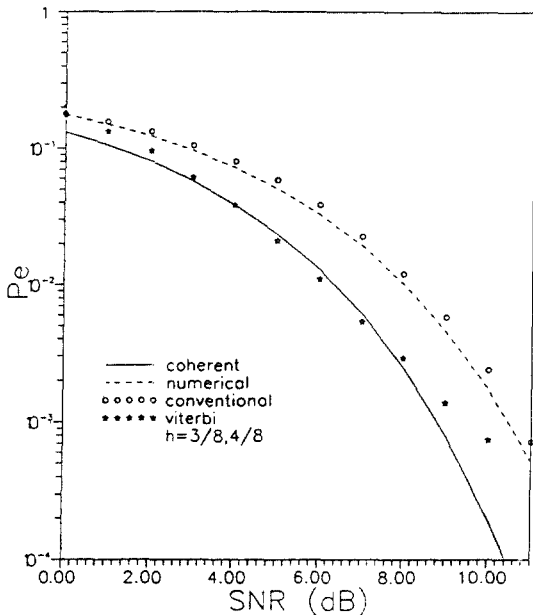


그림 4.5. 2-h CPM의 오율 특성
Fig. 4.5. Error performance for 2-h CPM

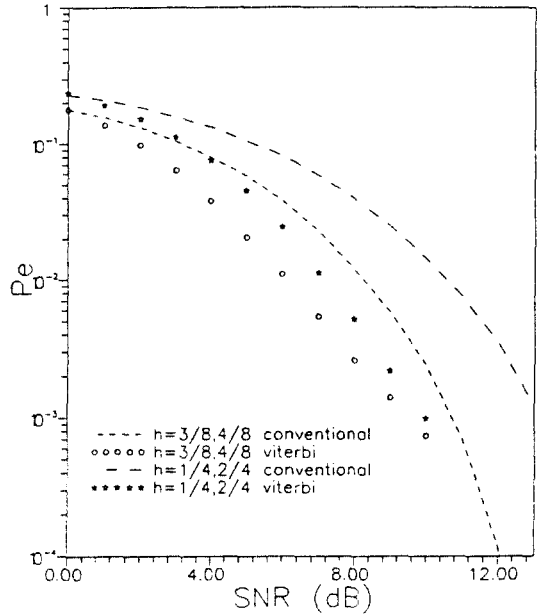


그림 4.6. 비터비 검파에 의한 오율특성(Type I)
Fig. 4.6. Error Performance by Viterbi detector(Type I).

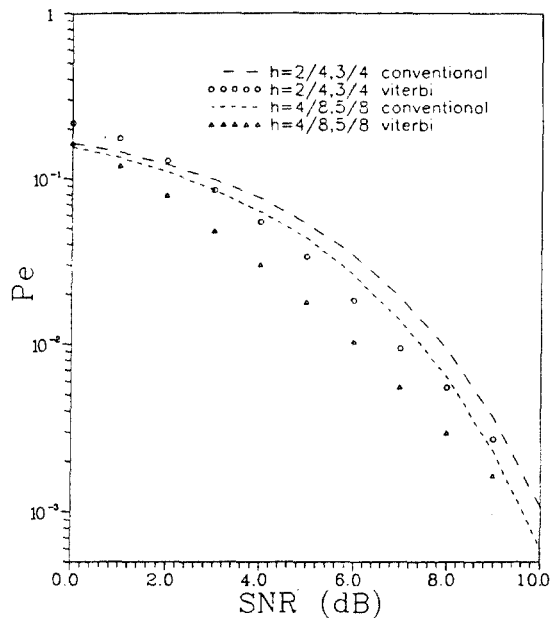


그림 4.7. 비터비 검파에 의한 오율특성(Type II)
Fig. 4.7. Error performance by Viterbi detector(Type II).

개선되어 $\{1/4, 2/4\}$ 의 경우가 비터비 검파의 효과가 두드러지게 나타났다. 또한 그림 4.7로부터 $\{4/8, 5/8\}$ 의 경우가 $\{2/4, 3/4\}$ 보다 10^{-3} 에서 약 0.5dB 개선 되었으며 전반적으로 Type II가 Type I의 경우 보다 오류 성능이 향상 됨을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 2-h CPM의 차동 복조 방식을 제안하고 차동 복조에 적합한 변조지수 집합 $\{h_i\}$ 를 도출하여 이에 해당하는 차동검파기를 제시하고 스펙트럼과 오류특성을 구했다. 전력 스펙트럼 분석을 통해 2-h CPM의 Type I의 경우가 MSK에 비해 부엽의 피크치가 약 3.5 dB 떨어졌다. 오류 성능은 2-h의 경우 $\{h_1, h_2\}$ 가 $\{3/8, 4/8\}$ 일 때가 $\{1/4, 2/4\}$ 일 때 보다 우수하였으며 관찰구간 $N=2$ 일때의 동기 검파에 비해 10^{-3} 에서 약 2dB 떨어졌으나 비터비 검파기로 시뮬레이션한 결과 8dB까지는 거의 근접하였다. 또한 $\{1/4, 2/4\}$ 인 경우 비터비 검파로 인해 약 3dB의 오류 성능이 개선되어 $\{3/8, 4/8\}$ 일때 1dB보다 비터비 검파의 효과가 크게 나타났다. 전체적으로 Type I의 경우가 Type II의 경우 보다 오류 성능은 저하된 반면 대역폭 효율이 향상되었음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. J.B. Anderson and D.P.Taylor, "A new class of signal

space codes" IEEE Trans. IT 24 pp. 703-712, Nov. 1978.

2. S.G.Wilson, J.H.Highfill and C.D.Hsu, "Error bounds for multi h phase codes" IEEE Trans. IT-28 pp. 660-665, July 1982.

3. T.Aulin, "Symbol error probability bounds for coherently viterbi detected continuous phase modulated signals" IEEE Trans. COM 29 pp. 1707-1715, 1981

4. T. Aulin and C.E.Sundberg, "Minimum Euclidean distance and power spectrum for a class of smoothed phase modulation codes with constant envelope" IEEE Trans. COM 30 pp. 1721-17, 1982s.

5. S.G.Wilson and R.C.Gaus, "Power spectra of multi h phase codes" IEEE Trans COM-29. pp. 250-256, 1981.

6. R.R.Anderson and J.Salz, " Spectra of digital FM" BSTJ Vol. 44 pp. 1165-1189, 1965.

7. T.J.Baker, "Asymptotic behavior of digital FM spectra" IEEE Trans. COM 22, 1974.

8. R.E.Ziemer and R.L.Peterson, "Digital communications and spread spectrum systems" Macmillan publishing co., N.Y., 1985.

9. J.Oberst, "Partial coherent binary PSK communication systems" Ph. D.Dessertation, Dept. Elec. Eng. Polytech. Inst. Brooklyn, 1968.

10. D. Makrakis, A. Yongacoglu and K. Feher, "Novel receiver structures for systems using differential detection" IEEE VT-36, May 1987.

11. D.J.Shin and Y.Y.Han, "Differential demodulation of multi h CPM" JC CNSS 1990.



洪 羲 植 (Hee Sik HONG) 正會員
1957年 11月15日生
1980年 : 韓國航空大學 電子工學科 卒業 (工學士)
1982年 : 韓國航空大學 大學院 電子工學科 卒業 (工學碩士)
1988年 : 漢陽大學校 大學院 電子通信工學科 博士課程 修了
1985年 ~ 現在 : 東洋工業專門大學 通信工學科 副教授



韓 榮 烈 (Young Hearl HAN) 正會員
1960年 : 서울大學校 電子工學科 卒業
1974年 : 美國미주리 주립大學校 (工學碩士)
1979年 : 美國미주리 주립大學校 (工學博士)
1988年 : 美國코로라도 주립大學校 (客員教授)
1980年 ~ 現在 : 漢陽大學校 電子通信工學科 教授
1981年 ~ 1990年 : 本學會 이사 장임이사
1991年 : 本學會 副會長