

## Queueing 모델에 의한 통계적 다중화기의

## 성능 분석에 관한 연구

正會員 李 柱 植\* 正會員 金 泰 俊\*\* 正會員 金 根 培\* 正會員 李 鍾 弦\*\*\*  
 正會員 林 海 鎮\*\*\*\* 正會員 朴 炳 哲\*

## A Study on the Performance Analysis of Statistical Multiplexer by the Queueing Model

Joo Sik LEE\*, Tae Jun KIM\*\*, Keun Bae KIM\*, Jong Hyun LEE\*\*\*, Hae Jin LIM\*\*\*\*

Byung Chul PARK\* *Regular Members*

## 要 約

새로운 정보 통신 서어비스의 출현 및 가입자층에서 이에 대한 욕구가 서로 부합되어 가입자 영역에는 기존의 단말외에 새로운 형태의 데이터 단말의 수요가 증가되고 있는 추세이다. 이에 따라 전송로의 경제성을 고려하여 SMUX에 대한 연구가 진행되고 있다. 따라서 본 논문에서는 SMUX에 Go-back N ARQ 재전송 방식을 적용하여 queueing 모델을 설정한 후 이에 따른 수학적 해석 방법을 제시하였고, 평균 waiting 시간 및 overflow 확률의 일반식을 산출하였다. SMUX의 설계시에 영향을 미치는 파라미터로서는 입력비율, 출력 비율 및 접속되는 단말기들의 batch 크기로 표현되는 트래픽 밀도나 버퍼가 수용할 수 있는 최대 버퍼 크기에 따른 overflow 확률 및 평균 버퍼 크기, 평균 waiting 시간을 비교 분석하였다. 또한 수학적 해석에 따른 각 파라미터들이 SMUX에 미치는 영향은 평균 메시지 크기는 40 characters로 고정하였을 경우 전송 선로상의 에러율이  $10^{-3}$  이하에서 운용되어야 하고, 트래픽 밀도가 낮은 (0.5 이하) 상태에서 운용이 효율적이라 사료된다. 향후 본 논문에서 제시한 자료를 기초로 하여 SMUX를 설계시에 참고 자료가 되리라 사료된다.

## ABSTRACT

In the already presented paper, the performance analysis of SMUX was need a lot of time because of recussive method. So this paper proposed the new mathematical method for the SMUX's performance. And it is constructed and analyzed the queueing model for SMUX based on the Go-back N retransmission ARQ model. It is assumed that it has the infinite buffer and a single server. It is analized the parameters that have influence on the buffer and a single server. It is

\*성균관 대학교 전자공학과  
 Dept. of Electronics Engineering Sung Kyun Kwan Univ.

\*\*금성 정보 통신(주)  
 Goldstar Information System R & D

\*\*\*한국 전자 통신 연구소  
 Electronics Telecommunications Research Institute

\*\*\*\*삼척 산업 대학 전자과  
 Dept. of Electronics Engineering Samchuk National Univ.

論文番號 : 92-1 (接受1991. 8. 9)

analyzed the parameters that have influence on the buffer behaviour of statistical multiplexer ; overflow probabilities, maximum buffer size, mean wating time and mean buffer size, and these relationship are represented the graphs and datas which provided a guide to the buffer design problem. As these results, it is efficient when the SMUX is applied that the traffic density is below 0.5 and transmission error probabilities is below  $10^{-3}$ . So this paper can be applied to the basic and theoretical background prior to the implementation of SMUX.

## I. 서 론

통계적 다중화기(이하 SMUX(Statistical Multiplexer)라 칭함.)는 가입자 선로를 사용하여 각종 단말을 이용하는 경우 각 가입자 단말마다 일개씩의 선로를 제공하는 것보다는 다중화 장치를 이용하여 단일 통신 회선을 통해 여러대의 단말 장치를 수용하는 것이 경제적인 것이다. 현재까지 개발된 다중 장치중에서 트래픽이 낮은 데이터 서비스를 수용할 때 효율적인 것으로 평가받고 있다. 따라서 국내외에서는 SMUX에 대한 연구 및 이에 대한 성능 분석에 관한 논문이 발표되어 왔다. 그러나 기존의 발표된 논문에서의 성능 분석 방법은 반복적인 수학적 해석 방법으로 임출력 파라미터의 변화에 따른 SMUX의 성능 분석에 상당한 시간을 요구한다. 따라서

따라서 본 논문에서는 SMUX의 성능 분석에 필요한 파라미터를 위한 수학적 해석을 수식으로 나타내었으므로 SMUX의 구현에 필요한 파라미터를 짧은 시간에 산출하여 적용할 수 있다.

그러므로 본 논문은 SMUX에 대한 새로운 수학적 해석 방법을 위해 시스템의 임출력 배제지 형태에 따른 특성을 분석하고, 링크상의 데이터 재전송 방식은 ARQ(Automatic Repeat Request) 방식 중에 Go back N ARQ 방식을 적용한 시스템의 queueing 모델을 설정한 후, 이의 수학적 분석 방법을 제시하였다. 이러한 수학적 분석에 의해서 모델 파라미터들간의 상호관계를 분석하였다.

2장에서는 SMUX의 입력 데이터 특성을 분석하였고, 3장에서는 시스템의 환경에 따른 queueing 모델을 설정하고 해석 방법을 제시하였으며, 4장에서는 분석 결과를 나타내었고, 5장에서 결론을 맺었다.

## II. SMUX의 환경 설정 및 입력 특성 분석

### 1. SMUX의 환경

현재까지 개발된 여러 종류의 다중 장치들 중에서

가입자 영역의 데이터 트래픽을 고려하여 보면 여러 다중화 기법 중에서 회선의 활용도 및 수용할 수 있는 데이터 단말의 수를 통계적으로 증가시킬 수 있고, 전송한 데이터가 있을 경우에만 가입자에게 해당이 전달되는 SMUX가 데이터 트래픽이 있을 경우로 애지는 가장 효율적으로 전송 선로를 이용할 수 있다는 점에서 향후 많은 수요가 예상된다.

SMUX의 대표적인 운용방식은 일반 가입자의 단말기를 SMUX로 다중화하여 공중매체위인 PSTN 또는 PSDN을 통해 Central Computer에 위치한 SMUX에 접속시켜주는 방식을 사용하고 있다. 이 중 PSTN 경우에는 modem의 사용이 불가피하며 보통 9600 bps 급이하의 통신에 사용되어진다. 반면 PSDN에 접속되어지는 경우에는 PSTN 링크에 비해 high speed의 전송이 가능하고 보통 X.25 프로토콜로 운영된다. 따라서 본 논문에서는 동기화 계층 SMUX 환경하에서 저속 배제지 단말 장치들이 접속되고, 중속 전송로는 X.25 동기식 링크(synchronous link)라고 설정하였다.

### 2. 메시지의 임출력 특성

시스템에 입력되는 메시지의 형태는 시스템의 광범위한 크기, 평균 waiting 시간 등 각종 파라미터를 결정하는 주요 변수로 작용한다. 따라서 본 절에서는 전 절에서의 시스템 환경 설정에 따른 배제지 단말기의 입력 특성에 대하여 설명하였다.

단말기 형태 및 접속 방식에 따른 배제지 형태를 분류하기 위해 먼저 단말기의 형태를 현재 상용중인 단말기를 기준으로 하여 분류하여 보면 분자형 단말기, 배제지 단말기, SDLC 형 단말기로 분류가 가능하다.

이와 같은 단말기중에서 본 논문에서의 연구 대상인 배제지형 단말기는 synchronous 방식의 전송 형태로 보통 variable length의 경우가 해당된다. 또한 전송 속도는 2.4 kbps, 4.8 kbps, 9.6 kbps이고 X.25 (LAPB), HDLC, SDLC 프로토콜을 사용한다.

또한 메시지 길이 분포에 따른 분류를 고려하면 일반적으로 시스템에 입력되는 메시지는 메시지의 길이에 따라 constant-length message, random-length message 및 이의 혼합 형태인 mixed message로 분류할 수 있다.<sup>[4], [5]</sup>

상기와 같은 분류중에서 패킷 단말기는 동기식 통신을 하기 때문에 random-length message 형태를 이루고 있다. Random-length message는 어느 시점에 도착하는 메시지의 길이가 어떤 확률 분포를 가지면서 가변적인 경우를 나타낸다. 즉 컴퓨터나 패킷 단말기의 출력 트래픽과 같이 burst 또는 bulk 한 데이터 트래픽의 형태가 이 경우에 해당되며 보통 batch poisson arrival 분포를 이룬다고 가정한다.

Burst length X가 평균 길이 b를 갖고 기하분포를 이룬다면 X의 확률 밀도 함수(pdf)는

$$P_x(k) = \theta(1-\theta)^{k-1} \quad k=1, 2, \dots, \infty \quad (2.1)$$

( $\theta=1/b$ )

가 되며, 이의 generating function X(z)는

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{k=1}^{\infty} P_x(k)Z^k = \sum_{k=1}^{\infty} \{\theta(1-\theta)^{k-1}z^k\} \\ &= \frac{\theta z}{1-(1-\theta)z} \end{aligned} \quad (2.2)$$

또한 burst arrival Y가 평균 입력 rate( $\lambda$ )로 poisson 분포를 이룬다면 Y의 확률 밀도 함수 및 generating function Y(z)는

$$\begin{aligned} P_Y(k) &= \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda) \quad k=0, 1, 2, \dots, \infty \quad (2.3) \\ Y(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} P_Y(k)z^k = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda) z^k \right] \\ &= \exp\{-\lambda(1-z)\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

가 된다.

따라서 단위 서어비스 interval 동안 buffer에 도착하는 character의 전체수 S라 하면

$$S = S_Y = \sum_{i=1}^Y X_i \quad (2.5)$$

$X_i$  : i번째에 도착하는 batch에 포함된 character의 수

Y : 단위 서어비스 interval 동안 도착한 batch의 총수

가 되며 이와같은 형태를 compound poisson 또는 batch poisson 형태라고 한다.

$$\begin{aligned} S(z) &= E\{z^S\} = \sum_{n=0}^{\infty} E\{z^{X_1+X_2+\dots+X_n}\} \Pr\{Y=n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \{X(z)\}^n \\ &= Y\{X(z)\} = \exp\left[-\lambda + \frac{\lambda\theta z}{1-(1-\theta)z}\right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

가 된다.

출력 데이터 형태는 X.25 LAPB 패킷 형태로 출력되며, LABP(Link Access Procedure Balanced) 프로토콜을 이용하며, 링크 출력 데이터 형태는 지수 분포를 따른다고 가정한다.

데이터 송수신 방식은 전송 선로에서 에러가 발생할 때에 에러가 난 데이터를 재전송하는 방식 즉, ARQ 방식을 SMUX에 적용하였다. 본 논문에서는 ARQ 방식중에서 Go-back N ARQ 방식을 채택하였다.

이 방식을 적용하기 위한 기본 가정은

- 수신 SMUX는 수신된 모든 메시지에 대한 체크 후 ACK/NACK로 응답한다.
- 모든 채널의 에러는 검색된다.
- ACK/NACK 메시지에서 에러가 나면 NACK를 수신한 것으로 한다.
- 전송 메시지 에러의 확률은 p로 설정하였다.
- FCFS(First Come First Service)를 따른다.
- 재전송 횟수는 기하분포를 따른다.

### III. SMUX의 queuing 모델의 수학적 해석 방법

전 장에서 입력과 출력의 여러 형태를 분석한 결과를 토대로 SMUX의 queuing 모델의 환경을 설정하면 입력 형태는 random-length 메시지를 갖고 Poisson 분포를 이루는 Batch Poisson 분포로, 출력 형태는 지수분포로 출력되는 모델이 가장 타당하다. 입력 메시지의 분포를 Batch Poisson 분포로 설정한 이유는 SMUX에 접속되어 있는 가입자 수가 상당히 크고 각 가입자가 메시지를 전송할 확률이 작으면 이항 분포로부터 Poisson 분포를 이루게 된다. 또한 그 입력 메시지가 random-length를 이루므로 Batch Poisson 분포로 설정하였다.<sup>[6], [9]</sup>

따라서 본 장에서는 상기의 환경에 맞는 M<sup>x</sup>/M/1 모델을 적용하였다. 또한 전송 선로에서 에러

를 극복하기 위하여 SMUX에서 사용하는 LAPB 프로토콜 중 에러를 처리하는 Go-back N ARQ방식을 본 시스템에 적용하였다.

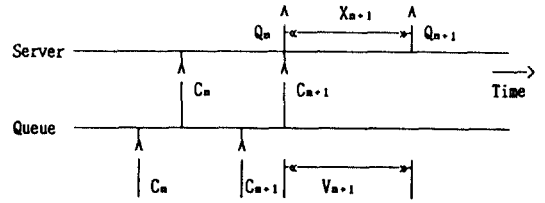
1. M<sup>[x]</sup>/M/1 모델 해석

M<sup>[x]</sup>/M/1 모델은 M<sup>[x]</sup>/G/1 모델에서 출력 형태를 지수 분포로 설정하면 해석이 가능하므로 본 절에서는 M<sup>[x]</sup>/G/1 모델을 해석하였다. M<sup>[x]</sup>/G/1 모델은 입력의 interarrival time이 지수 분포 형태의 batch 데이터로 가정된 상태에서 서버는 단일 서버를 통해 general하게 서비스되는 경우에 적용되는 queueing 모델이다. 이와같이 서비스의 형태가 general 하므로 imbedded Markov chain에 의해서 수학적 해석이 가능하다.<sup>[6]</sup> 따라서 그림 (3.1)과 같은 상태 천이도로부터 다음과 같은 SMUX의 파라미터를 수학적으로 도출하였다.

- 평균 waiting 시간
    - : 각 입력 메시지가 버퍼에 입력된 후 서비스를 받을 시점까지 기다리는 시간의 평균값
  - 서비스 후 버퍼에 남아있는 평균 메시지 수
    - : 각 입력 메시지가 버퍼에 입력될 시점에서 남아있는 메시지 수의 평균값
  - overflow 확률
    - : 버퍼의 크기를 고정시켰을 경우에 버퍼가 full 되어 입력 메시지가 버퍼에 저장되지 못할 확률
- 상기와 같은 파라미터를 산출함으로써 SMUX의 설계시에 트래픽 밀도를 예상하여 최적의 버퍼 크기를 고려할 수 있으리라 예상된다.
- 또한 본 논문에서 사용된 파라미터는 다음과 같다.
- 입력 rate( $\lambda$ ) : 입력 메시지의 시간당 메시지 수 (메시지 수/sec)
  - 출력 rate( $\mu$ ) : 각 메시지의 시간당 서비스 받는 메시지 수(메시지 수/sec)
  - 트래픽 밀도( $\rho=\lambda/\mu$ ) : 입력 rate와 출력 rate의 비( $0<\rho<1$ )
- $\rho>1$ 인 경우는 입력 rate가 출력 rate 보다 큰 경우이므로 시스템이 항상 overflow된 상태이므로 해석에는 무의미하다.

$$Q_{n+1} = \begin{cases} Q_n - 1 + V_{n+1} & Q_n > 0 \\ V_{n+1} & Q_n = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

식(3.2)는 generating function을 이용하여 다음과



- $C_n$  : n번째 입력되는 character
- $Q_{n+1}$  : n+1번째 character가 서버로부터 departure 하면서 시스템에 남기 놓은 character 수
- $V_{n+1}$  : n+1번째 character가 서버서비스를 받고있는 동안 도착한 character의 수
- $X_{n+1}$  : n+1번째 character가 서비스를 받는 시간

그림(3.1) 상태 천이도

같이 표현된다.

$$Q_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \Pr\{Q_n=k\} z^k = E[z^{Q_n}] \quad (3.2)$$

$$Q(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n(z) = -V(z) \frac{P\{Q_n=0\}(1-1/z)}{1-V(z)/z} \quad (3.3)$$

여기서  $P\{Q_n=0\}$ 는 queue 내에 character가 하나도 없을 확률이므로  $1-\rho$ 로 치환된다. 여기서  $\rho$ 는 트래픽 밀도로서  $\lambda b/\mu$ 이다. 또한  $V(z)$ 는  $V_n$ 의 generating function.이므로 다음과 같이 표현된다.

$$\Pr\{V_n=k\} = \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\lambda t) \frac{(\lambda t)^k}{k!} g_n^{(k)} dB(t) \quad (3.4)$$

$$V(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \Pr\{V_n=k\} z^k = B^*[\lambda - \lambda G(z)] \quad (3.5)$$

$$g_n = \theta(1-\theta)^{n-1} \quad n=1, 2, \dots, \infty \quad (3.6)$$

- $g_n^{(k)}$  : k-fold convolution of  $g_n$
- $B(t)$  : 입력 메시지의 서비스 시간에 대한 CDF
- $B^*(s)$  :  $B(t)$ 의 Laplace Stieltjes Transform (LST)
- $G(z)$  :  $g_n$ 의 generating function

$$G(z) = \frac{\theta z}{1 - (1-\theta)z} \quad (3.7)$$

$$\text{평균은 } \left. \frac{dG(z)}{dz} \right|_{z=1} = G'(1) = \frac{1}{\theta} = b \quad (3.8)$$

Server의 특성이 exponential 하므로

$$B^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \quad (3.9)$$

$$Q(z) = \frac{(1-\rho)\{1-(1-\theta)z\}}{1-(1-\theta+\rho\theta)z} \quad (3.10)$$

으로 표현된다.

### 2. SMUX queueing 모델의 수학적 해석

ARQ 재전송 방식을 SMUX에 적용한 논문들중에서 Towsley의 논문은[10] 버퍼를 무한 버퍼로 설정하여 generating function을 이용하여 평균 버퍼 크기와 평균 waiting 시간을 산출한 반면에 본 논문에서는 전절에서 제안한 수학적 해석 방법, 즉  $M^x/G/1$  queueing 모델로부터 버퍼에  $n$ 개의 character가 남아 있을 확률을 일반식으로 표현하여 평균 버퍼 크기와 평균 waiting 시간 및 유한 버퍼에서의 overflow 확률을 산출하였다.

전절의 기본 가정하에서 SMUX에 Go-back N ARQ 방식을 적용하여 모델을 수학적으로 해석하기 위해 식 (3.3)으로부터  $V(z)$ ,  $\Pr\{Q_n=0\}$ 에 ARQ 방식을 적용하여 기본식을 유도하였다. 하나의 메시지를 전송한 후 ACK를 수신한 후 버퍼에서 제거되기 까지 수행된 총 재전송횟수를  $N$ 이라 놓으면, 이  $N$ 은 메시지에 에러가 발생한 확률에 의해 결정된다. 즉  $N$ 은 기하 분포를 따른다.

$\Pr\{k=N\} = (1-p)p^{k-1} \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$   
이 된다. 따라서 평균( $E[N]$ )은  $1/(1-p)$ 이 되고,  $N$ 의 generating function은

$$N(z) = \frac{(1-p)z}{1-pz} \quad (3.12)$$

가 된다.

그러므로 하나의 메시지를 전송하기 위해 필요한 전송 데이터량(character 수)을  $M$ 이라 놓으면

$$M = (N-1)s + N = (s+1)N - s \quad (3.13)$$

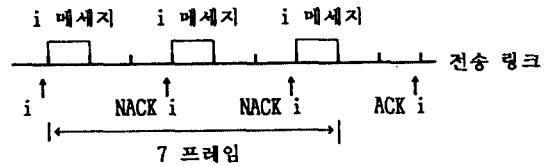
로 표현이 가능하다. 여기서  $s$ 의 정의는 하나의 메시지가 전송된 후 그 메시지에 대한 ACK/NACK가 수신될 때까지 걸리는 시간(character 수)이다.

$$M(z) = E[z^{(s+1)N} - s] = N(z^{s+1}z^{-s}) \quad (3.14)$$

또한  $M$ 의 평균  $E[M]$ 은

$$E[M] = (1+s)E[N] - s = \frac{1+sp}{1-p} \quad (3.15)$$

예를 들어  $N=3, s=2$ 일 경우에  $M=1+(3-1)(2-1)=7$ 이 된다. 이것을 그림으로 나타내면 그림 (3.2)와 같다.



그림(3.2)  $N=3, s=2$ 인 경우의 재전송 방법

그리고  $i$ 번째 메시지를 서비스하는 동안 도착되는 메시지 수를  $D_i$ 라 놓고 하나의 메시지를 전송하는 동안 도착하는 메시지의 총수  $V$ 는  $M$ 으로 표시가 가능하다. 즉

$$V = D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_M \quad (3.15)$$

$$V(z) = E[z^{D_1}]E[z^{D_2}] \dots E[z^{D_M}] = E[(z^D)^M] = M[D(z)] \quad (3.16)$$

$$= (1-p)D(z) / [1-pD(z)]^{s+1}$$

여기서  $D(z)$ 는 식(3.5)의  $B^*[\lambda - \lambda G(z)]$ 와 동일하다. 즉  $E[D] = D'(1) = \rho$ 이다.  $V$ 의 generating function은

$$V(z) = M! B^*[\lambda - \lambda G(z)] \quad (3.17)$$

으로 표현된다.

$$\Pr\{Q_n=0\} = 1 - E[V] = 1 - E[D] \cdot E[M] = 1 - \frac{\rho(1+sp)}{1-p} \quad (3.18)$$

와 같다.

따라서 상기의 식들을 종합하여 보면

$$Q(z) = \frac{M! B^*[\lambda - \lambda G(z)] (1 - E[D] E[M]) (1-z)}{M! B^*[\lambda - \lambda G(z)]^{s+1} - z} \quad (3.19)$$

으로 표현된다.

$Q_n(z)$ 는 ACK를 수신한 시점에서  $s$  character전에 버퍼에 남아 있는 총 character 수의 generating function이다. 여기서  $M$ 은 (ACK를 받은 시점- $s$  character)까지 고려하였으므로 실제적인 시스템에서는 ACK를 받으면 버퍼에서 그 메시지를 제거하기 때문에  $s$  character 동안 도착하는 메시지의 수를 고려하여 ACK를 수신한 시점에서의 버퍼에 남아 있는 총 메시지 수( $Q_n$ )의 gerating function  $Q(z)$ 는 다음 식과 같다.

$$Q(z) = \frac{M^*B^*[\lambda - \lambda G(z)](1 - E[D_n|E[M]])(1 - z)B^*[\lambda - \lambda G(z)]}{M^*B^*[\lambda - \lambda G(z)] + z} \quad (3.20)$$

여기서  $B^*[\lambda - \lambda G(z)] = D(z)$ 로 놓으면

$$Q(z) = \frac{(1-p-\rho(1+sp))z(1-z)}{(D(z))^{-s}[1-p-z(D(z))^{-1}] + pz} \quad (3.21)$$

평균 버퍼의 크기는  $Q'(1)$ 과 같으므로

$$E[B] = \frac{\rho(1-p-\rho(1+sp))s(2+2s(1-p)-s(s-1)p\rho+2(1-p)(1+sp))}{2(sp\rho-1+\rho+ps)} \quad (3.22)$$

또한 평균 waiting 시간은 Little's formula를 도입하여 산출하면

$$E[W] = \frac{E[B]}{\lambda b} \quad (3.23)$$

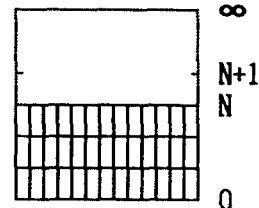
으로 표현된다.

Overflow 확률은  $Q(z)$ 를 inverse  $z$  transform 함으로써  $Q_n$ 을 표현할 수 있는데, 이  $Q_n$ 은 버퍼에  $n$ 개의 character가 남아 있을 확률을 의미하고 상기 식들은 버퍼 크기를 무한대로 가정하고 유도하였다.

따라서  $N$ 이 최대 버퍼 크기라 가정하면 버퍼에 character 수가  $N+1$ 부터  $\infty$ 까지 남아 있을 확률의 합은 그림 (3.3)과 같이 overflow가 될 확률과 같으므로 overflow 확률과  $N$ 과의 관계는

$$Q_{OF} = \sum_{n=N+1}^{\infty} Q_n = 1 - (Q_0 + \sum_{n=1}^N Q_n) \quad (3.24)$$

으로 산출된다.



그림(3.3) overflow 확률

Overflow 확률을 산출하기 위해서(3.20) 식을 역 변환하여  $Q_n$ 의 일반식을 산출하였다. 이 일반식을 산출하기 위해 Maclaurin 급수를 이용하였다.

$$Q_n = \frac{1-p-\rho(1+sp)}{(1-p)(1+sp\theta)} \left[ C \left[ 1 - \frac{1-\theta}{x} \right] x^n + D \left[ 1 - \frac{1-\theta}{\beta} \right] - \beta^n + (1-\theta) \left[ \frac{C}{x} - \frac{D}{\beta} \right] \mu(n) \right] \quad (3.25)$$

$$Q_{OF} = 1 - \frac{1-p-\rho(1+sp)}{(1-p)(1+sp\theta)} \left[ C + D + C \left[ 1 - \frac{1-\theta}{x} \right] \frac{(1-x^N)x}{(1-x)} + D \left[ 1 - \frac{1-\theta}{\beta} \right] \frac{(1-\beta^N)\beta}{(1-\beta)} \right] \quad (3.26)$$

여기서  $A, B, C, D, \alpha, \beta$ 는 다음과 같다.

$$A = \frac{1}{(1-p)(1+sp\theta)}$$

$$\left[ (1-p)(1-\theta)(2+sp\theta) + \rho\theta(1+s+s+sp\theta) \right]$$

$$B = \frac{1}{(1-p)(1+sp\theta)}$$

$$\left[ (1-p)(1-\theta)^2 + \rho\theta^2(1+s)(1-\theta) + sp\theta^2 \right]$$

$$\alpha = \frac{A + (A^2 - 4B)^{0.5}}{2} \quad \beta = \frac{A - (A^2 - 4B)^{0.5}}{2}$$

$$C = \frac{\alpha - 1 + \theta}{\alpha - \beta} \quad D = \frac{1 - \theta - \beta}{\alpha - \beta}$$

#### 4. 수학적 결과 분석

전절에서 산출된 평균 waiting 시간과 overflow 확률에 대한 일반식 (3.23), (3.26)을 이용하여 다음과 같은 파라미터들 상호간의 관계를 그림 (3.4) - (3.9)에 나타내었다.

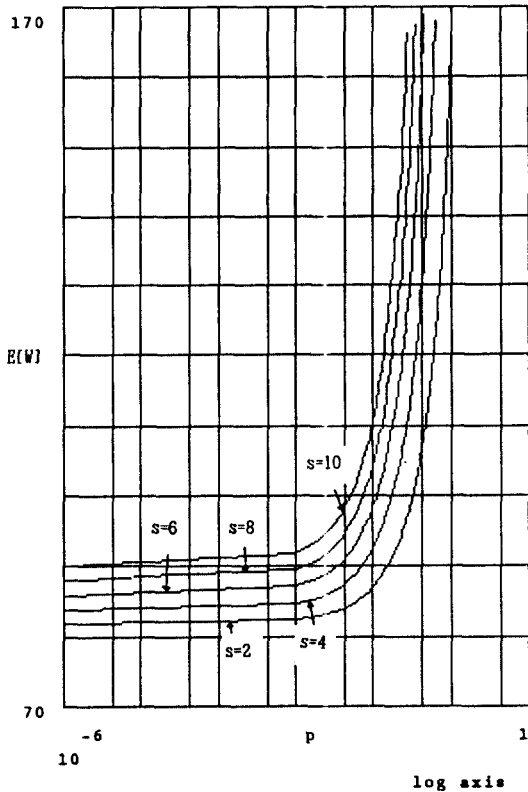
- 평균 waiting 시간( $E[W]$ )
- overflow 확률( $Q_{OF}$ )
- 전송 메시지에 대한 예러 발생 확률( $p$ )

- 트래픽 밀도( $\rho$ )
- 버퍼 크기(N)
- 평균 메시지 크기(b)
- 전송 후 이에 대한 ACK/NACK 응답 시간(s)

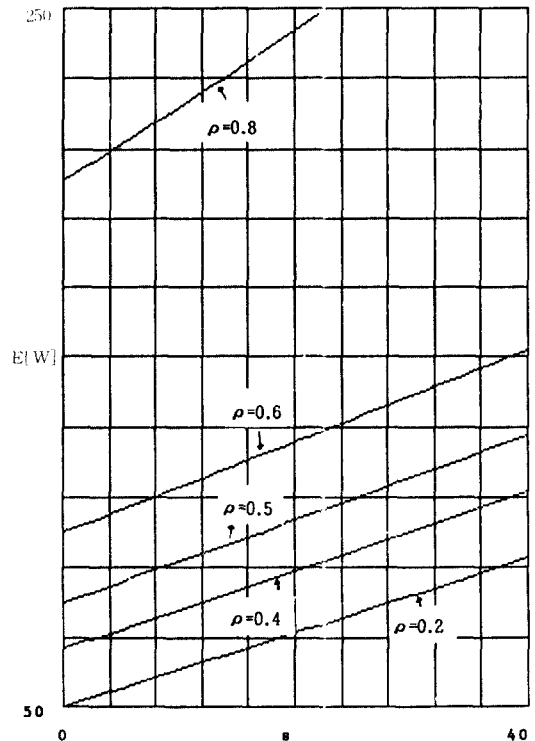
평균 waiting 시간과 에러 확률에 관한 그래프인 그림 (3.4)는 식 (3.23)으로부터 b(평균 batch 크기) =40(characters), 트래픽 밀도를 0.5로 고정하였고, s=2, 4, 6, 8, 10으로 변화 시킨 결과이다. 이 그림에서 s의 증가에 따라 평균 waiting 시간이 증가 및 에러 확률이 10<sup>-4</sup> 이하에서는 평균 waiting 시간이 약간의 변화만이 일어나고, 10<sup>-3</sup>에서 10<sup>-2</sup>사이에서는 평균 waiting 시간이 급격히 증가된 후 0.05이상에서는 평균 waiting 시간이 무한히 커짐을 알 수 있다. 또한 에러 확률이 10<sup>-6</sup>에서 평균 waiting 시간이 s=2일 경우에 72 [characters\*sec], s=10일 경우에 80 [characters\*sec]가 소요됨을 알 수 있다. 그림 (3.5)는 식(3.23)에 에러 확률을 10<sup>-3</sup>으로, b=40.0

로 고정하고 트래픽 밀도를 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8로 변화 시킴에 따라 평균 waiting 시간과 s의 관계를 도시하였다. 이 그래프에서는 s의 변화에 따라 평균 waiting 시간은 linear하게 변화함과 동시에 트래픽 밀도가 0.5이상을 증가되면 평균 waiting 시간이 급격히 증가되는 것을 알 수 있다. 즉 s=20에서 평균 waiting 시간은 트래픽 밀도가 0.2일 때에 72 [characters\*sec], 0.4일 때에 90 [characters\*sec], 0.6일 때에는 125 [characters\*sec], 0.8일 때에 243 [characters\*sec]로 증가됨을 알 수 있다.

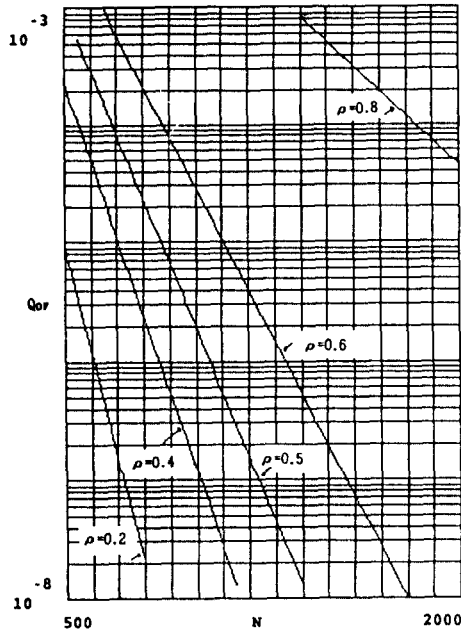
SMUX의 버퍼 크기를 N으로 고정하였을 경우 overflow 확률과 버퍼 크기와 관계를 트래픽 밀도,  $\rho$  및 s의 변화에 따라 각각 그림 (3.6)~(3.8)에 나타내었다. 그림 (3.6)은 식(3.26)으로부터 트래픽 밀도의 변화에 따른 overflow 확률과 버퍼 크기를 도시하였는데, 트래픽 밀도가 0.5에서 overflow 확률이 10<sup>-4</sup>에서 690 [characters], 10<sup>-6</sup>에서 1050 [characters]를 수용할 수 있는 버퍼 크기를 가져야 한다. 또한 트래픽이 0.6이상에서는 상당히 동일한 over-



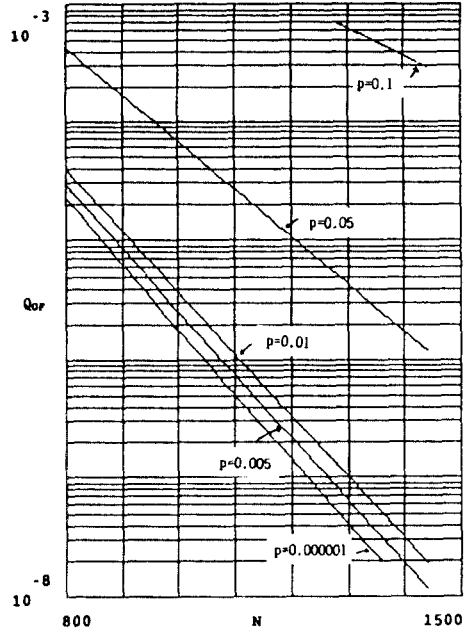
그림(3.4) 평균 waiting 시간(E.W)과 에러 확률(p)의 관계  
( $\rho=0.5$ ,  $b=40$ ,  $s=2, 4, 6, 8, 10$ )



그림(3.5) waiting 시간(E.W)과 s와의 관계  
( $b=40$ ,  $p=0.001$ ,  $\rho=0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8$ )



그림(3.6) Overflow 확률( $Q_{or}$ )과 버퍼 크기( $N$ )의 관계  
( $b=40, s=4, p=0.001, \rho=0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8$ )

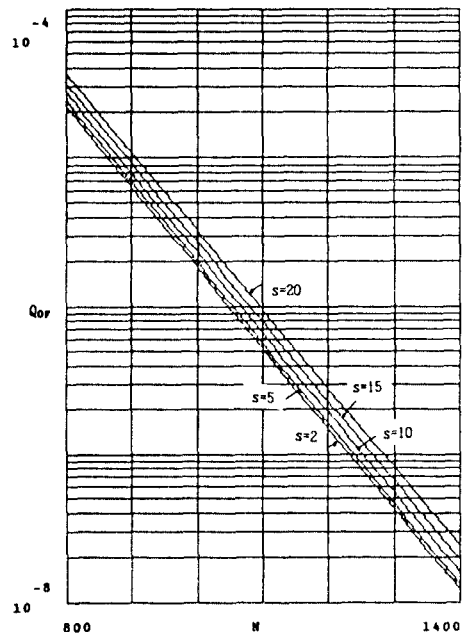


그림(3.7) Overflow 확률( $Q_{or}$ )과 버퍼 크기( $N$ )의 관계  
( $b=40, s=4, \rho=0.5, p=0.1, 0.05, 0.01, 0.005, 0.000001$ )

flow 확률에서 상당히 큰 버퍼가 필요함을 알 수 있다. Overflow 확률이  $10^{-6}$ 에서 트래픽 밀도가 0.8인 경우 1830 [characters]의 버퍼가 필요하다. 그림(3.7)은 식(3.26)에서  $b=40, s=4$ , 트래픽 밀도=0.5로 고정된 후 overflow 확률과 최대 버퍼 크기와의 관계를 도시하였다. 예리 확률이 0.01 이상에서 동일한 버퍼 크기에서 overflow 확률이 급격히 증가됨을 볼 수 있고, 그림(3.8)은 식(3.26)에서  $b=40, p=0.001$ , 트래픽 밀도=0.5로 고정하여 도시하였다.  $N=1100$  [characters]에서 overflow 확률은  $s=2$ 에서  $5 \times 10^{-7}$ ,  $s=10$ 에서  $7 \times 10^{-8}$ ,  $s=20$ 에서  $10^{-8}$ 이 발생된다. 즉  $s$ 의 증가에 따른 overflow 확률과 버퍼 크기는 작은 변화가 일어남을 알 수 있다.

따라서 본 논문에서 제시한 수학적 해석에 따른 각 파라미터들이 SMUX에 미치는 영향은 다음과 같다. (평균 메시지 크기는 40characters로 고정)

- 전송 선로상의 에러율이  $5 \times 10^{-6}$  이상에서는 평균 waiting 시간이 상당히 길어짐으로써 성능이 급격히 감소하고,  $10^{-6}$  이하에서는 거의 변화가 일어나지 않는다. (그림(3.4))
- 트래픽 밀도가 낮음(0.5 이하) 상태에서 운용이



그림(3.8) Overflow 확률( $Q_{or}$ )과 버퍼 크기( $N$ )의 관계  
( $b=40, p=0.001, \rho=0.5, s=2, 5, 10, 15, 20$ )



- 효율적이며, ACK/NACK 응답시간은 16[메세지\*전송시간] 이하가 효율적이다.(그림(3.5))
- Overflow 확률과 버퍼 크기의 상관 관계에서는 overflow 확률을  $10^{-6}$ 기준으로 하여 트래픽 밀도는 0.5 이하에서 운용이 효율적이며, 버퍼 크기는 1050 [characters]가 적정하다. Overflow 확률이  $10^{-8}$ 으로 낮아지면 버퍼 크기는 1400 [characters]으로 증가가 요구된다.(그림(3.6))
- 전송 에러율이  $10^{-2}$ 이하, overflow 확률을  $10^{-6}$  이하에서 버퍼크기를 1000-1400 [characters]의 운용이 효율적이다.(그림(3.7))
- 트래픽 밀도는 0.5이하, 전송 에러율이  $10^{-3}$ 이하 및 overflow 확률이  $10^{-6}$ 이하에서 운용될 때 ACK/NACK 응답시간이 20 [메세지\*전송시간]이 효율적이다.(그림(3.8))

#### IV. 결 론

SMUX에 성능 분석에 대한 기존의 발표된 논문에서는 반복적인 수학적 해석 방법으로 상당한 시간을 소요하여 SMUX의 구현에 따른 파라미터를 산출하여만 하였다. 그러나 본 논문에서는 각종 파라미터에 대한 수학적 해석을 수식으로 표현하였으므로 짧은 시간내에 구현에 필요한 파라미터를 산출하여 적용할 수 있다.

본 논문에서는 SMUX에 Go-back N ARQ 재전송 방식을 적용하여 queueing 모델을 설정한 후 이에 따른 새로운 수학적 해석 방법을 제시하였고, 평균 waiting 시간 및 overflow 확률의 일반식을 나타내었다. 또한 SMUX의 설계시에 영향을 미치는 파라미터로서는 입력비율, 출력 비율 및 접속되는 단말기들의 batch 크기로 표현되는 트래픽 밀도나 버퍼가 수용할 수 있는 최대 버퍼 크기에 따른 overflow 확률 및 평균 버퍼크기, 평균 waiting 시간을 설정하여 상호간의 관계를 비교, 분석하였다.

본 논문에서 수학적 해석에 따른 각 파라미터들이 SMUX에 미치는 영향은 평균 메세지 크기는 40

characters로 고정하였을 경우 전송 선로상의 에러율이  $10^{-3}$ 이하에서 운용되어야 하고, 트래픽 밀도가 낮은 (0.5 이하)상태에서 운용이 효율적이라 예상된다.

향후 본 논문에서 제시한 자료를 기초로 하여 SMUX를 설계시에 참고자료가 되리라 사료된다.

#### 參 考 文 獻

1. M, I, El-Sayed, "Support of X.25 Access Lines on Statistical Multiplexer".
2. 박병철 외5명, "통계적 다중화 방식을 이용한 ISDN D 채널 다중화에 관한 연구", 한국통신학회 논문지, 1986.8, Vol No4.
3. David R.Manfield, "Analysis of a Finite Storage with Batch Input Arising out of Message Packetization", IEEE Trans. Commun,1982
4. Jin-Fu Chang, "The Behavior of a Finite Queue with Batch Poisson Inputs Resulting from Message Packetization and a Synchronous Server", IEEE Trans. Commun,1984
5. Thomas S.Heines, "Buffer Behavior in Computer Communication System", IEEE Trans. Comput,1979
6. Leonard Kleinrock, "Queueing Systems" Vol1,2 1975
7. Donald Gross, "Fundamentals of Queueing Theory" 1985
8. Alberto Leon Garcia, "Probability and Random Processes for Electrical Engineering"
9. Jeremiah F.Haues, "Modeling and Analysis of Computer Communications Networks"
10. Don Towsley, "On the statistical Analysis of Queue lengths and Waiting Times for Statistical Multiplexers with ARQ Retransmission Schemes", IEEE Trans.Commun,1979.



**李柱植(Joo Sik LEE)** 正會員  
 1962年5月12日生  
 1984年2月：成均館大學校 工科學科 電子工學科 卒業(工學士)  
 1989年2月：成均館大學校大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)  
 1992年2月：成均館大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學博士)



**金泰俊(Tae Jun KIM)** 正會員  
 1963年7月12日生  
 1988年2月：成均館大學校大學院 電子工學科 卒業(工學士)  
 1990年2月：成均館大學校大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)  
 1990年3月～現在：三星電子 三星電子研究所 勤務



**金根培(Keun Bae KIM)** 正會員  
 1961年3月17日生  
 1984年2月：成均館大學校工科學科 電子工學科(工學士)  
 1984年1月～1988年2月：大同通信(株) 勤務  
 1990年2月：成均館大學校大學院 電子工學科(工學碩士)  
 1990年3月～現在：成均館大學校 大學院 電子工學科博士課程 在學中



**李鍾弦(Jong Hyun LEE)** 正會員  
 1959年2月16日生  
 1981年2月：成均館大學校工科學科 電子工學科(工學士)  
 1983年2月：成均館大學校大學院 電子工學科(工學碩士)  
 1989年～現在：成均館大學校 大學院 電子工學科 博士課程 在學中  
 1983年～現在：ETRI 社會電子部研究室 主任研究員



**林海鎮(Hae Jin LIM)** 正會員  
 1953年12月21日生  
 1977年2月：成均館大學校 物理學科 電子工學科(學士)  
 1979年2月：成均館大學校大學院 電子工學科(工學碩士)  
 1989年3月～現在：成均館大學校 大學院 電子工學科博士課程 在學中  
 1983年3月～現在：국립한직산업대학 전자공학과 부교수



**朴炳哲(Byung Chul PARK)**  
 正會員 1930年4月30日生  
 1957年9月：서울대학교 工科學科 通信工學科(工學士)  
 1975年2月：仁荷大 大學院 電氣工學科(工學博士)  
 1980年9月：日本 東京大學 外國人研究員(1年間)  
 1972年3月～現在：成均館大學校 電子工學科 教授