

## MUSIC Null-Spectrum의 平均과 分散

正會員 崔 眞 豪\* 正會員 尹 眞 鮮\* 正會員 金 炯 明\*  
正會員 宋 翊 鎬\* 正會員 朴 聖 日\*

## The Mean and Variance of the MUSIC Null-Spectrum

Jinho CHOI\*, Jin Seon YUN\*, Hyung Myung KIM\*, Ickho SONG\*,  
Seong Ill PARK\* *Regular Members*

### 要 約

이 論文에서는 MUSIC null-spectrum의 漸近 分布를 誘導하여, 이로부터 MUSIC null-spectrum의 正確한 漸近 分散을 얻었다. 또한 이 結果에서 正規標準偏差의 表現式을 얻어, 正規標準偏差가 受信機와 信號源數를 따라 바뀌음을 보였다.

### ABSTRACT

In this paper we derived the *asymptotic distribution* of the MUSIC null-spectrum, from which an exact expression of the asymptotic variance of the MUSIC null-spectrum can be obtained. From this result in addition an explicit expression of the normalized standard deviation has been derived and it is shown that the normalized standard deviation depends only on the number of sensors and the number of signals.

### I. 머리말

排列 受信機를 (array sensor) 써서 信號源의 방향을 推定하는 方法은 여러가지가 있는데, 요즘에는 固有構造에 (eigenstructure) 바탕을 둔 여러가지 高解像度 方法들이 提案되었다. 보기를 들면 多重信號分類(multiple signal classification; MUSIC)<sup>[1]</sup>, Min-Norm<sup>[2]</sup>, 回轉 不變 (rotational invariance) 技法을 쓴 信號媒介變數(parameters) 推定과<sup>[3]</sup> 같은 것이 이러한 方法들이다. 또한 固有構造에 바탕을 두지 않은 最大尤度 (maximum likelihood; ML) 방법과 같은 다른 方法들도 提案된 바 있다<sup>[4],[5]</sup>.

이 論文의 目的은 方向推定에서 흔히 쓰이는 MUSIC을 統計的으로 分析하는 것이다. MUSIC을 統計的으로 分析하는 研究는 여러 觀點에서 考慮되어 왔다. 보기를 들면, MUSIC의 1次와 2次 統計量 (statistics), 그리고 Min-Norm의 1次 統計量이 誘導되었으며,<sup>[6]</sup> 電波束 空間 (beam space) MUSIC을 行列電波束 形成機에서 (matrix beam former) 나온 資料를 써서 分析하였다<sup>[7]</sup>. 또한 Cramer-Rao 限도를 얻어 MUSIC과 ML 方法의 性能을 견주고 이 方法들의 統計的인 效率分析을 다루기도 하였다<sup>[4]</sup>.

固有構造에 바탕을 둔 方法들은 固有값과 固有벡터를 쓰는 部分空間分解라는 (subspace decomposition) 特徵을 갖는다. 그러므로 이러한 方法들을 分析하려면 固有값과 固有벡터의 統計量을 먼저 얻어야 한다. MUSIC null-spectrum의 平均과 分散을 1

\*韓國科學技術院 電氣및 電子工學科  
Department of Electrical and Electronic Engineering,  
KAIST  
論文番號: 92-12(接受1991. 8. 22)

次近似로 얻은 바 있으나<sup>[6,7]</sup> MUSIC null-spectrum의 분산이 1次近似로 正確하게 나타나지 않음이指摘되었다<sup>[7]</sup>. 一般的으로 平均은 1次近似로 나타낼 수 있고, 分산은 2次近似로 나타낼 수 있으므로 이것은 매우 適切하고 重要的 觀察이다. 이 論文에서는 MUSIC null-spectrum의 漸近 分布를 얻고 이를 써서 좀더 正確한 MUSIC null-spectrum의 分산을 얻었다.

## II. 背景

이 節에서는 이 論文에서 쓸 몇가지 記號를 正義한 다음 MUSIC 알고리즘을 간단히 살펴보겠다.

### 가. 部分空間分解(Subspace decomposition)

利得이 (gain) 1인 受信機 L개로 이루어진 排列 受信機를 생각해 보자. 排列 出力 벡터는  $y(t) \in C^L$ 로 나타낼 수 있는데  $C^L$ 은  $L \times 1$  複素數 列벡터로 이루어지는 空間이다. 그리고 觀測模型은 다음과 같다고 하자.

$$y(t) = A(\Theta)x(t) + n(t), \quad t=1, 2, \dots, N. \quad (2.1)$$

여기서 列벡터  $x(t)$ 는 排列信號의 位相 한가운데에서 測定된 信號源 系列인데 (signal source series) 크기가  $M \times 1$ 이고 平均이 0인 複素 벡터라 하고, 可算性 雜音  $n(t)$ 는 平均이 0이고 分산은  $\sigma$ 이며 信號와 相關關係가 없다고 하자. 또한 行列  $A(\Theta)$ 는  $A(\Theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_M)]$ ,  $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]^T$ 라는 꼴을 갖는  $L \times M (L > M)$  行列이고  $\theta_i$ 는  $i$ 번째 信號가 오는 方向이며  $T$ 는 轉置를 (transpose) 나타낸다. 한편  $a(\theta_i) \in C^{L \times 1}$ 는 steering 벡터라고(또는 傳達 벡터라고) 부른다. 보기를 들면, 線形 排列 受信機에서  $f$ 는 周波數,  $c$ 는 傳達速度,  $l$ 은 受信機사이 거리라면  $a(\theta_i) = [1, e^{-j\omega l}, \dots, e^{-j(L-M)\omega l}]^T$ ,  $\omega_i = 2\pi f \sin\theta_i / c$ 이다.

그런데 信號源이 非同調이고 (noncoherent),  $n(t)$ 가 白色(white) 雜音이며, 信號時系列과 雜音이 모두 複素 正規確率變數라면  $y(t)$ 의 共分散行列은 다음과 같다.

$$R_y = A(\Theta) R_x A^H(\Theta) + \sigma I, \quad (2.2)$$

이때  $H$ 는 Hermitian을 나타내고(곧  $A^H = (A^*)^T$ ),  $*$ 는 켈레 複素數를 나타내며,  $x(t)$ 는 共分散(covariance) 行列  $R_x$ 는 full rank라고 하자.  $R_y$ 의 固有값을 큰것부터 늘어 놓은 것을  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L$ 이라 하고  $A(\Theta)$ 를 간단히  $A$ 라고 쓰면  $\text{rank}(AR_x A^H) = M$ 이므로

$$\lambda_i > \sigma, \quad 1 \leq i \leq M$$

과

$$\lambda_i = \sigma, \quad M+1 \leq i \leq L$$

이다.  $\lambda_i$ 에 對應하는 正規化된 (normalized) 固有 벡터를  $e_i$ ,  $i=1, 2, \dots, L$ 이라 할때 이들로 이루어지고 크기가  $L \times M$ 과  $L \times (L-M)$ 인 두 行列

$$S = [e_1, e_2, \dots, e_M]$$

과

$$G = [e_{M+1}, e_{M+2}, \dots, e_L]$$

의 범위를 (range) 各各 信號 部分空間과 雜音 部分空間이라 부른다.

### 나. MUSIC<sup>[1]</sup>

벡터  $\{a(\theta_i), 1 \leq i \leq M\}$ 은 雜音 部分空間과 直交하므로

$$a^H(\theta) G = 0 \text{ for } \theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M \quad (2.3)$$

임을 알 수 있다. 이때

$$f(\theta) = a^H(\theta) G G^H a(\theta) \quad (2.4)$$

라 두면  $f(\theta)$ 는 언제나 음이 아니고  $\theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 에서만 0이 된다<sup>[4]</sup>.

$y(t)$ 의 有限 觀測에서  $R_y$ 를 얻을 수는 없으므로 다음과 같은  $\{y(t), t=1, 2, \dots, N\}$ 의 標本 共分散 (sample covariance) 行列  $\hat{R}_y$ 로  $R_y$ 를 推定한다.

$$R_y = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)y^H(t) \quad (2.5)$$

그 다음에 큰 것부터 늘어놓은  $\hat{R}_v$ 의 固有값에 對應하는 正規化된 固有벡터를  $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_L\}$ 이라고 하자. 여기서  $\hat{e}_i, i=1, 2, \dots, L$ ,은 確率 벡터라는 것을 새겨 두어야 한다. 그리고  $\hat{S}=(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_M)$ 과  $\hat{G}=(\hat{e}_{M+1}, \hat{e}_{M+2}, \dots, \hat{e}_L)$ 의 범위를 各各 標本 信號源 部分空間과 標本 雜音 部分空間이라 하자. 그러면 MUSIC 空間 스펙트럼은 다음과 같이 正義된다.

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) \hat{G} \hat{G}^H a(\theta)} \quad (2.6)$$

그러므로  $P_{MUSIC}(\theta)$ 는  $\theta=\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 에서 峯지점을 가질 것이다. 한편 MUSIC null spectrum  $D(\theta)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$D(\theta) = a^H(\theta) \hat{G} \hat{G}^H a(\theta) \quad (2.7)$$

### III. MUSIC null-spectrum의 漸近 分布

이 節에서는  $\theta=\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 에서 MUSIC null spectrum의 漸近 分布를 얻어 보자. MUSIC null-spectrum의 近似分散은 1次 近似로 0을 얻었으나 이 結果는 쓸모없는 것이며 더 正確한 漸近 分散을 얻어야 한다.

確率變數의 分布를 알고, 그 分布가 잘 알려진 것이라면 그 確率 變數의 平均과 分散은 쉽게 얻을 수 있다. 곧 MUSIC null spectrum의 漸近 平均과 分散을 따로 얻지 않고, MUSIC null spectrum의 漸近 分布를 알아내면 그것으로부터 MUSIC null spectrum의 漸近 平均과 分散을 얻을 수 있을 것이다.

MUSIC null-spectrum의 分布를 얻으려면 먼저 標本 共分散 行列  $R_v$ 의 固有벡터의 統計的 性質을 알아 보아야 한다. [1]의 Lemma 3.1을 따르면  $i=1, 2, \dots, M+1 \leq i \leq L$ ,의 信號 部分空間  $S$ 의 列空間으로의 (column space) 直交射影의 (orthogonal projection) 分布는 漸近的으로 平均이 0이고 共分散 行列이 다음과 같은 結合 正規分布임을 알 수 있다.

$$E[(S S^H \hat{e}_i) (S S^H \hat{e}_j)^H] = \frac{\sigma}{N} \left[ \sum_{k=1}^M \frac{\lambda_k}{(\sigma - \lambda_k)} e_k e_k^H \right] \delta_{ij}, \quad M+1 \leq i, j \leq L \quad (3.1)$$

과

$$E[(S S^H \hat{e}_i) (S S^H \hat{e}_j)^T] = 0, \quad M+1 \leq i, j \leq L \quad (3.2)$$

(3.1)과 (3.2)에서  $E[\cdot]$ 는 統計的 平均을 나타내고  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta이다. 그 다음에

$$r_i = a^H(\theta) \hat{e}_i, \quad \theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M \quad (3.3)$$

과

$$\beta_i = e_i^H a(\theta) \quad (3.4)$$

라 하면

$$a(\theta) \in \text{span}\{e_1, e_2, \dots, e_M\} \quad (3.5)$$

이므로  $\theta=\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 일 때

$$a(\theta) = \sum_{i=1}^M \beta_i e_i \quad (3.6)$$

(3.6)을 쓰면

$$\begin{aligned} a^H(\theta) S S^H a(\theta) &= a^H(\theta) \left[ \sum_{i=1}^M e_i e_i^H \right] a(\theta) \\ &= \sum_{i=1}^M a^H(\theta) e_i e_i^H a(\theta) \\ &= \sum_{i=1}^M \beta_i^* \beta_i \\ &= a^H(\theta) \end{aligned} \quad (3.7)$$

임을 쉽게 보일 수 있으며, (3.7)에서  $M+1 \leq i \leq L$ 일 때  $r_i$ 의 平均이

$$\begin{aligned} E[r_i] &= E[a^H(\theta) \hat{e}_i] \\ &= E[a^H(\theta) S S^H \hat{e}_i] \\ &= a^H(\theta) E[S S^H \hat{e}_i] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

임을 쉽게 알 수 있다. 끝으로 (3.1), (3.2), (3.3)과 (3.7)을 쓰면  $M+1 \leq i, j \leq L$ 일 때

$$\begin{aligned} E[r_i r_j^*] &= E[a^H(\theta) \hat{e}_i (a^H(\theta) \hat{e}_j)^H] \\ &= E[(a^H(\theta) S S^H \hat{e}_i) (a^H(\theta) S S^H \hat{e}_j)^H] \\ &\quad - a^H(\theta) E[(S S^H \hat{e}_i) (S S^H \hat{e}_j)^H] a(\theta) \\ &= \frac{\sigma}{N} \left[ \sum_{k=1}^M \frac{\lambda_k}{(\sigma - \lambda_k)} a^H(\theta) e_k e_k^H a(\theta) \right] \delta_{ij} \end{aligned} \quad (3.9)$$

와

$$\begin{aligned} E[r_i r_j^*] &= E[(a^H(\theta) \hat{e}_i) (a^H(\theta) \hat{e}_j)^*] \\ &= E[(a^H(\theta) S S^H \hat{e}_i) (a^H(\theta) S S^H \hat{e}_j)^*] \\ &= a^H(\theta) E[(S S^H \hat{e}_i) (S S^H \hat{e}_j)^*] a^*(\theta) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

을 얻는다. 다시 말하면  $r_i, M+1 \leq i \leq L$ 은 平均은 0이고 共分散은 (3.9)이며 漸近的으로 獨立인 複素 正規 確率 變數이다. 또한 (3.10)으로부터  $E[r_i r_i] = 0$ 임을 알 수 있는데 이것은  $r_i$ 의 실수부와 허수부가 漸近的으로 獨立이고 그들의 分散이 같음을 뜻한다.

$r_i$ 의 分散은 (3.9)로부터  $M+1 \leq i \leq L$ 일때

$$\begin{aligned} E[|r_i|^2] &\hat{=} \sigma_i^2 \\ &= \frac{\sigma}{N} \left[ \sum_{\lambda=1}^M \frac{\lambda \sigma}{(\lambda - \sigma)^2} a^H(\theta) e_\lambda e_\lambda^H a(\theta) \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

이므로  $r_i \sim N(0, \sigma_i^2), M+1 \leq i \leq L$ 로 쓸 수 있다.

한편 MUSIC null-spectrum은 (2.7)과 (3.3)으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D(\theta) &= a^H(\theta) \left( \sum_{i=M+1}^L \hat{e}_i \hat{e}_i^H \right) a(\theta) \\ &= \sum_{i=M+1}^L r_i r_i^* \\ &= \sum_{i=M+1}^L |r_i|^2, \theta = \theta_1, \dots, \theta_M \end{aligned} \quad (3.12)$$

그러므로 (3.11)과 (3.12)에서 正規화된 MUSIC null-spectrum,  $2D(\theta) / \sigma_i^2, \theta_1, \dots, \theta_1, \theta_2 = \theta_M$ 은 自由度가  $2(L-M)$ 인  $\chi^2$  分布임을 쉽게 알 수 있다. 곧,

$$\frac{2D(\theta)}{\sigma_i^2} \sim \chi^2_{2(L-M)}$$

이다.

이제 MUSIC null-spectrum의 漸近平均과 分散은  $\theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 에서 쉽게 얻을 수 있다. 다시 말하면

$$\begin{aligned} E[D(\theta)] &= (L-M)\sigma_i^2 \\ &= \frac{(L-M)\sigma}{N} \sum_{\lambda=1}^M \frac{\lambda \sigma}{(\lambda - \sigma)} a^H(\theta) e_\lambda e_\lambda^H a(\theta) \end{aligned} \quad (3.13)$$

과

$$\begin{aligned} \Gamma_{\sigma}[D(\theta)] &= (L-M)\sigma_i^4 \\ &= \frac{(L-M)\sigma}{N} \left\{ \sum_{\lambda=1}^M \frac{\lambda \sigma}{(\lambda - \sigma)^2} a^H(\theta) e_\lambda e_\lambda^H a(\theta) \right\}^2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

이다.

MUSIC null spectrum의 分散이 이미 알려진 것처럼<sup>[6,7]</sup>  $N^{-1}$ 차가 아니라  $N^{-2}$ 차라는 것을 눈여겨 보아야 한다. 4節에 보인 實驗의 研究도 (3.13)과 (3.14)의 漸近表現式이 옳음을 보여준다.

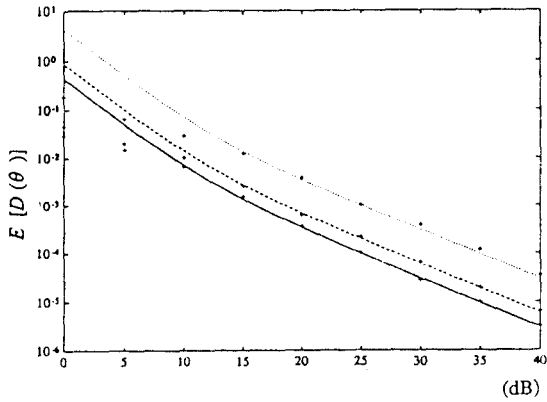
이제 다음과 같이 定義되는 正規標準偏差를 (normalized standard deviation : NSD) 생각해 보자<sup>[7]</sup>.

$$NSD(\theta) = \frac{\sqrt{\Gamma_{\sigma}[D(\theta)]}}{E[D(\theta)]} \quad (3.15)$$

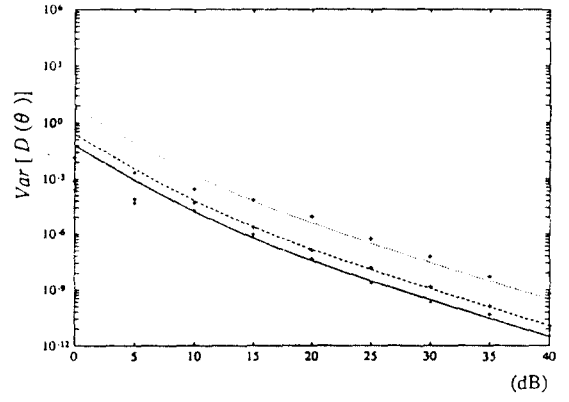
(3.13), (3.14), (3.15)에서  $NSD = \sqrt{1/(L-M)}$ 임을 알 수 있다. 여기서 NSD가 信號電力, 雜音電力이나 資料數를 따라 바뀌지 않고 受信機數와 信號源數에만 依存함을 볼 수 있다. 이런점은 縮小次元 電波束空間 (reduced dimension beam space : RDBS) MUSIC에서도 볼 수 있다. 受信機數가 같고 信號源數도 같을 때에는 RDBS MUSIC null-spectrum의 NSD가 標準 MUSIC의 NSD보다 크다. 이것은 RDBS의 次元이 元素空間의 (element space) 次元보다 작아서 自由度가 줄어들기 때문이다. 보기를 들어  $L=10, M=2$ 이고 RDBS MUSIC의 行列形成機가  $10 \times 4$  行列이라 하자. 그러면 RDBS MUSIC null spectrum의 NSD는  $\sqrt{1/(4-2)} \approx 0.707$ 이지만 표준 MUSIC null spectrum의 NSD는  $\sqrt{1/(10-2)} \approx 0.353$ 이다. 이는 다른 곳에서<sup>[7]</sup>보인 Monte Carlo 模擬實驗結果를 뒷받침하는 것이다.

#### IV. 模擬實驗結果

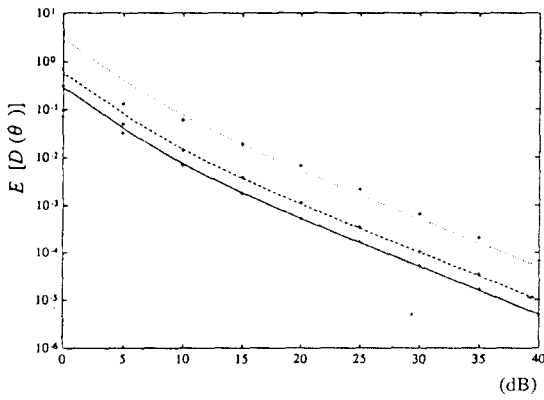
이 節에서는 信號對 雜音比, 受信機數, 信號源數와 資料數가 여러 값을 가질때 MUSIC null-spectrum의 漸近 平均과 分散을 計算해 보자. 여기서 생각하는 排列 受信機는 受信機  $L$ 개가 信號波長의 半의 間격을 두고 놓여 있는 均一 線形排列 (uniform



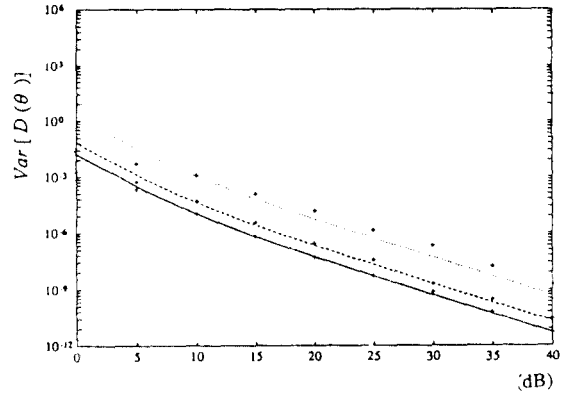
(a)



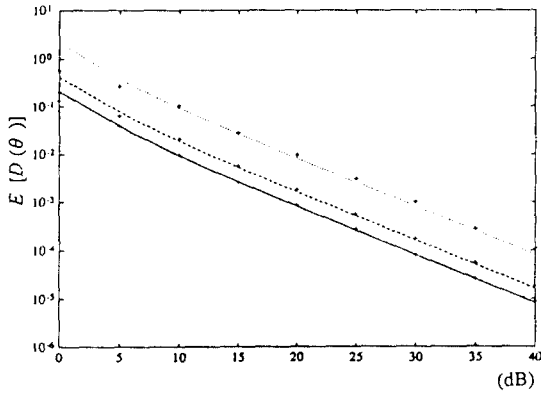
(a)



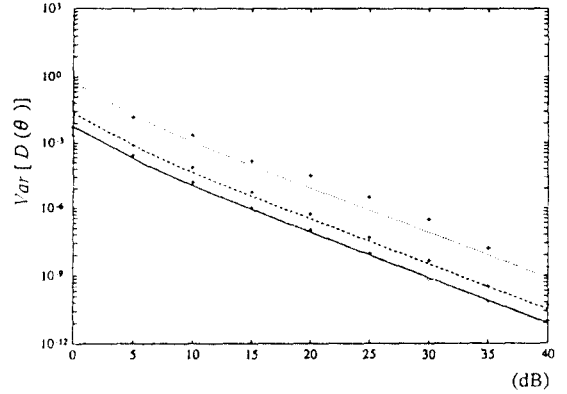
(b)



(b)



(c)



(c)

그림 1.  $E[D(\theta)]$  對 SNR : (a)  $L=5, M=2$  (b)  $L=7, M=2$  (c)  $L=10, M=2$   
 (—:  $N=100$ ; - - -:  $N=50$ ; ···:  $N=10$ )

그림 2.  $Var[D(\theta)]$  對 SNR : (a)  $L=5, M=2$  (b)  $L=7, M=2$  (c)  $L=10, M=2$   
 (—:  $N=100$ ; - - -:  $N=50$ ; ···:  $N=10$ )

표 1. 여러 SNR과 信號源 數와 受信機 數에 대한 實驗의인 NSD 값(資料수=100, 試行回數=100)

信號機 數	信號源 數	SNR(dB)									理論的 NSD
		0	5	10	15	20	25	30	35	40	
5	2	.537	.465	.670	.640	.607	.499	.491	.705	.557	.577
7	2	.387	.457	.427	.434	.427	.420	.505	.475	.450	.447
10	2	.347	.429	.403	.395	.389	.356	.317	.341	.369	.353

linear array) 受信機라고 하자. 또한 P는 信號電力을 나타내고

$\sigma$ 는 雜音 電力을 나타낸다면  $SNR = P / \sigma$ 이다. 모든 信號源이 같은 電力을 갖고 相關關係가 없으며, 信號源과 雜音源이 相關關係가 없다고 하자. 信號源 數는 2이고(M=2) 그 방향은 15°, 20°라고 하자. 受信機 數 L은 5, 7, 10이다. 模擬 實驗에서 사용한 資料 數 N은 10, 50, 100이다. 그림 1과 그림 2에 模擬 實驗 結果들이 나타나 있다.

그림 1과 그림 2는 各各 SNR과  $E[D(\theta)]$ 와 SNR과  $Var[D(\theta)]$ 를 보인다. 그림 1과 그림 2의 線들은 各各 (3.13)과 (3.14)로 計算한 漸近 平均과 漸近 分散의 理論的인 값을 보여주고,  $\times$ 는 100번 試行한 Monte Carlo 模擬 實驗에서 얻은 값을 보여준다. 이 그림에서 受信機 數가 信號源 數에 건주어 넉넉히 크거나 SNR이 크면 模擬 實驗 結果가 理論값과 꽤 가깝다는 것을 알 수 있다. 그리고 SNR이 높으면 理論的인 漸近 平均과 漸近 分散이 N이 클때 誘導된 것이지만 N=10일 때에도 模擬 實驗 結果와 잘 맞음을 눈여겨 볼 만하다.

표 1은 SNR이 NSD에 影響을 미치는지를 보여주는 것인데 이표에서 우리는 NSD가 SNR의 影響을 거의 받지 않는다는 것을 알 수 있다. 표 1에서 보인 것과 비슷한 結果가 있지만<sup>[7]</sup>  $NSD = \sqrt{1 / (L - M)}$ 라는 理論的 表現式은 그곳에서는 얻지 않았다.

### V. 맺음말

信號源 位置 推定에 널리 쓰이는 方法의 하나인 MUSIC을 統計的으로 分析하여 MUSIC null-spectrum의 漸近 分布를 얻었다. MUSIC null-spectrum의 漸近 分布가  $\chi^2$  分布임을 보였고 이 結果로부터 MUSIC null-spectrum의 正確한 漸近 平均과 漸近 分散을 얻었다. 또한 MUSIC null-spectrum의 漸近 平均과 漸近 分散이 受信機 數와 信號源 數를 따라

바뀐다는 것과 MUSIC null-spectrum의 漸近 分散이 資料數의 제곱에 反比例한다는 것을 보였다.

MUSIC null-spectrum의 正規標準偏差가 資料 數를 따라 바뀌지 않음을 알아냈다. 이것은 資料 數가 넉넉히 클 때에는 資料 數보다 受信機 數와 信號機 數가 더욱 重要한 것임을 나타낸다. 信號源 數를 바꾸지 않고 正規標準偏差를 줄려면 受信機 數를 늘려야 한다. 正規標準偏差의 表現式을 RDBS MUSIC에도 適用할 수 있는데 信號源 數가 같고 受信機 數도 같을 때에는 標準 MUSIC의 正規標準偏差가 RDBS MUSIC의 正規標準偏差보다 작음을 알아냈다.

### 참고문헌

1. R.O.Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol.AP-34, pp.276-280, March 1986.
2. R.Kumaresan and D.W.Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Trans. Aero. Electr. Sys.*, vol. AES-19, pp. 134-139, January 1983.
3. R.Roy and T.Kailath, "ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-37, pp.984-995, July 1989.
4. P.Stoica and A.Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-37, pp.720-740, May 1989.
5. P.Stoica and K.C.Sharman, "Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-38, pp.1132-1143, July 1990.
6. M.Kaveh and A.J.Barabell, "The statistical performance of the MUSIC and the

Minimum-Norm algorithms in resolving plane waves in noise," *IEEE Trans. Acous., Speech, Signal Proc.*, vol. ASSP-34, pp.331-341, April 1986.

7. X.L.Xu and K.M.Buckley "Statistical perform-

ance comparison of MUSIC in Element-space and beam-space," *Proc. Int. Conf. Acous., Speech, Signal Proc.(ICASSP)*, pp.2124-2127, Glasgow, Scotland, May 1989.

**崔眞豪 (Jinho CHOI)** 정회원  
1967년 2월 22일생  
1988년 2월 : 서강대학교 전자공학과(공학사)  
1991년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)  
현재 : 한국과학기술원 전기및 전자공학과 박사과정 재학 중



**尹眞鮮 (Jin Seon YUN)** 정회원  
1967년 2월 7일생  
1991년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학사)  
현재 : 한국과학기술원 전기및 전자공학과 석사과정 재학 중



**金炯明 (Hyung Myung KIM)** 정회원  
1952년 10월 24일생  
1974년 2월 : 서울대학교 공학사  
1982년 4월 : Pittsburgh대학 전기공학과 석사  
1985년 12월 : Pittsburgh대학 전기공학과 공학박사

1986년 4월~현재 : 한국과학기술원 전기및 전자공학과 조교수

주관심분야 : 디지털신호와 영상처리, 다차원시스템 이론, 비디오신호 전송.



**宋翊鎬 (Ickho SONG)** 정회원  
1960년 2월 20일생  
1982년 2월 : 공학사(magna cum laude), 서울대학교 전자공학과  
1984년 2월 : 공학석사, 서울대학교 대학원 전자공학과  
1985년 8월 : M. S. E., Dept. of EE, Univ. of Pennsylvania

1987년 5월 : Ph. D., Dept. of EE, Univ. of Pennsylvania

1987년 3월~1988년 2월 : Bell Communications Research (Morristown) 연구원

1988년 3월~1991년 8월 : 한국과학기술원 전기및 전자공학과 조교수

1989년 : IEEE 한국지회 재무

1990년, 1992년 : 한국음향학회 편집위원

1991년 9월~현재 : 한국과학기술원 전기및 전자공학과 부교수

1989년 9월, 1990년 8월 : URSI 전진과학자상

1991년 11월 : 한국통신학회 학술상

관심연구영역 : 검파와 추정, 통계학적 신호(화상) 처리, 배열신호처리, 스펙트럼분석, 통신이론.



**朴聖日 (Seong Ill PARK)** 정회원  
1968년 5월 19일생  
1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학사)  
현재 : 한국과학기술원 전기및 전자공학과 석사과정 재학 중