

개별탭 LMS 등화기의 초과 자승평균오차 분석

正會員 金 南 用* 正會員 李 永 朝* 正會員 康 昌 彦*

Analysis of the excess MSE of the individual tap LMS(ITLMS) equalizer

Nam Yong KIM*, Young Jo LEE*, Chang Eon KANG* *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 기울기 추정오차잡음에 기인한 현 계수와 최적 계수와의 간격의 랜덤 변동이 유발하는 초과 자승평균오차(excess MSE)를 개별탭 LMS(ITLMS, Individual Tap LMS) 알고리즘에 대하여 유도하였으며, ITLMS 알고리즘의 초과 자승평균오차는 LMS 알고리즘 보다 항상 작거나 같음을 보였다.

페이딩 채널에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 초과자승오차에 대한 알고리즘의 성능을 나타내었고, 그 결과가 이론적으로 분석한 결과와 들어맞음을 보였다.

ABSTRACT

In this paper, an analytical expression of the excess MSE of ITLMS(Individual Tap LMS) which results from the random fluctuation of the distance between the actual and optimal coefficients due to noisy gradient estimates, is derived. The expression reveals that the excess MSE of the ITLMS algorithm is smaller than that of the LMS algorithm.

The performance of the algorithm from the computer simulation for a fading time-dispersive channel verifies the theoretical results.

I. 서 론

지금까지 많은 적응 등화기 구조와 알고리즘들이 연구되어왔다. Widrow와 Hopf에 의해 제안된 LMS(least mean square) 알고리즘을 사용한 TDL(time delay line) 적응 등화기가 단순성과 효율성으로 널리 사용되고 있다^{[1][2][3]}. 그러나 고유치가 넓게 분포되어 있는 환경에서 등화기 입력을 직교화 시킴으로써 LMS-TDL 알고리즘 보다 빠르게 수렴할 수

있는 직교화 구조의 대표적인 것이 Lattice구조를 사용한 것인데 Lattice구조의 각 스테이지 전방오차 신호는 직교이며 각 단은 다른단에 대하여 독립적이다^[4]. 이 때 만들어진 직교화된 신호를 TDL 계수의 입력으로 사용할 때 등화기 계수를 개별적으로 처리할 수 있다^[5].

그러나 개별탭 LMS(ITLMS, Individual Tap LMS) 알고리즘은 TDL에서 입력 신호의 직교화 과정없이 탭 계수를 개별적으로 처리할 수 있다. 비록 입력 신호가 상관을 가지더라도 MSE는 다른 모든 탭 계수를 고정시킨 상태에서 임의의 i 번째 탭 계수의 함수로 나타낼 수 있으며, i 번째 탭 계수의 MSE 곡선은 최소값을 가지는 2차 포물선을 형성하므로

*延世大學校 電子工學科
Dept. of Electronics, Yonsei University,
論文番號 : 92-25(接受1991. 11. 1)

탭을 갱신하면서 최소값에 도달할 수 있다. [6][8]. 각각의 탭 갱신 과정에 LMS를 적용한 이 알고리즘은 Wiener Solution에 수렴한다는 것이 증명된 바 있다. [8][9][12].

II 장에서 ITLMS 알고리즘의 개요를 간단히 기술하였고, III 장에서 탭 계수의 추정 오차 잡음이 나타내는 분산을 유도하였다. 이러한 분산에 기인하여 발생하는 초과 자승평균 오차(excess MSE)를 IV 장에 이론적으로 분석하였으며 기존의 LMS-TDL에서 나타나는 초과 자승평균 오차와 비교하였다. 시뮬레이션 결과로 채널에 대한 시뮬레이션 결과로부터 이론적 분석에서 얻은 결과와 부합됨을 V 장에서 보이고 IV 장에서 결론을 내렸다.

II. ITLMS 알고리즘 개요

샘플 시간 k에서 i번째 계수 $C_i(k)$ 와 최적 계수 C_i^* 과의 간격 $D_i(k)$ 를 사용하여 자승평균오차(MSE)를 표현하면 다음 식(1)이 된다[1].

$$MSE = MSE_{min} + \sum_{m=0}^L \sum_{j=0}^L D_i(k) D_j(k) r_{(m,j)} \quad (1)$$

여기서 $D_i(k) = C_i(k) - C_i^*$
 $r_{(m,j)} = E[x(k-m)x(k-j)]$

식(1)에서 i번째 계수 간격 $D_i(k)$ 에 관하여 정리하면 다음식과 같다.

$$MSE = MSE_{min} + \sum_{m=0}^L D_m(k) D_i(k) r_{(m,i)} + \sum_{m=0}^L \sum_{j=0}^L D_m(k) D_j(k) r_{(m,j)} \quad (2)$$

식(2)으로부터 i번째 계수 이외의 계수들을 고정시킨 상수로 둔다면, $D_i(k)$ 는 2차 포물선 함수가 된다.

$$MSE = A D_i^2(k) + 2B D_i(k) + G \quad (3a)$$

여기서

$$A = r_{(i,i)} \quad (3b)$$

$$B = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^L D_m(k) r_{(m,i)} \quad (3c)$$

$$G = \sum_{m=0}^L \sum_{j=0}^L D_m(k) D_j(k) r_{(m,j)} + MSE_{min} \quad (3d)$$

식(3)로 부터 i번째 이외의 계수들을 상수로 고정된 상태에서 A, B, G는 i이외의 고정된 계수 간격들과 등화기 입력 자기 상관에 의해 결정되는 상수가 되며 $A=r_{(i,i)}$ 는 음수가 아니므로(non negative) 식(3a)는 하나의 최소점만을 갖는 MSE 포물선을 형성한다. 식(3b)로 부터 i번째 이외의 계수가 고정된 상태에서 임의의 i번째 계수에 대한 MSE곡선은 항상 기울기가 일정한 값 $r_{(i,i)}$ 를 가진다는 것을 알 수 있다. 이는 정상상태(MSE곡선의 바닥)에서 변동량이 다른 탭 계수에 대해서도 서로 같게 되어 고유치 분포비와 무관한 초과 자승평균오차를 만들어내게 된다.

샘플 시간 k에서 i번째 탭 계수 이외의 계수들을 고정시킨 상태에서 D_i 에 대한 기울기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial MSE}{\partial D_i(k)} &= 2r_{(i,i)}D_i(k) + \sum_{\substack{p=0 \\ p \neq i}}^L r_{(i-p)}D_p(k) + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^L r_{(i,j)}D_j(k) \\ &= 2E[x(k-i)[\sum_{j=0}^L x(k-j)C_j(k) - \sum_{j=0}^L x(k-j)C_j^*]] \\ &= -2E[x(k-i)e_i(k)] \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)는 시간 k에서 i번째 계수의 기울기 $\nabla_i(k)$ 이며 여기서 $-2e_i(k) \cdot x(k-i)$ 를 i번째 계수의 기울기로 취한다면 다음과 같은 기울기 추정치 $\hat{\nabla}_i(k)$ 를 얻는다.

$$\hat{\nabla}_i(k) = -2e_i(k)x(k-i) \quad (5)$$

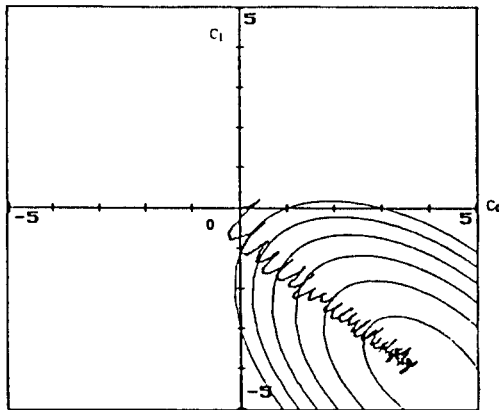
i번째 탭 계수 값의 조절에 식(5)와 함께 steepest descent 방법을 적용하여 갱신할 수 있으며 등화기 입력으로 부터 취한 n개의 클럭 샘플을 사용하여 n+1번 갱신된 i번째 탭 계수는 샘플 시간 k와 탭 계수의 개별 갱신에 사용될 클럭 샘플 수 n의 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다. 주의할 것은 i이외의 탭 계수들은 모두 고정되어 있는 상태라는 것이다.

$$C_i(k, n+1) = C_i(k, n) + 2\mu x(k-i+n)e_i(k+n) \quad (6)$$

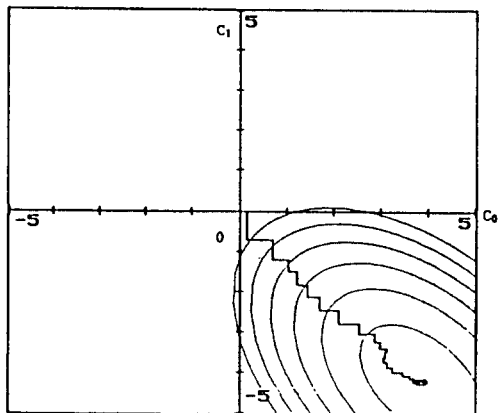
여기서 μ 는 계수의 수렴을 보장해 주는 스텝 크기로서 알고리즘의 안정을 위한 μ 의 구간은 다음과 같다[9].

$$0 < \mu < 1/r_0 \quad (7)$$

다음 그림 1은 탭 계수 궤적이 최적 계수값에 어떤 모습으로 접근하는지를 살펴보기 위하여 Widrow가 사용한 두 개의 탭을 가진 적응 선형 TDL 필터^[1]에 LMS 알고리즘과 ITLMS 알고리즘을 적용하였다. Widrow가 사용한 경우에서와 같이 전송된 심분 $I(k) = 2 \cos(2\pi k / 16)$ 의 정현파로 하였고 수신된 입력 심분 $x(k) = \sin(2\pi k / 16)$ 과 전력 $\sigma_x^2 = 0.01$ 의 백색 잡음 $\eta(k)$ 를 입력으로 하였다.



(a) LMS



(b) ITLMS

block sample = 10, $\mu = 0.1$

그림 1. 성능 등고선상의 계수 궤적

초기 계수값 $C_0(0) = C_1(0) = 0$ 으로 하였고, ITLMS 알고리즘의 블럭 샘플수는 10개로 하였다. 이 경우, Wiener 최적해는 $C_0^* = 3.784$, $C_1^* = -4.178$ 이다. 각 샘플시간마다 기울기 추정치가 정확한 기울기가 아니고 추정오차 잡음을 갖기 때문에 그림 1에서의 계수 궤적은 규칙성이 없어 보인다. ITLMS 알고리즘의 경우, $C_1(k)$ 가 고정된 상태에서 $C_0(k)$ 가 10개의 블럭 샘플을 사용한 갱신 과정을 통해 수직 방향으로 이동한다. 따라서 그림 1-b에서 볼 수 있듯이 ITLMS 알고리즘의 계수 궤적은 계단형 접근 궤적을 보이게 된다. 기울기 추정치의 오차잡음에 기인하여 궤적은 약간의 불규칙적인 계단형태를 보이고 있다.

LMS 알고리즘의 경우, 계수 궤적은 어느 정도 기울기의 방향으로 접근하고 있으나 매우 랜덤한 변동을 가지며 특히 타원 등고선의 단축 방향(큰 고유치에 해당)으로 요동이 심하게 발생하므로 MSE의 변화가 크게 된다. 정상상태의 진동에서도 차이를 보이고 있어 서로 다른 excess MSE를 가짐을 관찰할 수 있다.

III. ITLMS 알고리즘의 탭계수 추정오차잡음

i 번째 탭 계수 갱신을 위한 반복 방정식(recursive equation)에서 i 번 사용된 기울기 $\hat{\Delta}_i(k)$ 는 정확한 기울기 $\nabla_i(k)$ 와 추정 오차에 기인한 잡음이 더해진 것으로 볼 수 있다. 이러한 기울기 추정 오차는 유한 샘플 n 을 사용하여 갱신된 탭 계수 간격 $C_i(k, n) - C_i^*$ 에 랜덤한 변동(fluctuation)을 일으킨다. 이러한 탭 계수 간격의 변동량 즉, 분산을 $\text{cov}[D_i^2(k)]$ 으로 정의하고 ITLMS의 개별 갱신 경우에 대해 비교 분석해보기로 한다.

i 번째 탭 계수의 갱신 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_i(k, n+1) &= C_i(k, n) - \mu \hat{\Delta}_i(k, n) \\ &= C_i(k, n) - \mu [\nabla_i(k, n) + N_i(k, n)] \\ &= C_i(k, n) + \mu 2E[e_i(k+n) \cdot x(k-i+n)] - \mu N_i(k, n) \quad (8) \end{aligned}$$

$j=0, 1, \dots, i-1$ 에 해당하는 계수는 갱신된 계수이고 $j=i+1, \dots, L$ 에 해당하는 계수는 미갱신된 계수이므로 정확한 기울기 $\Delta_i(k, n) = 2E[e_i(k+n) \cdot x(k-i+n)]$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$E[e_i(k+n) \cdot x(k-i+n)] = E[x(k-i+n)]$$

$$\left\{ \sum_{j=0}^L x(k-j+n)C_i^* - \sum_{j=0}^L x(k-j+n)C_i(k) \right\} \quad (9)$$

$$\text{여기서 } C_i(k) = \begin{cases} C_i(k, \infty) & : j < i \\ C_i(k, n-1) & : j = i \\ C_i(k-1, \infty) & : j > i \end{cases}$$

식(9)의 탭계수중 i번째 계수를 분리하여 정리하면

$$\begin{aligned} E[e_i(k+n) \cdot x(k-i+n)] &= -r_{(0)} [C_i(k, n) - C_i^*] \\ &+ \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^L r_{(j-i)} [C_j(k) - C_j^*] \\ &= -r_{(0)} \{D_i^{(n)}(k) + \sum_{j=0}^{i-1} \frac{r_{(j-i)}}{r_{(0)}} D_j(k)\} \\ &+ \sum_{j=i+1}^L \frac{r_{(j-i)}}{r_{(0)}} D_j(k-1) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 식(10)의 우변은 $-r_{(0)}\{D_i^{(n)}(k) - D_i(k)\}$ 이 되며 식(8)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_i(k, n+1) &= D_i(k, n) - 2\mu r_{(0)} \{D_i^{(n)}(k) - D_i(k)\} \\ &- \mu N_i(k, n) \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)의 양변의 $C_i(k, n+1)$ 과 $C_i(k, n)$ 에 C_i^* 과 편이 $D_i(k)$ 를 빼주면

$$\begin{aligned} D_i^{(n+1)}(k) - D_i(k) &= D_i^{(n)}(k) - D_i(k) \\ &- 2\mu r_{(0)} \{D_i^{(n)}(k) - D_i(k)\} - \mu N_i(k, n) \end{aligned} \quad (12)$$

그림 2에 보인바와 같이 충분한 n을 사용한 경우 $D_i^{(n+1)}(k)$ 또는 $D_i^{(n)}(k)$ 은 편이 $D_i(k)$ 를 중심으로 기울기 추정오차잡음에 기인한 랜덤변동(fluctuation)을 보이기 때문에 $D_i^{(n)}(k) - D_i(k)$ 는 교류성분만을 가진다. $D_i^{(n)}(k) - D_i(k)$ 를 $V_i^{(n)}(k)$ 으로 정의하고 식(12)를 정리하면 다음과 같다.

$$V_i^{(n)}(k) = D_i^{(n)}(k) - D_i(k) \quad (13a)$$

$$V_i^{(n+1)}(k) = V_i^{(n)}(k) - 2\mu r_{(0)} V_i^{(n)}(k) - \mu N_i(k, n) \quad (13b)$$

$V_i^{(n)}(k)$ 과 $N_i(k, n)$ 이 서로독립이며 $N_i(k, n)$ 이 영 평균이라고 가정하고 계수간격 $D_i^{(n)}(k)$ 의 분산을 $\text{var}[V_i^{(n)}(k)] = E[V_i^{(n)}(k)^2]$ 로, 오차잡음의 분산을 $\text{var}[N_i^{(n)}(k, n)] = E[N_i(k, n)^2]$ 로 정의하면 식(13b)로부터 다음식을 얻을 수 있다.

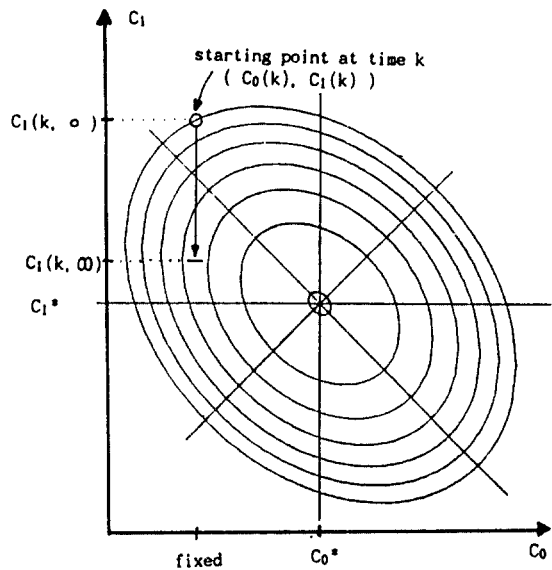
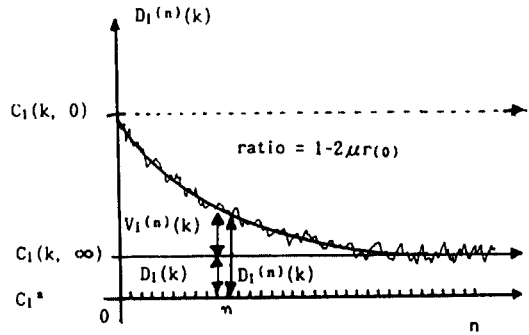


그림 2. 계수 간격의 수렴과 변동

$$\begin{aligned} \text{var}[V_i^{(n+1)}(k)] &= (1 - 2\mu r_{(0)})^2 \cdot \text{var}[V_i^{(n)}(k)] \\ &+ \mu^2 \text{var}[N_i(k, n)] \end{aligned} \quad (14)$$

충분한 n을 사용한 경우

$$\begin{aligned} \text{var}[V_i^{(n+1)}(k)] &= \text{var}[V_i^{(n)}(k)] \\ &= \frac{\mu^2}{1 - (1 - 2\mu r_{(0)})^2} \text{var}[N_i(k, n)] \end{aligned} \quad (15)$$

이때, 추정오차잡음 $N_i(k, n)$ 의 분산을 구하면 다음과 같다.

$$\text{var}[N_i(k, n)] = E[N_i^2(k, n)]$$

$$=E[\{\hat{\nabla}_i(k,n) - \nabla_i(k,n)\}^2] \quad (16a)$$

정상상태에서 $\nabla_i(k,n)=0$ 이며 $\hat{\nabla}_i(k,n)$ 의 $e_i(k+n)$ 과 $x(k+n-i)$ 를 서로 독립이라 가정하면^[11] 다음과 같은 분산을 갖는다.

$$\begin{aligned} \text{var}[N_i(k,n)] &= 4 E[e^2(k+n)] \cdot E[x^2(k+n-i)] \\ &= 4 r^{(n)} \text{MSE}_{\text{min}} \end{aligned} \quad (16b)$$

식(16b)를 식(15)에 대입하여 다음과 같은 i 번째 탭 계수의 추정오차 잡음분산을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{var}[V_i^{(n)}(k)] &= \frac{\mu^2}{1 - (1 - 2\mu r^{(n)})^2} \cdot 4 r^{(n)} \text{MSE}_{\text{min}} \\ &= \frac{\mu}{1 - \mu r^{(n)}} \text{MSE}_{\text{min}} \end{aligned} \quad (17)$$

IV. ITLMS 알고리즘의 excess MSE

정상상태에서 기울기 추정오차잡음에 기인하는 MSE의 변동은 더 큰 MSE를 만들어 내며 그 초과된 MSE를 excess MSE로 정의하고 있다.^[10]

$$\begin{aligned} \text{excess MSE} &= E [D^T(k) \cdot R \cdot D(k)] \\ &= E [D^T(k) \cdot Q \Lambda Q^{-1} \cdot D(k)] \\ &= E [D^T(k) \cdot \Lambda \cdot D(k)] \end{aligned} \quad (18)$$

여기서

$$Q = \begin{bmatrix} q_{10} & q_{01} & \cdots & q_{0L} \\ q_{11} & q_{11} & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{1L} & \cdots & q_{1L} & \cdot \end{bmatrix}, \quad D(k) = \begin{bmatrix} D_0(k) \\ D_1(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_L(k) \end{bmatrix}$$

$$D'(k) = Q^T \cdot D(k) = \begin{bmatrix} D_0'(k) \\ D_1'(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_L(k) \end{bmatrix}$$

식 (18)의 excess MSE를 $D'(k)$ 와 Λ 의 요소들의 합 형태로 쓸 수 있다.

$$\text{excess MSE} = \sum_{i=0}^L \lambda_i E [D'(k)^2] \quad (19)$$

여기서 $D'(k) = Q^T \cdot D(k)$ 이므로 i 번째 요소 $D_i'(k) = \sum_{p=0}^L q_{pi} D_p(k)$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{excess MSE} &= \sum_{i=0}^L \lambda_i \left(\sum_{p=0}^L \sum_{j=0}^L q_{pi} q_{ji} \right. \\ &\quad \left. E [D_p(k) \cdot D_j(k)] \right) \end{aligned} \quad (20)$$

기울기 추정오차는 계수간격 $D_i(k)$ 의 변동에 기인한 $D_i(k)$ 의 분산은 excess MSE에 직접 영향을 준다.

정상상태에서 ITLMS의 계수 간격 D_i 의 평균값이 0이므로 계수간격 $D_i(k)$ 는 영평균의 계수간격 $V_i^{(n)}(k)$ 로 대체되며 계수간격이 서로 독립이라고 가정하면 식(20)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{excess MSE} &= \sum_{i=0}^L \lambda_i \left(\sum_{j=0}^L q_{ji}^2 \cdot \text{var}[V_j^{(n)}(k)] \right) \\ &= \frac{\mu \cdot \text{MSE}_{\text{min}}}{1 - \mu \cdot r^{(n)}} \sum_{i=0}^L \lambda_i \sum_{j=0}^L q_{ji}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $Q \cdot Q^{-1} = Q \cdot Q^T = I$ 이므로 $\sum_{j=0}^L q_{ji}^2 = 1$ 이다.

따라서 ITLMS 알고리즘의 excess MSE는 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\text{excess MSE} = \frac{\mu \cdot \text{MSE}_{\text{min}}}{1 - \mu \cdot r^{(n)}} \sum_{i=0}^L \lambda_i \quad (22)$$

LMS 알고리즘에 대한 excess MSE와 비교하기 위하여 두 알고리즘의 excess MSE의 차이를 다음과 같이 $\Delta \text{excess MSE}$ 로 정의한다.

$$\begin{aligned} \Delta \text{excess MSE} &= \text{excess MSE(LMS)} - \\ &\quad \text{excess MSE(ITLMS)} \\ &= \mu \cdot \text{MSM}_{\text{min}} \cdot \left[\sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i}{1 - \mu \lambda_i} - \sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i}{1 - \mu \cdot r^{(n)}} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

한편, 행렬 R의 고유치들의 합은 R의 대각요소들의 합과 같다^[11].

$$\text{trace of } R = \text{trace of } \Lambda = \sum_{i=0}^L \lambda_i = \sum_{i=0}^L r^{(n)} \quad (24a)$$

$$r_{(0)} = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^L \lambda_i \quad (24b)$$

식 (24b)는 고유치들이 평균이 $r_{(0)}$ 와 같음을 나타내고 있으므로 λ_{av} 로 정의하고 $\Delta_{\text{excess MSE}}$ 를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{excess MSE}} &= \mu \cdot \text{MSE}_{\text{min}} \cdot \\ & \left[\sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i}{1-\mu\lambda_i} - \frac{\lambda_i}{1-\lambda_i\lambda_{av}} \right] \\ &= \mu \cdot \text{MSE}_{\text{min}} \cdot \frac{\mu}{1-\mu\lambda_{av}} \sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i^2 - \lambda_i\lambda_{av}}{1-\mu\lambda_i} \end{aligned} \quad (25)$$

두 알고리즘 모두 수렴하는 수렴구간, $0 < \mu < 1/\lambda_{\text{max}}$ 에 의하여

$$0 < 1 - \mu\lambda_i < 1 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i^2 - \lambda_i\lambda_{av}}{1-\mu\lambda_i} &\geq \sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i^2 - \lambda_i\lambda_{av}}{1} \\ &= \sum_{i=0}^L \lambda_i^2 - 2\lambda_{av} \sum_{i=0}^L \lambda_i + \lambda_{av} \sum_{i=0}^L \lambda_i \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 오른쪽 끝항의 $\sum_{i=0}^L \lambda_i$ 는 $(L+1)\lambda_{av}$ 이므로

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^L \frac{\lambda_i^2 - \lambda_i\lambda_{av}}{1-\mu\lambda_i} &\geq \sum_{i=0}^L (\lambda_i^2 - 2\lambda_{av}\lambda_i + \lambda_{av}^2) \\ &= \sum_{i=0}^L (\lambda_i - \lambda_{av})^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (28)$$

식 (28)을 식(25)에 대입하면 $\Delta_{\text{excess MSE}}$ 는 0보다 크거나 작다. 즉 ITLMS알고리즘의 excess MSE는 LMS알고리즘의 excess MSE보다 항상 작거나 같게 된다.

$$\text{excess MSE(ITLMS)} \leq \text{excess MSE(LMS)} \quad (29)$$

V. 시뮬레이션 및 결과 고찰

이 장에서는 ITLMS 알고리즘의 성능을 시뮬레이션을 통해 LMS 알고리즘과 비교하였다. 그림 3은 간단한 기저대역 PAM 통신 시스템 모델이다. 시뮬레이션에 사용한 페이딩 채널 모델은 식 (31)과 같으며

[1]이 전송되는 심볼은 식 (30)의 다항식에 의해 생성하였다.[1]. 발생된 심볼은 ± 1 이진 신호로 채널에 입력된다.

$$\begin{aligned} g(x) &= x^{31} + x^{28} + x^{27} + x^{24} + x^{17} + x^{16} + x^9 + x^8 + 1 \quad (30) \\ H(z) &= 0.227 + 0.460z^{-1} + 0.688z^{-2} + 0.460z^{-3} \\ & \quad + 0.227z^{-4} \end{aligned} \quad (31)$$

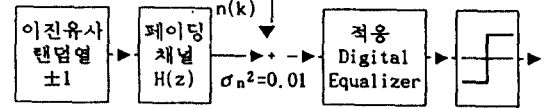


그림 3. 기저대역 통신시스템 모델

채널 $H(z)$ 는 약 -60dB 이상의 깊은 스펙트럼 골(null)이 전송 대역 내에 형성되며 심각한 주파수 선택적 페이딩을 나타내는 채널이다. 이 경우 선행 등화기로서는 페이딩 극복에 어려운 실정이므로 비선형 즉 결정제한등화기(DFE)가 사용된다. 이 채널에 대한 LMS DFE, ITLMS DFE의 성능 곡선에서 excess MSE를 비교하였고 LS lattice도 비교대상으로 하였다. LMS DFE와 ITLMS DFE는 전방 탭수 9, 후방 탭수 2(편의상(9,2))이고 스텝크기는 각각 0.02와 0.03이며 LS lattice DFE는 스테이지 수(9,2)이고 가중치 인자 $w_0 = 0.99$ 인 경우이다.

그림 4는 시뮬레이션 결과이다. ITLMS DFE는 LMS DFE 보다 MSE 수렴곡선의 분산이 작음을 관찰할 수 있으며 MSE의 분산이 작음으로 해서 수렴한 후의 MSE도 작게 나타났을 뿐아니라 LS lattice DFE 보다 더 작은 정상상태의 MSE를 관찰할 수 있다.

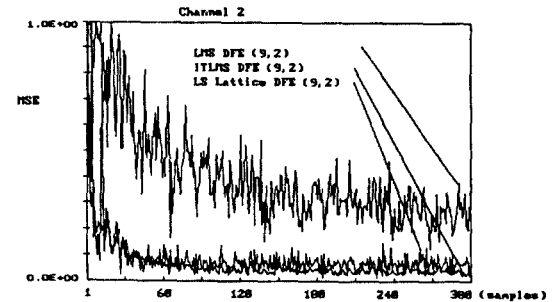


그림 4. MSE 곡선에 따른 각 알고리즘의 성능 비교

VI. 결 론

본 논문은 ITLMS 알고리즘의 성능 분석을 위해 탭 계수 추정 잡음과 초과 자승평균 오차를 유도하고 LMS 알고리즘과 비교분석하였으며 시불변 다경로 페이딩 채널에 대한 시뮬레이션을 통해 다른 알고리즘들과 비교하였다.

LMS 알고리즘의 탭 계수 추정 오차로 기인한 탭 계수의 분산은 채널의 고유치 분포비에 의존도가 크며 고유치 분포비가 크면 큰 고유값에 해당하는 MSE 곡선 상의 탭 계수 변동량이 큰 것으로 관찰되었지만, ITLMS 알고리즘에서 탭 계수가 움직이는 일차원 MSE 곡선의 기울기는 어떤 계수에 대해서도 ∞ 로 일정하여 탭 계수의 분산이 일정한 값으로 나타난다. 이런 기울기 추정 잡음에 기인하여 생긴 탭 계수 변동량은 초과 자승평균오차에 영향을 준다. 고유치 분포비에 영향을 받는 LMS는 고유값이 큰 쪽 방향으로 생긴 비교적 큰 탭 계수의 변동에 의해 더 큰 초과 자승평균오차를 만들어 낸다. ITLMS는 탭 계수 개별 갱신과정에서 기울기 추정오차가 고유치 분포비와는 무관한 성질을 가지는 것으로 나타나 초과 자승평균오차가 LMS보다 항상 작거나 같음이 증명되었다. 시불변 다경로 채널에 대한 시뮬레이션으로 부터 이론적으로 분석된 결과와 부합됨을 볼 수 있었고 LS lattice DFE 보다도 작은 초과 자승평균 오차를 나타내었다.

참 고 문 헌

1. B. Widrow, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, New Jersey, 1985.
2. B. Widrow, et al., "Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter," Proc. IEEE, Vol. 64, pp. 1151-1162, August 1976.
3. J.G. Proakis and J.H. Miller, "An adaptive re-

- ceiver for digital signalling through channel with intersymbol interference," IEEE Trans. Inform. vol. IT-15, pp.484-497, July 1969.
4. B.Friedlander, "Lattice filters for adaptive processing," Proc. IEEE, vol. 70, pp.829-867, August 1982.
5. E.H. Satorious and S.T. Alexander, "Channel equalization using adaptive lattice algorithms," IEEE Trans. Commun., vol. COM-27, pp. 899-905, June 1979.
6. M.J. Hawksford and N.Razaei, "Adaptive mean-square-error transversal equalizer," IEE Proc. vol. 128, part F, pp. 296-304, October 1981.
7. G.Pirani, V.Zingarelli, "Adaptive multi-plication-free transversal equalizers with application to digital radio systems," IEEE Trans. Commun. vol. COM-32, pp. 1025-1033, September 1984.
8. 김남용, 강창언, "개별탭 LMS 알고리즘을 이용한 이동통신 페이딩 채널의 적응 등화," 한국통신학회 논문집, 제16권 제8호, pp. 745-757, August 1991.
9. 김남용, 오용선, 강창언, "개별탭 LMS 알고리즘에 의한 등화기," 한국통신학회 1987년도 추계 학술 발표회 논문집, Vol. 6, pp. 159-164, November 1987.
10. J.G.Proakis, *Digital Communication*. Mc-Graw-Hill, 1983.
11. D.A. George, R.R. Bowen and J.R. Storey, "An adaptive decision feedback equalizer," IEEE Trans. Commun, vol. COM-19, pp. 281-293, June 1971.
12. C.E. Kang and N.Y. Kim, "An LMS tapped delay line equalizer using each tap adaptation," submitted to IEEE Trans. on Communications.



金 南 用(Nam Yong KIM) 正會員
1963년 12월 24일 생
1986년 2 월 : 연세대학교 전자공학
과(공학사)
1988년 2 월 : 연세대학교 전자공학
과(공학석사)
1991년 8 월 : 연세대학교 전자공학
과(공학박사)



李 永 朝(Young Jo LEE) 正會員
1969年 1月31日生
1991년 2 월 : 연세대학교 전자공학
과(공학사)
1991년 3 월~현재 : 연세대학교 전자
공학과 대학원 석사과
정



康 昌 彦(Chang Eon KANG) 正會員
1938年 8月26日生
1960年 : 延世大學校 電氣工學科
(工學士)
1965年 : 延世大學校大學院 電氣
工學科(工學碩士)
1969年 : 美國미시간주립大學校大
學院 電氣工學科(工學碩
士)

1973年 : 美國미시간주립大學校大學院 電氣工學科(工學
博士)
1967年~1973年 : 美國미시간주립大學校工業研究所先任
研究員
1973年~1981年 : 美國노던일리노이大學校 電氣工學科
助教授, 副教授
1982年~現在 : 延世大學校 電子工學科 教授
1987年~1988年 : 本 學會 副會長
1989年~1990年 : 本 學會 會長