

#P112/

디지털 위상 고정루프의 이론적 해석

正會員 朴 瑛 哲* 正會員 金 在 亨** 正會員 車 均 鉉***

Theoretical Analysis of Digital PLL

Young Chull Park*, Jae Hyung Kim**, Kyun Hyon Tchah*** Regular Members

要 約

본 논문에서는 최근에 주로 사용되는 디지털 PLL중 Tri-State 방식과 Sample-Hold 방식을 사용한 PLL루프의 시간 불연속 동작을 묘사하기 위한 새로운 모델을 설정하여 비선형 PLL의 안정도 해석을 z 영역에서 하였으며 과도응답을 구하기 위한 상태방정식을 유도하였다. 종래에는 디지털 PLL의 시간 불연속 동작을 시간 연속 동작으로 근사화 시켜 선형적 해석을 하므로써 실제로는 시간 불연속 동작을 하는 디지털 PLL의 불안정한 영역을 정확히 찾아내지 못하였으나 새로운 모델에 의한 z영역에서의 해석에서는 시간연속 해석에서 발견할 수 없었던 불안정 영역을 밝혀냄으로써 디지털 PLL의 최적 설계가 가능하도록 루프계수의 한계를 구하였다.

ABSTRACT

By setting a new model to describe the time-discontinuous operation of PLL loop which used tri-state and sample-hold method, the stability analysis of nonlinear PLL has been performed in z-domain and the state equations for the transient response has been introduced. Until now, the linear analysis by approximation of time-discontinuous to time-continuous operation had not found the unstable region of time-discontinuous digital PLL exactly. However, the analysis in z-domain by the new model has been found the unstable region where the time-continuous analysis had have not. Therefore the limit of loop coefficient has been computed to design digital PLL optimally.

I. 序 論

最近 디지털 PLL에 가장 많이 사용되는 위상검출기로는 주파수 위상검출기(phase frequency detector : PFD)와 sample-hold 위상검출기를 들 수 있다. PFD를 사용한 PLL을 charge-pump PLL이라고도

하는데 주파수와 위상을 동시에 비교하기 때문에 넓은 추적 범위(tracking range)와 빠른 추적 속도(tracking speed)를 갖는 장점이 있다.^{[1][2]} sample-hold PLL은 위상 검출기에 포함된 제로-오더-홀드에 의하여 기준주파수 성분이 대부분 제거되어 매우 높은 순도의 출력 스펙트럼을 얻는다.^[1] 각 디지털 PLL은 위에서 언급한 장점을 갖는 반면 시간 불연속 특성에 의해 안정성이 저하되는 단점이 있다.^[3] 따라서 디지털 PLL의 장점을 충분히 살리기 위해서는 시간 불연속 현상에 의해 발생할 수 있는 문제들을 분

*大有工業專門大學 電子通信科
Dept. of Elec. Comm. Dae Yeu Technical Junior College
**昌原大學校 制御計測工學科
***高麗大學校 電子電算工學科
Dept. of Electronic Eng., Korea University
論文番號 : 92-47(接受1991. 9. 12)

析하여 安定 動作을 爲한 루프 파라미터들의 限界值을 誘導해야 한다.

本 論文에서는 時間 不連續 動作을 適用한 PLL 모델을 새로 設定하여 非線型 루프에서의 過度應答을 구하기 爲한 狀態方程式을 誘導하고 時間 不連續 제한 시스템의 安定度를 判別하기 爲해 z-領域에서의 시스템 函數를 구한다.

II. 디지털 PLL의 모델 設定

대부분의 시스템 解釋에서 가장 有用한 方法은 傳達函數를 利用하는 것이다. 그러나 傳達函數는 時不變이고 線型的인 시스템에만 適用할 수 있다.^[4] 디지털 PLL은 嚴格하게 표현하면 非線型 時變 時不連續 시스템이다. 따라서 디지털 PLL에 傳達函數法을 適用하려면 位相誤차가 매우 작고, 루프의 帶域幅이 基準周波數에 비해 매우 작아 線型 時間連續 時不變 시스템에 近似的인 動作을 해야한다는 制約이 따른다. 따라서 非線型 PLL 루프 過度應答을 구하고 基準周波數에 近接하는 帶域幅을 가진 루프를 解析하기 爲하여 새로운 時間不連續 PLL 모델을 設定한다.

2-1. Charge-Pump PLL의 時間 不連續 모델

charge-pump PLL의 基本 블록도는 그림 1과 같다.^[5]

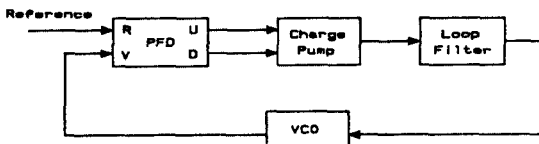


그림. 1 charge-pump PLL의 基本 블록도
Fig. 1 Block diagram of charge-pump PLL.

PFD의 出力 U와 D는 論理 狀態이며 charge-pump는 PFD의 論理 出力을 아나로그 信號로 變換하여 VCO를 制御한다. 表1에 位相誤차에 따른 PFD의 出力과 charge-pump의 出力을 나타내었다.

本 論文에서 假定한 charge-pump PLL의 時間不連續 모델은 그림 2와 같다.

그림 2에서 tpu는 PFD의 U 出力 펄스의 維持時間이며, tpd는 PFD의 D 出力 펄스의 維持時間이다. 펄

表. 1 位相 誤차에 따른 PFD出力과 charge-pump PD 出力^[6]

Table. 1 Output of PFD and charge-pump according to phase error.

位相 狀態	PFD 出力		charge-pump 電流 (Ampere)
	U	D	
VCO가 앞설때	'0'	'1'	$-I_p$
VCO가 뒤질때	'1'	'0'	I_p
位相固定	'0'	'0'	0

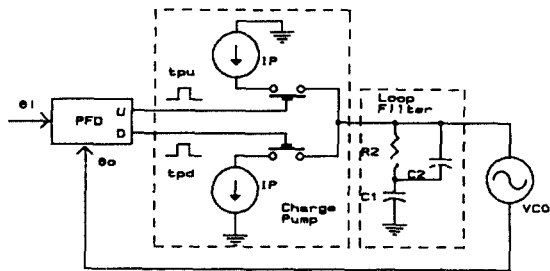


그림. 2 charge-pump PLL의 時間 不連續 모델
Fig. 2 Time discrete model for charge-pump PLL.

스 出現週期는 位相誤차가 매우 작을때는 基準信號의 週期和 같아지며 (時不變 시스템에 近似), 位相誤차가 큰 경우에는 非週期的으로 出現한다(時變 시스템). PFD의 出力 D와 U의 펄스 維持時間 tpu, tpd도 位相誤차가 매우 작은 경우는 θ_e 에 批例하나, 位相誤차가 큰 경우는 非線型 方程式을 풀어야 구할 수 있다.

2-2. Sample-Hold PLL의 時間不連續 모델

sample-hold형 位相檢出器는 톱니파 發生器와 sample-hold 裝置로 構成되며,^[5] 基準信號에 의해 發生되는 톱니파를 VCO의 位相이 0이되는 瞬間마다 샘플링함으로써 位相差異에 批例하는 出力을 낸다.

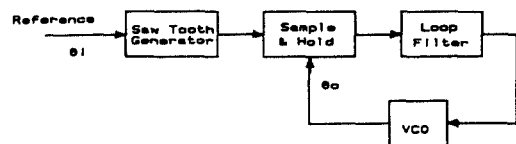


그림. 3 sample-hold PLL의 基本 블록도
Fig. 3 Block diagram of sample-hold PLL.

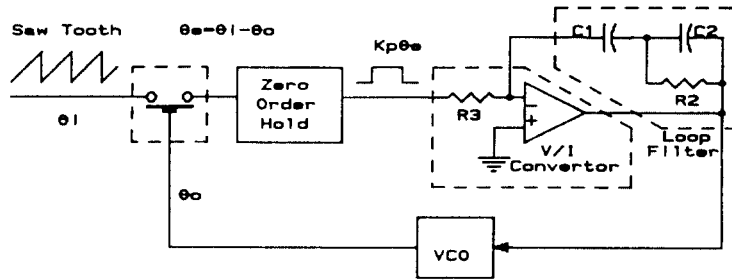


그림. 4 3차 sample hold PLL의 시간 불연속 모델
Fig. 4 Time discrete model for sample-hold PLL.

그림 3에 sample-hold PLL의 기본 블럭도를 나타내었다.

位相檢出器에 內藏된 제로-오더-홀드에 의해 基準周波數 成分이 대부분 除去되기 때문에 매우 높은 基準周波數 抑壓 (理論적으로 90以上)을 얻을 수 있다.^[1] 따라서 루프필터없이 1차 PLL로 構成하기도 하지만, 本 論文에서는 높은 스펙트럼 純도와 빠른 獲得時間을 얻을 수 있는 3차 PLL이기를 모델로 設定하였다. 그림 4는 3차 sample-hold PLL의 시간 불연속 모델이다.

sample-hold 位相比較器는 位相誤差(\$\theta_e\$)에 比例하는 電壓(\$K_p\theta_e\$)을 出力하며, V/I 變換器는 sample-hold의 出力電壓을 電流로 變換하여 루프 필터에 供給한다.^{[4][8]}

III. 非線型 PLL 루프의 狀態方程式과 過渡應答

디지털 PLL의 過渡應答을 구하기 爲하여 그림 2와 그림 4에서 設定한 時間 불연속 PLL 모델을 利用하여 位相誤差(\$\theta_e\$)와 周波數誤差(\$\omega_e\$)를 狀態變數로 하는 狀態方程式을 誘導한다.

3-1. Charge-Pump PLL의 狀態方程式

charge-pump의 電流 펄스 維持時間과 極성은 初期 位相誤差에 의해 決定된다. 그림 5는 初期位相誤差的 2가지 形態를 나타낸 것이다.

VCO의 位相이 앞선 경우는 VCO位相이 0인 瞬間에 電流供給이 始作되어 基準信號의 位相이 0이 되는 瞬間에 멈춘다.

이때 펄스 維持時間(\$t_{pd}\$)은 식(1)로 표현된다.

$$t_{pd} = |\theta_e(0)| / \omega_r \tag{1}$$

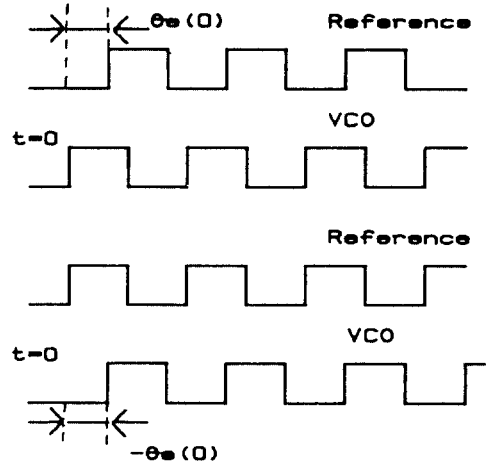


그림. 5 初期 位相誤差的 2가지 形態
Fig. 5 Possible two states of initial phase error.

단, \$\omega_r\$는 基準信號의 角周波數이다.

VCO는 位相이 뒤진 경우는 基準信號의 位相이 0이 되는 瞬間에 電流供給이 始作되어 VCO 位相이 0이 되는 瞬間에 멈춘다. 이때 VCO의 位相은 供給 電流에 의해 계속 변하고 있으므로 식(1)로 표현 할 수 없다. 電流가 供給되는 동안의 區間을 펌핑 (pumping) 區間이라고 定義하면, 하나의 펌핑 區間內에는 PLL 루프가 다음식들을 滿足한다.

$$e_i(t) = e_i(0) + \omega t \tag{2}$$

$$\omega_o(t) = \Omega_o t + k_o \cdot V_c(t) \tag{3}$$

$$\theta_o(t) = \theta_o(0) + \Omega_o \cdot t + k_o \cdot \int_0^t v_c(\tau) d\tau \tag{4}$$

$$i_p = I_p \cdot \text{sgn}[\theta_e(0)] ; 0 < t < t_p$$

$$= 0 ; t_p < t < t^* \quad (5)$$

$$\theta_e(t) = \theta_i(t) - \theta_o(t) \quad (6)$$

$$V_c(t) = V_c(0) + i_p \cdot R_2 \left[\frac{b-1}{b} \right]^2 \cdot [1 - \exp(-bt/\tau_2)]$$

$$+ \frac{i_p \cdot R_2}{\tau_2} \left[\frac{b-1}{b} \right] t \quad (7)$$

단, $\theta_i(t)$: 基準信號 位相 $\omega_o(t)$: VCO의 角周波數
 $\theta_o(t)$: VCO 位相 Ω_o : VCO free running 周波數
 K_o : VCO 利得 $V_c(t)$: VCO 制御 電壓
 $\theta_e(t)$: 位相 誤差 i_p : 瞬時 펌핑 電流
 $b = C1/C2$ $\tau_2 = R2 \cdot C1$
 t_p : tpu 또는 tpd t^* : 펌핑 區間

식(4)과 식(7)에 의해 펌핑 電流가 供給되는 동안의 VCO 位相은 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\theta_o(t)}{K\tau_2} = 2\pi \cdot \left[\frac{b-1}{2 \cdot b} \right] \cdot (\tau_2/t)^2 + \frac{\theta_o(0)}{K\tau_2}$$

$$+ 2\pi \cdot \left[\frac{b-1}{b} \right]^2 \cdot \frac{t}{\tau_2} + \left[\frac{\omega_i}{k} + \frac{\omega_e(0)}{k} \right]$$

$$\cdot \left[\frac{t}{\tau_2} \right] - 2\pi \cdot \frac{(b-1)^2}{b} \cdot \frac{t}{\tau_2}$$

$$+ 2\pi \cdot \frac{(b-1)^2}{b} \cdot \exp(-b \cdot t/\tau_2) \quad (8 a)$$

$$K = \frac{k_o \cdot I_p \cdot R_2}{2\pi} \text{ [rad/sec]} \quad (8 b)$$

식(8)에서 $\theta_e(t) = 0$ 으로 하는 非線型 方程式의 解가 $\theta_e(0)$ 값이 陽일 때의 t_p , 즉 tpu이다. 펌핑 電流가 消滅한 後의 VCO 位相은 식(9)와 같이 표현된다.

$$\frac{\theta_o(t)}{K\tau_2} = \frac{\theta_o(0)}{K\tau_2} + \left[\frac{\omega_i}{k} + \frac{\omega_e(0)}{k} \right] \frac{t}{\tau_2}$$

$$+ G \cdot \left[\frac{b-1}{b} \cdot \frac{t_p}{\tau_2} + \frac{b-1}{b^2} \cdot \{\exp(-b \cdot t_p/\tau_2)\} \right]$$

$$+ \exp\{(-b \cdot t/\tau_2) + (b \cdot t_p/\tau_2)\}$$

$$+ \frac{t_p}{\tau_2} \cdot \frac{t}{\tau_2} - (t_p/\tau_2)^2 \cdot \frac{1}{2} \Big]$$

$$; G = 2\pi \cdot \frac{b-1}{b} \quad (9)$$

새로운 펌핑 始作點 (t^*)은 $\theta_o(t_1) = 2\pi$ 를 滿足하는 t_1 과

$$\theta_i(t_2) = \theta_i(0) + \omega_i \cdot t_2 = 2\pi \quad (10)$$

가 되는 t_2 중 작은 것을 택하면 되고

$$\Omega_o + k_o \cdot V_c(0) = \omega_i + \omega_e(0) \quad (11)$$

이므로 식(9)를 이용하여 $\theta_e(t^*)$ 와 $\omega_e(t^*)$ 의 표현으로 고치면 식(12)와 식(13)의 狀態方程式을 얻을 수 있다.

$$\frac{\theta_e(t^*)}{K \cdot \tau_2} = \frac{\theta_e(0)}{K \cdot \tau_2} - \frac{\omega_e(0)}{k} \cdot \frac{t^*}{\tau_2}$$

$$+ G \cdot \left[\frac{b-1}{b} \cdot \frac{t_p}{\tau_2} + \frac{b-1}{b^2} \cdot \{\exp(-b \cdot t^*/\tau_2)\} \right]$$

$$\cdot \exp\{(-b \cdot t^*/\tau_2) + (-b \cdot t_p/\tau_2)\}$$

$$+ \frac{t_p}{\tau_2} \cdot \frac{t^*}{\tau_2} - \left\{ \frac{t_p}{\tau_2} \right\}^2 \cdot \frac{1}{2} \Big] \quad (12)$$

$$\frac{\omega_e(t^*)}{K} = \frac{\omega_e(0)}{K} + 2\pi \cdot \frac{b-1}{b} \cdot \frac{t_p}{\tau_2} - \frac{2\pi \cdot (b-1)}{b^2}$$

$$\cdot \{\exp(-b \cdot t^*/\tau_2) - \exp\{(-b \cdot t^*/\tau_2) + (-b \cdot t_p/\tau_2)\}\} \quad (13)$$

狀態方程式 식(12), 식(13)은 디지털 PLL의 時間不連續 모델을 利用하여 過渡應答을 구하기 爲한 것이며, 한 펌핑 區間의 끝 ($t=t^*$)에서의, 周波數 및 位相誤差는 다음 펌핑 區間의 初期값이 되는 循環式(recursive equation)이다.

3-2. Sample-Hold PLL의 狀態方程式

sample-hold PLL의 狀態方程式도 charge-pump PLL에서와 類似한 方法으로 구한다. 그림 6은 sample-hold 位相檢出器의 波形이다. VCO의 位相이 0이 되는 瞬間에 톱니파의 電壓을 샘플링하여 位相誤差에 比例하는 電流를 다음 샘플링 瞬間까지 V/I 變換器를 통하여 루프 필터에 供給한다. 샘플링이 일어나는 瞬間사이의 區間을 홀드(hold) 區間이라 하면, 홀드 區間내에서는 식(2), 식(3), 식(4), 식(6)과 다음의 식들을 滿足한다.

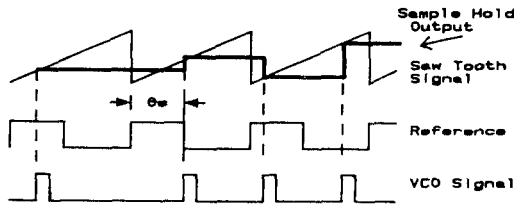


그림. 6 sample-hold 位相 檢出器의 波型
Fig. 6 Waveform of sample-hold phase detector.

$$V_p(t) = -k_p \cdot \theta_e(t) \cdot \text{sgn} [\theta_e(t)] \quad (14)$$

$$V_c(t) = V_c(0) + \frac{k_p \cdot \theta_e(0) \cdot R_2}{R_3} - [1 - \exp(b \cdot t / \tau_2)] + \frac{k_p \cdot \theta_e(0) \cdot R_2}{R_1 \cdot \tau_2} \cdot t \quad (15)$$

홀드 區間 內에서 VCO 位相은 식(4), 식(15)에 의해서 식(16)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \theta_o(t) = \frac{\theta_o(0)}{k \cdot \tau_2} + \pi \cdot k \cdot \tau_2 \cdot \frac{\theta_e(t)}{k \cdot \tau_2} \cdot \left[\frac{t}{\tau_2} \right]^2 \\ + \left[\frac{\omega_i}{k} + \frac{\omega_e(0)}{k \cdot \tau_2} \right] \cdot \frac{t}{\tau_2} - \frac{2\pi}{b} \cdot k \cdot \tau_2 \cdot \frac{\theta_e(0)}{k \cdot \tau_2} \\ + \frac{2\pi}{b} \cdot \exp(-b \cdot t / \tau_2) \end{aligned} \quad (16 a)$$

$$k = \frac{k_o \cdot k_p \cdot R_2}{2\pi R_3} \text{ [rad / sec]} \quad (16 b)$$

식(16)에서 $\theta_o(t^*) = 2n\pi$ (단, n은 定數)를 滿足하는 가장 작은 t^* 를 구하면 다음의 샘플링 瞬間이 決定된다.

식(3), 식(4), 식(11) 그리고 식(16)을 利用하여 sample-hold PLL의 狀態方程式을 誘導한다. 任意의 數 X의 2π 에 대한 모듈로 函數를 $\text{MOD}(X, 2\pi)$ 라 定義하면 $t=t^*$ 에서 $\text{MOD}[\theta_i(t^*), 2\pi]$ 는 0이므로 位相 誤差에 대한 狀態方程式은

$$\frac{\theta_o(t^*)}{k \cdot \tau_2} = \text{Mod} \left[\frac{\theta_e(t^*)}{k \cdot \tau_2}, -\frac{2\pi}{k \cdot \tau_2} \right] \quad (17)$$

이고, 周波數 誤差에 대한 狀態方程式은

$$\frac{\omega_e(t^*)}{k \cdot \tau_2} = \frac{\omega_i(0)}{k} - \frac{\omega_o(0)}{k} + k \cdot \tau_2 \cdot \frac{\theta_e(0)}{k \cdot \tau_2}$$

$$[1 - \exp(-b \cdot t / \tau_2)] + k \cdot \tau_2 \cdot \frac{\theta_e(0)}{k \cdot \tau_2} \cdot \frac{t}{\tau_2} \quad (18)$$

이다.

狀態方程式 식(2), 식(3) 및 식(17), 식(18)은 디지털 PLL의 過渡應答을 正確하게 豫想하는데 使用할 수 있다.

IV. 時不連續 디지털 PLL의 安定 限界

디지털 PLL의 安定度를 判別하기 위해 PLL을 그림 7과 같이 線型 時不連續 閉환 데이터 시스템으로 假定한다.

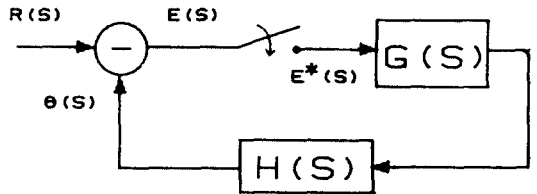


그림. 7 線型 時不連續 閉환 데이터 시스템
Fig. 7 Linear time discrete feedback system.

誤差信號 E(s)와 基準信號 R(s)의 샘플값 E*(s) R*(s)에 대한 시스템 函數는

$$\frac{E^*(s)}{R^*(s)} = \frac{1}{1 + GH^*(s)} \quad (19)$$

이고, z 變換하면

$$\frac{E(z)}{R(z)} = \frac{1}{1 + GH(z)} \quad (20)$$

로 表現되며, z-領域에서 表現한 時不連續 閉환 시스템의 傳達函數이다. 식(20)의 分母는 特性方程式이며 D(z)로 표현하자. D(z)의 모든 根이 z-領域의 單位圖內에 있으면 閉환 시스템은 安定하기 위한 必要 充分條件을 갖추었다고 할 수 있다.^{[9][10]}

4-1. Charge-Pump PLL의 安定度

3차 charge-pump PLL의 前向利得 G(s)는 그림 8 및 식(21)과 같다.

$$G(s) = \frac{k_o \cdot I_p}{\omega_o \cdot C_2} \left[\frac{s+1/\tau_2}{s^2(s+b/\tau_2)} \right] \quad (21)$$

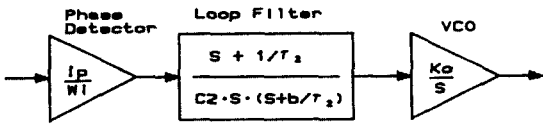


그림. 8 3次 charge-pump PLL의 前向利得
Fig. 8 Forward gain of 3rd order charge-pump PLL.

H(s)=1이라고 假定하면 特性方程式은

$$D(z) = 1 + G(z)$$

$$= z + z^2 \cdot \left[-a - 2 + M \cdot \left\{ \frac{2\pi}{\omega_i \cdot \tau_2} + \frac{(1-a) \cdot (b-1)}{b} \right\} \right]$$

$$= z \cdot \left[2a + 1 - M \left\{ \frac{2\pi a}{\omega_i \cdot \tau_2} + \frac{(1-a) \cdot (b-1)}{b} \right\} \right] - a$$

; $a = \exp[-2\pi b / (\omega_i \cdot \tau_2)]$

$$; M = \frac{b-1}{b} \cdot \frac{k \cdot \tau_2}{\omega_i \cdot \tau_2} \quad (22)$$

로 표현된다.

식(22)의 모든 根이 z-平面的 單位圖內에 存在하기 위한 루프 前向利得의 限界를 그림 9에 나타내었다. 曲線의 윗쪽은 不安定 領域이고, 曲線의 아래쪽은 安定 領域이다.

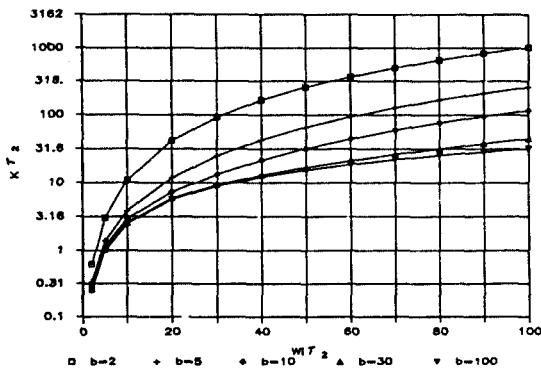


그림. 9 3次 charge-pump PLL의 安定限界
Fig. 9 Stability limits of 3rd order charge-pump PLL.

4-2. Sample-Hold PLL의 安定度

식(23)과 그림 10은 3次 sample-hold PLL의 前向

利得 G(s)를 나타낸 것이다.

$$G(s) = \frac{k_o \cdot k_p \cdot [1 - \exp(-sT_1)] \cdot [1 + s \cdot (\tau_2 + \tau_2/b)]}{s^3 \cdot R_1 \cdot C_1 \cdot (1 + s \cdot \tau_2/b)}$$

; $T_1 = 2\pi / \omega_i$ (23)

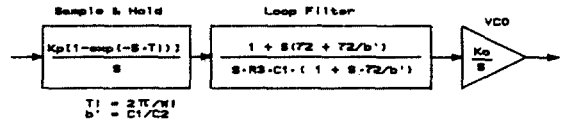


그림. 10 sample-hold PLL의 前向利得
Fig. 10 Forward gain of sample-hold PLL.

特性方程式은, H(s)=1이라 假定할 때

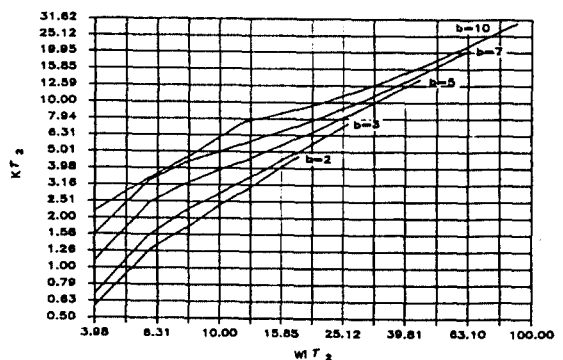
$$D(z) = 1 + G(z)$$

$$= 1 + \frac{k_o \cdot k_p}{R_1 \cdot C_1} \cdot \left[\frac{T_1^2 \cdot z}{b \cdot [z - \exp(-b/\tau_2) \cdot T_1]} \right]$$

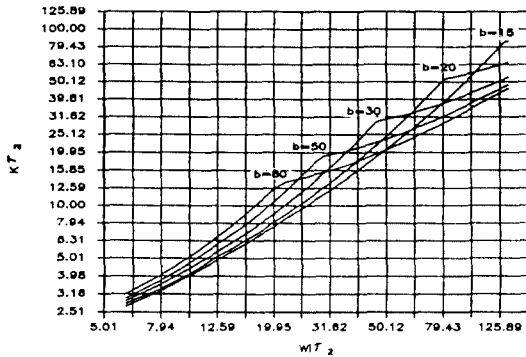
$$+ \frac{T_1^2 \cdot (z+1)}{2(z+1)^3} + \frac{\tau_2 \cdot T_1 \cdot z}{(z-1)^2} - \frac{\tau_2^2 \cdot z}{b \cdot (z-1)} \cdot (1-z^1) \quad (24)$$

이다.

그림 11은 식(24)의 根의 位置에 의해 判別한 3차 sample-hold PLL의 安定限界이며 曲線의 윗쪽은 不安定 領域이고, 曲線의 아래쪽은 安定 領域이다.



(a) b=2, 3, 5, 7, 10



(b) b=15, 20, 30, 50, 80

그림. 11 3-차 sample hold PLL의安定限界
Fig. 11 Stability limits of 3rd order sample hold PLL.

V. 結 論

앞의 3장에서 誘導한 狀態方程式(식12, 식13, 식17, 식18)들을 利用하여, 3-차 디지털 PLL의 過渡應答을 計算하기 위한 컴퓨터 프로그램을 作成하고 그 結果를 그림 12에서 그림 16에 보였다. 또한 一般的인 線形 時不變 時間連續 PLL모델을 利用하여 分析한 시스템 傳達函數의 極(x로 表示)과 時不連續 PLL모델을 利用하여 구한 特性方程式의 根(o로 表示)을 각각 s-領域과 z-領域에 나타내어 安程度를 判別할 수 있도록 하였다.

그림 12는 $b=5$, $k\tau_2=1.5$, $\omega\tau_2=12$ 인 3-차 charge-pump PLL의 過渡應答과 傳達函數의 極들이며, 모든 極들이 安定 領域에 있으므로 루프는 安定하다.

그림 13은 $b=5$, $k\tau_2=4.4$, $\omega\tau_2=12$ 인 3-차 charge-pump PLL의 過渡應答과 傳達函數의 極들이며 루프 利得을 增加시킴으로써 過渡應答의 速度가 빨라졌음을 보이고 있다.

그림 14는 $b=5$, $k\tau_2=5.8$, $\omega\tau_2=12$ 인 3-차 charge-pump PLL의 過渡應答과 傳達函數의 極들이며, 時間連續모델의 傳達函數(s-平面)에서는 모든 極이 安定領域에 있으나, 時間不連續 모델(z-平面)을 使用한 傳達函數의 極中 하나는 單位圓을 벗어나므로 그림 13(b)와 같이 不安定한 過渡應答을 갖는다.

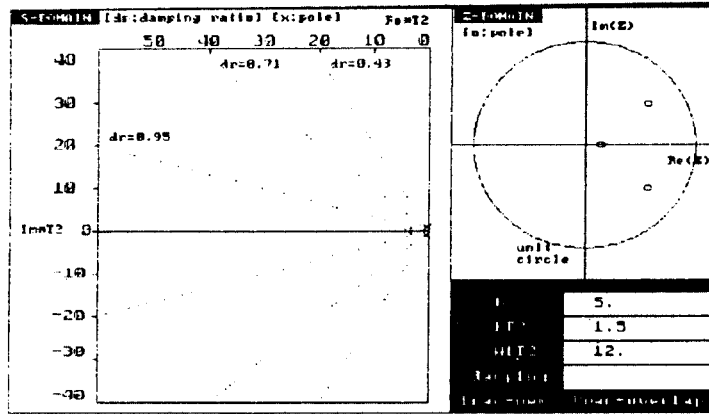
그림 15는 $b=5$, $k\tau_2=2.0$, $\omega\tau_2=25.0$ 인 sample-hold PLL의 過渡應答과 傳達函數의 極들이 安定領域에 있으므로 루프는 安定하다.

그림 16은 $b=5$, $k\tau_2=9.0$, $\omega\tau_2=25.0$ 인 sample-hold PLL의 極과 過渡應答이다. s-平面의 極은 安定領域에 있으나 z-平面의 極 中의 2개가 單位圓 外에 存在한다. 過渡應答은 收斂하지 않는 不安定性을 보이고 있다.

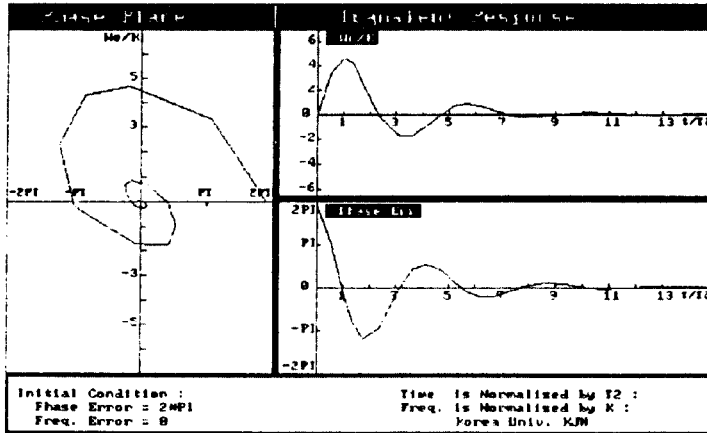
그림 13, 그림 14, 그림 15에서 볼 수 있듯이 루프 利得($k\tau_2$)을 增加시킴수록 過渡應答의 速度가 빨라지나 루프의 安定度가 떨어짐을 보여준다. 이와같은 시뮬레이션 結果를 利用하여 디지털 PLL의 빠른 獲得特性을 充分히 利用할 수 있는 루프 파라미터를 決定할 수 있다.

지금까지 디지털 PLL에 대한 해석 방법은 엄격하게는 時間不連續인 루프의 동작을 時間連續 동작으로 근사화 시켜 安定度 判別및 過渡應答을 구하는 것이었다. 그럴 경우 時間連續 모델로 해석된 루프는 安定하다고 判별이 되나 실제 동작에서는 불안정한 결과를 낳게 되는 경우가 종종있다.

本論文에서는 디지털 PLL의 時間不連續 동작을 묘사하는 모델을 만들어 내고 이에 따라 安定度 判別을 z-領域에서 해본 결과 時間連續 모델에서의 安定度 判別 결과와 상충되는 경우가 있음을 알 수 있었다. 루프 개방 利得이 작은 경우는 두 방법의 해석 결과가 일치함을 알 수 있었다. 루프의 개방 利得이 큰 경우는 時間連續 해석에서 安定하다고 判별된 루프가 時間不連續 해석에서는 불안정하다는 결과를 얻었다. 따라서 루프의 개방 利得이 큰 경우는 本論文에서 제시한 時間不連續 모델로 安定度 判別을 하므로써 빠른 應答 速度를 가지는 安定한 디지털 PLL을 설계할 수 있을 것이다.



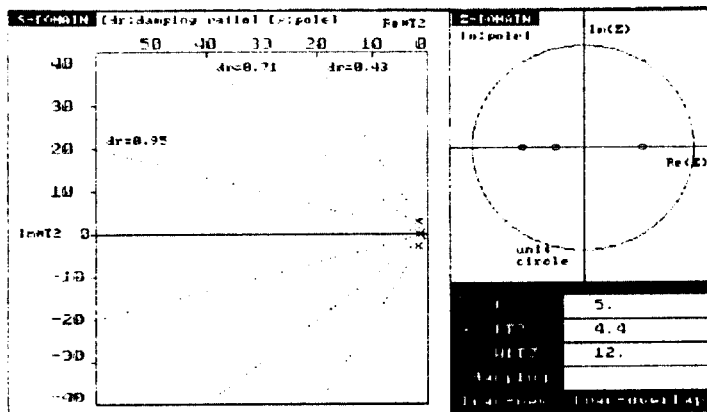
(a) s-領域과 z-領域에서의 極의 位置



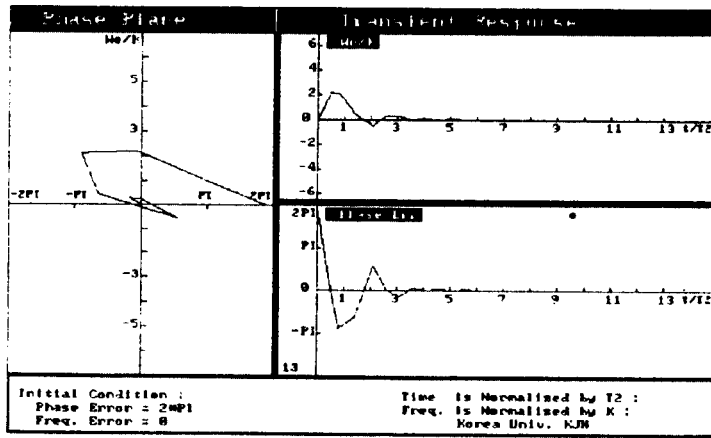
(b) 位相平面 應答과 過渡應答

그림. 12 3次 charge-pump PLL 特性方程式의 根과 過渡應答 (b=5, $kT2=1.5$, $\omega IT2=12$)

Fig. 12 Roots of 3rd order charge-pump PLL's characteristic equation and transient responses(b=5, $kT2=1.5$, $\omega IT2=12$).



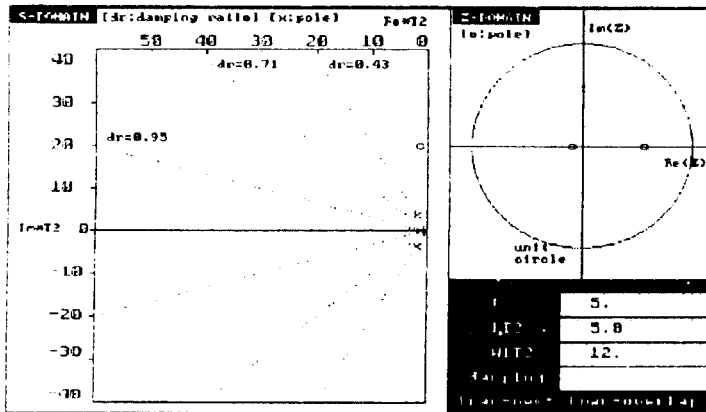
(a) s-領域과 z-領域에서의 極의 位置



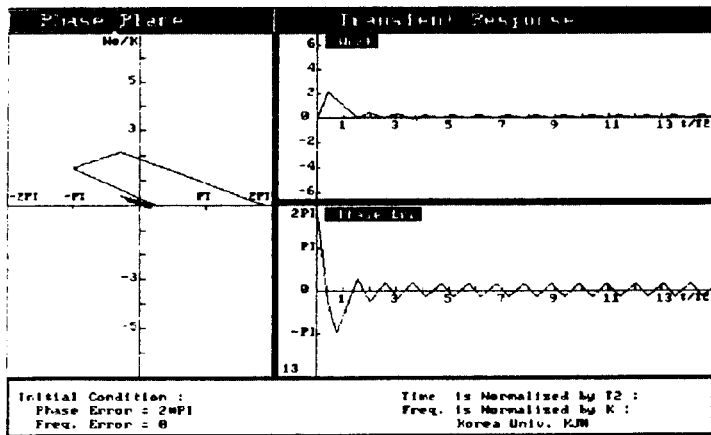
(b)位相平面 應答과 過渡應答

그림. 13 3次 charge-pump PLL 特性方程式의 根과 過渡應答 ($b=5, k\tau_2=4.4, \omega\tau_2=12$)

Fig. 13 Roots of 3rd order charge-pump PLL's characteristic equation and transient responses ($b=5, k\tau_2=4.4, \omega\tau_2=12$).



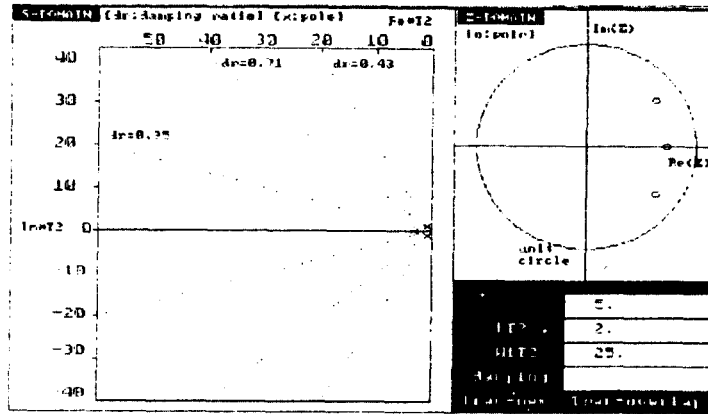
(a)s-領域과 z-領域에서의 極의 位置



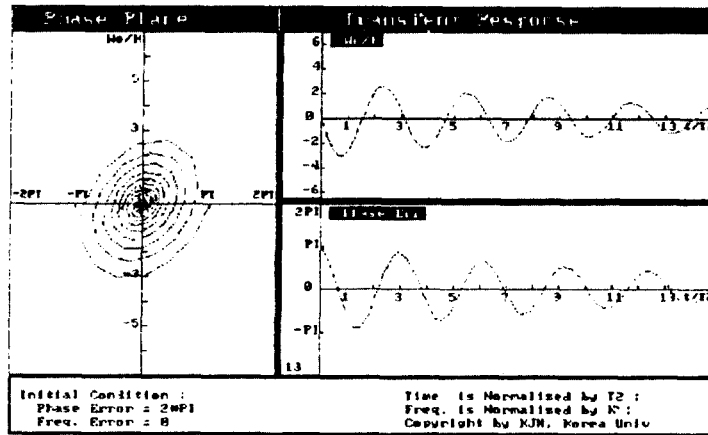
(b)位相平面 應答과 過渡應答

그림. 14 3次 charge-pump PLL 特性方程式의 根과 過渡應答 ($b=5, k\tau_2=5.8, \omega\tau_2=12$)

Fig. 14 Roots of 3rd order charge-pump PLL's characteristic equation and transient responses ($b=5, k\tau_2=5.8, \omega\tau_2=12$).



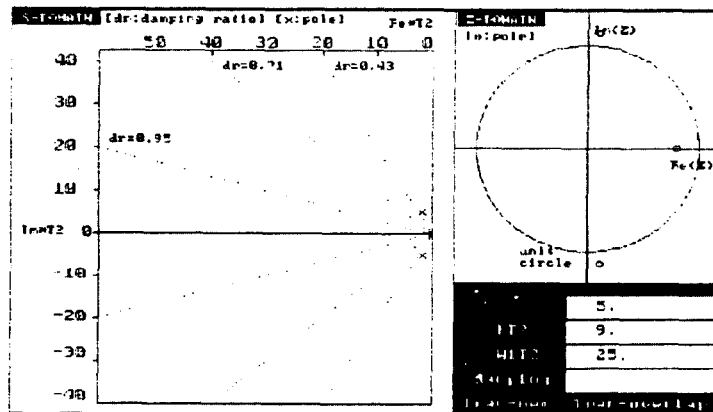
(a) s-領域과 z-領域에서의 극의 위치



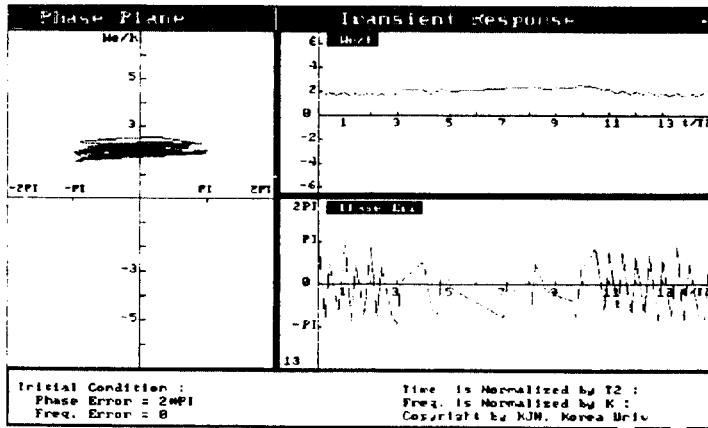
(b) 위치평면 응답과 과도응답

그림. 15 3次 sample-hold PLL 特性方程式의 근과 과도응답 (b=5, $\zeta\tau_2=2.0$, $\omega\tau_2=25$)

Fig. 15 Roots of 3rd order sample-hold PLL's characteristic equation and transient responses (b=5, $\zeta\tau_2=2.0$, $\omega\tau_2=25$)



(a) s-領域과 z-領域에서의 극의 위치



(b)位相平面 應答과 過渡應答

그림. 16 3次 sample-hold PLL 特性方程式의 根과 過渡 應答 ($b=2, k\tau_2=9.0, \omega\tau_2=25$)

Fig. 16 Roots of 3rd order sample hold PLL's characteristic equation and transient responses ($b=5, k\tau_2=9.0, \omega\tau_2=25$).

참 고 문 헌

1. U. L. Rode, Digital PLL frequency synthesizers theory and designs. Prentice Hall, Inc., 1983.
2. R. E. Best, Phase locked loops. McGraw Hill, 1984.
3. F. M. Gardner, "Charge-pump phase-lock loops," IEEE trans. on Comm., vol. COM-28, no.11, November 1980.
4. 차균현, 통신시스템, 동명사, 1986.
5. V. Manassewitch, Frequency synthesizers theory and design. John Wiley & Sons, 1976.
6. W. F. Egan, Frequency synthesis by phase lock. John Wiley & Sons, 1979.
7. F. M. Gardner, Phase lock techniques. John Wiley & Sons, 1979.
8. A. Blanchard, Phase locked loop. John Wiley & Sons, 1976.
9. B. C. Kuo, Automatic control systems, Prentice Hall, Inc., 1982.
10. 차균현, 회로 및 시스템, 청문각, 1985.



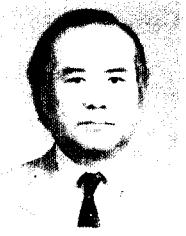
朴 瑛 哲 (Young Chull Park) 正會員
 1958年 7月 27日生
 1981年 2月: 高麗大學校 電子工學科 (工學士)
 1987年 2月: 高麗大學校 大學院 電子工學科 (碩士)
 1987年 2月~1989年 9月: 三星電子通信研究所 無線研究室 勤務

1989年 2月~現在: 高麗大學校 電子工學科 博士課程
 1991年 3月~現在: 大有工業專門大學 電子通信科 專任講師



金 在 亨 (Jae Hyung Kim) 正會員
 1961年 1月 13日生
 1983年 2月: 高麗大學校 電子工學科 (工學士)
 1985年 2月: 高麗大學校 電子工學科 大學院 工學碩士 取得
 1989年 8月: 高麗大學校 電子工學科 大學院 工學博士 取得

1989年 8月~1991年 2月: 高麗大學校 電子工學科 講師
 1991年 3月~現在: 昌原大學校 制御計測 工學科 專任講師



車均鉉(Kyun Hyon Tchah) 正會員

1939年 3月 26日生

1965年 : 서울大學校 工學士

1967年 : 美國일리노이大學校 工學
碩士學位 取得

1976年 : 서울大學校 工學博士學位
取得

1987年 ~ 現在 : 高麗大學校 電子電
算工學科 教授

※主關心分野 : CAD 및 通信시스템等