

근사적 가우스 에지 검출기

正會員 鄭 昊 烈\* 正會員 金 會 珍\*\* 正會員 崔 太 永\*

An Approximate Gaussian Edge Detector

Ho Youl Jung\*, Heo Jin Kim\*\*, Tae Young Choi\* *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 준최적 계단 에지 검출기로 알려진 1차 미분 가우스 연산자(DroG)의 등가형으로 2개의 가우스 여파기를 합성한 새로운 에지검출 연산자를 제안하였다. 이 에지 검출기는 성능면(신호대 잡음비, 에지위치와 다중에지 발생률)에서 DroG와 거의 대등함을 보였다. 또한, 이 에지 검출기는 DroG와 LoG (Laplacian of Gaussian)시스템에서 공통으로 2차원 저역 여파기를 사용하기 때문에, 기존의 DroG시스템 연산량의 절반 정도로 계산량을 줄일 수 있었다.

ABSTRACT

A new edge detection operator superimposing two displaced Gaussian smoothing filters is proposed as an approximate operator for the DroG(first derivative of Gaussian) known as a sub-optimal step edge detector. The performance of the proposed edge detector is very close to that of the DroG with the performance criteria : signal to noise ratio, locality, and multiple response. And the computational complexity can be reduced almost by a half of that of DroG, because of the use of common 2-D smoothing filter for DroG and LoG (Laplacian of Gaussian) systems.

I. 서 론

에지란 화상의 밝기차가 급격하게 변화하는 경계면, 즉 화상내에서 물체와 물체, 물체와 배경, 물체내의 면과 면사이등으로 정의되며 물체 인식등을 위한 가장 기본이 되는 중요한 정보이다.

기존의 에지검출 방법으로는 고정된 창의 크기를 갖는 Sobel, Prewitt, Laplacian 연산자등과 같이 고속처리는 가능하지만 잡음에 약한 마스크 연산자에서 부터 영상의 화질에 따라 창의 크기를 가변시켜

적용할 수 있는 가우스 함수등을 사용한 에지 검출 방법이 제안되고 있다.<sup>[1]</sup> 또한, 최근에는 화질에 따라 가변된 창의 크기를 갖는 것과 똑같은 효과를 얻을 수 있으며 동시에 일정량의 연산으로 고속 처리가 가능한 IIR(Infinite Impulse Response)여파기를 사용하는 방법등이 발표되고 있다.<sup>[2,6]</sup>

이러한 에지검출 연산자들의 성능 평가 기준도 많이 발표 되었는데 실험적인 평가방법<sup>[1, 7, 8]</sup>이 주로 사용되어져 왔기 때문에 최적의 에지검출 연산자를 유도해 내기위한 해석학적 방법을 제시하지 못하였다. 그러나 최근에는 해석학적 계산이 가능한 성능평가 기준이 제안되었고(부록 참조), 또한 이 기준에 의해 1차 미분 가우스 여파기(DroG:1st derivative of

\* 亞洲大學校 電子工學科  
 Dept. of Electronics Eng., Ajou Univ.  
 \*\* 동명專門大 電子科  
 Dept. of Electronics, Dongmyung Junior College.  
 論文番號 : 92-71(接受1992. 1. 20)

Gaussian)가 준 최적 에지검출 연산자로 밝혀졌다<sup>9)</sup>

이 DroG 연산자를 실제 영상에 적용하여 에지를 검출하기 위해서는 영상의 행과 열 방향으로 각각 가우스 여파기에 의해 스무딩을 한다음에 이를 다시 열과 행 방향으로 DroG 연산을 행하여 한다. 따라서, 각 축방향(행과 열 방향)으로 두 단계의 여파기를 통과시키는 결과가 된다.

본 논문에서는 에지검출 연산자 중에서 앞서 언급한 준 최적 에지검출 여파기로 알려진 1차 미분 가우스 여파기와 거의 같은 성능을 유지하면서도 효율적으로 계산량을 줄일 수 있는 여파기를 제안하였다. 이 여파기는 가우스함수의 특성을 이용하여 동일한 표준편차를 갖는 두개의 가우스함수를 미분하고자 하는 방향으로 이동 시킨뒤 그 차 함수를 이용하여 구하였다.

### II. 1·2차 미분 가우스 여파기

우선, 연속 시스템인 경우에 스무딩 여파기로 쓰이는 1차원 가우스 여파기 부터 논하겠다. 이 가우스 여파기의 충격응답  $g(\sigma, x)$ 는 식(1-a)와 같이 정의된다(여기서  $\sigma$ 는 표준 편차이다). 식(1-a)의 1·2차 미분 가우스 여파기의 충격응답 특성  $dg(\sigma, x)$ 와  $lg(\sigma, x)$ 는 각각 식(1-b)와 식 (1-c)이다.

$$g(\sigma, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-a)$$

$$dg(\sigma, x) = g'(\sigma, x) = -\frac{x}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-b)$$

$$lg(\sigma, x) = g''(\sigma, x) = -\frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-c)$$

한편, 2차원인 경우 x, y축으로 1차 미분된 2차원 가우스 여파기의 충격응답( $g'_x(\sigma, x, y)$ ,  $g'_y(\sigma, x, y)$ )은 식(2)와 같고 LoG(Laplacian of Gaussian) 여파기의 충격응답  $Lg(\sigma, x, y)$ 는 식(3)과 같다.

$$g'_x(\sigma, x, y) = dg(\sigma, x) \cdot g(\sigma, y) =$$

$$-\frac{x}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}\right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

$$-\frac{y}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}\right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$Lg(\sigma, x, y) = lg(\sigma, x) \cdot g(\sigma, y) + lg(\sigma, y) \cdot g(\sigma, x) = -\frac{1}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{x^2+y^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

여기서,  $g(\sigma, x, y) = g(\sigma, x) \cdot g(\sigma, y)$  이다.

이상의 식(1)-(3)은 가우스 여파기 자체가 연속 함수인 경우이다. 그러나, 실제 에지검출 시스템은 이산 시스템이므로 위 식들의 미분과정을 그대로 사용할 수 없지만 x, y가 정수라고 가정하여 위식(1)-(3)의 결과를 그대로 사용한다.

그림. 1은 가우스 여파기를 근간으로한 에지 검출 시스템을 나타낸 것으로 DroG 시스템인 경우에는 입력 영상  $I(x, y)$ 를 x, y축으로 각각 스무딩을 한 후 y, x방향으로 1차 미분 가우스 여파기( $dg(\sigma, y)$  및  $dg(\sigma, x)$ )를 거쳐 각각  $H(x, y)$ 와  $V(x, y)$ 의 출력 신호를 얻는다. Decision 단에서는 적절한 decision 함수를 이용하여 에지 여부를 판별한다. 일반적으로 rms값 ( $\sqrt{(H(x, y))^2 + (V(x, y))^2}$ )나 절대치의 평균 ( $|H(x, y)| + |V(x, y)|$ )과 같은 함수를 사용하여 peak 점을 에지로 판단한다. LoG 시스템의 경우에는 DoG 시스템과 유사하게 입력 영상을 x, y축으로 스무딩한 뒤 각각을 y, x방향으로 2차 미분 가우스 여파기( $lg(\sigma, y)$  및  $lg(\sigma, x)$ )를 거쳐 decision 단에서 식(3)의 LoG 정의처럼 이들을 합한 결과 ( $H(x, y) + V(x, y)$ )의 영 교차점을 에지로 판별한다.

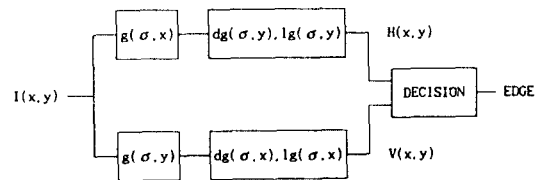


그림. 1. DroG와 LoG를 이용한 에지 검출시스템.  
Fig. 1. Edge detection system for DroG and LoG.

### III. 미분 가우스 여파기의 근사화

1차 미분 가우스 여파기가 이미 알려진 바와 같이 에지 검출 성능면에서는 우수하지만 계산면에서는 비 효율적이다. 그 이유는 식(1)에 정의된  $g(\sigma, x)$ 나  $dg(\sigma, x)$ 가 nonrecursive한 IIR(Infinite impulse response) 여파기이기 때문이다. 바로 이러한 계산량의 문제를 고려하여 IIR 형태이고 recursive한 지수 함수형 충격 응답을 갖는 에지 검출기에 관한 연구 결과가 나왔다<sup>[2]</sup>.

본 논문에서는 우선  $dg(\sigma, x)$  형태와 유사한 함수를 가우스 함수  $g(\sigma, x)$  그 자체에서 찾고, 이를 이용한  $lg(\sigma, x)$ 의 근사화 결과를 보이고 이들에 의해 근사화된 DroG 및 LoG 시스템을 보여준다.

#### III-1. 가우스 함수에 의한 근사화

우선 가우스 함수의 특성을 살펴보자. 가우스 함수를 좌우로  $k\sigma$ 만큼 이동시킨 함수의 차 함수는 Taylor 급수에 의해 식(4)와 같이 됨을 쉽게 알 수 있다.

$$g(\sigma, x + kc) - g(\sigma, x - kc) = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n+1}}{(2n+1)!} g^{(2n+1)}(\sigma, x) \quad (4)$$

그런데, 가우스 함수를  $(2n+1)$  번 미분한  $g^{(2n+1)}(\sigma, x)$ 의 절대치 peak 값이 대략  $(1/\sigma)^{2n+1}$ 으로 감소하기 때문에 식(4)에서  $k$ 가 1보다 적다면, 고차항은 무시할 수 있어  $dg(\sigma, x)$ 는 식(5)로 근사화 됨을 알 수 있다.

$$dg(\sigma, x) \doteq \frac{1}{2k\sigma} \cdot [g(\sigma, x+k\sigma) - g(\sigma, x-k\sigma)] \quad (5)$$

그러나, 식(5)는  $dg(\sigma, x)$ 의 근사화 식이기 때문에 우변의 함수  $[g(\sigma, x+k\sigma) - g(\sigma, x-k\sigma)]$ 가 반드시  $dg(\sigma, x)$ 와 분산값이 동일한 필요는 없다. 그래서 다음과 같은 보다 일반식으로  $dg(\sigma, x)$ 를 근사화 한다.

$$dg(\sigma, x) \doteq S_1 \cdot c_1(x) \quad (6)$$

여기서,  $S_1$ 는 축척이고  $C_1(x)$ 는 분산이  $c^2$ 인  $g(c, x)$ 를 좌우로  $k$ 배의  $c$ 만큼 이동시켜 차를 구한 함수로 식(7)과 같다.

$$c_1(x) = g(c, x+kc) - g(c, x-kc) \quad (7)$$

그러면, 축척  $S_1$ 을 제외한  $c_1(x)$ 와  $dg(\sigma, x)$ 의 근사 조건으로 이들의 peak 위치가 동일하여야 된다고 가정하자. 즉,  $dg(\sigma, x)$ 는  $x=\sigma$ 에서 peak 값을 갖기 때문에  $c_1(x)$ 는  $x=\sigma$ 에서 peak 값을 갖는다고 보자, 다시 말하면  $c_1'(\sigma) = 0$ 이어야 한다. 이 방정식을 풀면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있고, 그 그래프는 그림. 2와 같다.

$$\frac{c^2}{\sigma^2} = \frac{2d}{\ln\left(\frac{1+d}{1-d}\right)}, \quad d = \frac{kc}{\sigma} \quad (8)$$

여기서,  $d$ 는 이동거리  $kc$ 를 표준편차  $\sigma$ 로 정규화한 변수로써  $0 < d < 1$ 의 범위내에 있어야 한다.

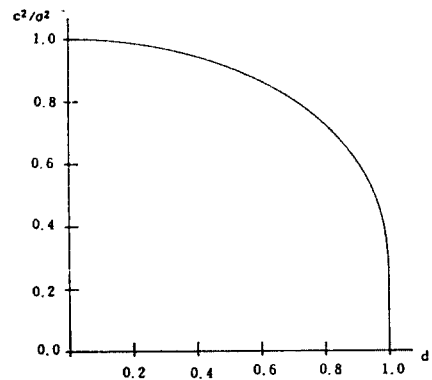


그림. 2. 이동거리(d)에 따른 분산비.  
Fig. 2. Ratio of variances ( $c^2/\sigma^2$ ) versus  $d$ .

윗 식(8)에서 원래 1차 미분 가우스 여파기  $dg(\sigma, x)$ 의  $\sigma$ 를 알고 있는 경우에,  $k$ 와  $c^2$ 를 구하는 과정을 살펴보자. 먼저  $d$ 값을 임의로 선정한다. 그러면 식(8)에서  $c/\sigma$  값을 구할 수 있다. 그리고  $d = (kc)/\sigma$ 이므로  $k$ 값이 구하여 진다.

그림 3은  $d=0(k \rightarrow 0)$  수렴하므로 완전 미분,  $dg(\sigma, x)$ 와 동일함.  $S_1 = \infty$ ,  $d=0.9$ ,  $d=0.9995$ 인 경우의  $S_1 \cdot c_1(x)$ 를 그린 것으로 축척  $S_1$ 는 동일한 계단 응답의 첨두치를 갖도록 정규화 하였다(V장의 식(14) 참조). 이 그림에서  $d=0.9$  이하이면  $dg(\sigma, x)$ 와 매우 유사함을 알 수 있다.

한편 2차 미분 가우스 함수의 경우에도 앞의 근사화 방법과 마찬가지로 Taylor 급수를 이용하여, 식(9)와 식(10)처럼 근사화 식을 얻을 수 있다.

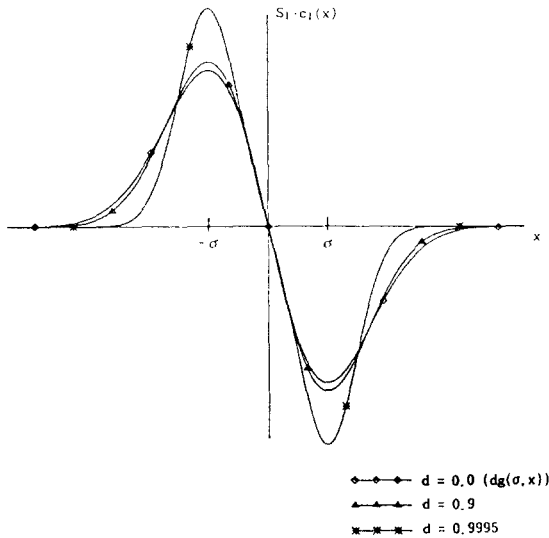


그림. 3.  $d=0.0(dg(\sigma, x))$ ,  $d=0.9$ ,  $d=0.9995$ 인 경우  $S_1 \cdot c_1(x)$ 의 그래프.

Fig. 3. Graphes of  $S_1 \cdot c_1(x)$  with  $d=0.0(dg(\sigma, x))$ ,  $0.9$ , and  $0.9995$ .

$$lg(\sigma, x) \doteq S_2 \cdot c_2(x) \quad (9)$$

$$c_2(x) = -2g(c, x) + g(c, x+kc) + g(c, x-kc) \quad (10)$$

여기서, 식(7)의  $c_1(x)$ 와 식(10)의  $c_2(x)$ 의 분산은 동일한  $c^2$ 이다. 이는 1·2차 미분 결과를 동시에 계산

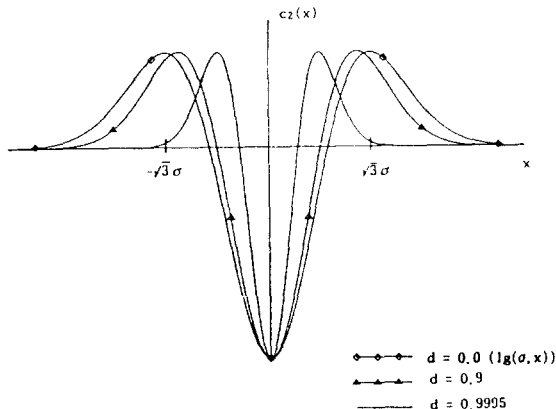


그림. 4.  $d=0.0(lg(\sigma, x))$ ,  $d=0.9$ ,  $d=0.9995$ 인 경우  $c_2(x)$ 의 그래프.

Fig. 4. Graphes of  $c_2(x)$  with  $d=0.0(lg(\sigma, x))$ ,  $0.9$ , and  $0.9995$ .

하기 위함이다. 그림. 4는 이동거리  $d$ 에 따른  $c_2(x)$ 의 그래프로  $d$ 가 작을 수록  $lg(\sigma, x)$ 에 잘 근사됨을 알 수 있다.

### II-2. 근사화한 에지검출 시스템

식(1)의 1·2차 미분 가우스 함수  $dg(\sigma, x)$ 와  $lg(\sigma, x)$ 를 근사화한 식(6) 및 (9)의 결과를 식(2)와 (3)에 대입하여 근사화한 그림. 1의 DroG 및 LoG 시스템의 충격응답 함수를 구하면 다음 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} g'_x(\sigma, x, y) &= S_1 \cdot g(c, x, y) * D(x) * g(\sigma_d, y) \\ g'_y(\sigma, x, y) &= S_1 \cdot g(c, x, y) * D(y) * g(\sigma_d, x) \\ lg(\sigma, x, y) &= S_2 \cdot g(c, x, y) * [L(x) * g(\sigma_d, y) + L(y) * g(\sigma_d, x)] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned} D(x) &= \delta(x+kc) - \delta(x-kc) \\ L(x) &= -2 \cdot \delta(x) + \delta(x+kc) + \delta(x-kc) \\ \sigma_d &= \sqrt{\sigma^2 - c^2} \end{aligned} \quad (12)$$

이코 “\*”기호는 convolution을 뜻하며, 식 (11)을 유도할때 다음의 가우스 함수의 성질을 이용하였다.

$$g(\sigma, x) = g(c, x) * g(\sigma_d, x)$$

그림. 5는 식(11)의 근사 수식에 따라 설계한 에지 검출 시스템의 블록도이다.

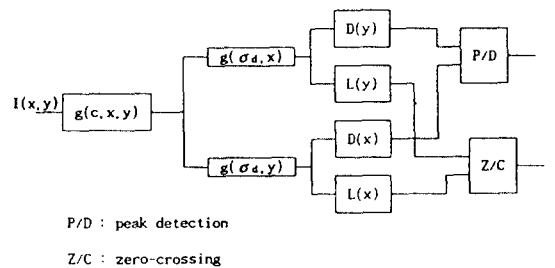


그림. 5. 제안된 1·2차 미분 가우스 여파기를 이용한 에지검출 시스템.

Fig. 5. The proposed edge detection system for the 1st and 2nd derivatives of Gaussian.

그런데, 식(12)의 D(x)나 L(x)의 지연값(kc)이 이산 시스템이기 때문에 정수이어야 하는데 III-1 절의 근사화 과정에서 이 kc의 값이 작을 수록 보다 정확하게 1·2차 미분 가우스 여파기에 근접함으로 가장 작은 정수(즉, 1)를 택하는 것이 좋다. 그리고 g(σ<sub>d</sub>,x)는 분산값이 작은 가우스 함수임으로(σ<sub>d</sub> < c < σ), 계산시 유효장의 크기가 상대적으로 작아 계산량은 g(c,x)에 비해 작다. 더구나, σ<sub>d</sub> ≪ 1인 경우에는 g(σ<sub>d</sub>,x) ≃ δ(x)로 근사화되어 그림. 5의 마지막 단(g(σ<sub>d</sub>,y) 또는 g(σ<sub>d</sub>,y))의 계산이 거의 불필요하게 된다. 그림. 5의 근사 시스템에서 (σ<sub>d</sub> ≪ c ≪ σ)인 경우 소요되는 주 계산량은 g(c,x,y) (1·2차 미분 가우스 여파기의 공동 요소)에 있음을 알 수 있고, 그림. 1의 기존 DroG 및 LoG 시스템에 비해 연산량을 거의 절반정도 줄일 수 있음을 알 수 있다.

#### IV. 성능 평가

근사화된 1차 미분 가우스 여파기 c<sub>1</sub>(x)와 기존 여파기 dg(σ,x)의 성능평가를 위하여 부록에서 언급한 Σ·Λ((침투 신호대 잡음 전력비의 평방근)·(에지 점 위치의 평균 오차의 역수))와 γ(다중 에지 발생률)를 이용하였다.

먼저 dg(σ,x) 여파기를 살펴보면 Σ<sub>g</sub>·Λ<sub>g</sub>와 γ<sub>g</sub>값은 각각 다음과 같다<sup>[9]</sup>.

$$\Sigma_g \cdot \Lambda_g = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi}} = 0.9213$$

$$\gamma_g = \frac{2}{\sqrt{15}} = 0.5164$$

본 논문에서 제안한 여파기 C<sub>1</sub>(x)의 Σ<sub>c</sub>·Λ<sub>c</sub>와 γ<sub>c</sub>의 계산 결과는 식(13)과 같다(지면을 위해 계산 과정을 생략하였음).

$$\Sigma_c \cdot \Lambda_c = \frac{2 \cdot k \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \cdot \exp\left(\frac{-k^2}{2}\right)}{\sqrt{1 - \exp(-k^2)} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \exp(-k^2) \left(\frac{1}{2} - k^2\right)}} \quad (13)$$

$$\gamma_c = \frac{2 \cdot k \cdot \exp\left(\frac{-k^2}{2}\right) \cdot \sqrt{1 - \exp(-k^2)}}{\sqrt{\pi} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{1.5 - 2 \cdot \exp(-k^2) \left(\frac{3}{4} - 3k^2 + k^4\right)}}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy \\ &= 1 - \operatorname{erfc}(x) \quad \text{이다} \end{aligned}$$

위의 식(13)을 k에 따라 도시한 것이 그림. 6이다. 여기서 k가 1보다 작을 경우에는 C<sub>1</sub>(x)가 dg(σ,x)와 매우 유사한 성능을 갖는다는 것을 알 수 있고, k가 0에 수렴하게 되면, Σ<sub>c</sub>·Λ<sub>c</sub> = Σ<sub>g</sub>·Λ<sub>g</sub>, γ<sub>c</sub> = γ<sub>g</sub> 임을 식(13)과 그림. 6에서 알 수 있다.

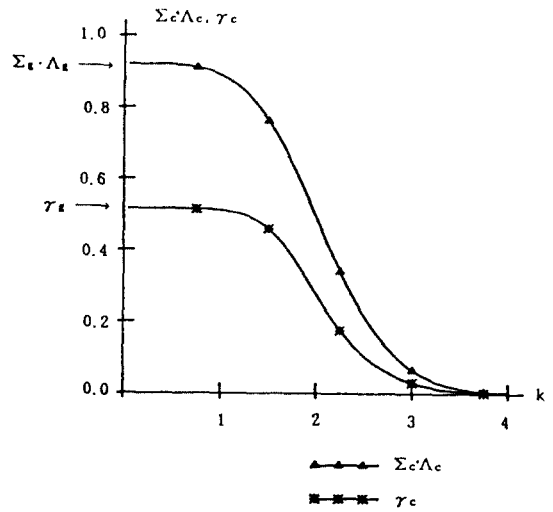


그림. 6. c<sub>1</sub>(x)의 k값에 따른 Σ<sub>c</sub>·Λ<sub>c</sub>와 γ<sub>c</sub>의 성능평가  
Fig. 6. Performances of c<sub>1</sub>(x) versus k : Σ<sub>c</sub>·Λ<sub>c</sub> and γ<sub>c</sub>.

#### V. 실험 및 결과 고찰

기존의 DroG 시스템(그림. 1)과 본 논문에서 제안한 등가시스템(그림. 5)을 구성하여 제안한 시스템의 성능을 비교 평가하기 위하여, 아래와 같은 과정으로 실험을 진행하였다.

##### 1) 축적(S<sub>1</sub>)산출

dg(σ,x)(식(1-C))와 S<sub>1</sub>·C<sub>1</sub>(x)(식(6))에 대한 계단응답의 침투치가 동일하도록 S<sub>1</sub>을 구하면 다음식과 같다.

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)} \quad (14)$$

2) 실험 영상

실험 영상의 크기는 256×256이고 256가지의 밝기 차를 갖는 House 영상을 실험 영상으로 사용하였다(그림. 7).

3)  $dg(\sigma, x)$ 와  $S_1 \cdot c_1(x)$ 의 파라미터 산출

계단 함수처럼 이상적인 경우에는 분산( $\sigma^2$ )이 클수록 잡음 영향은 덜 받지만 실영상에서는 계단의 폭이 부분적으로 매우 좁은 영역들이 있어  $\sigma^2$ 의 값을 크게 하면 그러한 부분의 에지 검출이 불가능하다. 그래서 본 실험에서는  $\sigma^2$ 를 표.1처럼 작은 값들을 선정하여 식(8)과 (11)을 이용하여 나머지 parameter를 구하였고 이때의 성능 평가(부록)  $\sum c \cdot \Lambda_c$ ,  $\gamma_c$  값을 산출하여 도표화 하였다. 여기서  $\sigma$  값을 3.001처럼 소수점 이하의 값을 붙이는 이유는  $S_1 \cdot c_1(x)$ 의 이동거리 kc가 정수(1, 2 및 3)가 되고 또한 그때의 해당 k값이 크게 차이가 나도록(그림. 6의 성능평가 결과가 차이 나도록), 인위적으로 조정하였다.

4) 에지판단

각방향 미분결과의 rms 값이 정해진 문턱치 이상인 경우에, 기준화소가 인접 수직 또는 수평 화소보다

클때 에지점으로 판단하였다.

이상의 과정으로 House 영상에 대해 8가지 에지 검출기로 실험하였다(그림. 7: 그림. 7의 (a)-(f)의 결과는 위 4)항의 에지 판단시 동일한 문턱값을 사용함). 그림. 7의 우상의 사진은 House 영상이고 맨좌측((a), (c), (f))은  $\sigma$  값이 각각 1.5, 2.1, 3.001인 경우의 원 DroG에 의한 실험 결과이다. 이 결과는 앞서 예견한 바와 같이  $\sigma$  값이 클수록 영상의 세밀한 에지 성분(고주파 성분)이 제거되고  $\sigma$  값이 작아지면 그 반대현상이 일어남을 알 수 있다. 그림. 7의 중앙((b), (d), (g))는 앞의 ((a), (c), (f))와 동일한  $\sigma$ 에 대한 제한한 에지 검출기( $S_1 \cdot c_1(x)$ )의 실험결과이다. 단, 이때 kc값은 모두 1이다(식(6)에서 이동거리가 1인 경우). 이 결과는 앞의 ((a), (c), (f))와 거의 구별이 불가능할 정도로 비슷하다. 이는 표. 1의 결과처럼 k값이 모두 1보다 작은 경우로  $\sum c \Lambda_c$ 와  $\gamma_c$ (식(13))가  $\sum_g \Lambda_g$ 와  $\gamma_g$ 에 비슷하다는 성능평가에 부합되는 결과이다(그림. 6참조). 그림. 7의 맨우측(e), (h)는 각각 (c), (f)와 동일한  $\sigma$ 인 경우에 제한한 에지 검출기의 실험결과로써 (e)는 kc가 2, (h)는 kc가 3인 경우이다. (e)는  $k=1.330$ (표. 1참조)으로 성능 평가치가 DroG와 비슷하여 (d)와 유사한 결과

표. 1 성능평가( $\sum c \cdot \Lambda_c$ 와  $\gamma_c$ ).

Table. 1 Performance evaluation with the criteria  $\sum c \cdot \Lambda_c$  and  $\gamma_c$

$\sigma$	kc	k	c	$\sigma^2$	$S_1$	$\sum c \cdot \Lambda_c$	$\gamma_c$
1.5	1	0.732	1.365	0.621	0.496	0.9127	0.5158
	2	1.330	1.504	1.465	0.233	0.8227	0.4904
2.1	1	0.497	2.013	0.597	0.499	0.9195	0.5163
	2	1.330	1.504	1.465	0.233	0.8227	0.4904
3.001	1	0.339	2.943	0.586	0.499	0.9209	0.5164
	3	2.085	1.439	2.63	0.138	0.4383	0.2394

표. 2 기준 DroG 시스템과 근사 시스템의 한 화소당 연산수.

Table. 2 The number of operations per pixel of two systems.

$\sigma$	kc	기준 DroG 시스템			근사 DroG 시스템		
		곱셈	덧셈	연산수(Op/p)	곱셈	덧셈	연산수(Op/p)
1.5	1	44	40	84	28	26	54
	2	52	48	100	36	34	70
2.1	1	52	48	100	40	38	78
	2	76	72	148	48	46	94
3.001	1	76	72	148	60	58	118
	3	76	72	148	60	58	118

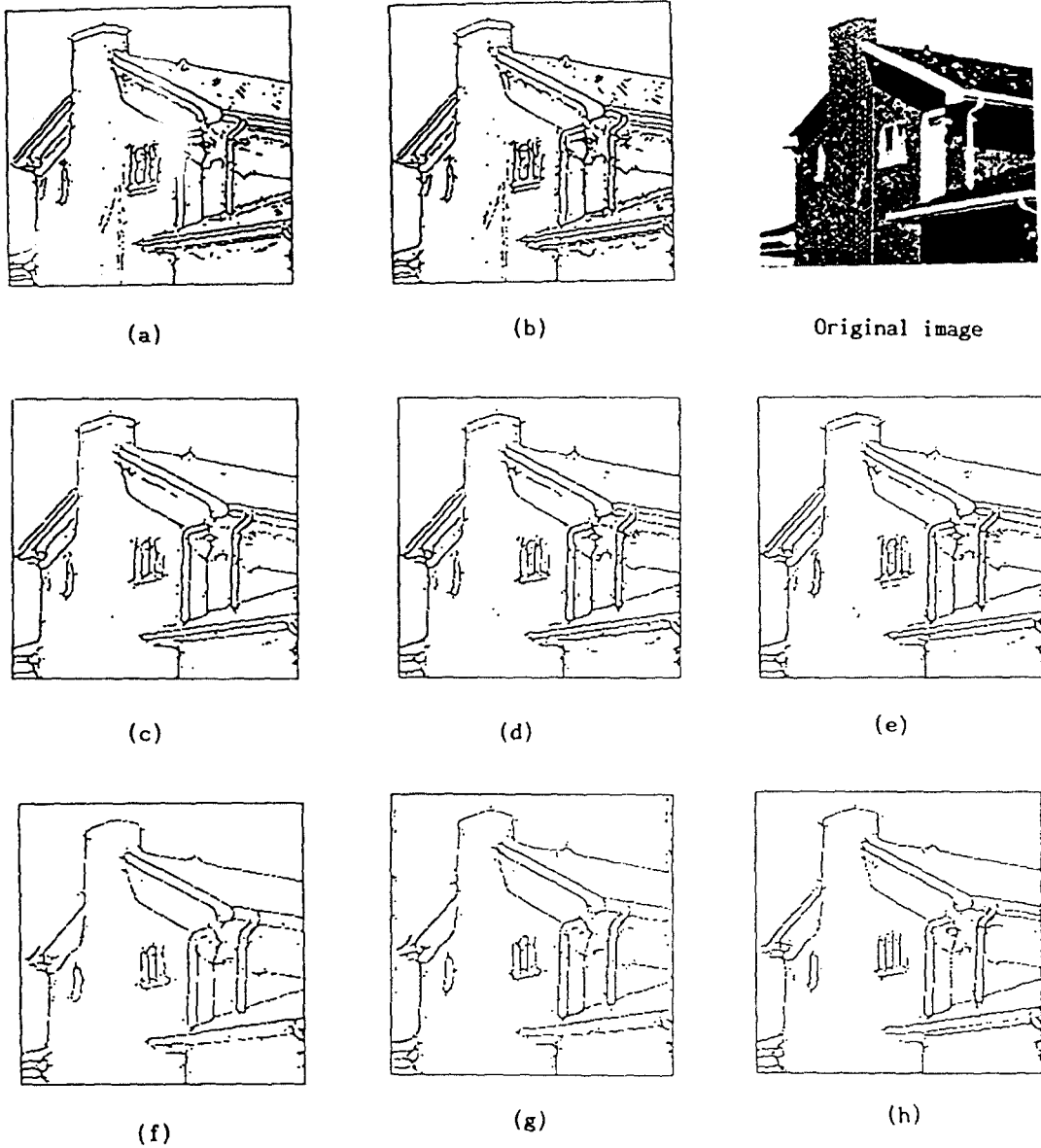


그림. 7. DroG ((a),(c),(f)와 제안한 에지 검출기 ((b),(d),(e),(g),(h))의 에지 검출 결과, (a) $\sigma=1.5$ , (b) $\sigma=1.5$  kc=1, (c) $\sigma=2.1$ , (d) $\sigma=2.1$  kc=1, (e) $\sigma=2.1$ , kc=2, (f) $\sigma=3.001$ , (g) $\sigma=3.001$  kc=1, (h) $\sigma=3.001$  kc=3.

Fig. 7. Edge detection results with the DroG((a),(c),(f) and the proposed detector ((b),(d),(e),(g),(h)), (a) $\sigma=1.5$ , (b) $\sigma=1.5$  kc=1, (c) $\sigma=2.1$ , (d) $\sigma=2.1$  kc=1, (e) $\sigma=2.1$  kc=2, (f) $\sigma=3.001$ , (g) $\sigma=3.001$  kc=1, (h) $\sigma=3.001$  kc=3.

를 나타내고 있다. 반면 (h)는  $k=2.085$ 로써  $\sum cAe$ 와  $\gamma_c$ 가 DroG에 비해 훨씬 열등한 성능 평가처럼 (g)와 달리 고주파 영향을 많이 받는 결과를 보이고 있다.

이상의 실험 결과로, 본 논문에서 제안한 등가 가우스 에지 검출기가 이론적인 성능평가(k의 함수)에 잘 부합함을 보였으며, 특히 k가 작은 값을 택한 경우 원래의 DroG 시스템과 매우 유사한 성능을 갖는다는 것을 알 수 있다.

한편, 실제 실험에서 사용된 기존 DroG 시스템(그림.1)과 근사 DroG 시스템(그림.5)의 계산량 면을 고려해 보면 표.2와 같다. 사용된 가우스함수의 유효장의 폭은  $\pm 3$ 배의 가우스함수 표준편차로 하였으며 한 화소당 연산에 필요한 곱셈, 덧셈과 이를 합한 연산수를 비교하였다. 여기서, 기존 DroG 시스템과 근사 DroG 시스템의 계산량의 비는 대략  $2\sigma : (c + \sigma)$ 임을 알 수 있고,  $\sigma_d$ 가 1보다 훨씬 작을 경우에는 그 비가 약 2:1 정도까지 될 수 있다(표. 1 참조).

## VI. 결 론

에지검출 연산자 중에서 준 최적 에지검출 여파기로 알려진 1차미분 가우스 여파기와 거의 같은 성능을 유지 하면서도 효율적으로 계산량을 줄일 수 있는 여파기를 제안하였다.

이 여파기는 동일한 표준편차를 갖는 두개의 가우스 함수를 미분하고자 하는 방향으로 이동 시킨뒤, 그 차 함수를 이용해 구하였으며 이동된 거리가 작을 수록 기존 1차 미분 가우스 여파기에 잘 근사됨을 증명하였다. 제안된 여파기는 미분 차수와 미분 방향에 관계없이 공통으로 수부당 연산을 한 번 행한뒤 추가로 한 두번의 연산과 분산이 매우작은 가우스 여파기를 거침으로써 1·2차 미분 결과를 얻을 수 있기 때문에, 전체적인 계산 과정을 기존 1·2차 미분 가우스 여파기를 적용한 경우보다 단순화 시킬 수 있었다.

## 부 록

### 《에지 검출기의 성능 평가 기준》

그림. A와 같은 에지 검출시스템의 성능 평가 기준은 Canny [9]가 제안한 것으로 정의식과 의미를 종합하여 요약하면 다음과 같다. 그림. A의 에지검출 시스템의 충격 응답이  $f(x)$ 이고, 입력 신호로 에지 신호

에 해당하는 이상적인 단위 계단 함수  $u(x)$ 에 평균이 0이고 분산이  $\sigma_n^2$ 인 백색 가우스 잡음  $n(x)$ 가 부가된  $I(x)$ 가 입력될때 출력  $Q(x)$ 는 다음과 같이 된다.

$$Q(x) = \int_{-x}^x f(y)dy + w(x)$$

여기서,  $w(x)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_q^2$ 인 유색 가우스 잡음이다.  $\sigma_q^2$ 는 다음식과 같이  $\sigma_n^2$ 보다  $f(x)$ 의 에너지에 해당하는 배수만큼 커진다.

$$\sigma_q^2 = \sigma_n^2 \cdot \int_{-x}^x f(x)dx$$

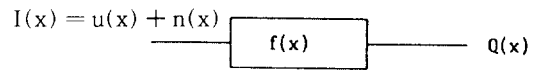


그림. A. 에지 검출 시스템.  
Fig. A. Edge detection system.

### 〈기준-A〉 침투 신호대 잡음 전력비의 평방근

계단 함수 응답의 침투치 전력( $[\int_{-x}^0 f(x)dx]^2$ )이 출력 잡음 전력( $\sigma_q^2$ ) 보다 클 수록 보다 정확하게 에지를 검출 할 수 있을 것이라 보아, 입력 잡음 전력( $\sigma_n^2$ )으로 출력 잡음 전력을 정규화한 신호대 잡음 전력비의 평방근( $\Sigma$ )을 에지 검출기의 성능 평가 척도로 삼는다.

$$\Sigma = \frac{\sqrt{[\int_{-x}^0 f(x)dx]^2}}{\frac{\sigma_q^2}{\sigma_n^2}} = \frac{|\int_{-x}^0 f(x)dx|^2}{\int_{-x}^x f(x)^2 dx}$$

### 〈기준-B〉 에지점 위치의 평균 오차의 역수

그림. A에서  $Q(x)$ 의 침투치를 에지로 판정한다면  $Q'(x)|_{x=p} = 0$ 인 p의 값이 에지의 위치로 결정되어 에지점의 위치 오차는 p가 된다(정확한 에지 위치는  $x=0$ ). 이 오차량 p의 분산  $\sigma_p^2$ 을  $\sigma_n^2$ 으로 정규화한 값의 평방근을 역수로 취하여 또 하나의 성능평가 척도( $\Lambda$ )로 삼는다.

$$\Lambda = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_p^2}}}{\sqrt{\int_{-x}^x f'^2(x)dx}} = \frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-x}^x f'^2(x)dx}}$$

위의 〈기준-A〉와 〈기준-B〉의  $\Sigma$ 와  $\Lambda$ 의 값이 각각 클 수록 에지 검출기의 성능이 우수하다. 이 두



기준을 합성하여, 즉  $\Sigma$ 와  $\Lambda$ 의 곱  $\Sigma \cdot \Lambda$ 를 평가척도로 할 수 있다.

〈기준 -c.〉 다중에지 발생률.

그림. A에서 잡음이 전혀없는 경우에는  $Q(0)$ 가 양의 첨두값을 갖는다고 하자. 일반적으로 연속함수인 경우에 2차 미분값이 양수이면 양의 peak가 존재하지 않기 때문에,  $Q''(0)$ 가 0보다 크면  $x=0$ 가 아닌 곳에서 하나이상의 peak가 존재함을 뜻한다. 따라서 그림. A에서 이러한 다중에지가 발생확률( $p_m$ )을 다음 식과 같이 정의하자.

$$p_m = P(Q''(0) > 0)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{|f'(0)|}{\sqrt{2} \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{\int_{-x}^{\infty} f''^2(x) dx}} \right]$$

한편, 잡음의 영향이 커서 에지가 있어야 할 곳의 출력  $Q(0)$ 가 음의 값이 되면, 에지가 없는 것으로 잘못 판단 되게 된다. 이 잘못 판단될 확률  $p_r$ 는 다음 식처럼 정의된다.

$$p_r = P(Q(0) < 0)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{\int_{-x}^0 f(x) dx}{\sqrt{2} \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{\int_{-x}^x f^2(x) dx}} \right]$$

$\operatorname{erfc}(z)$ 의  $z$ 값이 클 수록  $\operatorname{erfc}(z)$ 는 작아진다. 따라서 위 식의  $p_m$ 과  $p_r$ 를 비교하기 위해서  $\operatorname{erfc}()$ 함수의 ()항의 역수로써 비교할 수 있다. 이 비( $r$ )를 다음과 같이 정의하자.

$$r = \frac{\frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-x}^{+\infty} f''^2(x) dx}}}{\frac{\int_{-x}^0 f(x) dx}{\sqrt{\int_{-x}^{+\infty} f^2(x) dx}}} \approx \frac{p_r}{p_m}$$

실제적으로,  $P(Q(0) < 0)$ 이 잡음에 의해서 다중 첨두치가 나타날 확률  $P(Q''(0) > 0)$ 보다 항상 작기 때문에,  $r$ 값은 1보다 작게 나타난다. 주어진  $p_r$ 의 값에서  $r$ 가 1에 가까워질 수록  $p_m$ 이 작아져  $p_r$ 에 가까워짐을 뜻하여  $r$ 의 값이 클수록(1에 가까워질 수록) 성

능이 우수한 에지검출기로 판단한다. 이  $r$ 값은  $P_m$ 과  $P_r$ 의  $\operatorname{erfc}()$ 에서 ()항의  $\sigma_n^2$ 이 상쇄되기 때문에, 입력 잡음에 무관한 성능평가 함수이다.

참 고 문 헌

1. W.K.Pratt, *Digital Image Processing*, New York, John Wiley and Sons, 1978.
2. R.Deriche, "Fast Algorithms for Low-Level Vision," IEEE Trans. PAMI., vol. 12, no. 1, pp.78-87, January 1990.
3. H.Y.Jung et al., "A Study on the IIR Filter for Edge Detection," Pro. JTC-CSCC'90, pp. 398-401, December 1990.
4. M.Unser et al., "Recursive Regularization Filters: Design, Properties, and Applications," IEEE Trans. PAMI., vol. 13, No. 3, pp.272-277, March 1991.
5. T.Manickam and P.Misra, "Application of Recursive Filters in Edge Detection of Images," ICASSP., vol.3, pp.2561-2564, 1991.
6. S.Sarkar, and K.L.Boyer, "On Optimal Infinite Impulse Response Edge Detection Filters," IEEE Trans. PAMI., vol.13, No.11, pp. 1154-1171, November 1991.
7. E.de Micheli et al., "Localization and Noise in Edge Detection," IEEE Trans. PAMI., vol.11, No.10, pp.1106-1117, October 1989.
8. H.D.Tagare and R.J.P.de Figueiredo, "On the Localization Performance Measure and Optimal Edge Detection," IEEE Trans. PAMI., vol.12, No.12, pp.1186-1190, December 1990.
9. J.Canny, "A Computational Approach to Edge Detection," IEEE Trans. PAMI., vol.8, No.6, pp.679-698, November 1986.

鄭 昊 烈(Ho Youl Jung)

정회원

1966년 2월 2일생

현재 : 아주대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중  
第 17卷 第 3號 參照

崔 太 永(Tae Young Choi)

정회원

1950년 10월 24일생

현재 : 아주대학교 전자공학과 부교수  
第 17卷 第 3號 參照



金 睿 珍(Heo Jin Kim) 정회원

1960년 10월 1일생

1983년 2월 : 부산수산대학교 전자  
통신공학과 졸업(공학  
사)

1985년 2월 : 아주대학교 대학원 전  
자공학과 석사졸업(공  
석사)

1987년 1월~1988년 3월 : (주)남성정밀연구소 연구원 근무

1988년 3월~현재 : 아주대학교 대학원 전자공학과 박사과  
정 재학중

1988년 3월~현재 : 동명전문대 전자과 조교수

※주관심분야 : 영상신호처리, 패턴인식, 통신시스템