

## 특수상황에서 극히 효율적인 도래방향각 예측방법

正會員 李 一 根\*

### Highly Effective Direction Finding Method Under the Particular Circumstances

Ill Keun Rhee\* *Regular Member*

#### 要 約

본 논문의 목적은 Array Signal Processing에서 센서잡음들간의 상관관계가 존재하는 상황, 여러개의 신호원들이 서로 근접해 위치한 상황, 주위 환경의 영향으로 인한 신호대음비(S/N)가 저하되어 있는 상황등의 특수한 상황들에서도 고해상도를 가지는 도래방향각 예측방법을 제안한뒤, 각 상황별로 기존의 방법들과의 비교를 통하여 제안된 방법의 우수성을 보이는데 있다.

#### ABSTRACT

One of the main purposes of this paper is to propose a high resolution direction finding method performing particularly well under the circumstances such as correlated sensor noises, very closely spaced signal sources, and low signal-to-noise ratio (S/N), in array signal processing.

Furthermore, the other is to demonstrate the superiority of the proposed method for each circumstance described above, in comparison with the methods previously developed.

#### I. 서 론

공간적으로 (Spatially) 배열되어 있는 음향 Sensor Array를 사용하여 받아들인, 잡음이 포함되어 있는 Data를 일련의 과정을 거쳐 분석하고 처리함으로써 Sensor Array로 도래하는 Multiple Source 들의 방향각의 예측하는 도래방향각 예측방법[1~4]

은 여러가지 실제상황에서 유용될 수 있는 중요한 분야이다. 예컨대, 군사적인 면에서는 적군의 비행기나 잠수함 또는 함정들의 도래방향각 예측에 사용될 수 있고, 민간부문으로는 물고기떼의 정확한 방향예측, 지진의 진원지예측등에 활용될 수 있을뿐만 아니라 근래 급증하고 있는 무선통신기기를 이용한 범죄조직의 송신위치의 예측등의 목적등으로도 사용될 수 있어서 유망한 연구분야로 평가되고 있고, 특히 구미 지역에서는 활발한 연구가 진행되고 있다.[5~8].

이 도래방향각 예측은 Parameter Estimation의

\*韓南大學校 電子工學科  
論文番號 : 93-45

형태를 취하며, Spectral Estimation Process들과 여러가지면에서 흡사하다.[5,6,9,10]. 즉, Sensor Array로 부터 얻어진 Additive Noise가 섞인 Data의 Spatial Power Spectrum의 가장 첨예한 곳을 추출해 내는 것이다.

한편, 현실적인 관점에서 볼때, Underwater Acoustics등에서 흔히 나타나듯이 신호의 반향(Reflection)이나 Jamming 현상등으로 인한 Source Signal들의 상관성 (Correlation)이나 Sensor Noise들간의 상관관계, 또는 여러개의 Source들이 서로 근접해 위치하여 있으며, 주위 환경의 영향등으로 인하여 신호대잡음비 (S/N) 가 낮아지는 경우가 종종 발생하고, 이런때에는 기존의 ML(Maximum Likelihood)방법이나 AR (Auto-regressive)방법[4,10,11,12] 또는 Standard Eigenstructure Algorithm을 사용한 MUSIC(Multiple Signal Classification)[13,14]등의 방법들은 Multiple Source들의 올바른 도래방향각 예측이 불가능하다.

따라서 본 논문에서는 앞에서 언급한 특수한 상황들 중에서 Sensor Noise를 사이에 상관관계가 존재하는 경우, 여러개의 Source들이 서로 근접하여 도래하는 경우, S/N이 낮은 경우들에서 특히 효율적인 도래방향각 예측방법을 제안하고, 이들 각 경우에 대해서 기존의 방법들과 비교 및 분석을 함으로써 제안된 방법의 우수성을 입증하고자 한다.

## II. 제안된 방법의 이론 유도

### 2-1. 개요

Standard Eigenstructure-based 방법들은 Sensor Noise 들이 Uncorrelated 되어 있는 한 Bartlett, ML, 또는 AR Estimate들에 비해 훨씬 개선된 Resolution Limit 를 제공한다. 하지만 실제적인 관점에서 볼때 Sensor Noise들은 서로 Correlated 될 수 있고, 매우 낮은 S/N의 환경에서 근접해 있는 Multiple Source들의 도래방향각을 예측해 내어야 하는 경우가 종종 발생한다.

본 연구에서는 각 Sensor로 부터 받아들여진 원래의 Data를 Auto-Convolution을 수행하여 Correlation연산시에 모든 Data Point간의 정보를 보존하게 되는 새로운 Data Sequence를 얻어냄으로서 개념적으로 S/N을 높여주는 효과를 가져올 것이라는 데 착안하였다. 그리하여 앞에서 언급한 Sensor

Noise들이 서로 Correlated된 경우나 S/N 이 매우 낮은 환경, 또는 Multiple Source들이 서로 근접해 있는 도래방향각의 예측에 특히 효과적인 결과를 제공해 줄 것으로 기대한다.

### 2-2. Signal 과 Noise 모델

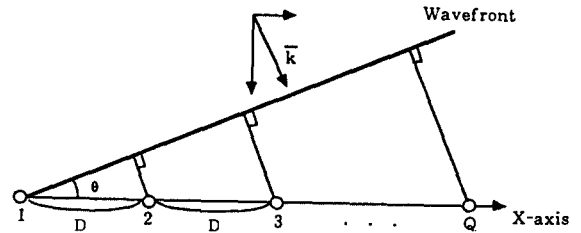


그림 1. Sensor Array 를 통해 도래하는 평면파의 단면도  
Fig. 1. Configuration for a planewave impinging on the sensor array

Center Frequency  $\omega_0$ 를 갖는 M개의 Narrow-band Source Signal 들이 Q개의 Sensor들로 구성된 Uniform Linear Array 에로  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$ 의 방향각을 가지고 도래할때 (그림 1 참조),  $i$ 번째 Sensor에서 받아들인 Signal들은 다음과 같이 표현된다.

$$r_i(t) = \sum_{m=1}^M s_m(t - (i-1)(D/c)\sin\theta_m) + x_i(t), \quad (1)$$

여기서,

$s_m(t)$  =  $m$  번째 Source로 부터 나온 Signal,

$D$  = Sensor 사이의 간격,

$c$  = Wave 의 전파속도

$\theta_m$  =  $m$  번째 Source의 도래방향각,

$x_i(t)$  =  $i$  번째 Sensor에서의 Additive Noise, 또는  $N$ 개의 Sample Data  $x(1), x(2), \dots, x(N)$ 들은 서로 독립이고 동일분포 (Independent and Identically Distributed (i.i.d.))임.

Center Frequency  $\omega_0$  갖는  $m$  번째 Narrow-band Source Signal  $s_m(t)$ 에 대해 Complex Envelope 표현법을 이용하면, 식(1)의  $r_i(t)$ 를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.[15]

$$r_i(t) = \sum_{m=1}^M s_m \exp[-j\omega_0 \tau_{mi}] + x_i(t), \quad (2)$$

여기서,

$$\tau_{mi} = (i-1)(D/c)\sin\theta_m. \quad (3)$$

Q 개의 Sensor들에 받아들여진 Signal 들을 Vector 형식을 써서 나타내면

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{a}(\theta_m) s_m(t) + \mathbf{x}(t), \quad (4)$$

또는

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{x}(t), \quad (5)$$

여기서

$$\mathbf{r}^T(t) = [r_1(t), r_2(t), \dots, r_Q(t)],$$

$$\mathbf{s}^T(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)],$$

$$\mathbf{x}^T(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_Q(t)],$$

또는  $Q \times M$  Direction Matrix  $\mathbf{A}(\theta)$ 의 Column들은 다음과 같이 표현되는 Directional-vector 들로 구성된다.

$$\mathbf{a}^T(\theta_m) = [1, \exp[-j\omega_0 \tau_{m2}], \exp[-j\omega_0 \tau_{m3}], \dots, \exp[-j\omega_0 \tau_{mQ}]] \quad (6)$$

### 2-3. 제안된 방법의 이론 전개

이제 제안된 방법을 위해 Signal 과 Noise Model 을 사용한 이론적인 유도를 한다. Additive Noise 들이 Zero-mean 이고 Source Signal 들과 Uncorrelated 되어 있다고 가정할때, 식(5) 또는 식(6)에 표현된 Q개의 Sensor 들에 받아들여진 Signal Vector 의 Fourier Transform 은 다음과 같다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{X} \quad (7)$$

여기서,

$\mathbf{F} = \mathcal{Z}[\mathbf{r}], \mathbf{S} = \mathcal{Z}[\mathbf{s}], \mathbf{X} = \mathcal{Z}[\mathbf{x}]$ 이며,  $\mathcal{Z}$ 는 Fourier Transform 을 나타내고,  $\mathbf{F}^T = [F_1(\omega), F_2(\omega), \dots, F_Q(\omega)]$ 이고,  $F_i(\omega) = \mathcal{Z}[r_i(t)]$ 이다.

따라서  $\mathbf{r}$ 의 Spectral-density Matrix  $\mathbf{L}_{(1)}$ 은 다음과 같이 얻어진다[16].

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{(1)} &= E[\mathbf{F}\mathbf{F}^*] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^* + \mathbf{D}_{x1}, \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\mathbf{P} = E[\mathbf{S}\mathbf{S}^*], \mathbf{D}_{x1} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^*]$$

이제,  $i$  번째 Sensor 에서 받아들인 Signal 을 (Auto) Convolution 시킨 새로운 Signal을 다음과 같이 얻는다.

$$r_{(2)i}(t) = r_i(t) \otimes r_i(t), \quad (9)$$

여기서

$\otimes$ 는 Convolution operator를 나타낸다.

이 새로운 Signal 들  $r_{(2)i}(t)$  을 주파수영역에서 벡터 형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_{(2)}^T = [F_1^2(\omega), F_2^2(\omega), \dots, F_Q^2(\omega)]. \quad (10)$$

이것들을 효율적으로 다루기 위하여 Matrix의 각 대응하는 원소들의 곱셈을 수행하는 "Delta Product"라 부르는 새로운 연산자  $\Delta$ 를 도입한다.

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{B} = \mathbf{C} \leftrightarrow a_{ij} \cdot b_{ij} = c_{ij}, \quad (11)$$

여기서

Matrix  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  들은 모두 동일 차원을 갖는다.

이제,  $\Delta$ 의 특성들을 살펴보면 다음과 같다.

1)  $P \times q$  Matrix 들에 대하여 :

$$(a) \mathbf{A}\Delta\mathbf{B} = \mathbf{B}\Delta\mathbf{A}$$

$$(b) \mathbf{A}\Delta(\mathbf{B}\Delta\mathbf{C}) = (\mathbf{A}\Delta\mathbf{B})\Delta\mathbf{C}$$

$$(c) (\mathbf{A}\Delta\mathbf{B})^* = \mathbf{A}^*\Delta\mathbf{B}^*$$

$$(d) (\mathbf{A} + \mathbf{B})\Delta\mathbf{C} = (\mathbf{A}\Delta\mathbf{C}) + (\mathbf{B}\Delta\mathbf{C})$$

$$(e) \mathbf{I}\Delta\mathbf{I} = \mathbf{I}$$

$$(f) (\mathbf{A})^{\Delta 2} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{A}$$

$$(g) (\mathbf{A} + \mathbf{B})^{\Delta 2} = \mathbf{A}^{\Delta 2} + 2(\mathbf{A}\Delta\mathbf{B}) + \mathbf{B}^{\Delta 2}$$

2)  $P \times 1$  Matrix 들에 대하여 :

(a)  $\mathbf{A}^{\Delta 2}(\mathbf{A}^{\Delta 2})^* = (\mathbf{A}\mathbf{A})^{\Delta 2}$

(b)  $(\mathbf{A}\Delta\mathbf{B})(\mathbf{C}\Delta\mathbf{D})^* = (\mathbf{A}\mathbf{C}^*)\Delta(\mathbf{B}\mathbf{D}^*) = (\mathbf{A}\mathbf{D}^*)\Delta(\mathbf{B}\mathbf{C}^*)$

정의에 의하여 새로운 Signal에 대한 Spectral-density Matrix 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{(2)} &= E[\mathbf{F}_{(2)}\mathbf{F}_{(2)}^*] \\ &= E[\mathbf{F}\mathbf{F}^{\Delta 2}] \\ &= E\{[(\mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{X})(\mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{X})^*]^{\Delta 2}\} \\ &= E[(\mathbf{A}\mathbf{S}^*\mathbf{S}\mathbf{A}^* + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^* + \mathbf{X}\mathbf{S}\mathbf{A}^* + \mathbf{X}\mathbf{X}^*)^{\Delta 2}]. \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)에서 Expectation Bracket 내의 각 원소들은 대응하는  $\mathbf{L}_{(1)}$ 의 원소들의 자승과 같음을 알 수 있다.

일반적으로 Source Signal 과 Noise들은 서로 Uncorrelated되어 있으므로

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{X}\mathbf{X}^*)] = \mathbf{0}, \quad (13)$$

$$E[(\mathbf{X}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)\Delta(\mathbf{X}\mathbf{X}^*)] = \mathbf{0}, \quad (14)$$

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)] = \mathbf{0}, \quad (15)$$

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)\Delta(\mathbf{X}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)] = \mathbf{0}, \quad (16)$$

Stationary 랜덤과정  $x_q(t) = a_q(t) + jb_q(t)$ , 여기서  $a_q(t)$ 와  $b_q(t)$ 는 서로 독립일때  $x_q(t)$ 의 Fourier Transform 은 다음과 같이 얻어지는데,

$$X_q = X_{qr} + jX_{qi},$$

여기서,

$$\begin{aligned} X_{qr} &= \mathcal{F}[a_q(t)] \text{ 이고 } X_{qi} = \mathcal{F}[b_q(t)] \text{ 이며 } E[X_{qr}] = \\ E[X_{qi}] &= 0, \text{ Var}[X_{qr}] = \text{Var}[X_{qi}] = \sigma_x^2 \text{일때 } E[X_q] \\ &= E[X_{qr}] + jE[X_{qi}] = 0 \text{ 이고 } \text{Var}[X_q] = E[X_q X_q^*] \\ &= E[|X_q|^2] = E[X_{qr}^2 + X_{qi}^2] = \text{Var}[X_{qr}] + \text{Var}[X_{qi}] \\ &= 2\sigma_x^2 \text{이 된다. 또는, } E[X_q^2] = E[(X_{qr} + X_{qi})^2] = \\ E[(X_{qr}^2 - X_{qi}^2 + 2jX_{qr}X_{qi})] &= E[X_{qr}^2] - E[X_{qi}^2] + \\ 2jE[X_{qr}X_{qi}] &= 0 \text{ 이고 } E[(X_q^*)^2] = E[(X_{qr} - jX_{qi})^2] \\ &= E[X_{qr}^2 - X_{qi}^2 - 2jX_{qr}X_{qi}] = E[X_{qr}^2] - E[X_{qi}^2] \\ &- 2jE[X_{qr}X_{qi}] = 0 \end{aligned}$$

그러므로, 복소 Gaussian 랜덤과정에 대해서 다음과 같은 결과가 얻어진다.

1) 만일  $p \neq q$  이면 :  $E[X_p^2(X_q^*)^2] = E[X_p^2]E[X_q^*]^2 = \mathbf{0}$

2) 만일  $p=q$  이면 :  $E[X_p^2(X_q^*)^2] = 3\sigma_x^4 + 3\sigma_x^4 + 2\sigma_x^4 = 8\sigma_x^4$ , 여기서

$$E[X_{qr}^4] = E[X_{qi}^4] = 3\text{Var}^2[X_{qr}] = 3\sigma_x^4 \text{ 임.}$$

따라서 위의 결과들을 이용하면,

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)] = E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)^{\Delta 2}] = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$E[(\mathbf{X}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)\Delta(\mathbf{X}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)] = E[(\mathbf{X}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)^{\Delta 2}] = \mathbf{0} \quad (18)$$

이 된다.

다음의 예제는  $Q=3, M=2$  인경우에 대해서 식(17)이 성립함을 보여준다.

**예제 1**

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)] =$$

$$E \left[ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} [x_1^* x_2^* x_3^*]^T \right]^{\Delta 2} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)]_{11} &= E[(a_{11}s_1x_1^* + a_{11}s_1x_1^*)^2] \\ &= a_{11}^2 E[s_1^2]E[(x_1^*)^2] + a_{12}^2 E[s_{22}]E[(x_1^*)^2] \\ &+ 2a_{11}a_{12}E[s_1]E[s_2]E[(x_1^*)^2] = \mathbf{0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)]_{12} &= E[(a_{11}s_1x_{12}^* + a_{12}s_2x_2^*)^2] \\ &= a_{11}^2 E[s_1^2]E[(x_2^*)^2] + a_{12}^2 E[s_{22}]E[(x_2^*)^2] \\ &+ 2a_{11}a_{12}E[s_1]E[s_2]E[(x_2^*)^2] = \mathbf{0}, \end{aligned}$$

같은 방법으로, 모든  $i, j = 1, 2, 3$ ,에 대해서

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)]_{ij} = \mathbf{0}. \quad \square$$

이제 식(12)의 남아 있는 항들을 써보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{(2)} &= E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)^{\Delta 2}] + 2E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)\Delta(\mathbf{X}\mathbf{X}^*)] \\ &+ 2E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{X}^*)\Delta(\mathbf{A}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)] + E[(\mathbf{X}\mathbf{X}^*)^{\Delta 2}]. \end{aligned} \quad (19)$$

Source Signal 들이 서로 독립적일때  $E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)^{\Delta 2}]$ 는 다음과 같은 과정을 거쳐 얻어질 수 있다.

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)^{\Delta 2}]_{ij} &= E\{[(\sum_{k_1} a_{ik_1} s_{k_1})(\sum_{k_2} s_{k_2} a_{jk_2}^*)]^2\} \\ &= E[\sum_{k_1} \sum_{k_2} \sum_{k_3} \sum_{k_4} a_{ik_1} a_{ik_3} s_{k_1} s_{k_3} s_{k_2} s_{k_4} a_{jk_2}^* a_{jk_4}^*] : \end{aligned}$$

i)  $k_1 = k_3 (=, \neq) k_2 = k_4$  일때

$$E[(\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^*\mathbf{A}^*)^{\Delta 2}]_{ij} = E\{[(\sum_{k_1} \sum_{k_2} a_{ik_1}^2 s_{k_1}^2 s_{k_2}^2 (a_{jk_2}^*)^2)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k_1} \sum_{k_2} a_{ik_1}^2 E[s_{k_1}^2 s_{k_2}^2] (a_{jk_2}^*)^2 \\
 & = [\mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^*]_{ij}
 \end{aligned}$$

여기서  $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}^{\Delta 2}, \mathbf{P}_2 = E[(\mathbf{SS}^*)^{\Delta 2}]$  임;

ii)  $k_1 = k_2 \neq k_3 = k_4$  일때

$$\begin{aligned}
 E[(\mathbf{ASS}^* \mathbf{A}^*)^{\Delta 2}]_{ij} & = E[\sum_{k_1} \sum_{k_3} (a_{ik_1} s_{k_1}^2 a_{jk_1}^*) (a_{ik_3} s_{k_3}^2 a_{jk_3}^*)] \\
 & = E[\sum_{k_1} (a_{ik_1} s_{k_1}^2 a_{jk_1}^*)] E[\sum_{k_3} (a_{ik_3} s_{k_3}^2 a_{jk_3}^*)] \\
 & = E[(\mathbf{APA}^*)(\mathbf{APA}^*)]_{ij} - \sum_{k_3} \{a_{ik_3}^2 E^2 \\
 & \quad [s_{k_3}^2] (a_{jk_3}^*)^2\} \\
 & = [(\mathbf{APA}^*)(\mathbf{APA}^*) - \mathbf{A}_2 \mathbf{P}^{\Delta 2} \mathbf{A}_2^*]_{ij};
 \end{aligned}$$

iii)  $k_1 = k_4 \neq k_3 = k_2$  일때

ii) 에서 구한것과 같은 방법으로

$$E[(\mathbf{ASS}^* \mathbf{A}^*)^{\Delta 2}]_{ij} = [(\mathbf{APA}^*)(\mathbf{APA}^*) - \mathbf{A}_2 \mathbf{P}^{\Delta 2} \mathbf{A}_2^*]_{ij};$$

iv) 그외의 다른 모든 경우에 있어서는

$$E[s_{k_1} s_{k_2} s_{k_3} s_{k_4}] = \mathbf{0}$$

따라서 i) 부터 iv) 경우까지를 모두 합하면 다음과 같다.

$$E[(\mathbf{ASS}^* \mathbf{A}^*)^{\Delta 2}] = \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^* + [(\mathbf{APA}^*)^{\Delta 2} - \mathbf{A}_2 \mathbf{P}^{\Delta 2} \mathbf{A}_2^*]. \quad (20)$$

다음은 "Delta Product"의 특성을 이용하여  $2E[(\mathbf{ASX}^*) \Delta (\mathbf{XS}^* \mathbf{A}^*)]$ 를 구한다.

$$\begin{aligned}
 2E[(\mathbf{ASX}^*) \Delta (\mathbf{XS}^* \mathbf{A}^*)] & = E[(\mathbf{ASS}^* \mathbf{A}^*) \Delta (\mathbf{XX}^*)] \\
 & = (E[\mathbf{AE}[\mathbf{SS}^*] \mathbf{A}^*]) \Delta E[\mathbf{XX}^*] \\
 & = (\mathbf{APA}^*) \Delta E[\mathbf{XX}^*] \quad (21)
 \end{aligned}$$

또한 Uniformly Distributed Random Phase 를 가지는 혹은 그렇지 않은 Sinusoidal Source에 대하여 다음이 성립한다.

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}^{\Delta 2}. \quad (22)$$

이제 식(20), (21), (22)를 식(19)에 대입하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L}_{(2)} & = \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^* + 2[(\mathbf{APA}^*)^{\Delta 2} - \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^*] + 2 \\
 & \quad (\mathbf{APA}^*) \Delta E[\mathbf{XX}^*] \\
 & \quad + 2[(\mathbf{APA}^*) \Delta E[\mathbf{XX}^*] + E[(\mathbf{XX}^*)^{\Delta 2}]].
 \end{aligned}$$

또한, 식(8)로 부터

$$\mathbf{APA}^* = \mathbf{L}_{(1)} - \mathbf{D}_{x1}$$

이제 식(24)를 식(23)에 대입하고  $\Delta$  Product의 특성을 이용하여 정리하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L}_{(2)} & = \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^* + 2[(\mathbf{L}_{(1)} - \mathbf{D}_{x1})^{\Delta 2} - \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^*] + 4 \\
 & \quad (\mathbf{L}_{(1)} - \mathbf{D}_{x1}) \Delta \mathbf{D}_{x1} \\
 & \quad + E[(\mathbf{XX}^*)^{\Delta 2}] \\
 & = -\mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^* - 2\mathbf{D}_{x1}^{\Delta 2} + E[(\mathbf{XX}^*)^{\Delta 2}] + 2\mathbf{L}_{(1)}^{\Delta 2}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\mathbf{L}_{(2)R} = 2\mathbf{L}_{(1)}^{\Delta 2} - \mathbf{L}_{(2)} \quad (26)$$

라고 정의하면, 식(25)로부터

$$\mathbf{L}_{(2)R} = \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_2^* + (2\mathbf{D}_{x1}^{\Delta 2} - E[(\mathbf{XX}^*)^{\Delta 2}]) \quad (27)$$

인 새로운 Spectral Density Matrix가 얻어진다.

#### 2-4. 제안된 방법을 이용한 도래방향각 예측

이제 [15]에 나와 있는 Eigenstructure Algorithm 을 이용한 MUSIC방법을 위한 식 (19)[15]의 수행 방법을 응용하여 도래방향각을 예측한다. 즉,

$$\hat{\mathbf{D}}_s = [\mathbf{a}_s^*(\theta) \left( \sum_{k=-M+1}^Q \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^* \right) \mathbf{a}_s(\theta)]^{-1}, \quad (28)$$

$$\mathbf{a}_s^T(\theta) = [1, \exp[-2j\omega_0 k_{x2}], \dots, \exp[-2j\omega_0 k_{xQ}]] \quad (29)$$

이고,  $\mathbf{v}_k$  는 식(27)의  $L_{(2)R}$ 를 Fourier 역변환하여 얻어진 Covariance Matrix[16]의 Eigenvalue들에 대응하는 Eigenvector들이다.

다음의 예제는 MUSIC 과 제안된 방법의 상대적인 해상도의 차이를 나타내주는 하나의 보기를 보여 주는것으로 제안된 방법의 우수성을 잘 나타내어 준다.

예제 2

먼저, 두개의 정현파들이 세개의 Sensor들로 구성된 Uniform Linear Array에  $\theta_1 = 8^\circ$ ,  $\theta_2 = 15^\circ$ 의 방향을 가지고 도래하며 Additive Sensor Noise 들은 서로 Uncorrelated 되어 있고 White Gaussian인 경우를 고려한다. 이때,  $S/N = -3\text{dB}$  이고 Sample Data 의 갯수는 256 이다. 이 경우에 있어서는 그림 2에 나타난 바와 같이, MUSIC을 이용할 때에는 두개의 도래방향각을 예측해내지 못하고 하나만 있는 것처럼 오인하게되나 제안된 방법은  $\theta_1 = 8.7^\circ$ ,  $\theta_2 = 15.35^\circ$ , 의 상대적으로 작은 오차를 지니고 두개의 Peak들을 예측해 내게 된다.

다음에는 도래방향각들이 더욱 근접해 있는 경우로서  $\theta_1 = 8^\circ$ , 이고  $\theta_2 = 13^\circ$  인 경우에 대해서 MUSIC과 제안된 방법을 사용하여 도래방향각을 예측한 결과가 그림 3에 나타나 있다. 물론 이때에도  $S/N = -3\text{dB}$  이고 Sample Data 의 갯수는 256을 사용하였다. 이때에도 역시 MUSIC은 두개의 도래방향각을 끄집어 내는데 실패하지만, 제안된 방법은  $\theta_1 = 8^\circ$ , 와  $\theta_2 = 13^\circ$  의 예측에 있어서도  $\theta_1 = 8.7^\circ$ , 와  $\theta_2 = 13.4^\circ$  의 예측치로서,  $-3\text{dB}$ 의 낮은  $S/N$ 에서 근접한 두개의 도래방향각을 훌륭히 예측해 낼 수 있다.

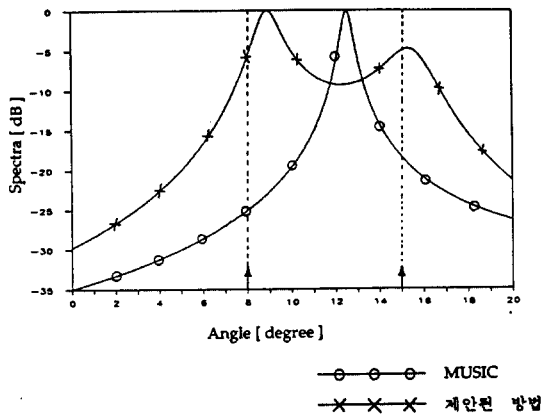


그림 2.  $S/N = -3\text{dB}$ , Sample Data 갯수=256, Sensor 숫자=3 일때, MUSIC과 제안된 방법을 사용하여  $\theta_1 = 8^\circ$  와  $\theta_2 = 15^\circ$ 로 도래하는 두 Source Signal의 도래방향각 예측

Fig. 2. MUSIC and proposed method spectra of two sources,  $\theta_1 = 8^\circ$  와  $\theta_2 = 15^\circ$ , with 3 sensors at  $S/N = -3\text{dB}$ ,  $N = 256$ .

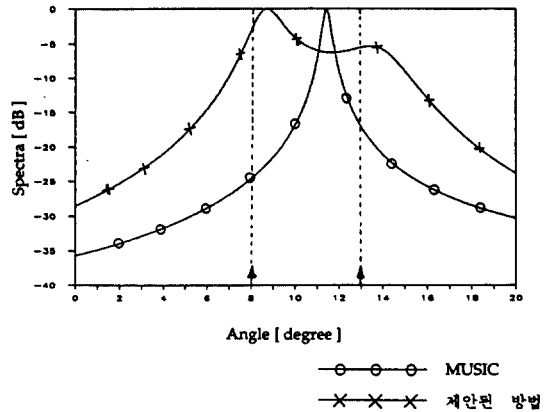


그림 3.  $S/N = -3\text{dB}$ , Sample Data 갯수=256, Sensor 숫자=3 일때, MUSIC 과 제안된 방법을 사용하여,  $\theta_1 = 8^\circ$  와  $\theta_2 = 13^\circ$ 로 도래하는 두 Source Signal의 도래방향각 예측

Fig. 3. MUSIC and proposed method spectra of two sources,  $\theta_1 = 8^\circ$  와  $\theta_2 = 13^\circ$ , with 3 sensors at  $S/N = -3\text{dB}$ ,  $N = 256$ .

III. 특수한 상황들에서 MUSIC 과 제안된 방법의 비교

3-1. 개 요

이 절에서는 기존의 도래방향각 예측방법중 대표적인 MUSIC과 제안된 방법의 성능을 다음의 세가지 특수한 상황을 고려하여 상황별로 비교·분석 하였다.

- 1) Sensor간의 Gaussian Noise들이 서로 Uncorrelated 되어 있을때,  $S/N$ 의 변화에 따른 도래방향각 예측.
- 2) Sensor간의 Gaussian Noise들이 서로 Correlated 되어 있을때,  $S/N$ 의 변화에 따른 도래방향각 예측.
- 3) 서로 근접해 있는 Multiple Source들의 도래방향각 예측.

이하 모든 상황들에 있어서 한 두 경우 나오는 특별한 결과를 배제하기 위하여 통계적인 방법을 사용함으로써 가능한한 정확한 결과 비교를 위해 노력하였다. 또한 이하 모든 경우에 있어서 세개의 동일한 Sensor들이 Wavelength 의 반(Half)의 간격으로 일렬로 배열된 Uniform Linear Array 를 이용하여 256 개의 Sample Data를 얻어 사용하였다.

3-2. Sensor 간의 Gaussian Noise들이 서로 Uncorrelated 되어 있을때, S/ N의 변화에 따른 도래방향각 예측

여기서는 서로 Uncorrelated되어 있는 Gaussian Noise들이 부가되는 Sensor들을 이용하여, 단일 Source의 도래방향각을 구하여 실제값과 예측값의 오차를 S/N의 함수로서 구하였다. 이때 0° 부터 180° 까지 0.02° 마다 변화 시켜가며(즉, Step Size = 0.02°)91군데의 각을 측정하여, MUSIC 과 제안된 방법이 MUSIC에 비해 우수한 도래방향각 예측을 하게됨이 극명하게 나타난다. 즉, 제안된 방법을 사용하여 구한 도래방향각의 오차를 각각 통계를 냄으로써 두가지 방법을 비교하였다.

그림 4와 표 1에서 보는바와 같이, 비록 두가지 방법이 모두 S/N 이 증가할수록 실제값과 예측치간의 오차의 표준편차는 감소하지만, 제안된 방법이 MUSIC에 비해 전체 S/N을 통하여 우수한 결과를 보임이 명백하다. 특히 S/N이 낮아져서 0 dB 아래로 내려 갈 때에는 MUSIC이 제안된 방법에 비하여 약 두배 가량 오차의 표준편차를 가짐을 알 수 있다.

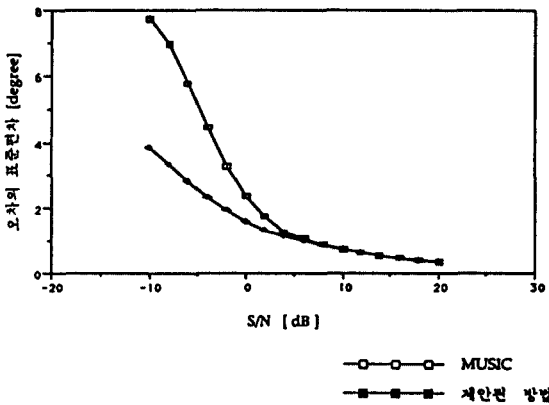


그림 4. MUSIC과 제안된 방법을 사용하여 구한 S/N의 변화에 따른 도래방향각 오차의 표준편차, Q=3이고 Sensor 잡음간에는 상관관계가 없음.

Fig. 4. Standard deviation of the direction error in terms of S/N for MUSIC and proposed method with 3 uncorrelated sensors.

표 1. MUSIC과 제안된 방법을 사용하여 구한 S/N의 변화에 따른 도래방향각 오차의 표준편차, Q=3 이고 Sensor 잡음간에는 상관관계가 없음

Table 1. Standard deviation of the direction error in terms of S/N for MUSIC and proposed method with 3 uncorrelated sensors.

S/N[dB]	MUSIC	제안된 방법
-10.0	7.742	3.814
-8.0	6.971	3.303
-6.0	5.768	2.799
-4.0	4.443	2.327
-2.0	3.254	1.923
0.0	2.354	1.565
2.0	1.725	1.324
4.0	1.258	1.144
6.0	1.087	0.991
8.0	0.894	0.856
10.0	0.755	0.738
12.0	0.642	0.633
14.0	0.551	0.543
16.0	0.473	0.463
18.0	0.406	0.396
20.0	0.349	0.338

3-3. Sensor 간의 Gaussian Noise 들이 서로 Correlated 되어 있을때, S/ N의 변화에 따른 도래방향각 예측

여기서도 앞서서와 같이 0° 부터 180° 까지 Step Size를 0.02° 로 하여 MUSIC과 제안된 방법을 사용한 도래방향각의 오차를 S/N의 함수로서 구하는데, 이번에는 부가되는 Sensor Gaussian Noise들이 Sensor간에 서로 일률적으로 40% Correlated되어 있는 상황에 대해서 고려하였다.

물론 이 경우에도 단일 Source의 도래방향각을 91 군데의 각을 각각 S/N의 함수로서 예측하여 실제값과의 오차에 대한 표준편차를 구하였다.

이때에도 앞서서와 같이, 제안된 방법이 MUSIC에 비해서 우수한 결과를 제공한다는 것을 그림 5 과 표 2를 통하여 쉽게 알 수 있다. S/N이 0 dB 이상이 될 때에는 제안된 방법이 MUSIC에 비해서 우수하긴 하지만 두방법의 오차의 차이가 2° 이내를 유지한다.

하지만 S/N 이 0 dB 이하로 내려가게 되면 제안된 방법을 이용하면, S/N의 변화에 크게 좌우되지 않고 거의 일정한 작은 예측오차를 갖게됨을 알 수 있다.

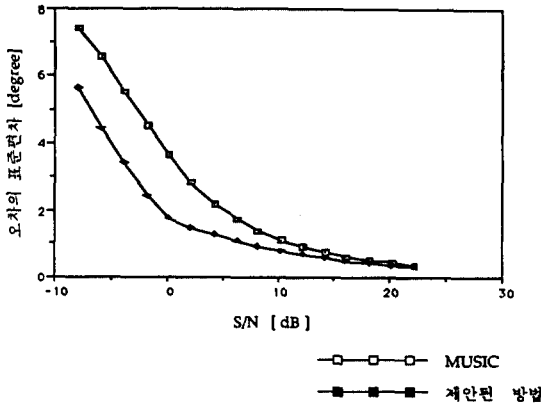


그림 5. MUSIC과 제안된 방법을 사용하여 구한 S/N의 변화에 따른 도래방향각 오차의 표준편차, Q=3 이고 Sensor 잡음간에는 40% 상관관계가 있음.

Fig. 5. Standard deviation of the direction error in terms of S/N for MUSIC and proposed method with 40% sensor noises, Q=3.

표 2. MUSIC과 제안된 방법을 사용하여 구한 S/N의 변화에 따른 도래방향각 오차의 표준편차, Q=3 이고 Sensor 잡음간에는 40% 상관관계가 있음

Table 1. Standard deviation of the direction error in terms of S/N for MUSIC and proposed method with 40% correlated sensors noises, Q=3.

방법 S/N[dB]	MUSIC	제안된 방법
-7.78	7.437	5.625
-5.78	6.561	4.411
-3.78	5.537	3.402
-1.78	4.525	2.407
0.22	3.628	1.750
2.22	2.834	1.457
4.22	2.181	1.247
6.22	1.702	1.067
8.22	1.354	0.914
10.22	1.092	0.784
12.22	0.894	0.669

14.22	0.740	0.569
16.22	0.618	0.488
18.22	0.518	0.419
20.22	0.435	0.357
22.22	0.366	0.306

3-4. 서로 근접해 있는 Multiple Source 들의 도래 방향각 예측

이 단원에서는, 제안된 방법과 MUSIC을 이용하여 비교적 높은 S/N에서 Multiple Source들의 도래 방향각 예측을 수행한 결과를 비교하였다. 높은 S/N을 택한 이유는, MUSIC을 이용하여 낮은 S/N에서 서로 가까이 위치한 Source들의 도래방향각 예측을 수행시에는 오차가 크게 되거나정확한 Source 갯수를 검출해 내지 못할 경우가 많기 때문이다.

두개의 평면파가  $\theta_1=5^\circ$  와  $\theta_2=12^\circ$  의 도래방향각을 가지고 도래할때, S/N=10.9dB 이고 Sensor에 부가되는 Gaussian Noise 들이 Sensor 간에 서로 Uncorrelated 되어 있는 세개의 Sensor 를 가진 Sensor Array 를 이용하여 30번의 독립적인 예측을 수행 (30 Independent Runs) 한 결과가 표3 에 얻어졌다. 여기서 쉽게 알 수 있듯이, 실제 값과 예측시의 오차의 평균치, 표준편차, 또한 r.m.s.(Root-Mean-Square) 값을 비교할때, 제안된 방법이 MUSIC 에 비해 모든 경우에 있어서 우수한 결과를 보여 준다.

표 3. MUSIC과 제안된 방법을 사용하여 구한 실제 값과 오차의 평균치, 표준편차, r.m.s. 값의 비교, 여기서  $\theta_1=5^\circ$ ,  $\theta_2=12^\circ$ , Sensor 숫자=3, S/N=10.97dB, 30 Runs.

Table 1. Mean, std., and rms. value of the direction error of MUSIC and proposed method for two sources  $\theta_1=5^\circ$ ,  $\theta_2=12^\circ$ , with 3 uncorrelated sensor noises, S/N=10.97dB, N=256, using 30 runs..

도래 각	$\theta_1=5^\circ$		$\theta_2=12^\circ$	
	MUSIC	제안된방법	MUSIC	제안된방법
오차종류[도]				
오차의 평균치	0.86	0.61	0.83	0.02
오차의 표준편차	0.21	0.07	0.35	0.10
오차의 r.m.s. 값	0.89	0.61	0.90	0.10



#### IV. 결 론

본 논문에서는 Array signal Processing의 중요한 응용분야의 하나인 도래방향각 예측 방법중에서 낮은 S/N의 상황, Multiple Source들이 서로 근접해 도래하는 상황, Sensor Noise들 간에 서로 상관관계가 있는 상황들에서 고해상도를 지니는 새로운 방법을 제안하여 위에 언급한 상황별로 기존의 방법들과 비교 및 분석을 하였다.

먼저 제안된 방법을 위한 이론적인 수신진개를 통해, 이의 효율성을 정립하고 Algorithm의 체계를 세운후에, 위에 열거한 여러가지 상황별로 기존의 도래방향각 예측방법중 대표적인 방법을 택하여 서로의 장단점을 비교하고 분석한 결과, 제안된 방법이 특히 낮은 S/N의 상황, 서로 근접해 존재하는 Multiple Source들의 상황, 또한 Sensor Noise들간에 서로 상관관계가 존재하는 상황들에서 기존의 방법들에 비해 우수한 도래방향각 예측특성을 보임을 알 수 있다.

실제적으로 우리나라와 같은 특수한 지리적 지정학적 위치에 있는 나라에서는, 어군탐지, 적군의 탐지 등 민간 및 군사적인 목적 뿐만 아니라 사회치안 유지 등의 목적등을 위해 이용될 수 있는 고해상도의 도래방향각 예측방법을 우리 실정에 알맞도록 독자적으로 개발하는 것은 필수적인 일로서, Source signal의 갯수 간격, noise 상관관계와 S/N, 그리고 S/N 과 계산된 도래방향각 예측오차의 한계를 규정하는 further research를 통하여 본연구에서 제안된 방법을 실용화 하므로써 그를 위해 일익을 담당할 수 있을 것으로 기대된다.

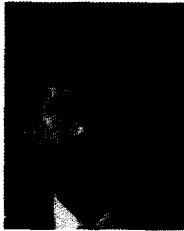
본 연구는 체신부, 한국전기통신공사의 후원으로 '91 통신 학술연구비 지원에 의하여 이루어 졌습니다.

#### 참 고 문 헌

1. H. Cox, "Resolving Power and Sensitivity to Mismatch of Optimum (Line) Array Processor," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 54, 771-785, 1973.
2. D. E. Dudgeon, "Fundamentals of digital Array

- Processing," Proc.IEEE, Vol. 65, 898-904, 1977.
3. S. Haykin, in S. Haykin (ed.), Array Signal Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1985.
4. N. L. Owsely, "Sonar Array Processing," in S. Haykin (ed.), Array Signal Processing, Prentic Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1985.
5. S. Haykin, ed., Nonlinear Methods of Spectral Analysis(2nd ed.), Springer-Verlag, New York, 1983.
6. S. M. Kay and S. L. Marple, Jr., "Spectrum analysis-A Modern Perspective," Proc. IEEE, Vol. 69, 1380-1419, 1981.
7. R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing, Vo ASSP-37, No.7, 984-995, 1989.
8. R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath, "Method for Estimating Signal Source Locations and Signal Parameters Using an Array of Signal Sensor Pairs," United States Patent Patent No. 4, 750,147, 1988.
9. J. P. Burg, "The Relationship between Maximum Entropy and Maximum Likelihood Spectra," Geophysics, Vol, 37, 375-376, 1972.
10. J. Capon, "High Resolution Frequency Wavenumber Spectrum Analysis," Proc. IEEE, Vol. 57, 1408-1418, 1969.
11. E. H. Satorius and J. R. Zeider, "Maximum Entropy Spectral Analysis of Multiple Sinusoids in Noise," Geophysics, Vol. 43, 111-118, 1978.
12. M. Quirk and B. Liu, "On the Resolution of Autoregressive Spectral Estimation," Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing, 1095-1097, 1983.
13. R. O. Schmidt, "A Signal Subspace Approach to Multiple Source Location and Spectral Estimaition," Ph. D. Dissertation, Stanford University, Stanford, CA, 1981.
14. R. O Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimaition," IEEE

- Trans. Antennas and Propagation, Vol. AP-34, 276-280. 1986.
15. 이 일 근, "일반적인 센서잡음상관에 이용되는 도래방향각 예측방법," 한국통신학회 논문지, 제 17권 4호, 379-386, 1992.
16. A. Papoulis, Signal Analysis, McGraw-Hill, New York, 1977.



李 一 根(Il Keun Rhee) 正會員

1959年 9月 27日生

1982年 2月:慶北大學校 電子工學  
科(工學士)

1986年 6月:美國 Oregon State  
University 電子工學  
科(工學碩士)

1990年 2月:美國 Oregon State  
University 電子工學  
科(工學博士)

1990年 3月~現在:韓南大學校 電子工學科 助教授

※主關心分野: Digital Signal Processing, Digital Filtering, Mobile Satellite Communications, and Random Processes.