

차동복조에 의한 MSK 및 GMSK의 성능개선

正會員 鄭 宇 喆* 正會員 韓 榮 烈*

Performance Improvement of MSK and GMSK by
Differential DemodulationWoo Chul Chung*; Young Yeal Han* *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 기존 차동 복조기의 k개의 연속적인 출력과 k비트 지연된 차동 복조기 출력간의 관계를 MSK 및 GMSK 시스템에 대하여 고찰하였다. MSK 및 GMSK 신호에 대한 k비트 지연 회로를 사용한, k차 복조기의 출력은 기존 차동 복조기의 k개의 연속적인 출력의 곱이다. 이를 수학적인 과정을 통하여 증명하였으며 이러한 관계를 이용하여 Makrakis가 제시한 2비트 지연기를 사용하여 성능을 개선시킬 수 있는 수신기구조를 임의의 비트 지연기를 사용할 수 있는 수신기 구조를 일반화시켰다. 제안된 방식의 오울 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 행하였으며 성능 개선이 됨을 알 수 있었다.

ABSTRACT

In this paper, the relationship between k consecutive outputs of the conventional differential detector and output of differential detector with k-bit delayer for MSK and GMSK system is investigated. It is shown that the output of k-th order detector for MSK and GMSK signal, using a k-bit delay circuit, is the product of k successive output of the conventional differential detector. This relationships are used to generalize the structure of receiver which was proposed by Makrakis using 2-bit delay line. The error rate performance of the proposed method is carried out by computer simulation and significant performance improvement is achieved for differential MSK and GMSK system.

I. 서 론

차동 복조(differential detection)는 수신된 신호와 1비트 지연된 신호와의 위상차를 검출하여 본래

송신된 신호를 알아내는 복조방법이다. 차동 복조는 동기 복조(coherent detection)방법에 비하여 반송파 재생이 필요치 않아 이동 통신에 나타나는 페이딩 채널에서와 같이 반송파 재생이 어려운 환경에서 복조방법으로 거론되고 있다.^[1,2] 차동 복조 방법은 반송파 재생 회로(carrier recovery circuit)가 필요없어 장치화가 간편하다는 장점을 가지고 있으나 동기

*漢陽大學校 電子通信科
Dept. of Electronic Communication Engineering
Han Yang Univ.
論文番號 : 93-60

복조보다 성능이 저하되는 단점을 가지고 있다. 차동 복조 방식은 DPSK나 DMSK 방식에 복조 방법으로 사용할 수 있으며 이 중 MSK는 변조지수 0.5의 주파수 변조로 대역폭 효율이 우수한 특성을 나타내고 있다. 또한 GMSK는 변조단에서 기저대역 신호에 가우시안 저역 필터를 이용하여 대역폭을 보다 줄일 수 있다.^[3]

본 논문에서는 DMSK와 DGMSK에서 여러개의 지연회로를 사용하여 성능을 개선하는 방안을 제안한다. 2장에서 DMSK와 DGMSK의 변복조에 대하여 간략히 고찰하고 3장에서 기존 차동복조기의 출력과 k비트 지연회로를 가진 차동복조기 간의 관계를 규명한다. 4장에서는 3장에서 규명한 관계를 이용하여 새로운 수신기 구조를 제안하였다. 제안된 새로운 수신기의 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교, 분석하고 마지막으로 결론을 맺는다.

II. DMSK와 DGMSK 변복조

MSK 변조기에는 병렬형과 직접 주파수변조를 실행하는 직렬형이 있는데 직렬형은 빠른 데이터 전송 속도를 낼 수 있으며 병렬형에 비해 회로가 간단하기 때문에 본 논문에서는 직렬형의 변조기를 사용해 연구하였다.^[4] MSK 변조기의 블럭다이어그램을 그리면 다음과 같다.

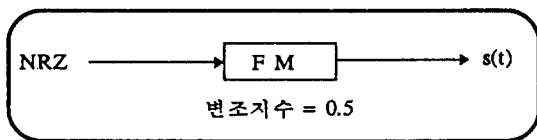


그림 2-1. MSK 변조기의 블럭다이어그램
Fig. 2-1. Block Diagram of MSK Modulator.

MSK 변조기의 출력인 MSK 신호 $s(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.^[5]

$$s(t) = A \cos [\omega_c t + 2\pi f_d \int_0^t x(\lambda) d\lambda], \quad t \geq 0 \quad (1)$$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cdot p(t - kT_b), \quad a_k = \pm 1 \quad (2)$$

A는 상수로 임의의 진폭을 나타내며 f_c 는 반송 주파

수를 a_k 는 NRZ 형태로 입력된 -1이나 +1의 값을 갖는 k번째 데이터를 나타낸다. 그리고 f_d 는 주파수 편이상수(frequency deviation constant), T_b 는 비트길이이고, $p(\lambda - kT_b)$ 는 다음과 같다.

$$p(\lambda - kT_b) = \begin{cases} 1, & kT_b < \lambda < (k+1)T_b \\ 0, & \text{기타} \end{cases} \quad (3)$$

(1)식에서 $x(\lambda)$ 를 적분하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$s(t) = A \sum_{k=0}^{\infty} \cos [\omega_c t + \phi_k + 2\pi f_d a_k (t - kT_b)] p(t - kT_b) \quad (4)$$

$$\phi_k = 2\pi f_d T_b \sum_{j=0}^{k-1} a_j \quad (5)$$

이 때 $f_d = \frac{1}{4T_b}$ 일 때 출력신호를 MSK 신호라 부른다.

(4)식을 $kT_b < t < (k+1)T_b$ 구간만을 표시하면 다음과 같다.

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + a_k \frac{\pi t}{2T_b} + \phi_k) = A \cos(2\pi f_c t + \theta(t)) \quad (6)$$

$$\theta(t) = a_k \frac{\pi t}{2T_b} + \phi_k \quad (7)$$

$$\phi_k = \frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{k-1} a_j \quad (8)$$

식 (4)에 의하여 입력된 데이터에 따라 데이터가 +1일 경우에는 $+90^\circ$, -1일 경우에는 -90° 의 위상 변화를 갖게 된다. MSK의 차동 복조기의 블럭도는 다음과 같다.

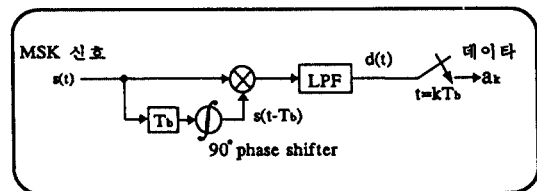


그림 2-2. Differential MSK 복조기.
Fig. 2-2. Differential MSK Demodulator.

여기서 MSK신호 $s(t)$ 와 1비트 지연된 신호 $s(t-T_b)$ 와 곱하여지면

$$s(t)s(t-T_b) = A\cos(\omega_c t + \theta(t))A\cos(\omega_c(t-T_b) + \theta(t-T_b))$$

$$= A^2/2[\cos(2\omega_c t - \omega_c T_b + \theta(t) + \theta(t-T_b)) + \cos(\omega_c T_b + \theta(t) - \theta(t-T_b))]$$

가 되며 진폭이 1이라면 저역파기를 통과한 신호는 고주파 성분을 제거하여 다음과 같이 된다.

$$d(t) = \sin(\omega_c T_b + \theta(t) - \theta(t-T_b)) \quad (9)$$

f_c 를 $\frac{k}{T_b}$ 라고 놓으면 식 (9)는 식 (10)과 같이 된다.

$$d(t) = \sin(\theta(t) - \theta(t-T_b)) \quad (10)$$

이렇게 차동 복조된 신호 $d(t)$ 를 $t=kT_b$ 마다 샘플링하면 원래 데이터 a_k 를 얻을 수 있다. MSK 변조기 전에 가우시안 기저 대역 저역 여파기를 부가시킴으로써 GMSK 신호를 만들 수 있다. GMSK 변조기의 블럭다이어그램은 그림 2-3과 같다.

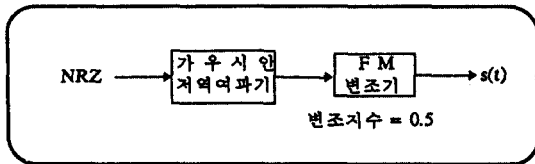


그림 2-3. GMSK 변조기의 블럭다이어그램.
Fig. 2-3. Block Diagram of GMSK Modulator.

여기서 사용된 가우시안 기저 대역 저역 여파기의 임펄스 응답은 다음과 같다.^[6]

$$h(t) = A \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B \exp\left\{-\frac{2(\pi B t)^2}{\ln 2}\right\} \quad (11)$$

B는 3dB 대역폭이고 A는 임의의 상수이다. $h(t)$ 의 푸리에 변환(Fourier Transform)은 다음과 같다.

$$H(f) = A \exp\left\{-\left[\frac{f}{B}\right]^2 \frac{\ln 2}{2}\right\} \quad (12)$$

가우시안 여파기(Gaussian Filter)를 통과해 변조기의 입력이 되는 신호 $g(t)$ 는

$$g(t) = a(t) * h(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) a(t-\tau) d\tau$$

$$= \frac{A}{2} \left[\operatorname{erf}\left[-\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \pi B \left[t - \frac{T}{2}\right]\right] + \operatorname{erf}\left[\sqrt{\frac{2}{\ln 2}} \pi B \left[t + \frac{T}{2}\right]\right] \right], t > 0 \quad (13)$$

이 되는데 $a(t)$ 는 단위 구형 펄스를 $\operatorname{erf}(\cdot)$ 는 에러 함수(error function)를 나타낸다. 변조기 출력인 GMSK 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s(t) = \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \quad (14)$$

여기서

$$\phi(t) = 2\pi f_d \int_{-\infty}^t \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(v-kT) dv, \quad a_k = \pm 1 \quad (15)$$

이다.

GMSK의 차동 복조기로 그림 2-2와 동일한 MSK 차동 복조기를 사용하면 원래의 데이터를 얻을 수 있으나 MSK보다 성능이 저하된다.

MSK의 위상 변화를 시간에 대해 그려보면 단편적으로는 선형이 되어 각 비트 간격 동안 정확히 $\pi/2$ 만큼 증가하거나 감소하게 된다. 양의 기울기를 가진 선은 1을 나타내고 음의 기울기를 가진 선은 0을 나타낸다.

그림 2-4는 입력 데이터가 1101000111일 때 MSK와 $BT=0.3$ 인 GMSK의 위상변화를 보여 주고 있다. MSK의 경우 T_b 의 기수배인 순간에는 $\pm 90^\circ, \pm 270^\circ \dots$ 의 값을, 우수배일 때는 $0^\circ, \pm 180^\circ$,

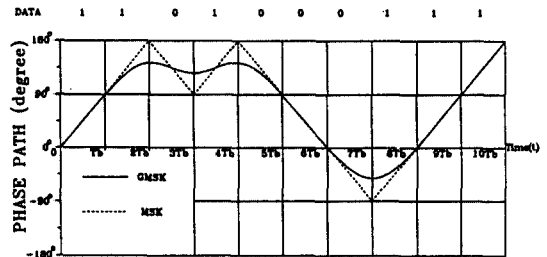


그림 2-4. MSK와 GMSK의 위상경로.
Fig. 2-4. Phase Path of MSK and GMSK.

$\pm 360^\circ, \dots$ 의 값 등을 갖고 있음을 알 수 있다. 이러한 고찰은 MSK를 동기복조할 때 T_b 의 기수배일 때는 sine함수를 취하여 ± 1 의 값을 얻을 수 있고 우수배일 때는 cosine함수를 취하여 ± 1 의 값을 가지고 복조할 수 있다.^[7]

Ⅲ. 1차 차동 복조기 출력과 k차 차동 복조기 출력과의 관계

1비트 지연된 신호와 입력된 신호를 곱하여 저역여파기를 통하여 송신된 신호를 복조하는 기존 복조기를 1차 차동 복조기라 부르도록 한다. 여기서 1차는 1비트 지연회로를 사용하였다는 의미이며 k차 차동 복조기는 k비트 지연된 신호와 수신된 신호를 곱하여 저역여파기를 통하여 나오는 장치를 말한다. 이

장에서는 일반적인 1차 차동 복조기의 출력과 k차 차동 복조기의 출력사이의 관계를 알아 보고자 한다. 2장에서 말한 바와 같이 샘플링 순간이 T_b 의 기수배일 때는 sine함수를 취하여야 ± 1 의 값이 나오고 T_b 의 우수배일 때 cosine함수를 취하여야 ± 1 이 나오는 점을 감안하여 1차 차동 복조기와 k차 차동 복조기 사이에 다음 관계를 얻을 수 있다.

그림 3-1은 기존 복조기(1차 차동 복조기) 출력의 연속적인 곱과 현재 수신 신호와 k비트 만큼 지연된 신호로 구성(k차 차동 복조기)된 출력간의 관계를 나타낸다.

PC는 승적기(multiplier)와 저역여파기로 구성된 위상 비교기(phase comparator)이다. inverter는 입력이 +1일 때는 -1을 출력시키고 입력이 -1일 때는 +1을 출력시키는 부호반전기이다. 일반적으로 1차 차동 복조기의 출력과 k차 차동 복조기의 출력의 관계는 표 3-1로 요약하여 표현할 수 있다.

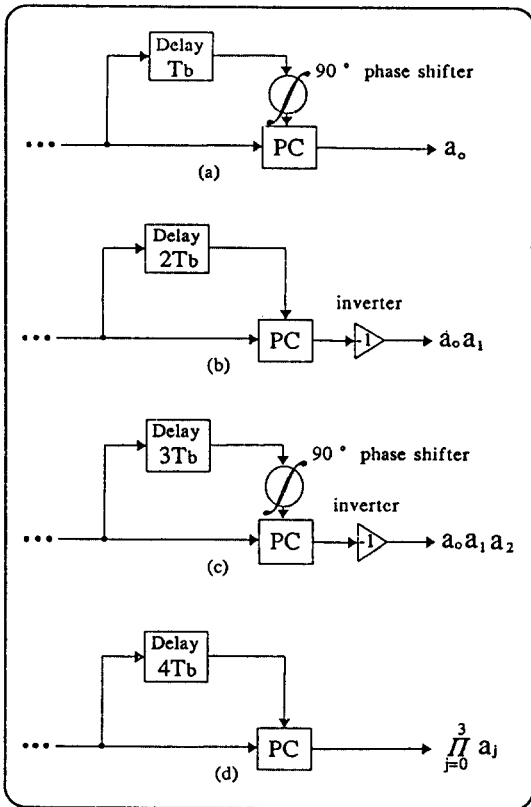


그림 3-1. 지연기(delayer)로 구성된 차동 복조기.
Fig. 3-1. Differential Demodulator with Delayer.
(b),(c)inverter 있는 경우., (b),(c)with inverter.
(a),(d)inverter 없는 경우., (a),(d)without inverter.

표 3-1. 1차 차동 복조기의 출력과 k차 차동 복조기의 출력과의 관계.

Table 3-1. Relationship of 1st order Differential Demodulator's Output and k-th order Differential Demodulator's Output.

구 분	검파기 차수	k차 검파기 출력
(a)	$1 + 4(n-1)$	$\prod_{j=0}^{4(n-1)} a_{k-j}, n \geq 1$
(b)	$2 + 4(n-1)$	$-\prod_{j=0}^{1+4(n-1)} a_{k-j}, n \geq 1$
(c)	$3 + 4(n-1)$	$-\prod_{j=0}^{2+4(n-1)} a_{k-j}, n \geq 1$
(d)	$4 + 4(n-1)$	$\prod_{j=0}^{3+4(n-1)} a_{k-j}, n \geq 1$

[정리 1] MSK의 위상관계에서 다음의 관계식이 성립한다.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{2p} a_{k-j}\right) = 0 \quad (16)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{2p+1} a_{k-j}\right) = 0 \quad (17)$$

a_{k-j} 는 임의의 데이터로서 +1 또는 -1이며 p는 임의의 양의 정수(positive integer)이다.

<증명>

준식 (16)은

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{2p} a_{k-j}\right) \\ = \cos\left[\frac{\pi}{2} (a_k + a_{k-1} + a_{k-2} \cdots + a_{k-2p})\right] \end{aligned} \quad (18)$$

로 표현되며 데이터 a_k 열(sequence)은 +1 또는 -1의 값을 가지므로 a_k 열 중 $r(0 \leq r \leq (2p+1))$ 개가 +1이면 $(2p+1-r)$ 개가 -1의 데이터값을 갖게 된다.

그러므로 준식 (16)은

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{2p} a_{k-j}\right) &= \cos\left[\frac{\pi}{2} (r \cdot (+1) + (2p+1-r) \cdot (-1))\right] \\ &= \cos\left[\frac{\pi}{2} (2r-2p-1)\right] \\ &= \cos\left[\frac{\pi}{2} (2(r-p)-1)\right] \\ &= \cos\left[(r-p)\pi - \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

삼각함수의 법칙을 사용하여 풀면

$$\begin{aligned} &= \cos[(r-p)\pi] \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin[(r-p)\pi] \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 0 \text{이며 } (r-p) \text{는 정수이므로 } \sin[(r-p)\pi] \\ &= 0 \text{이다. 그러므로} \end{aligned}$$

$$\cos[(r-p)\pi] \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin[(r-p)\pi] \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

되어 준식(16)

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{2p} a_{k-j}\right) = 0$$

은 항상 성립한다.

같은 방법으로 식 (17)이 성립함을 증명할 수 있다.

[정리 2]MSK에서 $m=1, 2, 3, 4, n \geq 1$ 일 때 $[m+4(n-1)]$ 차 차동 복조기의 출력과 1차 차동 복조기의 출력사이에는 다음 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(n-1))]})) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(n-1)} a_{k-j}\right) \\ &= \prod_{j=0}^{1+4(n-1)} a_{k-j} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \cos(\phi_k - \phi_{[k-(2+4(n-1))]})) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{1+4(n-1)} a_{k-j}\right) \\ &= \prod_{j=0}^{1+4(n-1)} a_{k-j} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sin(\phi_k - \phi_{[k-(3+4(n-1))]})) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{2+4(n-1)} a_{k-j}\right) \\ &= \prod_{j=0}^{2+4(n-1)} a_{k-j} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \cos(\phi_k - \phi_{[k-(4+4(n-1))]})) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{3+4(n-1)} a_{k-j}\right) \\ &= \prod_{j=0}^{3+4(n-1)} a_{k-j} \end{aligned} \quad (23)$$

<증명>

먼저 식 (20)의 경우를 수학적 귀납법으로 증명한다. 식 (8)에서

$$\phi_k = \frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{k-1} a_j$$

ϕ_k 의 값은 먼저 데이터 a_0, a_1, \dots, a_{k-1} 을 더한 것에 $\pi/2$ 를 곱한 것이므로 $\phi_k - \phi_{k-1}$ 의 값은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_k - \phi_{k-1} = \frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{i-1} a_{k-j} \quad (24)$$

양변에 sine을 취하면

$$\sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(n-1))]})) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(n-1)} a_{k-j}\right) \quad (25)$$

가 되며 $n=1$ 일 때는

$$\begin{aligned} \sin(\phi_k - \phi_{k-1}) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) \\ &= a_k \end{aligned} \quad (26)$$

이므로 1차 차동 복조기의 출력이다.

차동 복조기의 차수가 $[1+4(n-1)]$ 이면 n 값에 따라 1, 5, 9, ...의 차동 복조기가 되므로 $n=1,$

$n=2$ 일 때를 증명하고 $n=p$ 일 때 관계식이 성립한다 가정하고 $n=p+1$ 일 때 준 식 (20)이 성립함을 증명한다.

i) $n=1$:

$$\begin{aligned} \sin(\phi_k - \phi_{k-1}) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) \\ &= a_k \end{aligned} \quad (27)$$

ii) $n=2$:

$$\begin{aligned} \sin(\phi_k - \phi_{k-5}) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^4 a_{k-j}\right) \\ &= \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^1 a_{k-j}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=2}^4 a_{k-j}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^1 a_{k-j}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=2}^4 a_{k-j}\right) \right] \\ &= \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} a_{k-1}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} a_{k-1}\right) \right] \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=2}^4 a_{k-j}\right) \\ &\quad + \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} a_{k-1}\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} a_{k-1}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=2}^4 a_{k-j}\right) \end{aligned}$$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) = 0$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} a_k\right) = a_k$ 이므로

$$\begin{aligned} &= -a_k \cdot a_{k-1} \cdot \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} a_{k-2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=3}^4 a_{k-j}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\frac{\pi}{2} a_{k-2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=3}^4 a_{k-j}\right) \right] \\ &= -a_k \cdot a_{k-1} \cdot a_{k-2} \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} a_{k-3}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} a_{k-4}\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin\left(\frac{\pi}{2} a_{k-3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} a_{k-4}\right) \right] \\ &= a_k \cdot a_{k-1} \cdot a_{k-2} \cdot a_{k-3} \cdot a_{k-4} \\ &= \prod_{j=0}^4 a_{k-j} \end{aligned} \quad (28)$$

$n=p$ 일 때

$$\begin{aligned} \sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(p-1))]})) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) \\ &= \prod_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j} \end{aligned} \quad (29)$$

가 성립한다고 가정하고 $n=p+1$ 일 때 식 (20)이 성립함을 증명한다.

iii) $n=p+1$ 일 때 :

$$\sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(p+1))]})) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4p} a_{k-j}\right) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4p} a_{k-j}\right) &= \sin\left[\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j} + \frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+1}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right] \\ &= \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+1}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+1}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right] \\ &\quad \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) = \prod_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j} \quad \text{이며} \end{aligned}$$

[정리 1]에서

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) = 0 \quad \text{이다.}$$

그러므로

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4p} a_{k-j}\right) &= \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+1}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right] \\ &= \prod_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j} \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-(4(p-1)+1])}\right) \right. \\ &\quad \left. \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+2}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-(4(p-1)+1])}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+2}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right] \\ &= \prod_{j=0}^{4(p-1)+1} a_{k-j} \cdot \left[-\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-(4(p-1)+2])}\right) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+3}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-(4(p-1)+2])}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=4(p-1)+3}^{4(p-1)+4} a_{k-j}\right) \right] \right] \\ &= \prod_{j=0}^{4(p-1)+2} a_{k-j} \cdot \left[-\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-(4(p-1)+3])}\right) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cos\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-4(p-1)+4]}\right) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sin\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-(4(p-1)+3])}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} (a_{[k-4(p-1)+4]}\right) \right) \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \prod_{j=0}^{4(p-1)+4} a_{k-j} \\
 &= \prod_{j=0}^{4p} a_{k-j} \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(p+1-1))]})) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4p} a_{k-j}\right) \\
 &= \prod_{j=0}^{4p} a_{k-j}
 \end{aligned}$$

가 되어 $n=p+1$ 인 경우에 식 (20)은 성립하며 이는 $n=p$ 일 때에 가정한

$$\begin{aligned}
 \sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(p+1-1))]})) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}\right) \\
 &= \prod_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j}
 \end{aligned}$$

의 성립을 전제로 한 것이므로

$$\begin{aligned}
 \sin(\phi_k - \phi_{[k-(1+4(n-1))]})) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \sum_{j=0}^{4(n-1)} a_{k-j}\right) \\
 &= \prod_{j=0}^{4(p-1)} a_{k-j} \quad (20)
 \end{aligned}$$

은 언제나 성립한다.

같은 방법으로 $[2+4(n-1)]$, $[3+4(n-1)]$ 그리고 $[4+4(n-1)]$ 차 차동 복조기의 관계식을 증명할 수 있다.

위의 식 (20), (21), (22), (23)은 1차 및 k차 차동 복조기의 출력간의 관계를 나타내는 것으로 $[2+4(n-1)]$, $[3+4(n-1)]$ 차 차동 복조기의 경우는 1차 차동 복조기 출력의 연속적인 곱의 부호를 반전시키면 k차 차동 복조기의 출력과 같다. 4장에서는 이 관계를 이용하여 오율 성능을 개선시킬 수 있는 수신기 구조를 제안한다.

IV. 수신기 구조 및 컴퓨터 시뮬레이션

a_k 의 추정치(estimated value) \hat{a}_k 가 입력 심볼 a_k 에 대한 정보를 갖는 1차 및 2차 차동 복조기의 출력에서 얻을 수 있다^[8]는 이론적 고찰에 기초하여 제환을 보유한 수신기 구조를 제안한다.

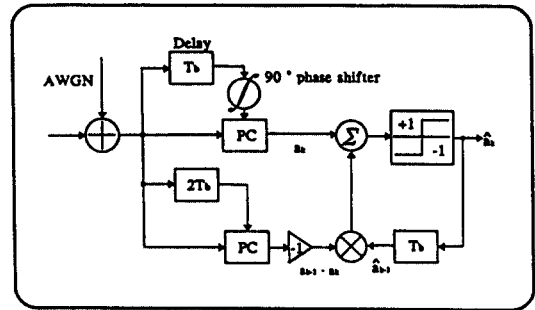
잡음이 없는 경우 추정치 \hat{a}_k 는

$$\hat{a}_k = \text{sgn}[a_k + \hat{a}_{k-1}(\hat{a}_{k-1} \cdot a_k)] \quad (32)$$

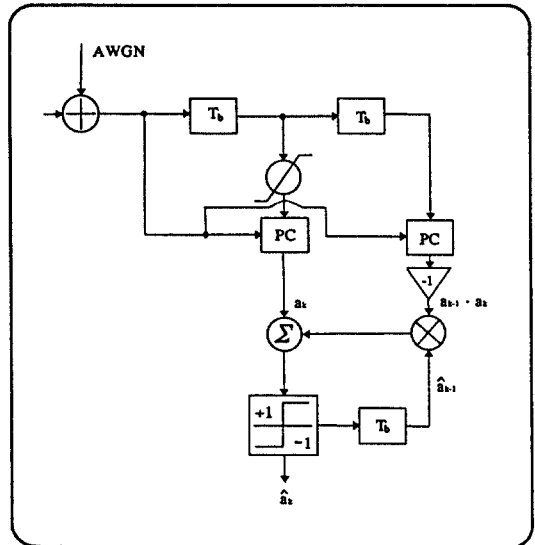
로 되며 $\text{sgn}(x)$ 는 판정(decision)이 x의 부호에 따라 $x > 0$ 이면 1, $x < 0$ 이면 -1이 되는 부호 함수이다. a_k 는 잡음이 없을 경우 1차 복조기의 출력이며 \hat{a}_{k-1} 은 +1 또는 -1을 갖는 이전 심볼 a_{k-1} 의 추정치이다. $(a_{k-1} \cdot a_k)$ 은 2차 복조기의 출력이므로 잡음이 없는 경우 $\hat{a}_{k-1} = a_{k-1}$ 이고 $\hat{a}_{k-1} \cdot a_{k-1} = 1$ 이므로 \hat{a}_k 는

$$\hat{a}_k = \text{sgn}(2a_k) \quad (33)$$

이 된다. a_k 는 +1 또는 -1이므로 $2a_k$ 는 +2 또는 -2의 값을 갖는다. 일반적으로 비트오율은 두 출력



(a)



(b)

그림 4-1. 2차 차동 복조기를 갖는 수신기.

Fig. 4-1. Receiver Structure with 2nd Order Differential Demodulator.

간의 거리의 함수이다. 따라서 두 개의 출력간의 거리의 증가에 따라 비트오율은 감소한다.^[9] 식 (24)의 기능을 갖는 수신기 구조는 그림 4-1에 나타나 있다. 하드리미터의 입력은 임계값과 비교하여 출력은 두 상태(+1, -1)로 구분된다.

이 과정을 k차 차동 복조기를 사용하여 일반화하면

$$\hat{a}_k = \text{sgn}[a_k + \hat{a}_{k-1} \cdot (a_{k-1} \cdot a_k) + \hat{a}_{k-1} \cdot \hat{a}_{k-2} \cdot (a_{k-2} \cdot a_{k-1} \cdot a_k) + \dots + \hat{a}_{k-1} \cdot \hat{a}_{k-2} \dots \hat{a}_{k-n} \cdot (a_{k-n} \dots a_{k-1} \cdot a_k)] \quad (34)$$

으로 확장된다. 잡음이 없는 경우 \hat{a}_k 는

$$\hat{a}_k = \text{sgn}[n \cdot a_k] \quad (35)$$

이 된다. 제안한 D(G)MSK 수신기의 일반화된 형태는 그림 4-2와 같이 표현할 수 있다.

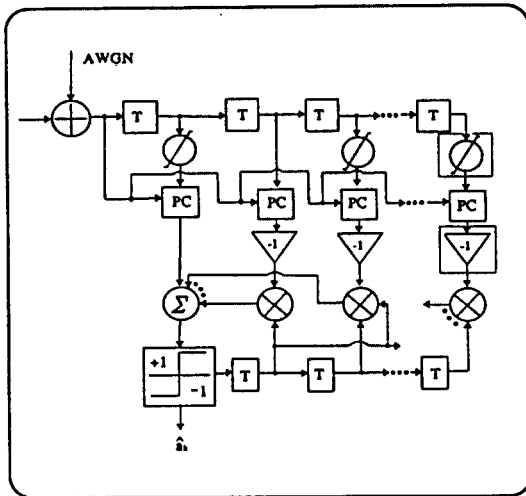


그림 4-2. k차 차동 복조기를 갖는 수신기.
Fig. 4-2. Receiver Structure with k-th Order Differential Demodulator.

그림 4-2에서 점선은 복조기 차수에 따라 결정됨을 의미한다.

위의 k차 차동 복조기를 사용한 오율식 유도는 매우 복잡하므로 컴퓨터 시뮬레이션을 행하여 성능을 분석하였다.

가우시안 잡음에 의한 위상 오차의 확률 밀도 함수(pdf: probability density function)는 식 (34)^[10]로 표시되며 그림 4-3과 같은 형태를 갖는다.

$$f(\phi) = \frac{e^{-R}}{2\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{\pi}} \exp(-R \cdot \sin^2 \phi) \cdot \cos \phi \cdot (1 + \text{erf}(\sqrt{R} \cdot \cos \phi)) \quad (-\pi \leq \phi \leq \pi) \quad (36)$$

ϕ 는 가우시안 잡음에 의한 위상 오차이며 R은 신호 대잡음비이다.

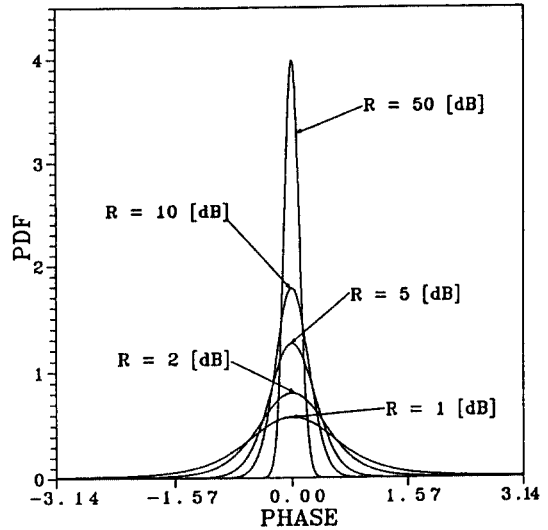


그림 4-3. 위상 오차의 확률 밀도 함수.
Fig. 4-3. Probability Density Function of Phase Error.

데이터는 발생이 용이한 PN 부호 발생기를 사용하였으며 위상오차 ϕ 의 난수(random number)를 구하기 위하여 선택거부법(acceptance-rejection method)을 사용하여 랜덤 오차 위상을 발생시켰다.

선택거부법은 $f(x)$ 가 각각 상·하한 $[a, b]$ 와 최대값 c 를 갖고 그의 누적 분포함수를 구하기 어려울 때 적용가능하다. 누적분포함수를 구할 수 없을 때 선택거부법은 원하는 확률밀도함수의 난수 발생을 위한 편리한 방법으로 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 두개의 서로 독립이며 균일 분포를 갖는 변수 U_1, U_2 값을 계산한다.
- 2) $X_0 = a + U_1(b-a), Y_0 = cU_2$ 를 계산한다.

3) 만일 $Y_0 \leq f(X_0)$ 이면 X_0 를 받아들이고 $Y_0 > f(X_0)$ 이면 새로운 변수로 위 과정을 반복한다.

랜덤 위상오차를 발생시킨 후 지연회로를 거쳐 나온 신호와 수신신호에 각기 랜덤 위상을 더하여 주어 올바른 판정영역에 있으면 옳게 복조되고 그렇지 않으면 오차가 발생하는 것으로 하였다. 이렇게 하여 시뮬레이션한 결과는 1차 복조기의 성능은 MSK의 오율식과 동일하였다. 지연복조기를 추가하므로써 점차로 성능이 개선됨을 그림 4-4에서 보여주고 있다. 그리고 GMSK에서는 현재 데이터의 전후로 4비트의 영향을 고려한 위상을 구하여 시뮬레이션하였다.

위의 방법을 이용해 얻은 오차가 발생한 데이터와 본래 PN 코드를 비교하여 성능 개선회로를 부가하지 않았을때의 오율을 측정하고 오차가 발생한 데이터를 사용해 개선 회로를 거쳐 나온 데이터와 PN 코드를 비교해 개선회로를 부가했을때의 오율을 측정하였다.

MSK의 경우 이론적인 동기 및 차동 복조때의 오율과 컴퓨터 시뮬레이션을 이용해 얻은 오율들을 그림 4-4에 나타냈다. GMSK의 경우 BT가 0.2, 0.3 및 0.5일때의 오율을 그림 4-5, 그림 4-6 및 그림 4-7에 보였다.

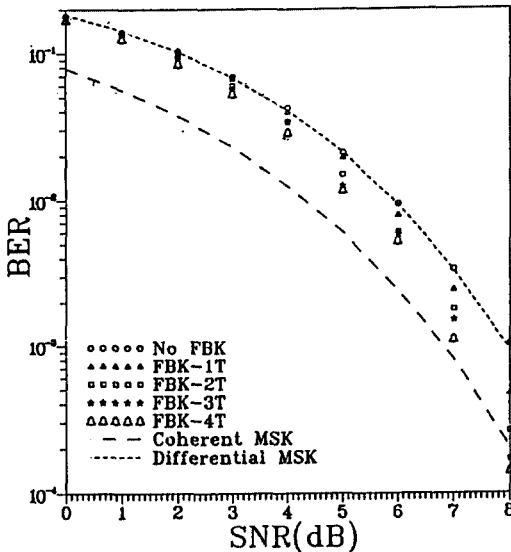


그림 4-4. 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 DMSK 오율의 측정.
Fig. 4-4. Error Rate Performance of DMSK System by Computer Simulation.

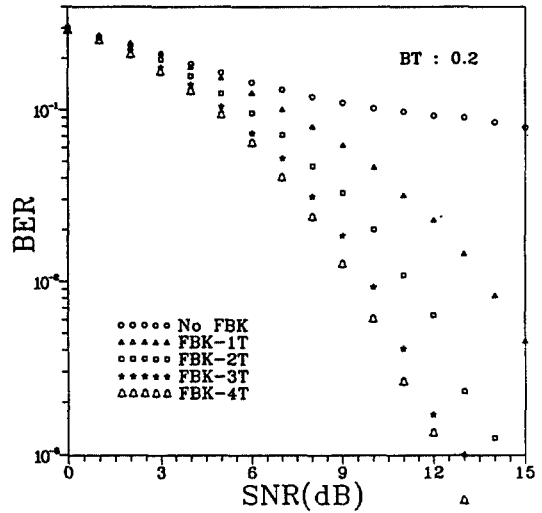


그림 4-5. 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 DMSK 오율의 측정 (BT=0.2).

Fig. 4-5. Error Rate Performance of DMSK System with BT=0.2 by Computer Simulation.

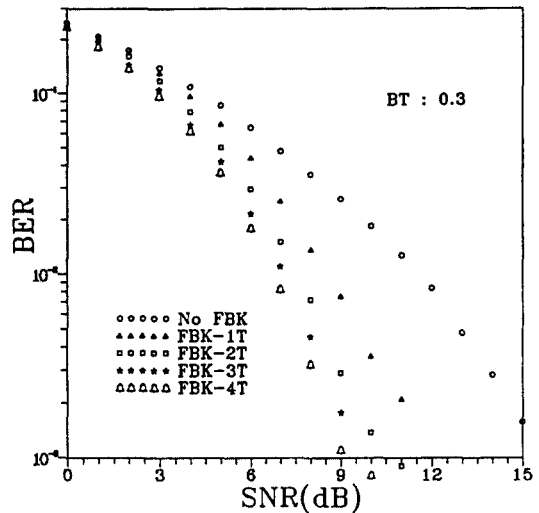


그림 4-6. 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 DGMSK 오율의 측정 (BT=0.3).

Fig. 4-6. Error Rate Performance of DGMSK System with BT=0.3 by Computer Simulation.

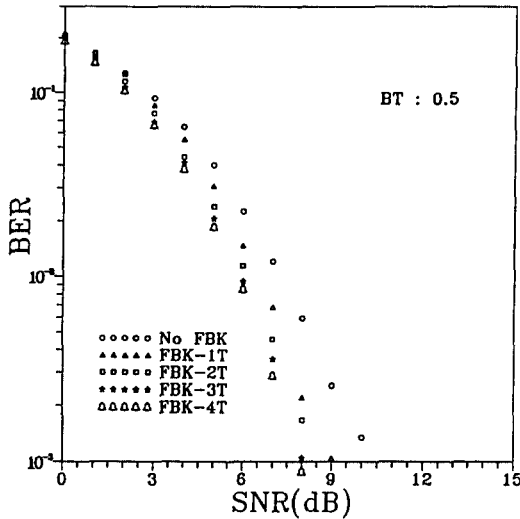


그림 4-7. 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 DGMSK 오류의 측정(BT=0.5).
 Fig. 4-7. Error Rate Performance of DMSK System with BT = 0.5 by Computer Simulation.

V. 결 론

본 논문에서는 k차 차동 복조기를 사용하여 DMSK, DGMSK 시스템의 오류 성능을 개선시키기 위한 새로운 수신기 구조를 제안하였다. 이는 기존 차동 복조기와 k차 차동 복조기 출력간의 관계를 활용한 것이다. 제안된 수신기는 원 신호와 k비트 지연된 신호로 구성된 k차 차동 복조기를 이용하여 최종적인 수신신호 레벨의 판정영역이 확장되어 오류 성능이 개선될 것이 예상되었으며 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 이를 확인하였다.

시뮬레이션 결과 오류 10^{-2} 에서 MSK는 약 0.7 [dB]정도, 10^{-3} 에서 약 1 [dB] 정도 개선되었으며 GMSK는 BT=0.3이고 오류 10^{-2} 인 경우에 4T_b 케환의 경우 기존 방식에 비하여 약 5 [dB] 정도, 10^{-3} 에서 7 [dB] 정도가 향상됨을 알 수 있었다. 시뮬레이션 결과는 시스템 설계의 실제적 관점에서 매우 바람직한 것으로 생각된다.

감사의 말씀

이 논문은 1992년도 한국전자통신연구소 연구비일부와 산학협동재단 학술연구비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

1. T. Masamura, S. Samejima, Y. Morihira and H. Fuketa, "Differential Detection of MSK with Nonredundant Error Correction," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-27, NO.6, pp.912-918, June 1979.
2. D. Makrakis and K. Feher, "Differential Detection of GMSK Using Decision Feedback," IEEE Trans. Commun., Vol.36, NO.6, pp.641-649, June, 1988.
3. K. Murota and K. Hirade, "GMSK Modulation for Digital Mobile Radio Telephony," IEEE Trans. Commun. Vol. COM-29, pp.1044-1050, July, 1981.
4. P. Z. Peebles, Jr., *Digital Communication Systems*, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs, NJ., 1987.
5. A. B. Carlsons, *Communications Systems*, McGraw-Hill, New York, 1986.
6. S. M. Elnoubi, "Analysis of GMSK with Differential Detection in Land Mobile Radio Channels," IEEE Trans. Vehicular Technology, VT-35, NO.4, pp.162-167, Nov. 1986.
7. R. de Buda, "Coherent Demodulation of Frequency-Shift Keying with Low Deviation Ratio," IEEE Trans. Commun., vol.COM-20, NO.6, pp.429-435, June 1972.
8. D. Makrakis, A. Yongacoglu and K. Feher, "Novel Receiver Structures for Systems Using Differential Detection," VT-36, NO.2, pp.71-77, May 1987.
9. H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory - Part I*, John Wiley and Sons, 1971.
10. J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, New-York, 1983.
11. Y. Y. Han and J. H. Choi, "DMSK System with Nonredundant Error Correction Capability," GLOBECOM-91, Vol.2 of 3, pp.23.2.1-23.2.5, Dec. 1991.
12. 정우철, 한영열, "귀환을 보유했던 MSK 차동 복조기의 오류 분석," 한국 통신학회 추계학술 발표회 논문집, pp.321-325, Nov. 1991.

