

직교 투사를 이용한 최적 레이다 신호 검출기

正會員 金 英 勳* 正會員 金 基 萬** 正會員 李 鍾 吉***
 正會員 朴 英 燦**** 正會員 郭 永 吉**** 正會員 尹 大 熙**

An Optimum Radar Signal Detector
 using Orthogonal Projection

Y. H. Kim*, K. M. Kim**, J. G. Lee***,
 Y. C. Park****, Y. K. Kwag****, D. H. Youn** *Regular Members*

요 약

레이다에서 정확한 표적 정보를 얻기 위해서는 우선 클러터나 간섭 신호를 효율적으로 제거하고 표적을 검출하여야 한다. 본 논문에서는 신호를 제한 조건에 의해 구별되는 직교 부공간으로 투사함으로써 최소 분산 기준을 갖는 최적 검출기를 제한 조건을 갖지 않는 검출기로 변형하였다. 제안된 방법은 기존의 최적 검출 알고리즘과 동가이며, 역행렬을 구하지 않고서도 빠른 수렴속도를 얻기 위한 Gram-Schmidt 직교화가 가능한 구조를 가지게 된다. 모의 실험을 통해 제안된 검출기가 공간과 주파수 영역에서 적응적으로 잘 동작하고 있음을 보였다.

ABSTRACT

To obtain accurate target information in a radar system, clutter or interference signals must first be effectively removed for target detection. In this paper, the signal is projected onto a constrained orthogonal subspace, so that a minimum variance optimal detector is transformed into an unconstrained detector. The proposed algorithm is equivalent to the conventional optimal detector algorithm, and the algorithm structure shows that the Gram-Schmidt orthogonalization can be achieved to obtain the fast convergence. The performance of the proposed method was observed by simulation experiments.

I. 서 론

일반적으로 레이다의 수신단에는 구름, 비, 지면등

으로부터 반사되어 들어오는 클러터(clutter)나 배경 잡음(background noise)과 같이 원하지 않은 신호가 표적 신호(target signal)와 함께 존재한다. 따라서 정확한 표적 정보를 얻기 위해서는 우선 클러터나 간섭신호(interference)를 효율적으로 제거하고 표적을 검출하여야 한다. 표적을 검출하는 방법으로써 출력 신호 대 잡음비를 최대화하는 방법[1]과 일정한 오경보율 하에서 검출 확률을 최대화하는 방법[2]이 있으며, 이 두 방법은 신호가 가우시안으로 모델링될 때 동일한 결과를 나타냄이 증명되었다[3]. 실제로

*삼성전자
 Samsung Electronics
 **연세대학교 전자공학과
 Dept. of Electronic Eng., Yonsei Univ.
 ***인천대학교 정보통신공학과
 Dept. of Inform & Telecomm., Univ. of Incheon
 ****국방과학연구소
 Agency for Defense Development
 論文番號 : 94124
 接受日字 : 1994年 5月 6日

이와 같이 최적 검출기를 구현하기 위해서는 잡음 공분산 행렬을 알고 있어야 하나, 실제 환경에서는 배경 잡음에 대한 통계적 특성을 모르기 때문에 잡음 공분산 행렬을 추정해서 사용한다. Reed, Mallet, Brennan은 이를 위해 SMI(Sample Matrix Inversion) 방법을 제안하였다[2, 9]. 이 방법은 빠른 수렴 속도를 갖지만, 역행렬 공식을 이용하여 샘플 공분산 행렬의 역행렬을 구해야 하기 때문에 계산량이 많고, 불안정성(unstability)의 문제가 발생한다. 이러한 단점은 선형 제한 조건하에서 검출기의 출력 분산을 최소화하는 방법을 이용하여 해결될 수 있다[4, 10].

본 논문에서는 신호를 제한 조건에 의해 구별되는 직교 부공간으로 투사함으로써 최소분산 기준을 갖는 최적 검출기를 제한 조건을 갖지 않는 검출기로 변형하였다. 제안된 방법은 기존의 최적 검출 알고리즘과 동가이며, 역행렬을 구하지 않고서도 빠른 수렴 속도를 얻기위한 Gram-Schmidt 직교화가 가능한 구조를 갖게된다.

II. 선형 제한 조건을 갖는 최적 검출기

M개의 센서와 센서당 N개의 계수로 이루어진 그림 1과 같은 일반적인 선형 위상 어레이 안테나 구조에 대해 생각해 본다. 센서의 입력 신호 벡터 \underline{X} 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

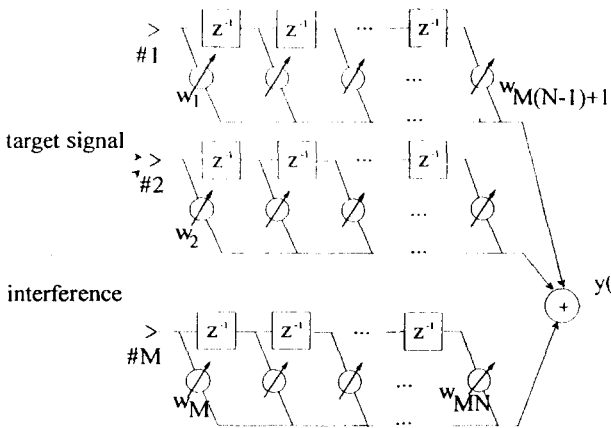


그림 1. 일반적인 빔 형성기의 구조도.
Fig 1. Typical diagram of a beamformer.

$$\underline{X} = [x_1, x_2, \dots, x_{MN}]^T \tag{1}$$

여기서 윗 첨자 T는 transpose를 뜻한다. 입력 벡터 \underline{X} 는 표적 신호 벡터 \underline{S} 와 필터와 배경 잡음의 합으로 이루어진 disturbance 벡터 \underline{N} 으로 나눌 수 있다. 즉

$$\underline{X} = \underline{S} + \underline{N} \tag{2}$$

여기서 표적 신호 벡터 \underline{S} 의 구성 요소 $s_i (i=1, 2, \dots, MN)$ 는 그림 1을 참조하면 다음과 같이 나타내어 짐을 알 수 있다.

$$s_i = \exp[j2\pi(m-1)(-\frac{d \sin \theta}{\lambda}) + j2\pi(n-1)f_d T + j\phi] \tag{3}$$

$$m = 1, 2, \dots, M \quad n = 1, 2, \dots, N \quad i = (n-1)M + m$$

(3)에서 d는 센서간 간격이고, λ는 입력신호의 파장, θ는 지향 방향에 대해 신호가 입사하는 방향, f_d는 표적의 도플러 주파수, T는 interpulse period, 그리고 φ는 임의의 위상을 각각 나타내며 각 센서는 전방향(omnidirectional) 센서라고 가정한다. 또한 (2)에서 잡음 신호는 평균이 0이고, 분산이 σ_n^2인 가우시안 분포를 갖는다고 가정할 수 있다.

입력 신호 벡터 \underline{X} 를 disturbance 신호만 존재하는 경우(H_0)와 표적 신호에 disturbance 신호가 함께 섞여있는 경우(H_1)로 나누어서 생각할 수 있다.

$$H_0 : \underline{X} = \underline{N} \tag{4a}$$

$$H_1 : \underline{X} = \underline{S} + \underline{N} \tag{4b}$$

표적을 검출하기 위해서는 잡음과 필터의 영향이 최소가 되도록 하여야 하며 이를 위한 최적화 기준으로는 출력 SNR을 최대로 하는 방법과 일정한 오경보율하에서 검출 확률을 최대로 하는 방법이 있다. 검출기의 계수 벡터를 다음과 같이 정의하자.

$$\underline{W} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{MN}]^T \tag{5}$$

그러면 이러한 검출기의 출력은 그림1을 참조하면 아래와 같이 쓸수 있다.

$$y = \underline{W}^H \underline{X} \tag{6}$$

여기서 윗첨자 H는 complex conjugate transpose를

나타낸다.

표적 신호와 disturbance 신호 사이에는 상관 관계가 없다고 가정하고 출력 SNR을 필터계수 \underline{W} 에 대하여 최대화할때, 이를 만족하는 필터 계수는 잘 알려진 바와 같이 다음과 같이 표시된다[2].

$$\underline{W} = k M_n^{-1} S \quad (7)$$

여기서 k 는 0이 아닌 복소 상수이고, M_n 은 다음과 같은 잡음의 공분산(covariance) 행렬이다.

$$M_n = E[N N^H] \quad (8)$$

(7)은 모든 신호가 가우시안 분포를 갖는다고 모델링될때 고정된 오경보율하에서 검출확률을 최대화하는 알고리즘의 계수와 동일하며[1], 이는 다음과 같은 선형 제한 조건을 갖는 최소 분산 알고리즘을 통해서도 구현이 가능하다[10].

$$\underset{w}{\text{Minimize}} \quad \underline{W}^H M_x \underline{W} \quad (9)$$

$$\text{subject to} \quad \underline{S}^H \underline{W} = 1 \quad (10)$$

이 알고리즘은 표적 신호에 대한 단위 이득을 유지하는 제한 조건을 가지면서 출력 분산을 최소로 하는 계수를 구한다. (9)에서 M_x 는 입력 신호 벡터의 공분산 행렬을 나타낸다. 제한 조건을 가지고 있으므로 Lagrange Multiplier 방법을 이용하여 풀면 최적 계수 벡터는 다음과 같이 구해진다[5].

$$\underline{W}_{opt} = \frac{M_x^{-1} S}{\underline{S}^H M_x^{-1} S} \quad (11)$$

III. 제한 조건을 갖지 않는 최소 분산 알고리즘

제한조건을 갖지않는 최적검출 알고리즘을 유도하기 위하여 먼저 제한 조건을 갖는 검출기의 최적 계수 벡터를 그림 2와 같이 제한 조건 평면과 제한 조건 부공간으로 이루어진 벡터 공간에서 서로 직교하는 성분으로 분할할 수 있다.

수식으로 표현해 보면 다음과 같다.

$$\underline{W}_{opt} = P^o \underline{W}_{opt} + \underline{W}_q \quad (12)$$

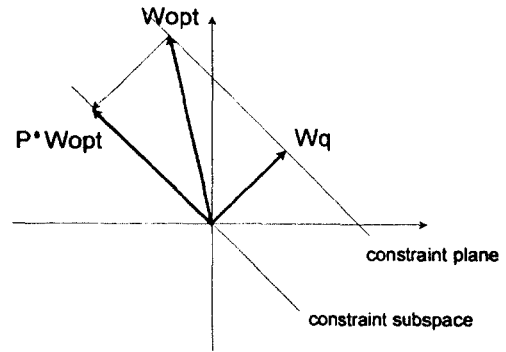


그림 2. 최적 계수 벡터의 분할.

Fig 2. Decomposition of an optimum weight vector.

여기서 P^o 는 투사 연산자(projection operator)이며, \underline{W}_q 는 계수의 초기값으로 식(13a)와 같이 구해지고, 표적 신호는 (13b)와 같이 표현할 수 있다[11][12].

$$\underline{W}_q = \frac{S}{\underline{S}^H S} \quad (13a)$$

$$\underline{S} = C \underline{S}_t \quad (13b)$$

여기서 C 는 방향 정보가 포함되어 있는 공간 영역 성분으로써 어레이가 지향 방향으로 스티어링(steering)되어 있다고 하면, 식(14)와 같은 $MN \times N$ 행렬이며, \underline{S}_t 는 지향 방향 등가 표적 신호로서 (15)와 같다.

$$C = \begin{bmatrix} \underline{1} & \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$\underline{1}$ 과 $\underline{0}$ 는 각각 M 개의 1 및 0로 구성된 벡터이다.

$$\underline{S}_t = [1 e^{jw_d T} e^{j2w_d T} \dots e^{j(N-1)w_d T}]^T \quad (15)$$

여기서 w_d 는 $2\pi f_d$ 이다. 다음으로 \underline{W}_q 를 분리하여 표시하면,

$$\underline{W}_q = C(C^H C)^{-1} \frac{\underline{S}_t}{\underline{S}_t^H \underline{S}_t} \quad (16)$$

가 된다. (16)식을 다음과 같이 나누어서 표현하면

$$\underline{W}_q^s = C(C^H C)^{-1} \quad (17)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_s \\ B_m \quad \underline{W}_q^{SH} \end{bmatrix} \quad (31)$$

즉 $B_m = \sqrt{M} B_s$ 이다. 이제 적응 계수는 공간 영역 적응 계수 \underline{W}_s 와 주파수 영역 적응계수 \underline{W}_q 으로 나누어진 다. 위의 결과들을 이용하여 그림 3처럼 구성할 수 있다.

IV. 모의 실험 및 결과

제안된 구조의 성능을 평가하기 위해 시뮬레이션을 행하였으며, 이에 사용된 파라미터는 다음과 같다. 사용된 신호는 9GHz의 반송 주파수를 가지며, PRF(Pulse Repetition Frequency)는 3kHz로 하였다. CPI(Coherent Pulse Integration) 당 펄스 수는 20개, 표적의 도플러 주파수는 1kHz이고 0°로 입사한다고 가정하였다. 그리고 적응 알고리즘으로 LMS (Least Mean Square) 알고리즘을 사용하였다[8].

성능은 공간 및 주파수 영역 동작 관점에서 비교되었다. 지향방향으로 표적 도플러 주파수와 다른 주파수 (700Hz)를 가진 클러터가 입사한다고 가정하였으며, 표적 도플러 주파수와 같은 주파수를 갖는 클러터가 20°에 존재한다고 가정하였다. 클러터는 각각 CNR(Clutter-to-Noise Ratio)이 30dB 및 40dB가 되도록 하였다. 센서수와 탭수는 각각 3개로 하였다. 그림 4는 제안된 구조의 성능을 식(32)과 같이 주어지는 입력 SCR과 출력 SCR의 비인 IF(Improvement Factor)로 나타내었다.

$$IF = \frac{W^H S S^H W}{W^H M_n W} \quad (32)$$

이러한 IF는 입사하는 클러터의 갯수, 크기 및 방향, 주파수성분등에 의해 좌우된다. 그림 5와 그림 6은 각각 표적 도플러 주파수에 대한 빔 패턴과 지향 방향에 대한 주파수 응답을 나타낸다. 두 경우 모두 공

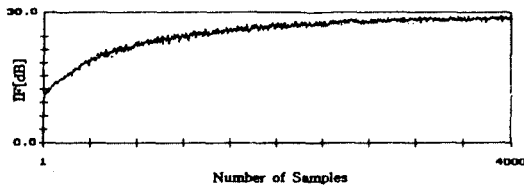


그림 4. IF 수렴 곡선.

Fig 4. Improvement factor convergence curve.

간 영역 및 주파수 영역에서의 필터링이 잘 수행되고 있음을 알 수 있다. 즉 그림5에서 보면 20° 방향으로 입사하는 같은 도플러 주파수를 갖는 클러터에 대해 약 35dB 정도의 널(null)이 형성되고 있으며 그림6에서는 주파수영역에서 관찰해 보면 지향방향으로 입사하지만 도플러 주파수가 다른 클러터의 경우 (700Hz) 약 30dB의 감쇄가 일어남을 알 수 있다.

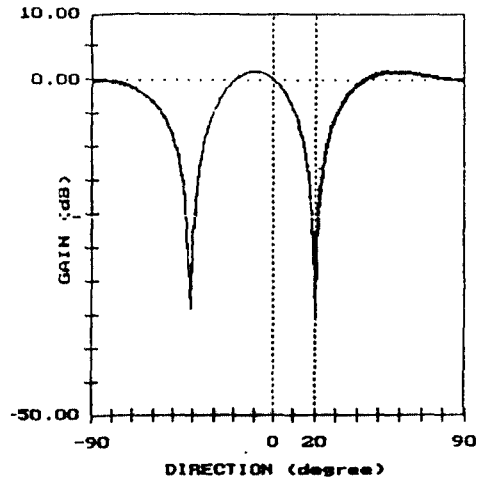


그림 5. 표적 도플러 주파수에서의 빔 패턴.

Fig 5. Beampatterns at target doppler frequency.

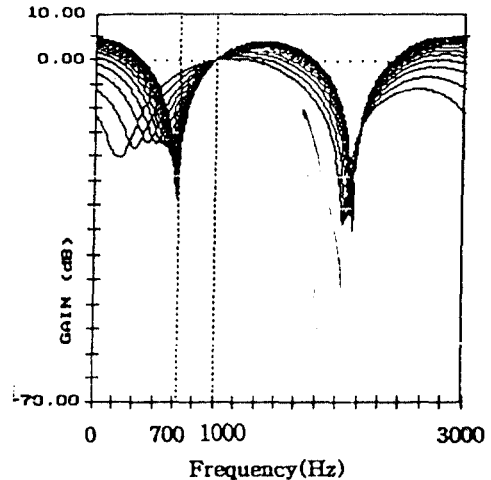


그림 6. 지향 방향에서 주파수 응답.

Fig 6. Frequency response in look direction.

V. 결 론

본 논문에서는 최적 레이다 신호 처리기를 적응적으로 구현하였다. 기존 방법으로는 SMI 방법이 있으나 이는 역행렬을 계산해야 하므로 많은 계산이 필요하게 되고, 역행렬이 존재하지 않을 경우도 있어므로 계산상의 불안정성이 존재한다. 이를 해결하기 위하여 선형 제한 조건을 가지면서 출력 분산을 최소화하는 최적화 기준을 벡터의 직교 투사 성질을 이용하여 제한 조건을 갖지 않는 최소 분산 분해로 바꾸어 등가 구현하였다. 제안된 등가 구조는 제한 조건을 갖지 않기 때문에 구현하기가 용이하며, 공간 영역뿐만 아니라 지향 방향에 대한 주파수 영역에서도 동시에 적응적으로 동작할 수 있는 장점을 가지고 있다.

앞으로의 연구 과제로는 수렴 속도를 증가시키기 위한 연구가 필요할 것으로 생각된다. 수렴 속도는 입력 데이터의 고유치 분포비(eigenvalue spread ratio)에 의존하는데, 제안된 구조는 Gram-Schmidt 직교화과정을 직접 적용시킬 수 있는 구조이므로 이를 이용하면 보다 빠른 수렴 속도를 얻을 수 있으리라 예상되어진다.

참 고 문 헌

1. L.E. Brennan and I. Reed, "Theory of Adaptive Radar," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Syst.*, Vol. AES-9, No.2, pp. 237-252, March 1973.
2. I. Reed, J. Mallett and L.E. Brennan, "Rapid Convergence in Adaptive Arrays," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Syst.*, Vol. AES 10, No. 6, pp.853-863, Nov. 1974.
3. E.J. Kelly, "Performance of an Adaptive Detection Algorithm: Rejection of Unwanted Signals," *IEEE Trans. Aerospace & Electronic System*, Vol. AES-25, No. 2, pp.122-133, March 1989.

4. H. Liu, A. Ghafoor and P.H. Stockmann, "Application of Gram-Schmidt Algorithm to Fully Adaptive Arrays," *IEEE Trans. Aerospace & Electronic System*, Vol. AES-28, No. 2, pp. 324-333, April 1992.
5. O.L. Frost III, "An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing," *Proc. IEEE*, Vol.60, No.8, pp. 926-935, Aug. 1972.
6. B.D. Van Veen, "Minimum Variance Beamforming with Soft Response Constraints," *IEEE Trans. Signal Proc.* Vol. SP-39, No. 9, pp. 1964-1972, Sep. 1991.
7. L.J. Griffiths and C.W. Jim, "An Alternative Approach to Linearly Constrained Adaptive Beamforming," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-30, No. 1, pp. 27-34, Jan. 1982.
8. C.W. Jim, "A Comparison of Two LMS Constrained Optimal Array Structures," *Proc. IEEE*, Vol.65, No.12, pp. 1730-1731, Dec. 1977.
9. I. Reed, J. Mallett and L.E. Brennan, "Adaptive Arrays in Airborne MTI Radar," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. AP-24, No.9, Sept. 1976.
10. B.J. Kwak, K.M. Kim, I.W. Cha and D.H. Youn, "The Output SINR of the Linearly Constrained Beamformer," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. AP-41, No.10, Oct. 1993.
11. L. J. Griffith and K. M. Buckley, "Quiescent Pattern Control in Linearly Constrained Adaptive Arrays," *IEEE Trans. ASSP.*, vol 35, pp. 917-926, July 1987.
12. C. Y. Tseng and L. J. Griffiths, "A Unified Approach to the Design of Linear Constraints in Minimum Variance Adaptive Beamformers," *IEEE Trans. Antennas & Propagat.*, vol.40, pp. 1533-1542, Dec. 1992.

