

혼돈 현상을 보이는 적응기구에서의 강인한 적응법칙

正會員 全 商 泳* 正會員 任 化 永**

Robust Adaptive Law in Adaptive Mechanism Showing Chaotic Phenomenon

Sang Young Jeon*, Hwa Young Yim** *Regular Members*

要 約

dead beat 제어법칙을 적용한 적응기구에 존재하는 혼돈신호가 일정한 규칙성과 질서를 갖는다는 특성을 이용하여 낮은 상관관계를 갖는 동적 관계식을 도입하여 반복 추종함으로써 추종오차를 줄이고 제어성을 향상시킬 수 있었다. 또한 이러한 적응제어를 적용한 경우에도 혼돈현상을 보이는 것을 1) Time series 2) Fourier spectrum 3) Phase portrait 4) Lyapunov exponent 등의 방법을 통하여 증명하고 그 특징을 규명해 보였다.

ABSTRACT

In this paper the existence of chaotic signal is probed in adaptive dead beat control law for nonlinear dynamic system. These chaotic signal makes the system unstable and difficult to control, but it broaden the range of application, confirms the robustness of system and gives a lot of information. Considering of low correlation between chaotic signals, robust adaptive control method which uses for parameter estimation is proposed. With this algorithm the parameters converges stable rapidly. Finally the superiority of it is proved by computer simulation.

I. 서 론

* 光云大學校 電氣工學科
 ** 光云大學校 制御計測工學科
 論文番號 : 94126
 接受日字 : 1994年 5月 11日

혼돈(chaotic) 현상은 자연계에 널리 퍼져 있는 것으로서 근래에 물리학과 수학과, 생물학, 의학, 천문학계등에서 활발하게 연구되고 있으며, 근래에는 아

적은 초보적이지만 공학계에서도 이 이론을 해석, 응용하고자 하는 시도가 진행되고 있다.^{[2][3]} 제어계에서는 비선형 동적 시스템(nonlinear dynamic system)을 모델링할 때 이제까지 무작위 잡음(random noise)으로 취급하여온 모델링 오차에서 카오스 현상을 발견할 수 있다.^[5] 선형 시스템에서는 초기값을 알면 그 시스템의 미래의 출력값을 예측할 수 있지만 비선형 결정론적(deterministic)인 시스템에서는 항상 예측이 가능한 것은 아니다. 특히 혼돈 동적 시스템(chaotic dynamics)의 경우에는 초기값에 매우 민감하게 움직이고, 작은 섭동(perturbation)에 의해서도 비선형 피드백 과정을 거치면서 아주 다른 별개의 해를 발생하게 되며 또한 응답이 주기적이라 하더라도 항상 예측 가능한 것이 아니다.^[9] 따라서 기존의 동적 시스템에서의 컴퓨터를 이용한 수치 해석이나 예측성(predictability) 등의 해결방식에는 컴퓨터 워드(word)길이의 한계로 인한 나름대로의 문제점을 갖게 된다. 그러므로 초기의 모델링 파라미터 값에 따라서 출력 상태가 점근적인 수렴, 발산, 혼돈 등의 상태로 나타나는데 이러한 상태를 분석하여 시스템 파라미터들을 안정하게 빨리 추정하는데 부분적으로 이용할 수 있다.

선형 시스템의 응답은 과도 상태 응답과 정상 상태 응답으로 구분되어 과도상태가 지나면 정상 상태 응답이 나타나지만, 간단한 비선형 시스템에서도 과도상태가 지난 후에도 응답이 수렴하지도 않고 무한대로 발산하지도 않는 제한된 영역내에서 비주기적으로 진동하는 경우가 있다. 이것이 바로 혼돈 동적 시스템의 특징이며, 카오스 현상의 동적응답(dynamic response)을 위상 공간에서 살펴보면 결코 같은 경로를 반복하지 않는 이상한 끌개(strange attractor)의 구조를 보이며, 푸리에 스펙트럼은 주기적인 진동의 경우는 이산적인데 비하여 카오스 진동인 경우에는 연속적인 넓은 주파수 대역폭을 가진다.

적용 제어는 동적 시스템 요소들이 있는 프랜트에 있어서 원하는 출력을 얻을 수 있도록 현재의 입력, 출력 데이터에 근거를 둔 프랜트의 파라미터를 추정하여 바람직한 제어가 되도록 반복 수행하는 것이다. 이때 프랜트를 모델링하는 것이 필요한데 모든 파라미터들을 정확히 모델링할 수는 없다. 이때 프랜트를 모델링하는 것이 필요한데 모든 파라미터들을 정확히 모델링할 수는 없다. 특히 페 루프 시스템의 동적 시스템이 매우 복잡하여 모델화하지 않는 동적시스템(undermodeling dynamic)에서는 추정된 파라미터

에 따라서 피드백 이득은 주기적 진동, 발산 또는 혼돈 진동을 하게 된다.

Mareel과 Bitmead는 적응기구에 dead beat 제어 법칙을 적용하여 혼돈현상의 존재를 이론적으로 증명하였다.^[5] 본 논문에서는 혼돈 신호가 일정한 규칙성과 질서를 갖는다는 특성을 이용하여 낮은 상관관계를 갖는 동적 관계식을 도입하여 반복 추종함으로써 추종 오차를 줄이고 제어성능을 향상시킬 수 있었다. 이러한 적응 제어를 적용한 경우에도 역시 혼돈 현상을 보이는 것을 1) Time series 2) Fourier spectrum 3) Phase portrait 4) Lyapunov exponent 등의 방법을 통하여 증명하고 그 특징을 규명해 보였다.

II. 적응 기구

제어하려는 프랜트를 3차 시불변 시스템으로 정하여 다음과 같은 차분방정식으로 나타내었다.

프랜트

$$y_k = a y_{k-1} + b y_{k-2} + c y_{k-3} + u_{k-1} \quad k \in \mathbb{N} \quad (1)$$

여기에서 a, b, c 는 미지의 파라미터이고 y 는 출력이며 u 는 입력이다.

3차인 프랜트 출력 y_k 가 0이 되도록 제어하려는 모델차수를 1차로 정하여 비선형 특성에 대응하고자 한다.

실제 모델을 다음 1차 차분방정식으로 나타내었다.

모델

$$\begin{aligned} \hat{y}_k &= \hat{a} y_{k-1} + u_{k-1} \\ u_{k-1} &= -\hat{a} y_{k-1} \quad k \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 \hat{a} 는 파라미터 추종값으로 식(1)과 식(2)에 의해서 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\hat{a} = a + b \frac{y_{k-2}}{y_{k-1}} + c \frac{y_{k-3}}{y_{k-1}} \quad (3)$$

(단 $y_{k-1} \neq 0$)

예측 오차 e_k 는 다음과 같이 정했다.

$$\begin{aligned} e_k &= y_k - \hat{y}_k \\ &= y_k - (\hat{a}_{k-1} y_{k-1} + u_{k-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

정규 최소 자승 알고리즘을^[5] 써서 파라미터의 추종을 반복 수행하도록 하였다.

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} e_k \quad (5)$$

여기에서 d는 분모가 0이 되지 않기 위한 파라미터이다.

식(5)를 상관 관계(correlation)를 이용한 반복 추종 알고리즘으로 다음과 같은 파라미터 추종기를 구현하였다.

$$\begin{aligned} \hat{a}_k &= \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} (y_k - \hat{a}_{k-1} y_{k-1} - u_{k-1}) \\ &= \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} [y_k - \{\hat{a}_{k-2} + \frac{1}{y_{k-2}} \\ &\quad (y_{k-1} - \hat{a}_{k-2} y_{k-2} - u_{k-2})\} y_{k-1} - u_{k-1}] \quad (6) \end{aligned}$$

이제까지 잡음으로 취급하여 온 영역을 제어 가능한 영역으로 만들기 위하여 무작위한 잡음과는 달리 일정한 범위 안에서 일정한 규칙성과 질서가 존재하는 카오스 현상을 보일 때는 a의 추종치 \hat{a}_{k-1} 와 \hat{a}_{k-2} 가 동적 관계를 갖는다고 볼 수 있다. \hat{a} 가 일정한 값을 가질 경우(b=c=0)라면 $\hat{a}_k \approx \hat{a}_{k-1}$ 로 적용할 수 있어서 다음과 같은 관계식으로 정리할 수 있으나

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{1}{y_{k-1}} e_k - \frac{1}{y_{k-2}} e_{k-1} \quad (7)$$

\hat{a} 가 카오스 현상을 보일 때는 낮은 상관 관계를 감안한 상수 β 를 도입하여 다음과 같이 나타냈다.

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{1}{y_{k-1}} e_k - \beta \frac{1}{y_{k-2}} e_{k-1} \quad (8)$$

$$\text{단 } 0 < \beta < 1$$

이제 식(1)의 제어 입력은 다음과 같이 표시한다.

$$u_{k-1} = -\hat{a}_{k-1} y_{k-1} \quad (9)$$

여기에서 파라미터 추종값 \hat{a}_k 가 정확할수록 제어하려는 프랜트에 적합한 제어 입력을 공급할 수 있으므로 보다 빠른 응답과 안정한 제어가 가능하다.

파라미터 추종 오차를 \tilde{a}_k 로 표시하면 다음 관계가 된다.

$$\begin{aligned} \tilde{a}_k &= \hat{a} - \hat{a}_k \\ &= -b \frac{y_{k-2}}{y_{k-1}} - c \frac{y_{k-3}}{y_{k-1}} \quad (10) \end{aligned}$$

(단 $y_{k-1} \neq 0$)

따라서 식(9)과 식(10)을 식(1)에 대입하고

$$y_k = (-b \frac{y_{k-3}}{y_{k-2}} - c \frac{y_{k-4}}{y_{k-2}}) y_{k-1} + b y_{k-2} + c y_{k-3}$$

양 변을 y_{k-1} 로 나누면 연속되는 출력비 관계로 표시된다.

$$\frac{y_k}{y_{k-1}} = b (\frac{y_{k-2}}{y_{k-1}} - \frac{y_{k-3}}{y_{k-2}}) + c (\frac{y_{k-3}}{y_{k-1}} - \frac{y_{k-4}}{y_{k-2}})$$

연속되는 출력비 r_k 를 써서 다시 표시하면 다음과 같다.

$$r_k = b (\frac{1}{r_{k-1}} - \frac{1}{r_{k-2}}) + c (\frac{1}{r_{k-1}} \frac{1}{r_{k-2}} - \frac{1}{r_{k-2}} \frac{1}{r_{k-3}})$$

$$k \in \mathbb{N} \quad (11)$$

$$\text{단 } r_k = \frac{y_k}{y_{k-1}}$$

식(1)로 가정한 프랜트는 파라미터 b, c에 의해서 시스템의 안정도가 좌우되지만 파라미터 c의 값이 b보다 매우 작은 일반적인 경우에 시스템의 안정도는 파라미터 b에 좌우된다.

$$s_k = \frac{r_k}{\sqrt{|b|}} \quad (\text{단 } b \neq 0)$$

$$= (\frac{1}{s_{k-1}} - \frac{1}{s_{k-2}}) + \frac{c}{b \sqrt{|b|}}$$

$$(\frac{1}{s_{k-1}} \frac{1}{s_{k-2}} - \frac{1}{s_{k-2}} \frac{1}{s_{k-3}}) \quad (12)$$

여기에서 s_k 는 프랜트 출력의 정규화한 비율이다.

식(12)에 의해서 s_k 와 y_k 와의 관계는 다음과 같다.

$$y_k = \sqrt{|b|} s_k y_{k-1} \quad (13)$$

b가 0보다 클 때는 불안정한 시스템으로서 제어기 이득 \hat{a}_k 는 혼돈 진동(chaotic vibration) 현상을 보인다.

다. 예로 식(1)에 $a=3$, $b=0.8745$, $c=0.00001$ (초기조건 $y_0=10$, $y_{-1}=-0.23$, $y_{-2}=-0.001$, $\hat{a}_0=0$)을 적용하여 식(5)에 의해 추정한 \hat{a}_k 는 그림 1과 같이 보인 반면에 본 논문에서 제안한 식(8)을 이용하여 같은 조건에서 $\beta=0.017000101$ 을 적용했을 때의 결과는 그림2와 같다.

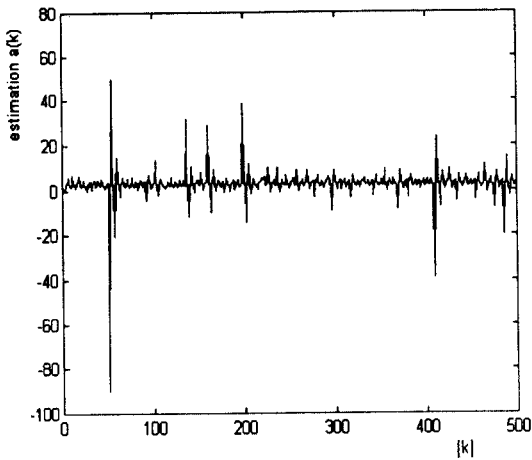


그림 1. $b=0.8745$, $\beta=0$ 일때의 추종치 : $\hat{a}(k)$
Fig. 1. estimation value of $\hat{a}(k)$ in $b=0.8745$, $\beta=0$

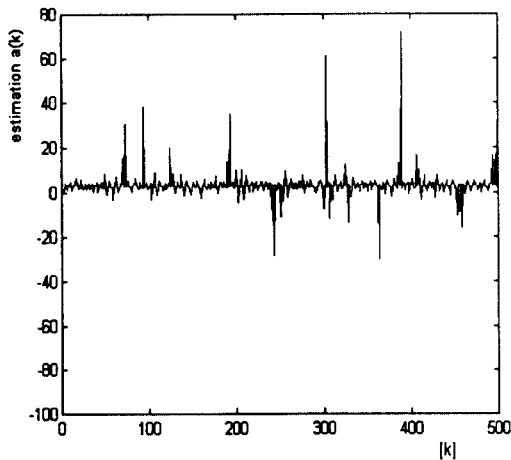


그림 2. $b=0.8745$, $\beta=0.017000101$ 일때의 추종치 : $\hat{a}(k)$
Fig. 2. estimation value of $\hat{a}(k)$ in $b=0.8745$, $\beta=0.017000101$

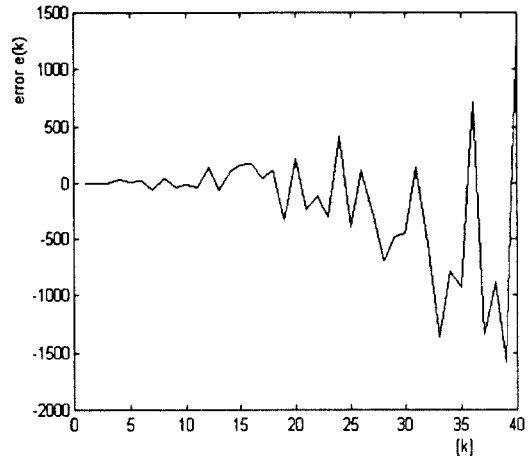


그림 3. $b=0.8745$, $\beta=0$ 일때의 오차 : $\hat{e}(k)$
Fig. 3. error $\hat{e}(k)$ in $b=0.8745$, $\beta=0$

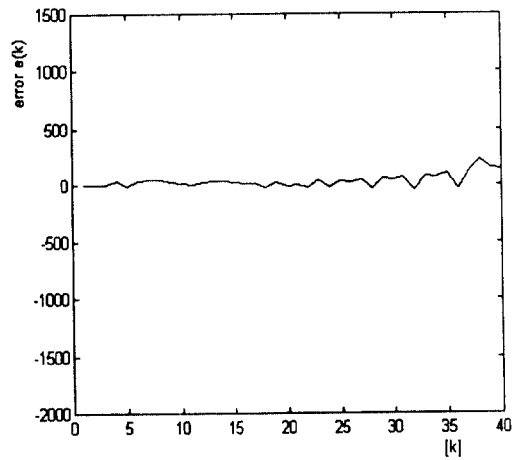


그림 4. $b=0.8745$, $\beta=0.017000101$ 일때의 오차 : $\hat{e}(k)$
Fig. 4. error $\hat{e}(k)$ in $b=0.8745$, $\beta=0.017000101$

그림1과 그림2는 모두 혼돈 진동현상을 보이고 있으나 상수 β 를 도입한 그림2에서 뚜렷하게 그림1보다 진동폭이 감소되고 안정화된 현상을 볼 수 있다.

출력 오차를 비교해 보면 그림3과 그림4와 같으며 상수 β 를 사용함으로써 제어성능이 향상되었음을 볼 수 있다. 초기조건에 매우 민감하고 시간에 따라 불확신성이 증가하는 혼돈 신호의 특성에 비추어^[9] 아래의 그림에서와 같이 상수 β 값의 미소한 변화에도 오차의 변동이 심한 양상을 보이고 있다. 대체적

으로 오차의 크기는 특정한 값을 중심으로 불규칙하게 상승하는 모양을 나타내고 있어서 적절한 β 의 선정으로 제어성능을 향상시킬 수 있음을 알 수 있다.

그림5는 β 값의 변화에 대한 시스템의 응답특성을 50회 반복추종하여 비교한 것으로 변화가 크고 의외성이 많으며 최적의 β 값을 선정하는 방법이 확립될 수 없어서 앞으로의 연구 과제로 남는다.

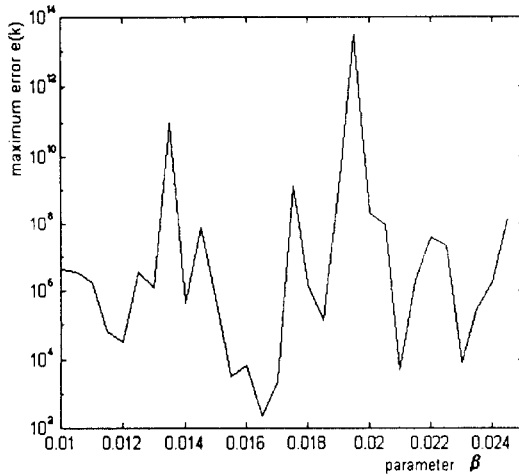


그림 5. $b = 0.8745$ 에서 β 의 변화에 따른 최대 오차
Fig. 5. Maximum error according to variance of β in $b = 0.8745$

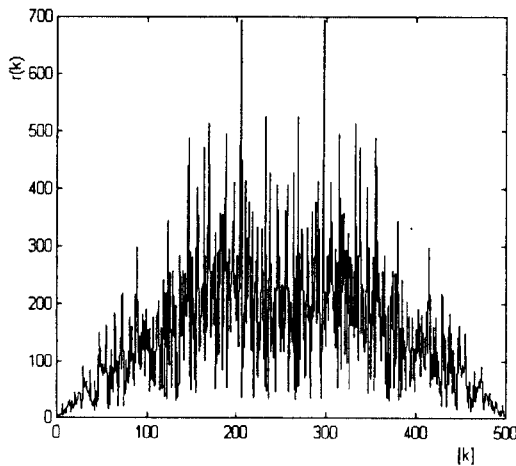


그림 6. $b = 0.8745$, $\beta = 0.017000101$ 일때 연속되는 출력비 $r(k)$ 의 power spectrum
Fig. 6. power spectrum of successive output ratio $r(k)$ in $b = 0.8745$, $\beta = 0.017000101$

b 가 0보다 크고 상수 β 를 적용했을 때의 신호가 혼돈 신호라는 것을 증명하기 위하여 다음의 4가지 방법을 적용해 보았다. 이 방법들은 필요 충분 조건이 아니므로 모두 적용하여 혼돈 진동현상을 확인하려고 한 것이다.

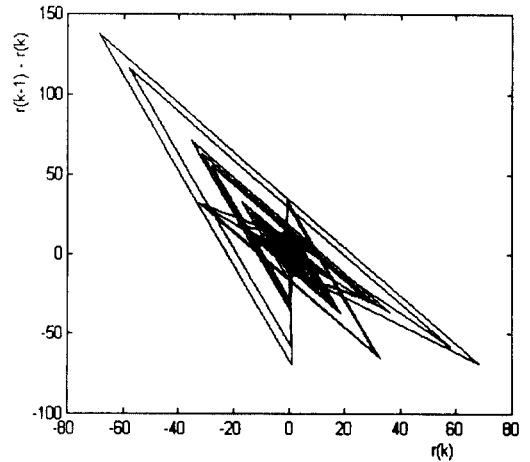


그림 7. $b = 0.8745$, $\beta = 0.017000101$ 일때 연속되는 출력비 $r(k)$ 의 phase portrait
Fig. 7. phase portrait of successive output ratio $r(k)$ in $b = 0.8745$, $\beta = 0.017000101$

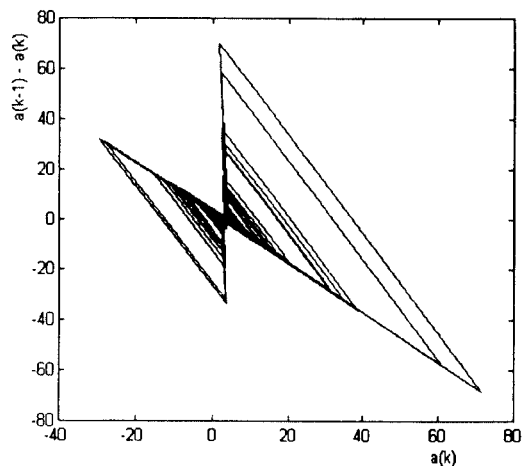


그림 8. $b = 0.8745$, $\beta = 0.017000101$ 일때 추정값 $\hat{a}(k)$ 의 phase portrait
Fig. 8. phase portrait of estimation value $\hat{a}(k)$ in $b = 0.8745$, $\beta = 0.017000101$

그림1과 그림2는 신호가 일정한 범위의 영역내에서 주기적인 운동을 하지 않고, 또 수렴하지도 않으면서 불규칙적인 운동을 지속한다. 이것을 Time series법^[9]이라 하며 혼돈 신호의 특징이다. 또한 그림6는 연속되는 출력비 r_k 를 power spectrum으로 나타낸 것인데 혼돈 신호는 파워 스펙트럼이 넓고 연속적인 현상을 나타내고 있어서 혼돈 신호임을 알 수 있다.

위상 공간(phase portrait)에서 살펴보면, 그림7 그림8과 같이 제한된 영역내에서 결코 같은 경로를 다시 거치지 않으며 매우 복잡하고 이상한 끌개의 모습을 나타내 혼돈신호의 특성을 보이고 있다.^[9]

또한 카오스 현상이 있는 시스템은 초기 조건에 민감하여 불확실성이 증대된다는 특성을 이용한 방법이 리아프노프 지수(Lyapunov exponent)^[11]인데, 이는 위상 공간에서 초기 조건이 매우 근접한 두개의 궤적을 그리고 나서, 각 시간에 따라 두 궤적의 멀어지는 정도로서 시스템이 카오스인지 아닌지를 판별하는 방법이다. 즉 두 초기 조건의 거리가 d_0 라면 시간 t 인 점에서의 거리는 다음과 같다.

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t} \quad (14)$$

식(14)에서 Lyapunov 지수인 λ 에 관한 식으로 바꾸어 쓰면 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{k=1}^N \log_e \frac{d(t_k)}{d(t_{k-1})} \quad (15)$$

여기에서 λ 가 0보다 크면 혼돈 신호이고, 0보다 작거나 같으면 주기적인 진동이며 N 은 2000~20000 정도이다. 그림8의 추종값 $\hat{a}(k)$ 는 Lyapunov 지수인 λ 가 0.1315이므로 혼돈신호이다. 이와같이 비선형 동적 시스템에서 이제까지 잡음으로 취급하여 온 모델링 오차의 특성을 분석하면, 일정한 규칙성과 질서를 가진 혼돈 신호가 존재한다는 것을 알 수 있다. 따라서 잡음중에서 단기적으로는 예측 가능한 혼돈 신호를 분류하여 반복추종함으로써 잡음의 범위를 축소할 수 있으며, 혼돈 신호의 일정한 규칙성과 질서를 분석 이용하면 원하는 안정된 파라미터에 보다 더 빨리 수렴하는 매우 강인한 적응기구를 구성할 수 있을 것이다.

파라미터 b, c 가 0일때는 차수가 같으므로 아주 빠른 응답을 얻을 수 있는 반면, 파라미터 b 가 0보다 작을 때는 그림9와 그림10과 같이 출력 y_k 는 0에 수렴

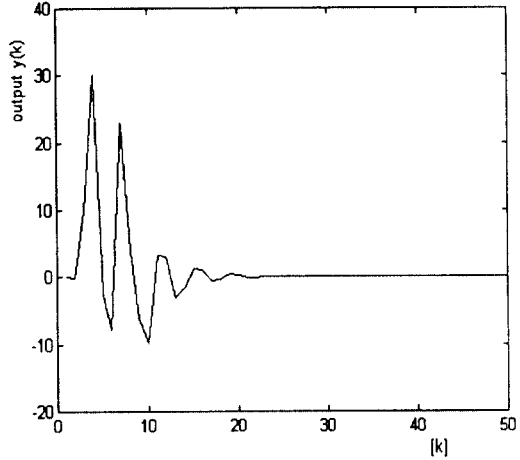


그림 9. $b = -0.255, \beta = 0$ 일때의 출력 : y_k
Fig. 9. output $y(k)$ in $b = -0.255, \beta = 0$

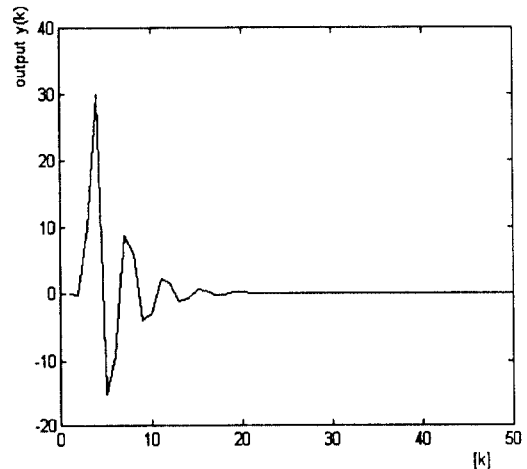


그림 10. $b = -0.255, \beta = 0.00955$ 에서의 출력 : $y(k)$
Fig. 10. output $y(k)$ in $b = -0.255, \beta = 0.00955$

하여 시스템이 안정됨을 보였으며 여기에서 반복 추종 알고리즘을 이용한 그림10이 반복 추종알고리즘을 사용하지 않은 그림9보다 다소 빨리 수렴함을 알 수 있다.

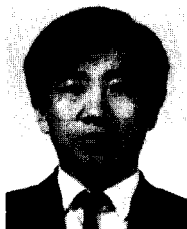
III. 결 론

적응기구에 dead beat 제어법칙을 적용하면 혼돈현

상이 존재하는데, 본 논문에서는 혼돈 신호가 일정한 규칙성과 질서를 갖는다는 특성을 이용하여 낮은 상관관계를 갖는 동적 관계식을 도입하여 반복 추종함으로써 추종오차와 혼돈신호의 폭을 줄이고, 제어성능을 향상시킬 수 있었다. 여기서 제안한 적응 제어 방법을 적용한 경우에도 역시 혼돈 현상을 보이는 것을 1) Time series 2) Fourier spectrum 3) Phase portrait 4) Lyapunov exponent 등의 방법을 통하여 증명하고 그 특징을 규명해 보였다. 혼돈 신호의 특성상 상수 β 의 아주 미소한 변화에도 오차의 차이가 많이 나므로 최적의 β 값을 정할 수 있는 방법을 체계적으로 정립하여 강인한 적응기구로의 발전이 차후의 연구과제로 남는다.

참 고 문 헌

1. J.A.Gibson, "Pole-zero Analysis and Synthesis of Discrete System Bifurcation" Chaos, Solitons and Fractals, vol.2, no.6, pp.651-660, 1992.
2. M.D.Espana, "Intermittent Phenemena in Adaptive System:A Case Study" Automatica, vol.27, no.4, pp.717-720, 1991.
3. M.P.Golden and B.E.Ydtie, "Small Amplitude Chaos and Ergocity in Adaptive Control" Automatica vol.28, no.1, pp.11-25, 1992.
4. F. R. Rubio and J. Aracil and E.F.Camacho, "Chaotic motion in an adaptive control system" INT.J.control vol.42, no.2, pp.353-360, 1985.
5. I.M.Y.Mareels and P.R.Bitmead "Non-linear Dynamics in Adaptive Control:Chaotic and Periodic Stabilization" Automatica vol.22, no.6, pp.641-655, 1986.
6. T.S.Parker and L.O.chua, "Chaos:a tutorial for engineers." IEEE proc, vol.75, no.8, pp.982-1008, 1987.
7. F.C.Moon, Chaotic and Fractal Dynamic, John wiley & Sons INC. 1992.
8. J.M.T.Thompson and H.B.Stewart, Nonlinear Dynamics and Chaos, John wiley & Sons INC.
9. T.S.Parker and L.O.Shua, Practical Numerical Algorithms for Chaotic System, Springer-Verlag, 1989.
10. R.L.Devaney, Chaotic Dynammmical Systems, second edition Addison, Wesley publishing company, 1989.



全 商 泳(Sang Young Jeon) 정회원
 1958년 2월 28일생
 1985년 2월 : 광운대학교 전기공학과 졸업(공학사)
 1987년 2월 : 광운대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학석사)
 1990년 2월 : 광운대학교 대학원 전기공학과 박사과정 수료

任 化 永(Hwa Young Yim) 정회원
 현재 : 광운대학교 제어계측공학과 재직
 제18권 제7호 참조

※주관심분야 : 적응제어 parameter estimation, chaos