

정칙화 구속 변수를 사용한 Steepest-Descent 영상 복원

正會員 洪 性 鏞* 正會員 李 泰 鴻*

A Steepest-Descent Image Restoration
with a Regularization ParameterSung Yong Hong*, Tae Hong Lee* *Regular Members*

Abstract

We proposed the iterative image restoration method based on the method of steepest-descent with a regularization constraint for restoring the noisy motion-blurred images.

The conventional method proposed by Jan Biemond et al. had drawback to amplify the additive noise and make ringing effects in the restored images by determining the value of regularization parameter experimentally from the degraded image to be restored without considering local information of the restored one.

The method we proposed had a merit to suppress the noise amplification and restoration error by using the regularization parameter which estimate the value of it adaptively from each pixels of the image being restored in order to reduce the noise amplification and ringing effects efficiently.

Also we proposed the termination rule to stop the iteration automatically when restored results approach into or diverse from the original solution in satisfaction.

Through the experiments, proposed method showed better result not only in a MSE of 196 and 453 but also in the suppression of the noise amplification in the flat region compared with those proposed by Jan Biemond et al. of which MSE of 216 and 467 respectively when we used "Lean" and "Jaguar" images as original images.

요 약

잡음이 섞인 흐려진 영상을 복원하기 위해 정칙화 구속조건을 사용한 steepest-descent 영상복원방법을 제시하였다.

*嶺南大學校 大學院 電子工學科
論文番號: 94112
接受日字: 1994年 4月 20日

Beimond 등에 의해 제시되어진 기존의 정칙화방법의 경우 복원과정에서 발생가능한 잡음의 증폭과 악조건이나 특이점등에 의해 발생하는 오차를 억제하기 위해 사용하는 정칙화변수의 값을 실험적으로 결정하여 영상의 복원에 적용함으로써 잡음의 증폭과 과분현상 등을 초래하는 등 복원효과가 줄어드는 단점을 나타낸다.

본 방법은 복원영상의 각화소값으로부터 직용직으로 구성조건의 값을 구하여 훼손된 영상의 복원에 적용함으로써 잡음의 증폭을 억제하고 과분현상을 줄일 수 있는 장점을 갖는다.

또 복원결과가 원래의 해와 근사하거나 발생한 경우 자동적으로 반복을 멈추는 종료규칙을 제시하였다.

실험결과를 통하여 "Lena" 영상과 "Jaguar" 영상을 원영상으로 사용하였을 경우 제시된 방법은 평면한 영역에서의 잡음의 증폭이 억제되었을뿐 아니라 과분현상도 줄어들었는데, 이것은 우리의 시각이 갖는 평면에서의 잡음의 가시도에 의해 시각적인 효과가 개선되었음을 알 수 있고, 영상의 전반적인 평균사승오차도 Beimond 등에 의한 방법을 각각 216과 467인데 비하여 본 논문에서 제시한 방법의 경우 각각 196과 453으로서 더욱 낮은 평균사승오차를 얻을 수 있었다.

I. 序 論

영상처리장치의 불완전함에 의해 대부분의 영상은 형성되거나 저장되는 동안 훼손된다. 두종류의 훼손요인 즉 흐려짐이나 잡음이 있는데, 일반적으로 훼손된 영상은 원영상이 점 확산 함수와 컨버루션되고 잡음이 가산된 형태로서 모델화할 수 있다. 흐려진 영상은 일반화 역 과정에 의해 복원될 수 있으나 악조건(ill-condition)이나 특이점(singular point)에서는 잡음의 증폭을 초래하게 된다.^[1] 그러나 이러한 경우도 정칙화 반복처리방법을 이용하여 복원할 수 있다.

반복처리방법은 수렴성과 수렴속도를 조절하는 가속변수(acceleration parameter)를 결정하는 방법에 의해 두가지로 구분할 수 있다. 첫째는 Jacobi방법이나 Gauss-Seidel방법과 같이 반복처리하는 과정에서 운영자의 판단에 의해 매 반복시마다 가속변수를 지정하는 방법이고, 둘째는 steepest descent방법이나 conjugate-gradient방법과 같이 반복단계마다 가속변수가 최적의 값으로서 자동적으로 결정되는 방법이다. 전자에 비해 후자는 유한회수의 반복만으로도 복원이 가능할 뿐 아니라 빠른 수렴속도를 갖는 장점이 있다. 본 논문은 정칙화 가속변수를 사용한 steepest descent방법에 의해 영상복원에 대하여 연구하였다. steepest-descent방법은 conjugate-gradient방법에 비해 복원에 필요한 기억장소가 작을 뿐 아니라 알고리즘이 단순하기 때문에 처리시간과 계산량이 적게 소요된다는 장점이 있다. 비록 conjugate-gradient방법에 비해 수렴속도가 늦다는 단점이 있으나 대부분의 복원효과는 처음의 몇회의 반복에서 나타나기 때

문에 약간 우수한 수렴비는 실제 영상 복원에는 중요한 요인이 아닐 수 있다^[2].

그러나 기존의 steepest descent방법은 흐려진 영상의 복원에 사용되는 것으로서 잡음이 섞인 흐려진 영상의 복원의 경우 잡음의 증폭이 발생하기 때문에 적합하지 않다. 이점을 개선하기 위해 Beimond^[3] 등은 기존의 방법에 정칙화이론을 적용함으로써 잡음이 섞인 흐려진 영상을 복원하는 방법을 제시하였다. 그러나 위 방법은 정칙화방법에 있어서 복원과정에서 발생가능한 잡음의 증폭과 과분현상(ringing effect)을 억제하기위해 사용되는 정칙화변수를 실험적으로 결정하여 영상의 복원특성을 고려하지 않고 적용함으로써 복원효과가 줄어드는 단점이 있을 뿐 아니라 복원되는 영상의 종류에 따라 정칙화변수의 값을 실험적으로 구해야 하는 문제가 있다.

본 논문은 steepest-descent방법에 의한 정칙화 반복복원방법에서 복원영상의 각화소로부터 직용직으로 정칙화변수의 값을 구하여 영상복원에 적용함으로써 잡음의 증폭과 과분현상을 줄이고, 가속변수를 구하는 과정을 단순화하여 처리시간을 줄일 수 있는 방법을 제시하였다. 이 방법은 기존의 방법에 비해 특정 영상에 무관하게 적용할 수 있다는 장점을 갖는다.

또 복원결과가 원래의 해에 근사할 경우 자동적으로 반복을 중지할 수 있는 종료규칙(termination rule)을 제시하였다. Katsaggelos^[4]등에 의해 제시되어진 지금까지 사용된 종료규칙들은 수렴되기 이전에 반복을 정지시키거나 수렴한 이후 발산과정에서 중지되는 등의 문제가 있었으나, 제시된 종료규칙은 가장 적당한 시점에서 자동 중지되는 좋은 결과를 보인다.

이 방법은 매 반복단계마다 복원된 해로부터 복원정도를 구하여 비교함으로써 잡음의 증폭동에 의해 발산하거나 이미 수렴하였을 경우 반복을 중지하여 좋은 복원해를 얻을 수 있을 뿐 아니라 계산량도 줄일 수 있다.

본 논문은 II장에 steepest-descent의 일반적인 방법에 대해 논하고, III장에 정칙화 반복처리방법을, IV장에서 복원된 반복복원방법을 논하였다. V장에서는 종료규칙에 대해 논하였다.

II. Steepest-Descent 방법

영상이 전형적인 흐려짐과 가산잡음에 의해 훼손되었다고 가정하면 이는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$g \cdot H \cdot f + n \tag{1}$$

이때 $g \cdot f$, H , n 은 각각 훼손된 영상과, 원영상, 점확산함수, 가산잡음이다.

H , g 를 알고 있을때 영상복원문제는 원영상과 가장 근사하는 해를 구하는 것이다. Wiener여과기나 Kalman여과기등 직접복원방법을 이용하여 해를 구하는 것은 큰 기억용량과 많은 처리시간을 필요로 하기 때문에 적합하지 않다. 보다 효율적인 방법은 최소자승법에 의한 그래디언트방법을 이용한 복원이다.

그래디언트방법에 의한 영상복원은

$$E(f) = \|g - H \cdot f\|^2 \tag{2}$$

과 같은 오차함수를 최소로 하는 해를 구하는 것이다.

그래디언트방법으로부터 유도된 반복 처리 방법에 의해 복원하였을 경우 k 번 반복하였을 때의 해는

$$\hat{f}_{k+1} = \hat{f}_k + \alpha_k \cdot p_k \tag{3}$$

과 같다. 이때 α_k , p_k 는 k 번 반복했을때의 가속변수와 복원벡타이다. 만약 복원벡타 p_k 를 알고 있다고 가정하면, 가속변수 α_k 에 대한 오차 함수의 기울기가 0이 되는 점에서 α_k 는 최적값을 갖는다. 즉,

$$\frac{\partial E(\hat{f}_{k+1})}{\partial \alpha_k} = 0 \tag{4}$$

식(4)로부터 가속변수는

$$\alpha_k = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n [g(i, j) - H \cdot \hat{f}_k] \cdot H^t \cdot p_k(i, j)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n [H^t \cdot p_k(i, j)]^2} \tag{5}$$

과 같은 최적값을 갖는다. 이때 m , n 은 영상의 크기로서 본논문에서는 255의 값을 갖는다. 또 steepest-descent 방법의 경우, k 번 반복했을 때의 해 \hat{f}_k 에 대해 오차 함수 식(2)에 대한 기울기를 복원벡타 p_k 로 하여

$$p_k(i, j) = A \cdot \frac{\partial E(\hat{f}_{k+1})}{\partial \hat{f}_k} \tag{6}$$

라 한다. 단 A 는 상수로서 $-\frac{1}{2}$ 로 한다. 식(6)으로부터 복원벡타는

$$p_k(i, j) = H^t \cdot [g(i, j) - H \cdot \hat{f}_k(i, j)] \tag{7}$$

과 같다. 식(7)을 식(5)에 대입하면 가속변수는

$$\alpha_k = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n [p_k(i, j)]^2}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n [H^t \cdot p_k(i, j)]^2} \tag{8}$$

으로 정의될 수 있다.

steepest-descent방법을 이용한 반복복원과정은 그림1과 같다. 단 초기해는

$$\hat{f}_0 = H^t \cdot g \tag{9}$$

이고, 초기복원벡타는 식(7)로부터

$$p_0(i, j) = H^t \cdot (g(i, j) - H \cdot \hat{f}_0(i, j)) \tag{10}$$

과 같이 정한다.

그림1로부터 위 방법은 단지 $\hat{f}_k \cdot p_k$ 의 3개의 기억장소만으로 복원이 가능할 뿐아니라 알고리즘이 단순하다는 장점을 갖는다.⁽⁹⁾

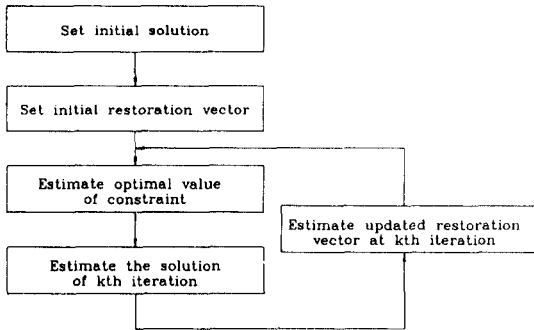


그림 1. Steepest-descent방법의 알고리즘
Fig. 1. Algorithm for the method of steepest descent

III. Steepest-Descent방법에 의한 정칙화 반복 처리 방법

관측영상이 식(1)과 같이 흐려짐과 가산잡음에 의해 훼손되었을 때 식(7)와 식(8)로부터 구하여진 가속변수와 복원벡터를 이용하여 복원할 경우 잡음의 증폭과 과분현상을 초래하게 된다. 또 식(1)의 역행렬을 구하는 문제(inverse-problem)는 약조건이나 특이점등을 갖기 때문에 복원방법은 정칙화되어야 한다.

정칙화 방법은

$$\phi(\hat{f}) = \|g - H \cdot \hat{f}\|^2 + \gamma \|L \cdot \hat{f}\|^2 \quad (11)$$

과 같은 정칙화함수를 최소로 하는 해를 찾는다. 이때 γ 는 정칙화변수로서 잡음을 억제하고 과분효과를 줄이기 위해 사용된다.

Biemond⁽⁴⁾ 등은 다음과 같이 정칙화방법을 steepest descent 알고리즘에 적용하였다. 식(2)의 오차함수 대신 식(11)의 정칙화함수를 적용하였을 경우, k 번 반복 복원하였을 때 복원벡터 p_k 는 식(6)으로부터

$$p_k = -\frac{1}{2} \cdot \phi(\hat{f}_k) \\ = H' \cdot (g - H \cdot \hat{f}_k) - \gamma_k \cdot L' \cdot L \cdot \hat{f}_k \quad (12)$$

과 같이 구할 수 있다. 또 가속변수는 k 번 반복했을 때의 가속변수 α_k 에 대한 정칙화변수의 기울기가 0인 점에서 구할 수 있다. 즉,

$$\nabla_{\alpha_k} \phi(\hat{f}_k) = 0 \quad (13)$$

으로 부터 k 번 반복복원했을 때의 가속변수는

$$\alpha_k = \frac{\|p_k\|^2}{\|H \cdot p_k\|^2 + \gamma \|L \cdot p_k\|^2} \quad (14)$$

과 같다. 식(12)와 식(14)로부터 복원해와 가속변수를 구하여 식(3)에 적용함으로써 정칙화된 복원해를 구할 수 있다.

그런데 이 방법은 정칙화 변수 γ 의 값에 따라 복원 결과가 크게 좌우된다. Biemond 등에 의해 제안된 방법의 경우 정칙화변수를 실험적으로 구해서 영상의 복원에 적용하였다. 그러므로 훼손된 영상의 종류에 따라 실험적으로 정칙화변수를 구해야 하는 단점이 있다. 그리고 실험적으로 구해진 정칙화변수를 영상신체에 적용함으로써 평면에서의 잡음의 증폭과 윤곽부분에서의 과분현상을 초래할 수 있다는 단점이 있다.

IV. 적응정칙화변수에 의한 Steepest-Descent방법

Biemond 등에 의해 제안된 방법은 가속변수를 계산함에 있어서 식(14)를 이용할 경우 $\hat{f}_k, p_k, H' \cdot H \cdot p_k$ 뿐만 아니라 $L' \cdot L \cdot p_k$ 도 필요하게 되어 처리시간 뿐만 아니라 계산량도 증가하게 된다. 또 실험적으로 결정된 정칙화변수 γ_k 가 최적이지 아닐 경우 수렴속도가 저하되거나 잡음의 증폭을 초래하게 된다. 만일 정칙화변수 γ_k 의 값이 적다고 가정하면 식(14)로부터

$$\|H \cdot p_k\|^2 \gg \gamma_k \|L \cdot p_k\|^2 \quad (15)$$

가 성립하게 되어 식(14)는

$$\alpha_k = \frac{\langle p_k, p_k \rangle}{\langle p_k, H' \cdot H \cdot p_k \rangle} \quad (16)$$

과 같이 단순화 할 수 있다. 단 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 는 내적을 의미한다. 그런데 식(16)은 기존의 steepest descent 방법과 같은 형태로서, 식(14)에 비해 식(16)은 단지 p_k 와 $H' \cdot H \cdot p_k$ 만으로 가속변수의 값을 계산할 수 있을 뿐 아니라 영상신체에 대해서 가속변수의 값을 구함으로써 계산량과 계산시간도 절약할 수 있고 식(14)의 결과와 유사하다.

그런데 Katsaggelos 등에 의해 제안된 방법의 경우

신호대잡음비에 따라 정칙화변수 γ_k 의 값으로서 0.5~0.0017⁽⁴⁾을 실험적으로 정하여 적용하였으며, Biemond 등에 의해 제안된 방법의 경우 정칙화변수의 값을 0.05~0.001⁽⁵⁾을 실험적으로 정하여 영상의 복원시 적용하였다. 그러므로 정칙화변수의 값은 복원되는 영상의 종류에 따라 달라질 수 있으나 일반적으로 매우 작은 값을 알 수 있다.

또 각 화소마다 정칙화변수의 값을 구하여 식(12)에 적용함으로써 정칙화오차를 최소화할 수 있다. 일반적으로 정칙화 반복복원방법에 의한 해 f 는 두가지의 오차에 의해서 훼손되게 된다. 즉,

$$\Omega(f) = \|L \cdot f\| \leq E \tag{17}$$

과 같이 복원과정에서 악조건이나 특이점, 파문현상 등에 의해 발생가능한 정칙화오차와

$$\|g-H \cdot f\| \leq \epsilon \tag{18}$$

과 같이 복원영상에 존재하는 잡음에 의한 오차에 의해 정칙화된 해 f 는 훼손되게 된다. 이때 E 와 ϵ 는 각각 상수로서 정칙화오차와 잡음오차항을 나타내고 L 은 정칙화연산자로서 일반적으로 고역통과여파기의 성격을 지닌다. 그러므로 정칙화 반복복원방법은 식(17)의 정칙화오차와 식(18)의 잡음오차를 최소화하는 해를 구하는 것으로써, 식(17)을 변형하여

$$\Omega(f) = \frac{\epsilon}{E} \cdot \|L \cdot f\| \leq \epsilon \tag{19}$$

과 같이 할 경우 정칙화오차와 잡음오차에 의한 오차항은

$$\|g-H \cdot f\|^2 + \left(\frac{\epsilon}{E}\right)^2 \cdot \|L \cdot f\|^2 \leq \epsilon^2 \tag{20}$$

과 같이 표현할 수 있다. 이때

$$\left(\frac{\epsilon}{E}\right)^2 \tag{21}$$

항을 정칙화변수 γ 로 정의하면 정칙화변수는

$$\begin{aligned} \gamma &= \left(\frac{\epsilon}{E}\right)^2 \\ &= \frac{\|g-H \cdot f\|^2}{\|L \cdot f\|^2} \end{aligned} \tag{22}$$

과 같이 수식화할 수 있다. 식(22)의 분모항에 삼각 부등식(triangular inequality)를 적용하여 정리하면

$$\|L \cdot f\|^2 \leq \|L\| \cdot \|f\|^2 \tag{23}$$

가 되므로 식(22)는

$$\gamma \leq \frac{\|g-H \cdot f\|^2}{\|L\|^2 \cdot \|f\|^2} \tag{24}$$

와 같다. 그러므로 k 번 반복복원하였을 때의 복원해 $\hat{f}_k(i, j)$ 에 대한 정칙화변수 $\gamma_k(i, j)$ 는 근사적으로

$$\gamma_k(i, j) \approx \frac{\|g-H \cdot \hat{f}_k(i, j)\|^2}{\|L\|^2 \cdot \|\hat{f}_k(i, j)\|^2} \tag{25}$$

과 같이 된다. 식(25)의 분모항중 $\|L\|^2$ 은 상수이고 분자항은 잡음의 오차의 분산값, 분모항중 $\|\hat{f}_k(i, j)\|^2$ 은 복원영상의 분산값이므로 궁극적으로 정칙화변수

$\gamma_k(i, j)$ 은 신호대잡음비 $\frac{\sigma_{\hat{f}_k(i, j)}^2}{\sigma_n^2}$ 에 반비례함을 알 수 있다. 이러한 점을 고려하여 본 논문에서는

$$\gamma_k(i, j) = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{\hat{f}_k(i, j)}^2}{\sigma_n^2}} \tag{26}$$

과 같이 정칙화변수를 제시한다.

본 논문에서 제시한 정칙화 변수는 복원과정에서 발생가능한 잡음의 증폭에 의한 오차와 악조건이나 특이점, 파문현상 등에 의한 오차를 최소화하는 식(25)의 정칙화변수를 근사화한 것으로서, $\sigma_{\hat{f}_k(i, j)}^2 \gg \sigma_n^2$ 과 같이 복원영상의 분산값이 잡음의 분산값보다 큰 유효영역의 경우 정칙화변수는 식(26)으로부터 0에 근사하게 된다. 잡음이 섞인 평탄한 영역의 경우 $\sigma_{\hat{f}_k(i, j)}^2 \gg \sigma_n^2$ 과 같이 원영상의 분산값이 잡음의 분산값보다 작게 되어 정칙화변수 $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 는 1에 근사하는 값을 갖게 되어 정칙화 반복복원방법을 이용한 복원의 경우 잡음의 증폭을 억제할 수 있다. 또 잡음이 섞인 유효영역의 경우 복원영상의 각부분산값과 잡음의 분산값의 비에 따라 0~1사이의 값을 가지며, 잡음과 복원영상의 각부분산값이 동일한 영역의 경우 식(26)으로부터 0.5의 정칙화변수값을 가진다. 그러므로 정칙화변수 $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 는 반복복원시 영상의 모든 화소에 대해 복원영상의 신호대잡음비에 따라 0~1사이의 값을 갖는다.

V. 종료 규칙

Katsaggelos 등은 복원결과의 수렴정도를 판단하는 기준으로

$$\frac{\|\hat{f}_{k+1} - \hat{f}_k\|}{\|\hat{f}_k\|} \leq 10^{-5} \quad (27)$$

의 종료규칙⁽⁶⁻⁷⁾을 정의하였다. 그러나 위 방법은 반복복원시 발생가능한 잡음의 증폭이나 악조건, 특이점, 심한 파문현상등에 의해 복원해가 원래의 해에 수렴하지 않고 급격히 오차가 발산하는 경우라도 반복을 멈출 수 없으며 실제로 반복복원에 적용한 경우 복원해의 오차가 발산하지 않는 경우라 할지라도 수렴하기 전에 반복을 중지하는 등의 결점을 확인하였다. 또 식(27)의 상수값 10^{-5} 는 실험적으로 결정된 값으로써 유효영역이 많거나 가산잡음에 의한 심하게 훼손된 영상을 반복처리할 경우 상수값을 실험적으로 다시 결정해야 한다. 따라서 본 논문에서는 다음과 같은 종료규칙을 새로 제시하려고 한다.

복원해가 수렴한다고 가정하면, $k-1$ 번과 k 번 반복복원하였을 경우 오차는

$$\epsilon(\hat{f}_{k-1}) \leq \epsilon(\hat{f}_k) \quad (28)$$

과 같은 관계를 갖는다. 단 $\epsilon(\hat{f}_{k-1})$ 와 $\epsilon(\hat{f}_k)$ 는 각각

$$\epsilon(\hat{f}_{k-1}) = \|f - \hat{f}_{k-1}\|^2 \quad (29)$$

$$\epsilon(\hat{f}_k) = \|f - \hat{f}_k\|^2 \quad (30)$$

이다. 식(29), 식(30)을 식(28)에 대입·정리하면

$$\frac{\epsilon(\hat{f}_k)}{\epsilon(\hat{f}_{k-1})} = \frac{\|f - \hat{f}_k\|^2}{\|f - \hat{f}_{k-1}\|^2} \leq 1.0 \quad (31)$$

이다. 식(31)의 양변에 H^2 을 곱하면

$$\frac{\|H \cdot f - H \cdot \hat{f}_k\|^2}{\|H \cdot f - H \cdot \hat{f}_{k-1}\|^2} \leq 1.0 \quad (32)$$

가 되는데, 단지 흐려짐에 의해 훼손된 경우

$$g = H \cdot f \quad (33)$$

이므로 식(32)는

$$\frac{\|g - H \cdot \hat{f}_k\|^2}{\|g - H \cdot \hat{f}_{k-1}\|^2} \leq 1.0 \quad (34)$$

와 같다. 그러므로 수렴할 경우 반복복원된 해는 반드시 식(34)의 조건을 만족해야만 하며, 복원해가 발산하거나 잡음이 증폭될 경우는 위 조건을 만족하지 않는다.

만일 관측영상 g 가 흐려짐외에 잡음에 의해서도 훼손되었을 경우 잡음의 영향을 최소화 하기 위하여 식(34)에 H^2 을 적용한다.

$$\frac{\|H \cdot g - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_k\|^2}{\|H \cdot g - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_{k-1}\|^2} \leq 1.0 \quad (35)$$

그러나 식(9)로부터 식(35)는

$$\frac{\|\hat{f}_0 - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_k\|^2}{\|\hat{f}_0 - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_{k-1}\|^2} \leq 1.0 \quad (36)$$

과 같다.

악조건이나 특이점 등에 의한 인공잡음(artifact)이나 가산잡음의 증폭에 의해 복원해가 수렴하지 않고 발산하는 경우는

$$\frac{\|\hat{f}_0 - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_k\|^2}{\|\hat{f}_0 - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_{k-1}\|^2} \leq 1.0 \quad (37)$$

의 종료규칙에 의한 반복처리를 중지한다. 또 비복원해가 발산하지는 않지만 복원되는 복원량이 매우 작은 경우

$$\|\hat{f}_0 - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_{k-1}\|^2 - \|\hat{f}_0 - H^T \cdot H \cdot \hat{f}_k\|^2 \leq \xi \quad (38)$$

에 의해 반복이 중지된다. 이때 ξ 는 실험적으로 결정된 상수로서 본 논문에서는

$$\xi = 0.01$$

으로 하였다.

본 논문에서 제안한 식(37)의 종료규칙은 식(27)과 같이 Katsaggelos 등에 의해서 제안된 종료규칙과 같이 실험적으로 결정한 역역과기의 형태를 갖는 방법이 아니라 반복복원시 만족해야하는 안정화조건

(stability condition)의 개념으로부터 제안된 것으로서 특정영상에 무관하게 적용할 수 있다는 장점을 갖을 뿐 아니라 복원해가 원래의 해에 수렴하지 않고 발산하는 경우 식(37)의 종료규칙에 의해 반복이 중지될 뿐 아니라 복원된 해가 원래의 해로 수렴되었을 경우라도 식(38)의 종료규칙을 적용함으로써 반복복원시 계산량을 줄일 수 있다는 장점을 갖는다.

V. 실험 결과

본실험에 사용된 표준영상은 256x256의 화소를 갖는 "Lena" 영상과 "Jaguar"영상이며, 사용되어진 점확산함수는

$$H(n) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & 0 \leq L < 9 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (39)$$

와 같은 동적 흐려짐으로서 움직임 길이(motion length) L 은 9로 하였다.

정칙화연산자 L 로는 $(I-H)$ 를 사용하였으며 이를 공간시간영역에서 표현하면

$$L(n) = [\delta(n) - H(n)] \quad (40)$$

과 같다. 식(39)에서 점확산함수는 공간주파수영역에서 저역통과여파기의 형태를 갖기 때문에 정칙화연산자: 고역통과여파기의 형태를 갖음을 알 수 있다.

관측영상 g 는 식(39)의 점확산함수에 의해 흐려진 영상에 20dB의 $BSNR$ 을 갖는 의사 가우시안 백색잡음(pseudo gaussian white noise)이 혼합된 훼손된 영상이다. 이때 $BSNR$ 은

$$BSNR = \frac{\text{variance of the blurred image}}{\text{variance of the additive noise}} \quad (41)$$

$$= \frac{\sigma_{H,f}^2}{\sigma_n^2}$$

같이 정의한다. 이때, σ_n^2 은 의사 가우시안 백색잡음의 분산값이고 $\sigma_{H,f}^2$ 은 흐려진 영상의 분산값이다. 정칙화 변수 $\gamma_k(\cdot, \cdot)$ 는 식(26)으로부터 구해진다. 이때 매 반복시마다 13군데의 미리 결정된 평탄한 영역으로부터 5x5크기의 창을 적용한 분산값중 가장 작은 값을 잡음의 분산값으로 하였는데, 가산잡음은 전 영상에 일양하게 분포되어 있으므로 영상신호의 분산

값이 제일 작은 영역에서의 분산값을 잡음의 분산값으로 근사화하기 위함이다. 영상의 분산값은 반복복원된 영상의 각 화소마다 5x5의 창을 적용하여 구하였다. 복원된 영상에 대한 정칙화변수의 값을 그림 2에 나타냈다. 그림으로부터, 정칙화변수는 복원영상의 분산값이 적은 평면부분에서는 1에 근사하는 값을 가지며, 분산값이 큰 윤곽영역에서는 0에 근사하는 값을 갖는다는 것을 알 수 있다.

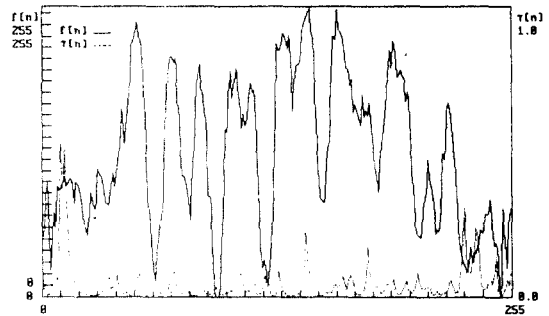


그림 2. 복원영상의 각각의 화소에서 산출된 정칙화 구속 조건

Fig 2. The variation of the regularization parameter estimated in each pixels of the restored image



그림 3. 원영상과 훼손된 영상

Fig 3. Original image and noisy-blurred image having $BSNR = 20dB$

- | | |
|---|---|
| a | b |
| c | d |
- (a) Original "Lena" image.
 - (b) Noisy blurred image having $BSNR = 20dB$ of (a).
 - (c) Original "Jaguar" image.
 - (d) Noisy blurred image having $BSNR = 20dB$ of (c).

실험에 사용된 원영상과 1x9의 크기를 갖는 동적 흐려짐에 의해 흐려진 영상, 또 BSNR = 20dB인 가산잡음이 섞인 흐려진 영상을 그림 3에 나타내었다.

본 논문에서 제안한 방법과 Biemond 등에 의해 제안된 steepest-descent방법에 의한 정적화 반복복원 방법, 기존의 steepest-descent방법에 의한 잡음이 섞인 흐려진 영상의 복원결과를 그림 4, 그림 5, 그림 6, 그림 7에, 그림 6, 그림 7의 오차영상을 그림 8, 그림 9에 나타내었다. 이때 오차영상 $e_{i,j}$ 는

$$e_{i,j} = 255 - \eta |f_{i,j} - \hat{f}_{i,j}| \quad (42)$$

와 같이 구하였다. 단 η 는 5로 하였다. 또 복원결과에 대한 평균사승오차를 표1 각각 표2, 표3, 표4와 그림 10, 그림 11에 나타내었다.

그림 4, 그림 5로부터, 본 논문에서 방법은 기존의 steepest-descent방법이나 Biemond 등에 의해 제안된 방법으로 처리한 결과에 비해 평면부분에서의 잡음의 증폭이 덜 심하고 또한 윗부분에서의 과분현상이 많이 줄어든 복원결과를 확인 하였는데 이는 정적화변수가 효과적으로 평면에서의 잡음의 증폭과 과분현상을 억제하였기 때문이다. 평균사승오차도 표 2와 표4로부터 "Lena"영상을 원영상으로 하였을 때 본 논문에서는 제안된 방법에 의해 복원처리된 영상의 경우 195로써 기존의 steepest-descent방법이나 Biemond 등에 의해 제안된 방법에 의해 복원처리된 영상의 평균사승오차 256, 218에 비해 좋은 복원결과를 갖음을 알 수 있었다.



그림 4. 복원 결과

Fig 4. Restoration results for "Lena" image at 10 times iterative restoration without termination rule.

- (a) Noisy blurred image having BSNR = 20dB
- (b) Restored image by the conventional method of Steepest Descent at 25 times iteration.
- (c) Restored image by regularized iterative method based on the method of Steepest Descent at 7 times iteration (proposed by Jan Biemond et al.)
- (d) Restored image by proposed method at 9 times iteration.

음의 증폭이 덜 심하고 또한 윗부분에서의 과분현상이 많이 줄어든 복원결과를 확인 하였는데 이는 정적화변수가 효과적으로 평면에서의 잡음의 증폭과 과분현상을 억제하였기 때문이다. 평균사승오차도 표 2와 표4로부터 "Lena"영상을 원영상으로 하였을 때 본 논문에서는 제안된 방법에 의해 복원처리된 영상의 경우 195로써 기존의 steepest-descent방법이나 Biemond 등에 의해 제안된 방법에 의해 복원처리된 영상의 평균사승오차 256, 218에 비해 좋은 복원결과를 갖음을 알 수 있었다.

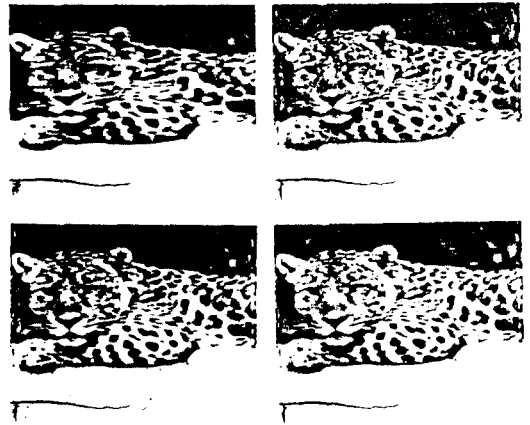


그림 5. 복원 결과

Fig 5. Restoration results for "Jaguar" image at 10 times iterative restoration without termination rule.

- (a) Noisy blurred image having BSNR = 20dB
- (b) Restored image by the conventional method of Steepest Descent at 4 times iteration.
- (c) Restored image by regularized iterative method based on the method of Steepest Descent at 7 times iteration, (proposed by Jan Biemond et al.)
- (d) Restored image by proposed method at 9 times iteration.

그림 6와 같이 "Lena"영상을 원영상으로 사용하였을 때, 기존의 steepest descent방법은 종료규칙에 의해 25회에서 반복을 중지하였을 경우 평균사승오차가 235, Biemond 등에 의해 제안된 방법의 경우 7회에서 반복이 중지되었을 경우 평균사승오차가 216인데 비해 본 논문에서 제안된 방법의 경우 9회에서

반복이 중지되었을 때 평균자승오차가 197로서 제일 양호한 복원결과를 나타내었다. 또 그림 7와 같이 "Jaguar"영상을 원영상으로 사용하였을 경우, 기존의 steepest-descent 방법은 종료규칙에 의해 4회에서 반복을 중지하였을 때 평균자승오차가 489, Biernond 등에 의해 제안된 방법의 경우 7회에서 반복이 중지하였을 때 467의 평균자승 오차를 갖는다. 이때 정칙화변수는 실험적으로 결정된 최적값인 0.05를 적용하였다. 이에 비교하여 본 논문에서 제안한 방법의 경우 9회에서 반복이 중지되었을 때 약 453의 평균자승 오차를 갖는 가장 우수한 복원결과를 나타내었다.

그림 4, 그림 5, 그림 6, 그림 7로 부터 본 논문에서 제안한 방법에 의해 처리된 결과가 평탄한 영역에서 잡음의 증폭을 억제하는 능력이 우수함을 알 수 있다. 그런데 인간의 시각체계는 윤곽부분에 존재하는 잡음의 경우 식별능력이 저하되지만 평면에 존재하는 잡음에서는 그 식별능력이 우수하다. 따라서 본 논문의 실험결과는 인간의 시각체계가 우수한 결과를 나타낸다는 것을 알 수 있다.



그림 6. 복원 결과.

Fig 6. Restoration results applying the termination rule for "Lena" image.

- | | |
|---|---|
| a | b |
| c | d |
- (a) Noisy blurred image having BSNR = 20dB
 - (b) Restored image by the conventional method of Steepest-Descent at 25 times iteration.
 - (c) Restored image by regularized iterative method based on the method of Steepest-Descent at 7 times iteration (proposed by Jan Biernond et al.)
 - (d) Restored image by proposed method at 9 times iteration.

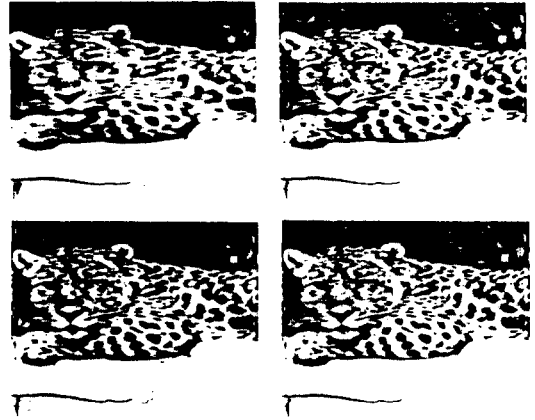


그림 7. 복원결과.

Fig 7. Restoration results applying the termination rule for "Jaguar" image.

- | | |
|---|---|
| a | b |
| c | d |
- (a) Noisy blurred image having BSNR = 20dB
 - (b) Restored image by the conventional method of Steepest-Descent at 4 times iteration.
 - (c) Restored image by regularized iterative method based on the method of Steepest-Descent at 7 times iteration. (proposed by Jan Biernond et al.)
 - (d) Restored image by proposed method at 9 times iteration.

그림 4, 그림 5와 같이 종료규칙을 적용하지 않고 10회 반복복원하였을 때의 복원결과와 그림 6, 그림 7의 종료규칙을 적용하여 처리한 결과를 비교하였을 때, 종료규칙을 적용하지 않았을 때에 비해 종료규칙을 적용하였을 때의 복원결과가 잡음의 증폭이 적을 뿐 아니라 표1, 표3과 표2, 표4에서 알 수 있듯이 평균자승오차 뿐 아니라 반복횟수도 적음을 알 수 있었다. 그러므로 반복복원방법을 이용하여 훼손된 영상을 복원할 경우 종료규칙을 적용함으로써 좋은 복원결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

그림 8, 그림 9는 종료규칙을 적용하여 반복복원하였을 때의 평균자승오차를 그림으로 나타낸 것이다. 기존의 steepest-descent 방법과 Biernond 등에 의해 제안된 방법의 경우 복원영상중 평면부분에서의 잡음의 증폭이 심하게 발생하는데 비해 본 논문에서 제시한 방법의 경우 식(26)의 정칙화변수를 적용하여 반복복원함으로써 평면부분에서의 잡음의 증폭이 적게 발생한다.

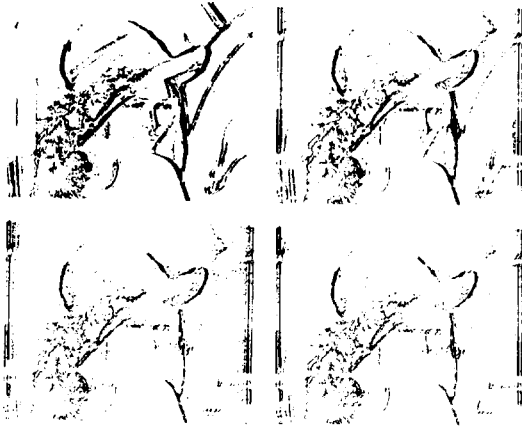


그림 8. 오차영상.

Fig 8. Comparison with error images of the restoration results applying the termination rule for the original "Lena" image.

- (a) Error image of the noisy blurred one having BSNR = 20dB.
- (b) Error image of the restored one by the conventional method of Steepest-Descent at 25 times iteration.
- (c) Error image of the restored one by regularized iterative method based on the method of Steepest-Descent at 7 times iteration. (proposed by Jan Biemond et al.)
- (d) Error image of the restored image by proposed method at 9 times iteration.

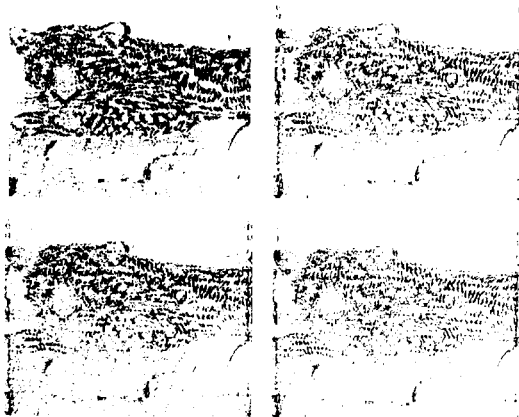


그림 9. 오차영상.

Fig 9. Comparison with error images of the restoration results applying the termination rule for the original "Jaguar" image.



- (a) Error image of the noisy blurred one having BSNR = 20dB.
- (b) Error image of the restored one by the conventional method of Steepest-Descent at 25 times iteration.
- (c) Error image of the restored one by regularized iterative method based on the method of Steepest-Descent at 7 times iteration. (proposed by Jan Biemond et al.)
- (d) Error image of the restored image by proposed method at 9 times iteration.

표 1. 종료규칙을 적용했을 경우의 평균 사승오차의 비교

Table 1. Comparison of the Mean Square Error when we applied termination rule in each methods for the original "Jaguar" image.

Restored image	Mean Square Error
Degraded image	838.38
Method 1	489.47
Method 2	467.33
Method 3	453.64

※ Method 1: Conventional method of steepest-descent.

Method 2: Regularized iterative method based on the method of steepest-descent. (proposed by Jan Biemond et al.)

Method 3: Proposed regularized iterative method based on the method of steepest-descent.

그림 10과 그림 11은 훼손된 영상을 각 방법으로 10회 반복처리하였을 때의 평균 사승오차를 그림으로 나타낸 것이다. 그림에서도 알 수 있듯이 논문에서 제안한 방법의 경우가 다른 방법에 비해 수렴속도가 제일 빠르고 평균 사승오차도 가장 적음을 알 수 있었다.

표 2. 종료규칙을 적용하지 않았을 경우의 평균자승오차.
Table 2. Comparison of the Mean Square Error in each methods after 10 iterations for restoring the noisy-blurred image(BSNR = 20dB) for the original "Jaguar" image.

No. of iteration	Method 1	Method 2	Method 3
g(BSNR = 20dB)	838.38		
1	624.58	642.95	625.15
2	548.29	561.73	551.50
3	506.63	523.99	512.68
4	489.47	498.11	488.29
5	473.51	482.90	471.84
10	513.72	461.65	450.28

- ※ Method 1 : Conventional method of steepest-descent.
- Method 2 : Regularized iterative method based on the method of steepest-descent, (proposed by Jan Biemond et al.)
- Method 3 : Proposed regularized iterative method based on the method of steepest-descent.

표 3. 종료규칙을 적용했을 경우의 평균자승오차.
Table 3. Comparison of the Mean Square Error when we applied termination rule in each methods for the original "Lena" image.

Restored image	Mean Square Error
Degraded image	385.23
Method 1	235.29
Method 2	216.05
Method 3	196.65

- ※ Method 1 : Conventional method of steepest-descent.
- Method 2 : Regularized iterative method based on the method of steepest-descent, (proposed by Jan Biemond et al.)
- Method 3 : Proposed regularized iterative method based on the method of steepest-descent.

표 4. 종료규칙을 적용하지 않았을 경우의 평균자승오차.
Table 4. Comparison of the Mean Square Error in each methods after 10 iterations for restoring the noisy-blurred image(BSNR = 20dB) for the original "Lena" image.

No. of iteration	Method 1	Method 2	Method 3
g(BSNR = 20dB)	385.23		
1	299.19	305.11	293.02
2	261.87	266.67	260.47
3	243.16	248.72	241.82
4	235.29	236.86	229.42
5	227.66	229.32	219.15
10	254.77	217.53	195.12

- ※ Method 1 : Conventional method of steepest-descent.
- Method 2 : Regularized iterative method based on the method of steepest-descent, (proposed by Jan Biemond et al.)
- Method 3 : Proposed regularized iterative method based on the method of steepest-descent.

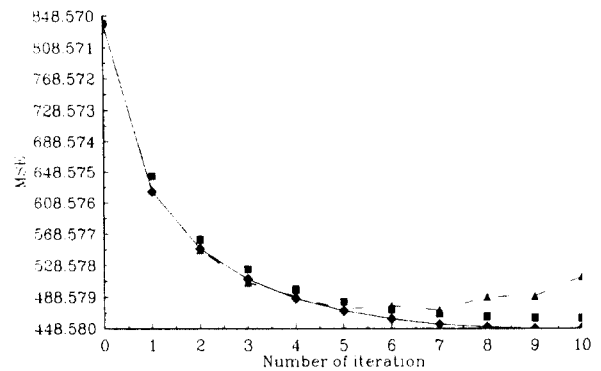


그림 10. 복원방법에 대한 평균 자승 오차의 비교.
Fig 10. Comparison of the Mean Square Error in each methods for noisy blurred image when we used "Jaguar" image as a original one.
▲ : method of Steepest-Descent
■ : regularized iterative method based on the method of Steepest-Descent proposed by Jan Biemond et al.
◆ : proposed method

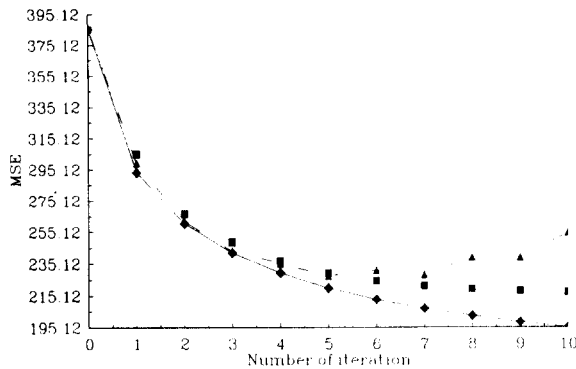


그림 11. 복원방법에 대한 평균 자승 오차의 비교.
 Fig 11. Comparison of the Mean Square Error in each methods for noisy blurred image when we used "Lena" image as a original one.

- ▲ : method of Steepest-Descent
- : regularized iterative method based on the method of Steepest-Descent proposed by Jan Biemond et al.
- ◆ : proposed method

Ⅶ. 결 론

각각의 화소마다 가변되는 정칙화 변수를 적용한 steepest-descent방법에 의한 정칙화 반복 복원 방법을 제시하였다. 일반적인 steepest-descent방법과는 달리 정칙화 반복 처리 방법은 복원시 잡음의 증폭과 과분현상을 억제하고 윤곽에서의 복원을 향상시키는 장점을 지닌다. 제시된 방법은 실험적으로 정칙화 변수를 결정하여 훼손된 영상의 복원에 적용하는 방법에 비해 복원영상으로부터 각화소마다 최적의 정칙화 변수를 구하여 영상의 복원에 적용함으로써 훼손된 영상의 종류에 무관하게 복원할 수 있을 뿐 아니라 향상된 복원결과를 얻을 수 있었다.

또 종료 규칙을 반복 처리 방법에 적용함으로써 잡음의 증폭이나 과분현상등에 의해 복원해가 발산하기 전에 가장 좋은 상태에서 반복을 중지함으로써 처리시간을 줄일 뿐 아니라 좋은 복원결과를 얻을 수 있었다.

실험을 통해서 "Jaguar"영상을 표준영상으로 사용하였을 때 467의 평균 자승오차를 갖는 Biemond등에 의해 제안된 방법에 비해 본 논문에서 제시한 방법은 453의 오차로서 향상된 복원 결과를 확인하였다.

참 고 문 헌

1. H.C.Andrews and B.R.Hunt, Digital Image Restoration, Engwood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, (1977)
2. Y. Ichioka, Y. Takubo, K.Matsuoka and T. Suzuki, "Iterative Image Restoration by a method of Steepest-Descent," J. Optics, Vol. 12, No.1, pp.35-41, (1981)
3. R.L.Lagendijk, R.M.Mersereau and Jan Biemond, "On Increasing the Convergence Rate of Regularized Iterative Image Restoration Algorithm," ICASSP, pp.1183-1186, (1987)
4. R.L.Lagendijk, Jan Biemond and D.E.Boekee, "Regularized Iterative Image Restoration with Ringing Reduction," IEEE trans. ASSP, Vol. 36, No. 12, pp.1874-1888, December, (1988)
5. R.L.Lagendijk and Jan Biemond, "Iterative Identification and Restoration of Images," pp. 71-88, Kluwer Academic Publishers, (1991)
6. A.K.Katsaggelos, Jan Biemond, R.W.Schafer and R.M.Mersereau, "A Regularized Iterative Image Restoration Algorithm," IEEE trans. signal processing, Vol. 39, No. 4, pp.914-929, April, (1991)
7. Barry J. Sullivan and Aggelos K. Katsaggelos : "New termination rule for linear iterative image restoration algorithms," optical engineering, Vol.29, No.5, pp.471-477, may, (1990)
8. J.S.Lim, "Two-Dimensional Signal and Image processing," pp.524-561, Prentice Hall, (1990)
9. R.W.Schafer, R.M.Mersereau and M.A. Richards, "Constrained Iterative Restoration Algorithms," proceedings of the IEEE, Vol.69, No.4, pp.432-450, April, (1981)
10. R.L.Lagendijk, Jan Biemond and R.M. Mesereau, "Iterative Methods for Image Deblurring," proceeding of the IEEE, Vol. 78, No.5, pp.856-883, May, (1990)
11. S.Kawata and Y.Ichioka, "Iterative Image Restoration for Linearly Degraded Images. I. Basis," J.Opt. Soc.Am., Vol.70, No.7, pp. 762-768, July, (1980)

12. Satoshi Kawata and Yoshiki Ichioka : "Iterative Image Restoration for Linearly Degraded Images. II. Reblurring Procedure," J. Opt. Soc. Am., Vol.70, No.7, pp.768-772, July, (1980)

洪 性 鏞(Sung Yong Hong)

正會員

1964年 4月 20日生

1987年 2月 : 嶺南大學校 電子工學科 卒業(工學士)

1989年 2月 : 嶺南大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)

1989年 2月 ~ 現在 : 嶺南大學校 大學院 電子工學科 博士課程

※주관심분야 : 영상복원

李 泰 鴻(Tae Hong Lee)

正會員

1952年 7月 27日生

1975年 2月 : 서울大學校 工業教育學科 卒業

1976年 5月 ~ 1979年 10月 : 東洋精密(株) 中央研究所 勤務

1980年 2月 : 서울大學校 大學院 工業教育學科 卒業(碩士)

1980年 1月 ~ 1981年 2月 : 金星電氣(株) 技術研究所 勤務

1981年 3月 ~ 現在 : 嶺南大學校 電子工學科 教授

1984年 3月 ~ 1987年 2月 : 서울大學校 大學院 電子工學科 修了(博士)

1990年 9月 ~ 1991年 8月 : 미국 Syracuse University 客員教授

※주관심분야 : 신호처리, 영상복원