

## 직교다항식에 의한 표면 근사화를 이용한 Shape from shading

正會員 金 芳 煥\* 正會員 朴 來 弘\*

### Shape from Shading Using Surface Approximation by Orthogonal Polynomials

Bang Hwan Kim\*, Rae Hong Park\*

#### 要 約

본 논문에서는 한 장의 영상으로부터 물체의 형상을 복원하는 shape from shading 문제에 접근하기 위한 새로운 알고리즘을 제안하였다. 제안된 반복 알고리즘에서 주어진 3차원 표면이 직교 다항식에 의해 근사화되고 주어진 표면과 그것이 미분치 사이의 관계를 다항식 계수를 이용한 행렬식으로 표현하였다. 또한 표면의 상대적인 높이와 그것이 미분치를 서로 반복적으로 갱신하면서 얻었다. 알고리즘의 성능을 밝기오차, 표면의 방향오차, 높이오차 측면에서 평가하였으며 제안된 방법과 기존의 여러 방법들과의 성능 비교를 보였다.

#### Abstract

In this paper, we propose a new shape from shading algorithm which reconstructs object shapes from a single image. In the proposed iterative algorithm, given 3D surfaces are approximated by orthogonal polynomials and the relationships between the given surface and its derivatives are constructed as matrix forms in terms of polynomial coefficients. Also the relative depth and its derivatives are obtained by updating them iteratively. Performance of the proposed shape from shading algorithm is evaluated in terms of brightness error, orientation error, and height error, and the performance comparison of the proposed and conventional algorithms is shown.

\*. 西江大學校 電子工學科  
Dept. of Electronic Engineering, Sogang University  
論文番號: 9465  
接受日字: 1994年 4月 3日

I. 서 론

Shape from shading (SFS) 문제는 영상의 밝기값 변화를 이용하여 3차원 형상을 복구하는 문제이다. 일반적으로 3차원 물체를 투영하여 2차원 영상을 얻는 과정에서 물체로부터의 거리 정보의 손실이 나타난다. 반대로 2차원 영상에서 3차원 정보를 얻는 역과정은 잃어버린 거리 정보를 찾는 과정으로 불량설정문제 (ill-posed problem)로 알려져 있다.<sup>(1)</sup>

이러한 SFS 문제는 Horn<sup>(2)</sup>에 의해서 처음으로 연구되기 시작하였다. 그는 물체의 반사함수 (reflectivity function)과 광원의 위치를 안다는 가정하에서 SFS 문제를 비선형 편미분 방정식으로 표현하여 characteristic strip 방정식이라 불리우는 5개의 상미분 방정식으로 변환하여 물체 표면의 방향을 구하고자 하였다. 그 후 Ikeuchi와 Horn<sup>(3)</sup>은 Gaussian sphere의 stereographic 투영에 바탕을 두고 최초로 변분법 (calculus of variation)을 SFS 문제에 적용하였다. 그들은 최소화시키기 위한 비용함수에 regularization항을 두어 이를 변분법에 의하여 최소화시키는 방법을 사용하였다. 그러나 영상의 밝기값에서 표면의 방향만을 구하는 것이므로 적분가능성(integrability)이 문제가 되었다.<sup>(4)</sup> 그 뒤 이러한 문제를 해결하기 위한 많은 연구가 진행되었다.

SFS 문제를 풀기 위한 대부분의 연구는 문제에 대한 몇가지 가정을 하고 문제를 쉽게 단순화하였다. 그것은 영상의 형성 모델을 단순화시켜 SFS 문제를 단순화시키는 노력이다. 영상의 밝기값을 결정하는 요소는 크게 네 가지로 나눌 수 있다. 첫째는 광원의 성질이고, 둘째는 물체의 재질에 따른 반사 특성이다. 셋째는 물체 표면의 형상이고, 넷째는 영상의 투영 방법이다. 이와같은 영상의 형상에는 여러 가지 복잡한 요소들이 관여하므로 부가적인 가정이 없이는 물체의 형상을 유일하게 결정할 수 없다. SFS 문제에서 많이 사용하는 가정은 다음과 같다.

첫째는 영상의 반사모델로서 물체 표면에서 영상의 밝기는 물체의 재질이나 반사도에 관계없이 표면의 편미분 값에 의하여 좌우된다는 것이다. 이것은 영상 휘도 방정식 (image irradiance equation)에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$I(x, y) = R(p(x, y), q(x, y)) \quad (1)$$

여기서  $I(x, y)$ 는 영상의 밝기값이고, 높이 좌표  $z$ 에 대해

$$p(x, y) = \partial z(x, y) / \partial x, \quad q(x, y) = \partial z(x, y) / \partial y$$

이다. 이와 같이 물체 표면의 밝기가 물체 표면의 미분 값에 의해서만 결정될 때 우리는 물체 표면의 특성을 Lambertian 특성을 가진 표면이라 하고, 반사지도 (reflectance map)  $R(p, q)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$R(p, q) = \eta (\vec{N} \cdot \vec{S})$$

$$= \eta \cdot (\cos \gamma - p \cos \tau \sin \gamma - q \sin \tau \sin \gamma) / \sqrt{(1 + p^2 + q^2)} \quad (2)$$

여기서  $\eta$ 는 반사상수로 물체의 재질에 관계없이 단순화된 값으로 모든 표면에 대해 상수로 표현된다.  $\vec{N}$ 은 표면의 단위 법선 벡터로  $\vec{N} = (-p, -q, 1) / \sqrt{1 + p^2 + q^2}$ 이다. 또한  $\vec{S}$ 는 광원 방향의 단위 법선 벡터로 광원의 위치가 물체에서 무한대의 점에 있다고 가정하여 광원의 방향이 물체 표면의 어느 곳에서나 일정하다고 간주한다. 따라서  $\vec{S} = (\cos \tau \sin \gamma, \sin \tau \sin \gamma, \cos \gamma)$ 로 표현되고  $\tau$ 는 주어진  $x-z$ 평면과  $\vec{S}$ 가 이루는 각도이고  $\gamma$ 는  $z$ 축과  $\vec{S}$ 가 이루는 각도이다.

둘째는 영상을 보는 위치의 문제로 영상 평면에 물체가 투영될 때 원근 투영 (perspective projection)이 아닌 직각 투영 (orthographic projection)으로 가정하여 SFS 문제를 단순화시킨다.

본 논문에서는 이러한 가정을 가지고 새로운 접근 방식으로 SFS 문제를 풀려고 시도하였다. 직교 다항식을 이용한 표면 근사화를 통해  $z$ 에 대한 양함수 (explicit function)를 얻고,  $z$ 와 미분치  $p, q$ 와 관계를 직교성을 이용해 행렬 연산의 관계로 유도하였다. 이와 같은  $z, p, q$ 의 연관관계를 이용하여 기존의 기본적인 알고리즘을 갱신함으로써 얻어진 다음 반복의  $p, q$  값은  $z$ 와  $p, q$ 간의 연관관계를 이용해  $z$ 의 갱신값을 얻기 위해 사용된다. 또한 근사화의 정확도를 높이기 위해 영상을 여러 개의 작은 창틀로 나누어 각각에 대해 직교 다항식 근사화를 함으로써 근사화에 의한 오

차를 줄였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 기존의 변분법을 사용한 초기의 기본적인 SFS 알고리즘과 이의 문제점을 알아본다. III장에서는 직교다항식을 이용한 근사화의 기본적인 개념과 직교성을 이용해 얻어지는  $z$ 와  $p$ ,  $q$ 와의 연관관계를 사용하여 새로운 SFS 알고리즘을 제안한다. IV장에서는 실험을 통해 제안된 알고리즘의 성능을 분석하고, 기존의 방법들과 세가지 다른 오차 기준에 의해 결과를 비교하였고, 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

### II. 기존의 기본적인 SFS 알고리즘

여러 가지 가정으로 단순화된 SFS 문제도 비선형 편미분 방정식의 형태로 그 해를 구하기가 어렵다. 따라서 주로 쓰이고 있는 방법은 주어진 경계 조건을 가지고 반복법에 의해 접근하는 방법이다. 즉 비용함수(cost function)을 설정하여 최소화하도록 하는 것이다. 이러한 비용함수의 대표적인 것은 다음과 같다.<sup>(4)</sup>

$$\epsilon = \int \int [ [ I(x, y) - R(p(x, y), q(x, y)) ]^2 + \lambda [ p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2 ] ] dx dy \quad (3)$$

첫번째 항은 영상의 밝기값  $I(x, y)$ 와, 구해진  $p(x, y)$ 와  $q(x, y)$ 를 사용해서 얻은 반사 지도  $R(p, q)$ 와 차이값의 제곱이다. 두번째 항은 문제의 해를 유일하게 하기 위해 쓰여진 평활화 구속 조건이고,  $\lambda$ 는 조정화 파라미터이다. 여기서  $p_x(q_x)$ 와  $p_y(q_y)$ 는  $p(q)$ 를 각각  $x$ 와  $y$ 로 미분한 값이다. 식 (3)과 같은 적분식으로 표현된 비용 함수를 최소화하기 위해서는 변분법이 사용된다. 따라서 (3)은 극치(extrema)에서 관련된 오일러 방정식을 만족시키고 그 형태는

$$\epsilon = \int \int F(x, y, p, q, p_x, q_x, p_y, q_y) dx dy \quad (4)$$

와 같으므로 다음과 같이 오일러 방식을 만족한다.

$$\begin{aligned} F_p - \frac{\partial}{\partial x} F_{p_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{p_y} &= 0 \\ F_q - \frac{\partial}{\partial x} F_{q_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{q_y} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $F_p$ 와  $F_q$ 는 함수  $F$ 를 각각  $p$ 와  $q$ 로 미분한 값이고,  $F_{p_x}(F_{q_x})$ 와  $F_{p_y}(F_{q_y})$ 는 함수  $F$ 를 각각  $p_x(q_x)$ 와  $p_y(q_y)$ 로 미분한 값이다. 또한 식 (5)를 사용해 반복식을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p^{n+1}(x, y) &= \frac{1}{4} [ p^n(x, y-1) + p^n(x-1, y) \\ &\quad + p^n(x+1, y) + p^n(x, y+1) ] \\ &\quad + \lambda [ I(x, y) - R(p^n(x, y), \\ &\quad q^n(x, y)) ] R_p \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} q^{n+1}(x, y) &= \frac{1}{4} [ q^n(x, y-1) + q^n(x-1, y) \\ &\quad + q^n(x+1, y) + q^n(x, y+1) ] \\ &\quad + \lambda [ I(x, y) - R(p^n(x, y), q^n(x, y)) ] R_q \end{aligned}$$

여기서  $p^{n+1}(x, y)$ ,  $q^{n+1}(x, y)$ 는  $p(x, y)$ ,  $q(x, y)$ 의  $(n+1)$ 번째 갱신값이다. 이것은 Brooks와 Horn<sup>(40)</sup>이 제안한 알고리즘으로 SFS 문제의 대표적인 방법이지만 적분가능성의 문제를 안고 있다. 적분가능성의 조건은 주어진 영역  $\Omega$ 에 대해서

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \quad \forall (x, y) \in \Omega \quad (7)$$

와 같이 주어진다<sup>(1)</sup> 일반적으로 적분가능성이 조건이 만족될 때  $p, q$ 에서  $z$ 를 구하기 위해서는

$$z(x, y) = z(x_0, y_0) + \int_{\Gamma} (p dx + q dy) \quad (8)$$

와 같이 기준점  $z(x_0, y_0)$ 에서 임의의 적분경로  $\Gamma$ 에 대해서  $z(x, y)$ 의 값이 항상 일정하게 되어야 한다. 그러나 식 (7)의 적분가능성의 조건이 만족되지 못하면 적분경로에 따라서  $z(x, y)$ 의 값이 바뀌게 된다.

적분가능성의 문제는 80년대 중반 이후 SFS 문제의 큰 관심사로 이를 해결하기 위한 여러가지 방법들이 제안되었다. 즉 반복법에서  $p, q$ 뿐만 아니라  $z$ 를 구하여  $z$ 의 미분치를  $p, q$ 로 사용함으로써 적분가능성의 문제를 해결하려 하였다. Horn<sup>(5)</sup>은 적분가능성의 조건을 비용 함수에 추가하고 반사지도를 선형화하여  $z, p, q$ 간의 관계를 유도함으로써 해결하려 하였고 Frankot과 Chellappa<sup>(6)</sup>는 식 (6)의 알고리즘을 그대로 사용하면서 반복법에 의해 얻어진  $p, q$ 를 사용하여 직교수영 (orthogonal projection)을 사용하여 FFT를 사용한 주파수 영역에서 적분가능성이 만족되면서  $p, q$ 의 원래값에 가깝게 하는  $z$ 값과  $p, q$ 값을 동시에 구하는 방법을 제안했다.

본 논문에서 사용한 방법도 이러한 적분가능성을 염두해 두고 직교다항식을 이용한 표면 근사화를 통해  $z$ 에 대한 양함수를 얻어 그것을 미분하여  $p, q$ 의 값으로 사용하여  $z$ 값과  $p, q$ 값을 동시에 구하는 방법을 제안하였다.

### III. 직교 다항식을 이용한 제안한 SFS 알고리즘

물체 표면의 높이  $z$ 는  $x, y$ 를 매개변수로 하는 양함수  $z(x, y)$ 의 형태로 표현될 수 있다. 본 장에서는 직교 다항식을 써서 이산화된 물체 표면의 점들을 가지고 기저함수 (basis function)가 직교 다항식으로 표현되어 그들의 가중치 계수에 의한 선형 결합으로 표시되는 연속적인 양함수  $z(x, y)$ 를 얻는다. 이 과정은 선형 변환으로 생각할 수 있어 행렬 형태로 표시가 가능하다. 또한  $z(x, y)$ 의 미분치도 역시 행렬 형태로 표시가 가능하다. 따라서 본 장에서는  $z(x, y)$ 와 그것이 미분치를 직교성을 이용하여 공통의 계수를 갖도록 하고 이를 이용하여 새로운 SFS 알고리즘을 유도한다.

#### 1. 직교다항식을 이용한 표면 근사화

3차원 공간상의 높이  $z(x, y)$ 가 어떤 직교 다항식을 기저함수로 하는 함수의 형태로 다음과 같이 표현이 가능하다고 하자.

$$z(x, y) = \sum_{i+j \leq k} C_{ij} P_i(x) P_j(y) \quad (9)$$

여기서  $P_i(x), P_j(y)$ 는 각각 차수가  $i, j$ 인 기저함수이며  $C_{ij}$ 는 이러한 기저함수의 가중치 계수이다. 본 논문에서 사용한 직교 다항식은 Legendre 다항식으로 그것의 형태는

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ P_2(x) &= \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2} \\ P_3(x) &= \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x \\ P_4(x) &= \frac{35}{8}x^4 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{3}{8} \end{aligned} \quad (10)$$

와 같다.<sup>(7)</sup> 이것의 재귀적인 반복 형태는

$$\begin{aligned} nP_n(x) &= (2n-1)xP_{n-1}(x) \\ &- (n-1)P_{n-2}(x), \quad n \geq 2 \end{aligned} \quad (11)$$

와 같다.<sup>(7)</sup> 이 Legendre 다항식은 다음과 같은 직교성을 만족한다.

$$\int_{-1}^1 P_i(x) P_j(x) dx = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \frac{2}{2i+1}, & i = j \end{cases} \quad (12)$$

예를 들어 그림 1과 같이 이산화된 점의 가로 세로의 갯수가  $N \times M$ 이라 할 때, 주어진 점들을 근사화하는데 식 (9)과 같은 형태를 사용하면 다음과 같이 행렬의 형태로 표시가 가능하다.<sup>(8)</sup>

$$[ Z ] = [ \Phi z ] [ C ] \quad (13)$$

여기서

$$[ Z ] = \begin{bmatrix} z(1, 1) \\ z(2, 1) \\ z(3, 1) \\ \vdots \\ z(N, M) \end{bmatrix} \quad [ C ] = \begin{bmatrix} C_{00} \\ C_{01} \\ C_{10} \\ \vdots \\ C_{04} \end{bmatrix}$$

$$[\Phi z] = \begin{bmatrix} P_0(1)P_0(1) & P_1(1)P_0(1) & P_0(1)P_1(1) & \cdots & P_0(1)P_L(1) \\ P_0(2)P_0(1) & P_1(2)P_0(1) & P_0(2)P_1(1) & \cdots & P_0(2)P_L(1) \\ P_0(3)P_0(1) & P_1(3)P_0(1) & P_0(3)P_1(1) & \cdots & P_0(3)P_L(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_0(N)P_0(M) & P_1(N)P_0(M) & P_0(N)P_1(M) & \cdots & P_0(N)P_L(M) \end{bmatrix}$$

이고  $L$ 은 가중치 계수의 갯수라 하면  $[Z]$ 은  $NM \times 1$ ,  $[\Phi z]$ 는  $NM \times L$ ,  $[C]$ 는  $L \cdot 1$ 행렬이다. 식 (9)에서 보듯이 기지함수로 사용한  $P_i(x)$ ,  $P_j(y)$ 가 결정되면 오직 가중치 계수  $C_{ij}$ 를 결정함에 의해서 전체 표면을 근사화할 함수  $z(x, y)$ 를 얻을 수 있다. 이 계수  $C_{ij}$ 는 식 (13)을  $[C]$ 에 대해 풀어 구할 수 있다. 만일 행렬  $[\Phi z]$ 가 정방형 행렬이 아니라면  $[C]$ 를 구하기 위해서 다음과 같이 전치행렬(transpose matrix)을 곱하여  $[A_z] = [\Phi z]^T \cdot [\Phi z]$ 와 같이 정방형 행렬로 만들어서  $[C]$ 를 구한다. 즉,

$$\begin{aligned} [\Phi z]^T [Z] &= [\Phi z]^T [\Phi z] [C] \\ [bz] &= [Az] [C] \\ [Az]^{-1} [bz] &= [C] \end{aligned} \tag{11}$$

의 관계를 만족한다. 여기서  $[bz] = [\Phi z]^T [Z]$ 은  $L \times 1$ ,  $[Az]$ 은  $L \times L$ 행렬이다. 따라서  $[C]$ 는 식 (14)의 선형 시스템을 풀어 구할 수 있다. 이런 직교 다항식 근사화 방법으로  $4 \times 4$ 나  $8 \times 8$  영역에 대해 3, 4차 정도의 직교다항식으로 원래값에 거의 가까운 근사한 표면 방정식을 얻을 수 있다.<sup>10)</sup> 이것은 가중치 계수  $C_{ij}$ 들만 알고 있으면 주어진 임의의 좌표에 대해 그 점에서의  $z$ 값을 알 수 있다는 의미가 된다.

2. 근사화함수와 표면 방향  $p$ ,  $q$ 와의 관계  
 직교 다항식을 SFS 문제에 적용하기 위해 식(9)를 각각  $x$ ,  $y$ 에 대한 편미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial z(x, y)}{\partial x} &= p(x, y) = \sum_{i+j=k} C_{ij} P_{ix} P_{jy}(y) \\ \frac{\partial z(x, y)}{\partial y} &= q(x, y) = \sum_{i+j=k} C_{ij} P_i P_{jy}(y) \end{aligned} \tag{15}$$

여기서  $P_{ix}(x)$ 와  $P_{jy}(y)$ 는 0이 되므로  $p(x, y)$ 에서는  $C_{ij}$ 항이 모두 0이 되고  $q(x, y)$ 에서는  $C_{i0}$ 항이 모두 0이 된다. 식 (15)도 식 (13)과 같이 이산화된 점의 값을 알고 있을 때 다음과 같이 행렬 형태로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_p \\ \Phi_q \end{bmatrix} [C] \tag{16}$$

여기서  $[p]$ ,  $[q]$ 의 행과 열의 크기는  $NM \cdot 1$  이고  $[\Phi_p]$ 와  $[\Phi_q]$ 의 크기는  $NM \cdot L$ 이다. 그러나  $p(x, y)$ 에서는  $C_{ij}$ 항과  $q(x, y)$ 에서는  $C_{i0}$ 항은 0이 되므로 그에 관련된 행렬  $[\Phi_p]$ 와  $[\Phi_q]$ 의 각 열들을 모두 0이 되어 식 (16)의 선형 방정식은 그 해가 존재하지 않게 된다. 그러나  $C_{00}$ 항을 제외하면  $p(x, y)$ 와  $q(x, y)$ 에서 공통으로 0이 되는 항이 없게 된다. 그러므로  $p(x, y)$ 와  $q(x, y)$ 를 동시에 만족시키는 식 (16)과 같은 형태가 존재한다면 동시에 0이 되는  $C_{00}$ 항을 제외한  $C_{ij}$ 항들이 모두 존재하는 형태로 표지가 가능한 것이다.

본 논문에서는 이에 대한 해결책으로 다음과 같이 행렬  $[p]$ 와  $[q]$ 를 하나의 정렬로  $[pq]$ 로 정의하여

$$\begin{aligned} [pq] &= \begin{bmatrix} [p] \\ [q] \end{bmatrix} \\ [\Phi_{pq}] &= \begin{bmatrix} [\Phi_p] \\ [\Phi_q] \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{17}$$

로 나타내면 행렬  $[pq]$ 와  $[\Phi_{pq}]$ 와의 관계는

$$[pq] = [\Phi_{pq}] [C] \tag{18}$$

로 쓸 수 있다. 여기서 행렬  $[pq]$ 의 크기는

$2NM \times 1$ 이고  $[\Phi_{pq}]$ 의 크기는  $2NM \times L$ 이다. 그러면 식 (18)의 벡터  $[C]$ 에는  $C_{00}$ 를 제외한 모든  $C_{ij}$ 가 나타나게 된다. 그리고 나서 식 (14)와 같이  $[C]$ 를 풀기 위해서  $[\Phi_{pq}]$ 의 전치행렬을 곱해서 얻어진 식은

$$\begin{aligned} [\Phi_{pq}]^T [pq] &= [\Phi_{pq}]^T [\Phi_{pq}] [C] \\ [b_{pq}] &= [A_{pq}] [C] \end{aligned} \tag{19}$$

와 같다. 여기서  $[b_{pq}]$ 의 크기는  $L \times 1$ ,  $[A_{pq}]$ 의 크기는  $L \times L$ 이다. 따라서  $[A_{pq}]$ 의 역행렬이 존재한다면 식(19)에서  $[C]$ 를 구할 수 있다.

그러나 식 (9)에서  $i = 0, j = 0$ 일 때  $P_i(x), P_j(y)$ 의 차수가 0이 되는 상수항  $C_{00}$ 가 존재하므로  $[A_{pq}]$ 가 singular 행렬이 된다. 이 문제를 해결하기 위해서 여기서는  $C_{00}$ 항을 쓰지 않고  $z(x, y)$ 의 근사화 방정식을 얻었다.  $C_{00}$ 항은 적교성의 성질로 인해 근사화된 표면의 평균값에 해당한다. 이것은 적교성을 의미하는 식(12)을 사용하여 다음 식에서 확인할 수 있다. 즉

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 z(x, y) P_0(x) P_0(y) dx dy \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 z(x, y) dx dy \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [C_{00} P_0(x) P_0(y) \\ &\quad + C_{10} P_1(x) P_0(y) + C_{01} P_0(x) P_1(y) \\ &\quad + \dots]^1 P_0(x) P_0(y) dx dy \end{aligned} \tag{20}$$

$$= C_{00} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dx dy$$

이므로

$$C_{00} = \frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 z(x, y) dx dy}{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dx dy} \tag{21}$$

로 쓸 수 있다. 따라서 근사화된 표면의 평균값을 제거하면  $C_{00}$ 값이 0이 되어  $C_{00}$ 항 없이 근사화하는 결과가 되어  $[A_{pq}]$ 의 역행렬이 존재한다.  $C_{00}$ 이 제거된 상태에서는 식 (18), (19)의 벡터  $[C]$ 는 식 (13), (14)와 동일한 벡터가 된다.

SFS문제의 분명한 한계는 복원할 형상의 평면과 실제 거리 사이의 절대 거리를 알아낼 수 없다는 것이다. 스테레오 비전의 경우는 다른 위치의 두 영상을 얻어서 정합점의 변위 (disparity)를 이용하여 절대 거리를 얻을 수 있지만 SFS문제에서는 물체의 형상만을 얻고자 하는 것이므로 표면 높이의 평균값을 어떤 방법으로든 알 수가 없다. 이런 SFS문제의 단점을 본 논문에서는 가중치 계수  $C_{00}$ 를 제거하는데 따라 해가 불확실할 때 생기는 문제점을 해결하기 위한 제약 조건으로 사용하였다. 따라서  $C_{00}$ 를 빼고, 표면 높이의 평균값을 제거한 표면에 대한 식(9)을 다시 설정해 식 (13)-(19)을 다시 만들어 행렬  $[A_{pq}]$ 의 역행렬이 존재하는 행렬로 만들어 주었다. 여기서 고려할 점은 식 (21)의 평균값 계산이다. 여기서 구하려고 하는 것은 근사화된 연속적 함수이므로 이 근사화 함수를 모르는 상태에서 식 (21)의 적분식을 구해야 한다. 그러나 이산화된  $N \times M$ 개의 균일 분포한 점에 대해서만 값을 알고 있으므로 이 점들의 평균값을 근사된 함수의 평균값이라 근사하여 평균값 제거에 사용한다. 이런 경우에는 창틀 (window)의 크기가 클수록, 즉 알고 있는 점의 개수가 많을수록 근사화가 잘 된다.

식 (9)와 같은 근사화 형태를 사용할 때, 식 (14)와 식(19)에서 보듯이  $z$ 나  $p, q$ 의 어느 한쪽 값만 알게 되면 나머지 값들을 구할 수 있다. 예를 들어  $z$ 의 값만 알면 가중치 행렬  $[C]$ 를 식 (14)에서 구할 수 있고, 다시 식(18)을 이용하여  $p, q$ 값을 알 수 있다. 반대의 경우도 마찬가지가 된다. 이 점에 착안하여 다음 절에서 새로운 SFS 알고리즘을 유도한다.

본 논문에서 사용한 적교 다항식은 수치 해석적으로 안정한 시스템을 갖게 한다.<sup>(18)</sup> 즉 보통의 다항식  $(x, x^2, x^3, \dots)$ 을 이용하여 표면 근사화를 했을 때에도 적교성을 가진 다항식을 썼을 때 근사화 성능에는 큰 차이가 없었다. 그러나 다음 절의 제안된 알고리즘에서 보듯이 반복법을 사용하는 경우에는 행

렬의 안정성 문제가 제기된다. 직교성을 가진 다항식을 썼을 때 행렬의 안정성을 결정하는 condition number 가 작아지게 되므로 반복법을 사용할 때 더 적합하다.

### 3-3. 제안한 SFS 알고리즘

앞 절에서 언급한 바와 같이 가중치 행렬  $[C]$  에 의해서  $[Z]$ ,  $[pq]$  를 근사화하여 구할 수 있다. 따라서 반복법에 의해 3차원 형상을 구할 때 가중치 행렬  $[C]$  를 갱신함에 의해서, 즉 현재의 값  $[C]_n$  을 다음 갱신값  $[C]_{n+1}$  을 얻기 위해 쓰는 것이다. 이렇게 하기 위해 본 논문에서는 Brooks와 Horn이 제안한 식(6)를 이용하였다. 먼저  $4 \times 4$  또는  $8 \times 8$  정도의 사각형의 영역에서 이산화된 점들에 대해  $[Z]$  값을 초기화한다. 영역의 평균 높이를 계산하여 전체적으로 평균 높이를 제거한다. 식(14)을 써서 가중치 행렬  $[C]$  를 구한 후 이것으로 식(18)을 이용하여  $[pq]$  를 구한다. 그 후 식(6)을 이용하여  $[pq]$  를 갱신한 후 이를 이용해서 식(19)에 의해 다시 가중치 행렬  $[C]$  를 구한다. 이렇게 얻어진  $[C]$  를 이용해 식(13)을 통해  $[Z]$  의 값을 구하고 처음에 제거했던 평균값을 더해 다음 반복에서 사용할  $[Z]$  로 한다.

그러나 영상의 크기가  $4 \times 4$  또는  $8 \times 8$ 보다 훨씬 커지면 영상 전체의 이산화된 각 점들을 전부 식(9)을 사용하여 근사화시키는 데는 문제가 있다. 즉 아주 단순하고 평평한 영상이 아니고서는 제대로 근사화되지 않는다. 따라서 영상 전체를 그림 2(a)와 같이 여러 개의 창틀로 분할하여 각 창틀을 근사화가 잘 되는  $4 \times 4$  또는  $8 \times 8$  정도로 작게 나누어 각각의 창틀을 독립적으로 위에서 언급한 방법대로 반복을 수행한다. 그렇지만 작은 창틀에 대해 독립적으로 알고리즘을 적용할 경우 앞 절에서 언급한 바와 같이 평균값을 빼고 근사화를 하므로 각 창틀에 대해서 부분적으로 좋은 결과를 얻을 수 있지만 창틀과 창틀사이에는 절대적인 평균값을 복원할 수 없으므로 서로 평균값이 틀리게 되어 블럭효과(blocking effect)가 발생한다. 이는 창틀마다 상대적인 거리값만 가지고 있으므로 창틀사이의 이웃하는 점들에 대해서는 불연속이 발생하는 결과를 초래한다. 따라서 창틀을 독립적인 분할로 만들지 않고 그림 2(b)에서 보는 바와 같이 이웃하는 창틀끼리 서로

겹치게 하여 각 겹쳐진 부분으로 인해 각 블럭의 평균값이 서로 연관성을 가지게 하여 결과적으로 블럭효과를 가지지 않게 하였다. 또한 각 반복시 높이 정보를 시작으로 해서  $p, q$ 의 값을 구하므로 적분가능성에 대한 문제를 없애주는 역할을 한다. 지금까지의 알고리즘을 요약하면 아래와 같다.

- 1) 초기화:  $z$ 를 초기화한다.
- 2) 각각의 창틀에 대하여
  - i)  $[Z]$  의 평균을 제거한다.
  - ii) 식(14)에 의해서  $[C]$  를 계산한다.
  - iii) 식(18)에 의해서  $[pq]$  를 계산한다.
  - iv) 식(6)에 의해서  $[pq]$  를 갱신한다.
  - v) 식(19)에 의해서  $[C]$  를 계산한다.
  - vi) 식(13)에 의해서  $[Z]$  를 계산한다.
  - vii) i)에서 제거한 평균을  $[Z]$  에 더한다.
- 3) if (반복수 < 최대 반복수) 2
- 4) 종료
- 5) 2)로 간다

## IV. 실험 결과 및 검토

제안된 방법을 실험하기 위해 사용한 영상은  $64 \times 64$  크기를 가진 합성영상을 사용하였다. 그림 3은 실험에 사용한 5개의 영상과 이들의 3차원 형상을 보여준다. 합성영상의 조명의 각도는 (tilt, slant)를 ( $50^\circ, 20^\circ$ )로 사용하였다. 실험 결과 조명의 각도에 실험 결과가 크게 영향을 받지 않아 한 방향으로 고정시켜 사용하였다. 그림 3(a)는 구 (sphere) 모양을 가장 높은 점을 중심으로 잘라 불연속이 나타나지 않게 만든 영상이고, 그림 3(b)는 불연속이 들어가도록 한 영상이다. 그림 3(c)는 타원체를 중심부분을 중심으로 잘라 불연속이 나타나지 않게 만든 영상이고 그림 3(d)는 불연속이 있게 만든 영상이다. 그림 3(e)는 산등성이 모양의 saddle 형태의 불연속이 없는 형태의 영상이다. 이와같이 3차원 형상이 서로 다른 종류를 취하여 그들의 성능을 비교하도록 하였다.

기존의 방법과의 비교를 위하여 본 논문에서도 사용한 Brooks와 Horn방법,<sup>(4)</sup> Horn방법<sup>(5)</sup> Frankot와 Chellappa방법<sup>(6)</sup> 등이 제안된 방법과 비교되었다.

Brooks와 Horn방법은  $p, q$ 만을 복원하는 방법이고 나머지 둘은  $z$ 까지 복원하는 방법이다.

SFS문제에서 알고리즘의 성능을 비교할 때에 문제가 되는 점은 객관적으로 하나의 파라메타만 가지고는 성능의 비교가 어렵다는 것이다. 이것을 달리 표현하면 문제의 해결을 위해 필요한 적당한 비용함수를 정확히 설정할 수 없다는 뜻이 된다. 즉 식 (3)과 같은 비용함수가 최소화된다 하더라도 실제의 3차원 형상과는 전혀 다른 형상이 될 수 있다. 이것은 불량설정 문제의 일반적인 특성이다. 따라서 본 논문에서는 세 가지 성능 평가 기준에 따라 각 방법의 성능을 비교하였다. 첫째, 입력 영상의 값과 복원된  $p, q$ 를 사용하여 식 (2)를 통해서 얻은 영상의 절대값의 합으로 정의되는 밝기오차  $E_B$ (brightness error)는 아래와 같다.

$$E_B = \sum_{y=1}^M \sum_{x=1}^N |I(x, y) - R(p(x, y), q(x, y))| \quad (22)$$

여기서  $M, N$ 은 각각 영상의 가로, 세로의 크기이다. 둘째는 표면의 방향에 관계된 오차로 실제의 표면 법선벡터와 복원된 표면 법선벡터의 각도의 차로써 방향오차의 평균값을 의미하여  $E_o$ 를 표시하여 다음과 같이 정의된다.

$$E_o = \frac{1}{M \times N} \sum_{y=1}^M \sum_{x=1}^N \cos^{-1}(\vec{N}_1(x, y) \cdot \vec{N}_2(x, y)) \quad (23)$$

여기서  $\vec{N}_1(x, y)$ 은 실제 정확한 표면 법선벡터이고,  $\vec{N}_2(x, y)$ 는 알고리즘에 의해 복구한 표면 법선벡터를 의미한다. 세째는 표면의 높이와 관계된 오차로  $E_H$ 로 표시하며 다음과 같이 정의된다.

$$E_H = \sum_{y=1}^M \sum_{x=1}^N |\hat{Z}_1(x, y) - \hat{Z}_2(x, y)| \quad (24)$$

여기서  $\hat{z}_1(x, y)$ 는 실제 정확한 표면의 높이에서 전체영역의 평균값을 빼 준 값이고,  $\hat{z}_2(x, y)$ 는 복원된 표면의 높이에서 전체영역의 평균값을 빼 준 값이다.

창틀의 크기와 창틀의 겹치는 부분을 달리하면서 성능을 비교한것을 그림 4에서 보였다. 입력 영상은 그림 3(d)의 ellipsoid 2를 사용하였다. 수평축은 반복 횟수를 나타내고 수직축은 각각의 오차 기준에 의한 오차값을 나타낸다. 그림 4(a)는 창틀의 크기가  $16 \times 16$ 일 때를 보여준다. 그림에서 16, 4, 2와 같은 값들은 첫번째 값이 창틀의 가로 세로의 크기를 나타내고, 둘째 값은 현재 창틀에서 다음 창틀로 움직이는 거리, 즉 두 이웃 창틀의 상대적인 거리차를 나타낸다. 세번째 값은 사용된 다항식의 차수를 나타낸다. 그림에서 보면 차수가 2차일 때보다 3, 4차일 때 더 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 이는 사용된 창틀의 크기가 비교적 크기 때문에 사용된 다항식의 차수가 클수록, 즉 가중치 계수의 수가 많을수록 근사화가 잘 되기 때문이다. 또한 창틀사이의 거리가 4일 때보다 8일 때가 더 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 그림 4(b)에 창틀의 크기가  $8 \times 8$ 일 때의 결과를 나타내었다. 여기서는 그림 4(a)의 결과보다 전체적인 오차가 훨씬 적어짐을 볼 수 있었다. 또한 사용된 차수가 2차 정도만 해도 성능이 3, 4차일 때보다 더 좋음을 볼 수 있었다. 즉, 아주 복잡하고 변동이 심한 영상이 아니라면 창틀의 크기가  $8 \times 8$ 일 때 계산량이 적은 2차 정도의 차수를 써도 성능이 좋게 나타남을 볼 수 있었다. 그림 4(c)는 창틀의 크기가  $4 \times 4$ 일 때를 보여 준다. 그림 4(a) 4(b)에 비해서 알고리즘의 안정성면이나 성능면에서 훨씬 떨어짐을 볼 수 있었다. 이것은 알고리즘 자체의 단점으로 창틀의 크기가 작아지면 근사화는 잘 되지만, 창틀의 수가 너무 많아져서 각 창틀사이의 절대 높이를 창틀을 겹치는 방법으로도 해결할 수 없음을 보여준다. 또한 창틀내의 근사화된 함수의 평균값인  $C_{00}$ 는 이산화된  $4 \times 4$ 의 값만 가지고는 제대로 근사화가 되지 않기 때문이다. 따라서 평균값이 제대로 제거되지 않은 상태이다. 나머지 계수들을 구할 때는 평균값이 완전히 제거되었다고 가정하여 구하므로 정확한 계수값을 구할 수 없게 된다. 따라서 그림 4의 결과에서 볼 수 있듯이 창틀의 크기가  $8 \times 8$ 이고 창틀사이의 거리가 4, 즉, 창틀을 절반씩 겹치게 하고 차수가 2차일 때가 성능면이나 계산량면에서 가장 적합하다고 할 수 있다. 이와 같이 하여 각각의 영상에 대해 알고리즘을 적용하여 복구된  $p, q$ 를 가지고 영상을 식 (2)를 사용하여 재구성된 영상과 복구된 3차원 형상이 그림 5에 나타나 있다. 그림 5에서 볼 수 있듯이 제안한 방법은 연속적인 평평한 영상뿐만 아니라 불연속을 가진 영상에 대해서도 불연속 부분을 잘 복



원해 줄을 볼 수 있었다.

그림 6은 기존의 방법과 비교한 결과를 보여 준다. Proposed는 제안된 방법을 나타내고, Frankot는 Frankot와 Chellappa 방법을 나타내고, Horn은 Horn의 방법을 나타내고, Brooks는 Brooks와 Horn 방법을 나타낸다. 조정화 파라메타  $\lambda$ 는 각각의 방법에 대해 최적의 값을 선택하였다. 실험적으로 제안한 방법에서는  $\lambda$ 가 7.0을, Frankot 방법은 0.0001로 Brook 방법은 0.04를, Horn 방법에서는  $\lambda$ 를 0.1,  $\mu$ 를 0.0003을 사용하였다. 제안된 방법에서 사용한  $\lambda$ 값이 다른 방법에 비해 크기 때문에 다른 방법들에 비해 수렴속도가 훨씬 빠름을 볼 수 있었다. 기존의 방법에서는  $\lambda$ 값이 커짐에 따라 수렴성이 나빠지고 부정확한 해로 수렴하는 경우가 많음에 비해, 제안된 알고리즘은 큰  $\lambda$ 에서도 정확한 해로 수렴하므로 수렴성 면에서 이점이 있다. 그림 6(a)의 sphere 1 영상에서는  $E_{II}$ ,  $E_{III}$ 는 제안된 방법이 다른 방법들보다 더 좋으나  $E_{II}$ 가 좋지 않고 30번 반복후에 다시  $E_{II}$ 가 커짐을 볼 수 있었다. 그림 6(b)의 sphere 2 영상에서는 제안된 방법에 의해 복구된 3차원 형상에서는 원래의 3차원 형상과 평평한 부분에서 주관적인 평가에서는 왜곡이 다른 방법들에 비해 약간 더 크지만 3가지의 오차기준을 보면 다른 방법보다 성능이 떨어지지 않음을 볼 수 있다. 그림 6(c)의 ellipsoid 1의 영상에서는 제안된 방법이 기존의 모든 알고리즘보다 수렴성이나 정밀면에서 훨씬 좋은 성능을 보였다. 그림 6(d)의 ellipsoid 2 영상에서는 기존의 방법과 제안된 방법이  $E_{01}$ 를 제외하고는 다른 영상에 비해 불연속이 있음에도 불구하고 모두 좋은 성능을 보임을 볼 수 있었다. 그림 6(e)의 saddle 영상에서는 제안된 방법과 Frankot 방법이 상당히 우수한 성능을 볼 수 있고, 수렴성의 면에서도 우수한 성능을 보임을 볼 수 있었다.

표 1은 알고리즘의 잡음에 대한 민감도를 알아보기 위해 ellipsoid 2 영상에 평균이 0이고 표준편차가 0에서 10까지의 가우시안 잡음을 더하였을 경우의 실험결과를 보여주고 있다. 실험결과에서 보듯이 표준편차가 커짐에 따라 세가지의 오차가 전반적으로 커짐을 볼 수 있으나 3차원의 형상을 직접적으로 좌우하는  $E_{II}$ 는 덜 민감한 특성을 볼 수 있었다.

계산량의 면에서 기존의 방법과 비교해 보면 Brook의 알고리즘은 식 (6)의 갱신식을 사용하므로 비교적 적은 계산량이 요구된다. Horn의 알고리즘은 비용함수에 적분가능성의 항이 추가되고 반사지도 (reflectance

map)를 선형화하므로 이를 고려하면 Brooks의 알고리즘보다는 더 많은 계산량이 요구된다. Frankot의 알고리즘은 Brooks의 알고리즘인 식(6)를 그대로 사용하고 부가적으로 적분가능한 표면을 얻기 위해 직교투영 (orthographic projection)을 하는 과정에서 영상 전체 크기에 대해 1번의 FFT (Fast Fourier Transform)와 1번의 IFFT (inverse FFT)를 행하게 되고 또한 주파수 평면상에서도 부가적인 계산이 필요하다. 따라서 이의 두 알고리즘보다 훨씬 많은 계산량이 요구된다. 제안된 방법에서는 Frankot 방법과 마찬가지로 Brooks의 알고리즘인 식 (6)을 그대로 사용하고 부가적으로 행렬 연산이 요구된다. 즉 각각의 장들마다 식 (18), (13)에 식와 같이  $[p, q]$ 와  $[Z]$ 를 구하는 과정에서 행렬의 곱셈 연산이 필요하고 식 (14, 19)에서 벡터  $[C]$ 를 구하는 과정에서 선형 시스템의 해를 구하는 과정이 필요하다. 그러나 이 선형시스템은  $[A_x]$ ,  $[A_y]$ 가 모든 장들에 대해 일정하므로 적당한 순차해석적인 방법(예를 들어 LU decomposition)으로 해를 구하면 적은 계산량으로도 구할 수 있다.

각각의 장들을 이용한 표면 단사화에 의해 제안된 알고리즘을 각 장들마다 장들마다 독립적으로 알고리즘이 수행되면서  $p, q, z$ 의 값을 반복적으로 갱신한다. 이 갱신을 위하여 기존의 알고리즘에 부가적인 행렬 연산이 추가된다. 기존의 shape from shape 알고리즘들은 식 (6)과 같이 표면의 미분치  $p, q$ 의 갱신식을 화소 단위로 갱신하는 방법을 쓰고 있다. 반면에 제안한 방법에서는 이런 기존의 갱신식을 이용하기는 하지만 최종 결과인 높이 정보를 얻기 위하여 장들단위로 표면의 단사화 함수를 이용하여 좀 더 많은 화소 ( $8 \times 8$  영역)를 한꺼번에 갱신하는 형태이다. 따라서 장들대의 모든 화소의 높이를 한꺼번에 연관지어 갱신하므로 상위 상황을 잘 반영하여 성능을 향상시키는 결과가 되고 또한 반복법의 수렴속도를 향상시키는 하나의 요인이 될 수 있다. 또한 표면의 높이값을 단사화한 함수를 이용하여 표면의 미분치  $p, q$ 를 구하게 되므로 적분가능성의 문제를 해결하였다. 적분가능성의 문제의 해결이 더 좋은 성능을 얻을 수 있음은 실제로 존재가능한 표면의 형태가 되기 때문이다.<sup>(5,6)</sup> 전체적인 알고리즘의 성능을 볼 때, 계산량은 기존의 방법보다 부가적인 행렬연산으로 인해 크지만, 수렴성에서는 기존의 방법보다 훨씬 우수하고, 세 가지 성능 평가 기준으로 볼 때에도 기존의 방법보다 더 좋거나 비슷한 성능을 가져 제안된 알고리즘의 우수성을 입증할 수 있었다.

V. 결 론

본 논문에서는 직교 다항식의 특성인 0차 항이 전체 근사화 방정식의 평균이 된다는 특성을 이용해  $z$ 와  $p$ ,  $q$ 와의 관계를 행렬 연산 관계로 표현할 수 있음을 보였다. 이를 이용하여  $p$ ,  $q$ 와  $z$ 를 서로 갱신하는 방법으로 SFS 문제를 해결하였다.  $z$ 를 직접 구하는 근사화 함수를 구한 후 이를 미분하여  $p$ ,  $q$ 를 구하는 방법을 쓰므로 직분 가능성에 대한 문제점을 극복하였다. 또한 영상의 전 영역을 근사화가 잘 되고 계산량이 적게 만들어진 각 창틀로 분할해 겹치게 하여, 창틀사이의 절대 거리가 틀리게 구해지는 단점을 해결하였다.

서로 성질이 다른 3차원 형상을 가진 5가지 실험 영상에 제안한 알고리즘을 적용하여 기존의 방법과의 비교를 통해 영상의 3차원 형상에 관계없이 일반적으로 성능이 우수한 알고리즘임을 보였다. 또한 정확한 성능 평가를 위해 서로 특성이 다른 오차 기준을 두어 좀더 정확한 알고리즘의 평가가 이루어지도록 하였다. 또한 잡음의 민감도에서 3차원의 형상을 좌우하는 오차  $E_n$ 는 민감하지 않은 특성을 나타냄을 알 수 있었다.

제안된 방법에서의 수렴성은 우수하지만 다른 방법들에 비해 부가적인 행렬 연산으로 인해 계산시간이 조금 커지므로 이에 대한 알고리즘의 개선이 앞으로의 과제이다. 또한 알고리즘이 반복법을 사용하여 값을 갱신하고 문제 자체가 불량설정되어 있으므로 경계조건(boundary condition)이 반드시 필요하게 된다. 그러나 Woodham<sup>9)</sup>이 제안했듯이 동일한 위치에서 조명의 위치가 다른 3장 이상의 영상을 얻는다면  $p$ ,  $q$ 를 구하는 문제가 양호설정 문제 (well posed problem)로 된다. 또한 경계조건이 불필요하고, 실영상에도 적용이 용이해진다. 따라서 Woodham이 제안한 photometric stereo 방법을 사용하여 본 논문의 알고리즘을 확장하면 좀 더 나은 결과를 얻으리라 생각된다.

參 考 文 獻

1. B. K. P. Horn and M. J. Brooks, "The variational approach to shape from shading," *comput. Vision, Graphics, Image Processing*, vol. 33, pp. 174-208, Nov. 1986.
2. B. K. P. Horn, "Obtaining shape from shading information," *The psychology of Computer Vision*, pp. 115-155, McGraw-Hill, 1975.

3. K. Ikeuchi and B. K. P. Horn, "Numerical shape from shading and occluding boundaries," *Artif. Interill.*, vol. 17, pp.141-184, Aug. 1981.
4. M. J. Brooks and B. K. P. Horn, "Shape and source from shading," in *Proc. Int. Joint Conf. Artif. Intell.*, Los Angeles, CA, pp. 932-936, Aug. 1985.
5. B. K. P. Horn, "Height and gradient from shading," *Int. J. Comput. Vision*, vol. 5, pp. 584-595, Aug. 1990.
6. R. T. Frankot and R. Chellappa, "A method for enforcing integrability in shape from shading algorithm," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intel.*, vol. PAMI-10, pp. 439-451, July 1988.
7. J. L. Buchanan and P. R. Turner, *Numerical Methods and Analysis*, International Ed., McGraw-Hill, pp. 266-321, 1992.
8. P. J. Besl, *surfaces in Range Image understanding*, springer serlog, New York, pp. 305-310, 1986.
9. P. J. Woodham, "Photometric method for determining surface orientation from multiple images," *Optical Engineering*, vol. 19, pp. 139-144, Jan./Feb. 1980.

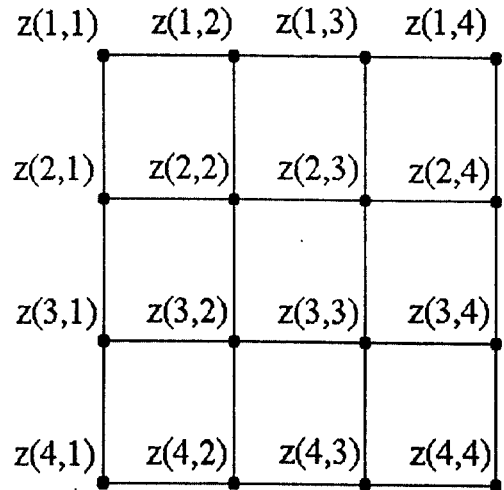
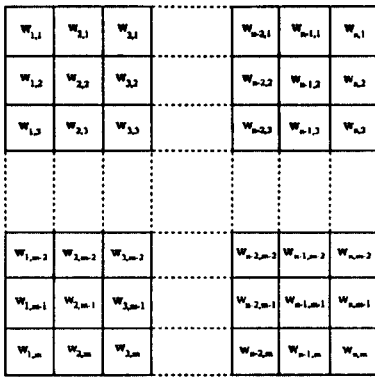
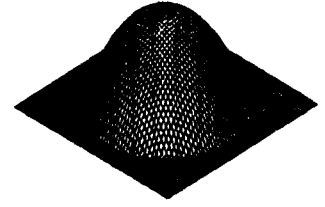
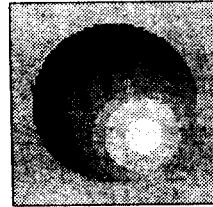


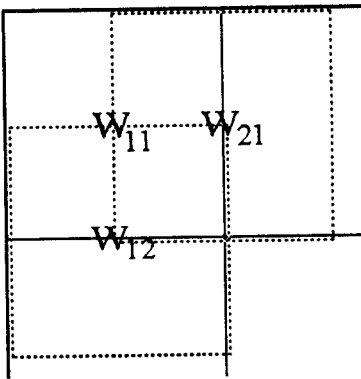
그림 1. 4×4 영상에서 표면 높이의 격자 좌표점  
Fig. 1. Grid for the surface height in a 4×4 image.



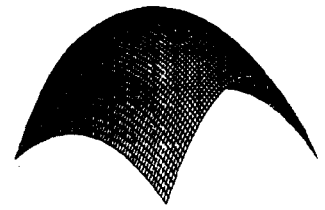
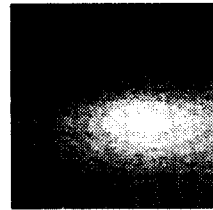
(a)



(b)



(b)



(c)

그림 2. 전체영역의 분할

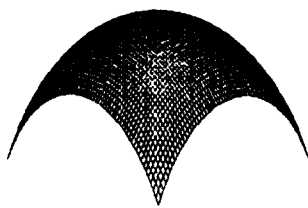
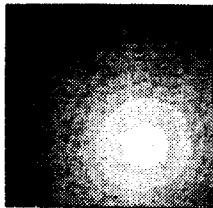
(a) 겹침이 없는 블럭

(b) 겹쳐진 블럭

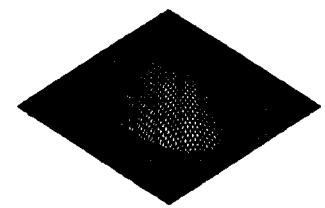
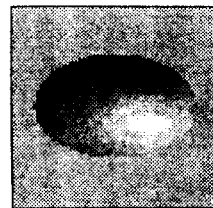
Fig. 2. Partition of the overall region.

(a) non-overlapping block.

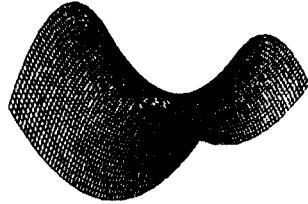
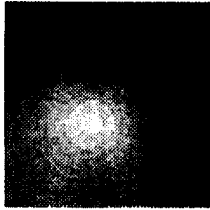
(b) overlapping block.



(a)



(d)



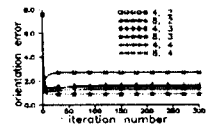
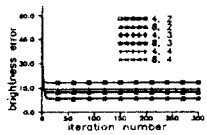
(e)

그림 3. 실험에 사용한 입력 영상들과 이들의 3차원 형상

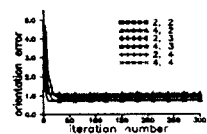
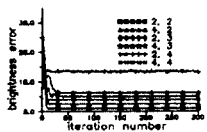
- (a) sphere 1    (b) sphere 2
- (c) ellipsoid 1    (d) ellipsoid 2
- (e) saddle

Fig. 3. Input images and their 3D shapes used in experiment.

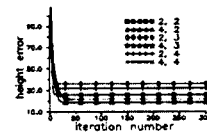
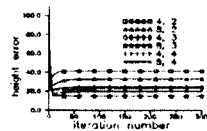
- (a) sphere 1    (b) sphere 2
- (c) ellipsoid 1    (d) ellipsoid 2
- (e) saddle



(a)



(b)



(c)

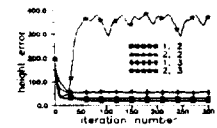
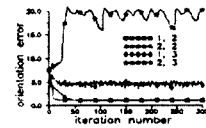
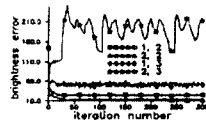
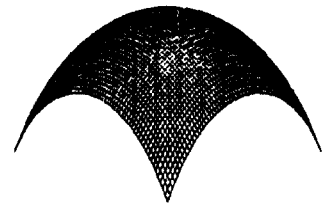
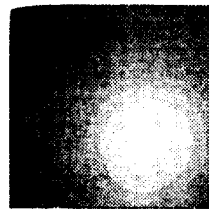


그림 4. 반복횟수에 따른 제안한 알고리즘의 오차 비교

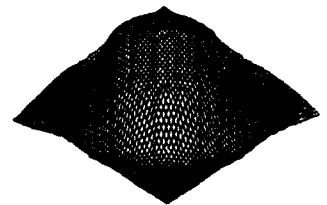
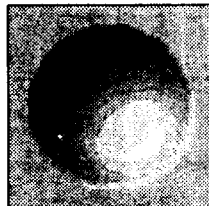
- (a) 16×16 창틀
- (b) 8×8 창틀
- (c) 4×4 창틀

Fig. 4. Error comparison of the proposed algorithm as a function of the iteration number.

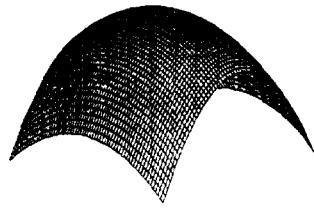
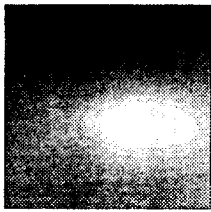
- (a) 16×16 window.
- (b) 8×8 window.
- (c) 4×4 window.



(a)



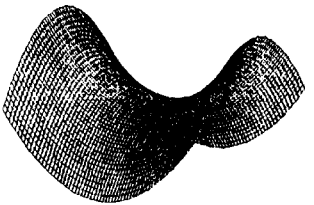
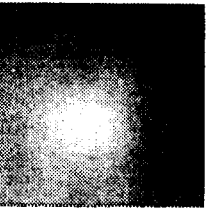
(b)



(a)



(b)



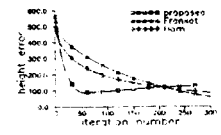
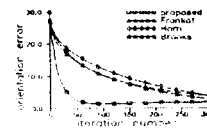
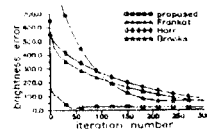
(c)

그림 5. 제안한 알고리즘에 의해 복구된 영상과 그것들의 3차원 형상

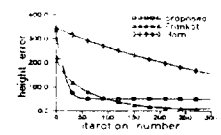
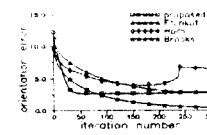
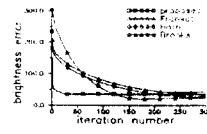
- (a) sphere 1      (b) sphere 2
- (c) ellipsoid 1    (d) ellipsoid 2
- (e) saddle

Fig 5. Reconstructed images and their 3D shapes by the proposed algorithm.

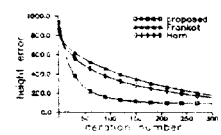
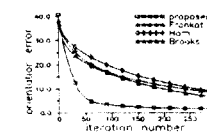
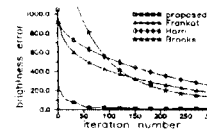
- (a) sphere 1      (b) sphere 2
- (c) ellipsoid 1    (d) ellipsoid 2
- (e) saddle



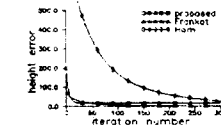
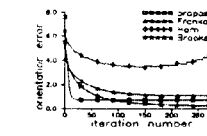
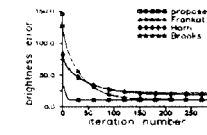
(a)



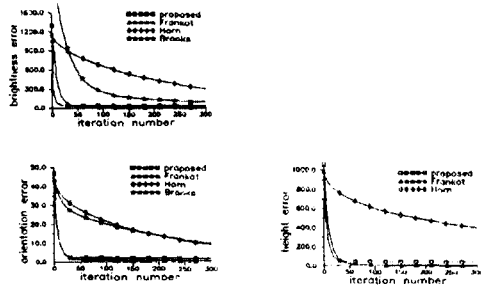
(b)



(c)



(d)



(e)

그림 6. 반복횟수에 따른 제안한 방법과 기존의 알고리즘들과의 오차 비교

- (a) sphere 1    (b) sphere 2    (c) ellipsoid 1
- (d) ellipsoid 2    (e) saddle

Fig 3. Error comparison of the proposed and conventional algorithms as a function of the iteration number.

- (a) sphere 1    (b) sphere 2    (c) ellipsoid
- (d) ellipsoid 2    (e) saddle

표 1. 가산형 가우시안 잡음이 들어간 ellipsoid 2 영상에서 표준 편차 변화에 따른 제안한 방법의 오차 성능

Table 1. Error performance of the proposed algorithm as a function of standard deviation for the ellipsoid 2 image degraded by additive Gaussian noise.

표준편차	$E_B$	$E_O$	$E_L$
0.0	10.58	0.750	18.91
2.0	23.55	1.132	19.20
4.0	37.63	1.556	19.14
6.0	52.32	1.991	19.33
8.0	66.98	2.429	19.74
10.0	81.20	2.868	20.14



金芳煥(Bang Hwan Kim)정회원  
 1970년 10월 5일생  
 1993년 2월 : 서강대학교 전자공학  
 학과 졸업(공학사)  
 1993년 3월 ~ 현재 : 서강대학교  
 전자공학과 석사  
 과정

※주관심분야 : 컴퓨터 비전, 영상부호화

朴來弘(Rae Hong Park)

第19卷 第5號 參照

현재 : 서강대학교 전자공학과 교수

정회원