

3차 스플라인을 이용한 효율적인 이차원 곡선의 표현에 관한 연구

正會員 姜 圭 映*, 正會員 趙 箕 衡*

A Study on the Efficient Representation of Plane Curves Using Cubic Spline

Gyu Young Kang* , Ki Hyung Cho* *Regular Members*

要 約

형태이해와 인식의 전단계로서 형태묘사를 하게 되며 특히 물체 형태의 효율적이고 간결한 묘사는 영상의 특징 추출, 데이터압축, 잡음 제거 등에 매우 유용하다. 본 논문은 일반적인 형태의 디지털 곡선에서 국부적인 곡률의 최대치를 코너로 검출하고, 그 코너들 사이를 3차 스플라인을 이용하여 곡선 세그먼트를 표현하는 효율적인 표현 방법을 제안한다. 3차 스플라인 표현 방법은 기존의 3차 B-스플라인을 이용한 곡선 표현 방법과 비교하여 75%의 데이터 압축 효과를 보이며, 원영상의 10% 이내의 특징점을 사용하여 원영상에 근사한 표현을 제시한다. 특히 돌출부분인 경우, 평활화 효과로 부드러운 곡선으로 표현된다.

Abstract

As the shape description previously performs shape understanding and recognition, the efficient and compact representation of shape is usable in feature extraction, data compression and noise elimination. This paper detects corners in local curvature maxima and propose an efficient representation method to encode curve segment between them using cubic splines in toe digital curves of general shape. The cubic spline representation achieves 75% of data compression as compared with established curve representation using cubic B-spline and presents a good approximation of original image using less feature point than 10% of original images. Specially in case of projection, the proposed method presents smoothing effect which represents curve.

* 忠北大學校 情報通信工學科
(Dept. Computer & Communication Eng.
Chungbuk National University)
論文番號 : 94269
接受日字 : 1994年 9月 30日

I. 서론

최근 컴퓨터 비전(computer vision)의 응용분야에 상당한 진보가 이루어져 왔으며, 산업용 로봇를 이용하여 부품을 조립하는 분야와 검사하는 분야, 자동 문자인식, 지문의 자동처리, 기상예보와 농산물 작황 평가를 위한 항공기 혹은 위성 사진의 자동 기계 처리 분야등에서 활발히 연구되고 있다. 또한 디지털 영상 처리에 있어서 영상의 정보량의 대부분이 경계선에 포함되어 있고, 물체의 중요한 정보를 잃지 않고 물체를 가장 간단하게 표현할 수 있는 방법의 하나가 경계선을 추출하는 것이다.

그러나 영상의 경계선을 처리하는데 있어서 가장 처리하기 곤란한 문제점은 곡선의 처리이다. 곡선 처리를 위한 경계선 표현으로는 체인코드(chain code) 방법, Φ -s 곡선, 푸리에(Fourier) 표기자, 스플라인(spline)에 의한 방법 등이 있다. 스플라인에 의한 표현은 주어진 많은 데이터 중 필요한 점 즉 절점(knots)만을 추출하여 추출된 점들 사이를 보간할 수 있는 함수이므로 데이터 압축의 효과를 얻을 수 있다. 데이터를 압축함으로써 적은 기억 용량, 즉 영상의 특징점만을 가지고 기억시킬 수 있고 영상의 입력시간과 출력시간을 빠르게 할 수 있다는 장점을 갖는다. 특히 다른 스플라인 곡선 표현 기법들보다 3차 스플라인(cubic spline)은 보다 적은 특징점으로 영상을 표현할 수 있다.

형상의 특징을 나타내는 점은 주로 국부적인 곡률의 최대점, 혹은 변곡점으로 정의되어 왔다. 디지털 곡선 표현을 위한 코너 검출(corner detection)은 컴퓨터 비전과 영상처리에서 중요한 연구분야이며, 형상의 대칭성을 이용하여 국부적으로 대칭 측정치의 최대점⁽¹⁾, 또는 마스크를 이용하여 마스크의 폭과 넓이를 조정하면서 마스크를 벗어난 점등을 코너⁽²⁾로 정의하고 있다. Langridge⁽³⁾는 기울기 불연속성을 검출하기 위하여 디지털 곡선에 3차 다항식(cubic polynomials)을 적용하지만, 코너 사이의 결과 곡선을 뚜렷하게 코드화하지 못한다. 여기서는 곡선에 B-스플라인을 적용하고 나서 점들과 원 위치와의 변위가 임계치 이상이고, 높은 곡률을 가진 점들을 코너로 정의하고, 코너들 사이의 높은 곡률을 가진 점들은 제어점으로 취급한다. 본 논문에서, 윤곽선 검출

은 보다 정확한 코너를 검출하기 위해서 필요므로 먼저 윤곽선을 검출하고 3차 B-스플라인을 사용하여 디지털 곡선의 곡률을 구하고 곡률이 어느 임계치 이상일때 코너로 정의하여 검출한다. 그리고나서 코너가 아닌 점들은 버리고, 코너들만 특징점으로 삼아서 두 특징점 사이의 곡선 세그먼트(curve segment)를 3차 스플라인을 사용하여 코드화(encode)한다. 이 방법은 모든 처리가 국부적으로 행해지므로 병렬 처리가 가능하다.

곡선 표현은 데이터 압축과 코딩에 대하여 많은 방법들이 제안되어 왔다. 스플라인은 컴퓨터 그래픽스, CAD-CAM 시스템에서 곡선 표현, 곡선 적합과 형태 묘사에서 흔히 사용된다. Medioni와 Yasumoto⁽⁴⁾는 디지털 곡선을 B-스플라인을 이용하여 특징점을 추출하고, 특징점 사이의 곡선 세그먼트를 다시 B-스플라인을 이용하여 코드화 하였다. 본 논문에서는 3차 스플라인을 이용하여 기존의 B-스플라인을 이용한 곡선 표현 방법보다 적은 원영상의 10% 내의 특징점을 가지고, 처리 결과는 원영상과 비교하여 근사하고 평활화 효과를 얻을 수 있다.

II 장에서는 코너 검출을 위한 곡률 계산법을 간단히 설명하고, III 장에서는 곡선 표현에 이용하기 위한 3차 스플라인의 개념을 기술하였다. IV 장에서는 제안된 표현 방법을 구현한 후 이차원 영상에 적용하여, 제안된 표현 방법의 효율성을 보이기 위해 원영상과의 근사 결과 및 기존의 B-스플라인 표현 방법과의 근사 결과 및 압축율을 비교하여 그 처리 과정 및 최종 결과를 보이고 V 장에서 결론을 맺었다.

II. 곡선 처리에서의 코너 검출에 대한 고찰

디지털 곡선은 이산 표본점의 형태로 표현 가능하고, 다각형의 평면 곡선(polygonal plane curves)은 선조각(line segment)들의 연결인 점들의 리스트로 표현될 수 있다. 다각형의 평면 곡선은 곡선의 특징을 갖는 보다 적은 선조각을 가지고 다른 다각형 근사법을 얻기 위하여 분리와 병합 근사법(split-and-merge approximation)으로 곡선을 코드화하고 패턴인식의 접근을 위한 기초로 형상 분석에서 광범위하게 사용된다.

곡률을 계산하는 많은 연구에서 구분적인 선형근사

(piecewise linear approximation)를 사용했다. 그러나, 곡률은 곡선의 매개변수에 관하여 곡선의 1차 도함수와 2차 도함수이므로 곡선의 표본점을 연결하는 연속적인 선조각 사이의 각을 이용한 곡률 계산은 신뢰할 수 없는 결과를 만들지도 모른다. 곡선에서 고차 근사(high order approximation)는 분석적으로 얻은 정확한 도함수 계산으로 평활화(smoothing)또는 정규화(regularizing)효과를 얻을 수 있다⁶⁵⁾.

2.1 코너 검출

본 논문에서는 코너를 검출하기 위하여 국부적인 B-스플라인 근사법을 사용한다⁶⁵⁾. 연속인 점들의 집합을 얻은 후, 다음의 공식을 적용한다:S는 곡선의 매개변수 형태이고, t는 매개변수라고 하자.

$$\begin{aligned} x &= f(t) \quad (1) \\ y &= g(t) \end{aligned}$$

주어진 점 A(t=t₁)에서 곡선 S의 기울기는

$$S'(t) = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{t=t_1} = \left[\frac{dg}{dt} \right]_{t=t_1} / \left[\frac{df}{dt} \right]_{t=t_1} \quad (2)$$

이고, 점 A(t₂)와 B(t₂) 사이의 호(arc) C의 길이 L_c는

$$L_c = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(df/dt)^2 + (dg/dt)^2} dt \quad (3)$$

이고, 점 A(t=t₁)에서 곡률 Cv(t₁)는 호의 길이에 관하여 기울기의 미분이다.

$$\begin{aligned} C_v(t_1) &= \left(\frac{d^2y}{dx^2} \left| 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right| \right)^{3/2} \\ &= \left(\left(\frac{df}{dt} \right) \left(\frac{d^2g}{dt^2} \right) - \left(\frac{dg}{dt} \right) \left(\frac{d^2f}{dt^2} \right) \right) / \left(\left(\left(\frac{df}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dg}{dt} \right)^2 \right)^{3/2} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

점 A와 B사이의 곡선 S에 3차 다항식을 적합시킬 수 있고, t는 0과 1 사이에서 변한다.

$$\begin{aligned} x &= f(t) = a_1 t^3 + b_1 t^2 + c_1 t + d_1 \\ y &= g(t) = a_2 t^3 + b_2 t^2 + c_2 t + d_2 \end{aligned} \quad (5)$$

일단 이들 계수들이 계산되면, 점 A(t=0)에서 곡률은 식 (4)로부터 다음과 같이 유도된다:

$$C_v(0) = 2 \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{(c_1^2 - c_2^2)^{3/2}} \quad (6)$$

2.2 B-스플라인

B-스플라인은 근사하기 위한 스플라인이고, 일반적인 스플라인이 국부적인 보간점을 지나는 것과는 대조적으로 입력 곡선 점을 지나지 않을 수도 있다. 이것은 B-스플라인에서 스플라인 근사의 1차 도함수와 2차 도함수의 연속성을 갖도록 해준다. B-스플라인은 전역적 스플라인(global spline)이고, 모든 입력점에 단 하나의 3차 다항식을 적용한다. 결과에 임의의 꼬임(arbitrary kinks)와 비틀림이 나타날 수 있으므로 실행시에는 그러한 스플라인의 활용은 제한된다. 국부적인 스플라인 근사는 곡선의 모든 점에서 연속하는 4개의 점에 3차 다항식을 이용하여 계산하고, 그 결과로서 구분 근사한 곡선은 모든 곳의 1차 도함수와 2차 도함수에서 연속이다.

전형적인 B-스플라인은 한번에 4개의 점을 계산하고, 매개변수 t에 관한 3차 곡선이다.

$$\begin{aligned} x(t) &= TMS_x G_x \\ y(t) &= TMS_y G_y \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$M_i = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -3 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

이 식에서, T = (t³, t², t, 1), G_{sx}, G_{sy} 는 이웃점의 위치에 의해 결정되는 행렬이다. 제어점 P₁에서 P_n까지 근사하기 위하여, 인접한 점들의 각 쌍에 다른 행렬을 적용한다. i번째의 점 P_i의 좌표를 (x_i, y_i)라고

하고, P_i 에서 P_{i+1} 까지 근사는

$$G'_{ix} = \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ x_i \\ x_{i+1} \\ x_{i+2} \end{bmatrix} \quad G'_i = \begin{bmatrix} y_{i-1} \\ y_i \\ y_{i+1} \\ y_{i+2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

를 사용한다. TMs를 계산하면

$$TM_i = \frac{1}{6} [(-t^3+3t^2+3t+1), (3t^3-6t^2+4), (-3t^3+3t^2+3t+1), t^3] \quad (10)$$

이고, G_{sx} 를 다시 곱하면,

$$x(t) = TM_i G_{ix} \\ = x_{i-1}(-t^3+3t^2-3t+1)/6 + x_i(3t^3-6t^2+4)/6 \\ + x_{i+1}(-3t^3+3t^2+3t+1)/6 + x_{i+2}t^3/6 \quad (11)$$

또는

$$x(t) = (-x_{i-1}+3x_i+3x_{i+1}+x_{i+2})t^3/6 + (x_{i-1}-2x_i+x_{i+1})t^2/2 + (-x_{i-1}+x_{i+1})t/2 + (x_{i-1}+4x_i+x_{i+1})/6 \quad (12)$$

그러므로, 우리는 식 (5)에서 4개의 계수를 얻는다.

$$x_i = (-x_{i-1}+3x_i+3x_{i+1}+x_{i+2})/6 \\ b_i = (x_{i-1}+2x_i+x_{i+1})/2 \\ c_i = (-x_{i-1}x_{i+1})/2 \\ d_i = (x_{i-1}+4x_i+x_{i+1})/6 \quad (13)$$

식 (6)을 사용하여, 주어진 점의 위치인 $i-1, i, i+1$ 에서 곡률을 계산할 수 있다.

$$C_i(0) = \frac{4}{((x_{i+1}-x_{i-1})^2 + (y_{i+1}-y_{i-1})^2)^{3/2}} \frac{(x_{i+1}-x_{i-1})(y_{i-1}-2y_i+y_{i+1}) - (y_{i+1}-y_{i-1})(x_{i-1}-2x_i+x_{i+1})}{((x_{i+1}-x_{i-1})^2 + (y_{i+1}-y_{i-1})^2)^{3/2}} \quad (14)^*$$

Ⅲ. 3차 스플라인을 이용한 곡선 표현⁽⁷⁾

문헌에서 가장 널리 사용되는 근사함수는 보간다항식(interpolating polynomials), 최소자승법(least square fits)과 스플라인(spline)이다. 보간다항식

은 우리의 경우와 같이 데이터량이 많은 경우 매우 높은 차수를 갖고, 목표값에 필수적으로 수렴하지 않으며 오차가 누적된다. 최소자승 다항식은 보간하지 않으므로, 항상 오차가 있다. 3차 스플라인(cubic spline)은 다항식 보간법(interpolation)을 사용한 곡선 집합(curve fitting) 알고리즘이다. 이 기법은 곡선의 모든 점을 통과하는 하나의 다항식을 찾기보다는 인접한 점들을 연결하는 다항식들의 집합으로 곡선 적합을 수행한다. 즉 하나의 다항식은 인접한 두개의 점 사이를 보간하기 위하여만 사용된다. 일반적으로 2개의 인접한 보간점들(knots) 사이에서의 스플라인에 의해 만들어지는 곡선은 3차 다항식으로 표현된다. 3차 다항식은 곡률의 부호를 변하게 할 수 있는 가장 낮은 차수이므로 스플라인에 가장 많이 사용된다.

3차 다항식인 각 구간에서, 3차 스플라인은 모든 점에서 보간하는 미분가능한 smooth function이다. 일련의 제어점 $(x_{i-1}, f_{i-1}), (x_i, f_i), (x_{i+1}, f_{i+1}), (x_{i+2}, f_{i+2})$ 이 주어졌다면, 구간 $[x_i, x_{i+1}]$ 에서, 3차 스플라인은

$$s_i(x) = A_i w^3 + B_i w^2 + C_i w + D_i,$$

여기서, A_i, B_i, C_i, D_i 는 알려지지 않은 계수이고

$$w = \frac{x - x_i}{h_i}$$

는 새로운 변수 $h_i = x_{i+1} - x_i$ 를 포함한다. 대부분의 보간식에서와 같이 보간 구간 $h_i = x_i - x_{i+1}$ 와 $h_{i+1} = x_i - x_{i+1}$ 이 같을 필요가 없다. 다음의 제약 조건이 제시된다:

$$s_i(x_i) = f_i \\ s_i(x_{i+1}) = f_{i+1} \\ s'_i(x_i) = p'_i(x_i) \\ s'_{i+1}(x_{i+1}) = p'_{i+1}(x_{i+1}) \quad (15)$$

여기서, P_i 와 P_{i+1} 는 점 $(x_{i-1}, f_{i-1}), (x_i, f_i), (x_{i+1}, f_{i+1})$ 와 $(x_i, f_i), (x_{i+1}, f_{i+1}), (x_{i+2}, f_{i+2})$ 를 각각 적합시키는 2차 보간다항식이다. 첫번째와 두번째 식은 s_i 가 구간의 두개의 끝점에서 보간하는 것이고, 세번째와 네번째 식에

서는 다음을 추론할 수 있다.

$$s'_i(x_i) = s'_{i-1}(x_i)$$

$$s'_i(x_{i+1}) = s'_{i+1}(x_{i+1})$$

다시말하면, 스플라인은 그 점에서 미분가능하고, 3차 다항식이므로, 제어점 사이에서 미분가능하다. 식 (15)을 다시 정리해 보면

$$D_i = f_i$$

$$A_i + B_i + C_i + D_i = f_{i+1}$$

$$\frac{1}{h_i} C_i = \frac{h_i}{h_{i-1}(h_{i-1}+h_i)} f_{i-1} + \frac{-h_{i-1}+h_i}{h_{i-1}h_i} f_i + \frac{h_{i-1}}{h_i(h_{i-1}+h_i)} f_{i+1}$$

$$\frac{1}{h_i} (3A_i + 2B_i + C_i) = \frac{h_{i+1}}{h_i(h_i+h_{i+1})} f_i + \frac{-h_i+h_{i+1}}{hh_{i+1}} f_{i+1}$$

$$+ \frac{h_i}{h_{i+1}(h_i+(h_i+h_{i+1}))} f_{i+2}$$

여기서 lagrange 보간다항식을 사용한다. $s_i(x)$ 의 공식을 얻기 위하여, 위 식들은 4개의 계수와 4개의 방정식을 가지므로 A_i, B_i, C_i, D_i 에 대하여 식을 풀 후 그 결과를 $s_i(x)$ 의 3차 다항식 공식에 대입시키면

$$s_i(x) = f_{i-1}P_{i-1}(w) + f_iP_i(w) + f_{i+1}P_{i+1}(w) + f_{i+2}P_{i+2}(w) \quad (16)$$

여기서

$$P_i(w) = \alpha_i w^3 - 2\alpha_i w^2 + \alpha_i w$$

$$P_i(w) = (2+\beta_i+\gamma_i)w^3 - (3-2\beta_i-\gamma_i)w^2 + \beta_i w + 1$$

$$P_{i+1}(w) = (-2+\delta_i+\eta_i)w^3 + (3-2\delta_i-\eta_i)w^2 + \delta_i w$$

$$P_{i+2}(w) = \phi_i w^3 - \phi_i w^2 \quad (17)$$

이고, 각각의 계수는

$$\alpha_i = \frac{-h_i^2}{h_{i-1}(h_{i-1}+h_i)}, \beta_i = \frac{-h_{i-1}+h_i}{h_{i-1}}, \gamma_i = \frac{h_{i+1}}{h_i+h_{i+1}}$$

$$\delta_i = \frac{-h_{i-1}}{h_{i-1}+h_i}, \eta_i = \frac{-h_i+h_{i+1}}{h_{i+1}}, \phi_i = \frac{-h_i^2}{h_{i+1}(h_i+h_{i+1})}$$

이다. 간략한 형태로 요약하면,

$$\delta_i = \gamma_i \frac{-h_{i-1}}{h_i}, \eta_i = \beta_{i+1} \frac{h_i}{h_{i+1}}, \alpha_i = \gamma_{i-1} \frac{h_i}{h_{i-1}}$$

$$\phi_i = -\gamma_i \left(\frac{h_i}{h_{i+1}} \right)^2$$

이다.*

식 (16)와 (17)을 기초로 하여 정리하면, 좌표 $k(k=1, 2, \dots, n)$ 에서 각 점이 $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km_k}$ 인 n 개의 점을 고려하자. $h_k = x_{k+1}$ 로 정의하고, 한 점에 대하여 $(x_i, \dots, x_n), x_{kk} < x_k \leq x_{k/k+1}$ 로 가정한다. W_k 는

$$w_k = \frac{x_k - x_{k1}}{h_{k1}}$$

이고, 다항식 $P_{k1}, P_{k2}, P_{k3}, P_{k4}$ 는 식(17)와 유사하게 정의한다. $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i, \eta_i, \phi_i$ 는 x_k 에서 구간 크기를 사용하여 계산한다. 그러므로 스플라인 세그먼트(segment)는

$$S_{i_1, i_2, \dots, i_n}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i_1=1}^{i_1+2} \sum_{i_2=2}^{i_2+2} \dots \sum_{i_n=n-1}^{i_n+2} P_{i_1}(w_1) P_{i_2}(w_2) \dots P_{i_n}(w_n) f_{i_1, i_2, \dots, i_n} \quad (18)$$

이고, f_{i_1, i_2, \dots, i_n} 는 $(x^{i_1}, x_{2i_2}, \dots, x_{ni_n})$ 에서 함수 값이다.

IV. 실험 및 고찰

제안된 표현 방법의 모의 실험은 256×256 크기의 실험 영상을 스캐너(scanner)로 입력 받아 윤곽선 검출⁽⁹⁾을 하여 이치영상으로 변환시키고 세선화 알고리즘(9,11) 및 윤곽선 추적 알고리즘(6,11)을 사용하여 전처리 과정을 수행하였다. 제안된 알고리즘의 개발 환경은 IBM-PC 486DX이고, C언어를 사용하여 전처리 과정의 알고리즘과 제안된 표현 방법을 구현하였다. 전처리 과정과 제안된 방법의 개괄적인 처리 순서를 그림 1에 보이고, 실험 영상은 그림 2에 보였다. 그림 2의 (a)와(b)는 참고문헌 (4)에서 제시한 실험 영상으로서 B-스플라인을 이용하여 곡선을 표현함에 있어 우수한 성능을 보이는 곡선을 가진 영상이다. 그러므로 그림 2의 (a)와(b)를 표현할 때 3차 스플라인을 적용하여 더 효율적으로 표현할 수 있음을 보이기 위하여 실험 영상으로 선택하였다. (c)는 일반적인 도구의 영상처리에도 3차 스플라인이 유용함을 보이기 위해서 택하였다. (d)는 다수의 곡률

이 높은 부분과 낮은 부분이 나타나기 때문에 영상의 최외각선 검출을 하여 3차 스플라인 곡선표현에 이용하였다.

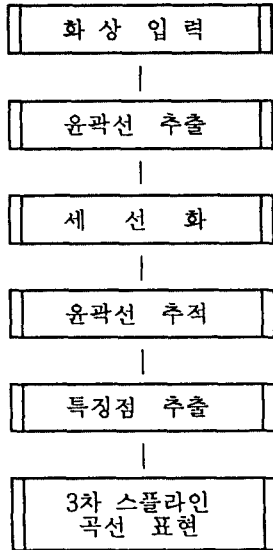
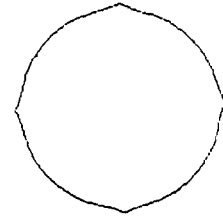


그림 1. 개발 처리의 블록 다이어그램
Fig 1. The block digram of the overall processing.

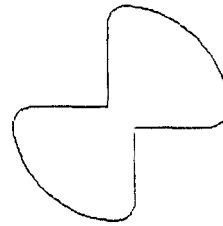
4.1 곡선 표현을 위한 코너 검출

전처리 과정을 수행한 후, 제안된 표현 방법의 수행을 위한 전 단계로, 참고문헌 (45)에서 제안된 코너검출 알고리즘을 이용하여 코너를 검출하였다. 정확한 코너의 검출은 곡선 표현에 중요한 요건이므로 코너의 조건으로는 첫째, 곡률은 주어진 임계치보다 크고 둘째, 국부적으로 최대값(local maximum)이어야 한다. 위의 조건에 의해서 곡률을 계산하여 임계치 이상이고 국부적으로 최대치인 코너를 검출한다. 그러나 검출된 코너만으로는 곡선 표현이 충분하게 이루어지지 않으므로 코너의 곡률의 임계치 보다 작은 새로운 임계치를 정하여 새로운 임계치 이상인 점을 제어점(control point)으로 검출하여 코너와 제어점을 특징점으로 사용하여 곡선 표현에 이용한다.

본 논문에서는 B-스플라인과 3차 스플라인의 곡선 표현을 위한 코너 검출은 동일한 곡률계산법을 적용하였다. 그러나 B-스플라인을 이용하여 곡선 표현을



(a)



(b)



(c)



(d)

그림 2. 실험 영상
Fig 2. Experimental images

위해서는 곡률의 임계치 0.4에서 검출된 코너점과 임계치 0.3에서 검출된 제어점을 갖어야만 원영상과 근사한 곡선 표현을 할 수 있다[4]. 그러나 3차 스플라인을 이용한 곡선표현은 임계치 0.4에서 검출된 코너점과 임계치 0.389에서 검출된 제어점만으로도 원영상과 근사한 표현을 할 수 있으므로 B-스플라인과 3차 스플라인의 압축율을 비교하기 위해 위에서 제시한 임계치를 사용하여 검출된 특징점들로 곡선표현을

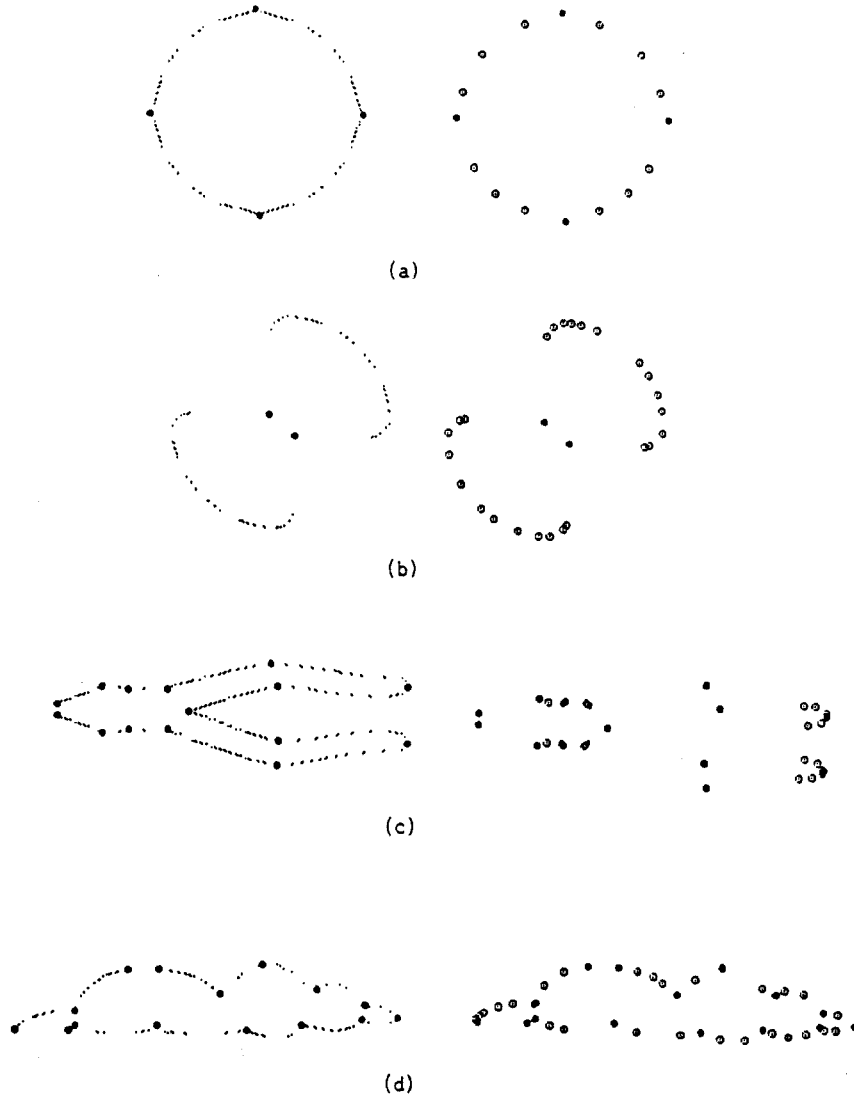


그림 3. 실험 영상에 대한 특징점 검출
 (· : 코너점, ○ : 제어점, ◦ : 제어점)
 Fig 3. Feature extraction for experimental images
 (· : corner point, ○ : control point, ◦ : control point)

수행하였다. 실험 영상에 곡률 계산에 의한 특징점을 검출한 결과를 그림 3에 보였다. 그림 3의 왼쪽 영상은 B-스플라인을 이용한 곡선 표현을 위한 코너 검출 영상이며, 그림 3의 오른쪽 영상은 3차 스플라인을 이용한 곡선 표현을 위한 코너 검출 영상으로, 여기서 코너는 검정색으로 칠해진 화소이고 나머지 화소는 제어점이다.

4.2 곡선 표현

제안된 표현 방법의 효율성을 검토하기 위하여, 압축율의 비교와 정확도의 비교의 두 부분으로 입증한다.

압축율의 비교는 원영상을 복원하기 위하여 얼마나 적은 특징점으로 원영상과 근사하게 복원할 수 있는

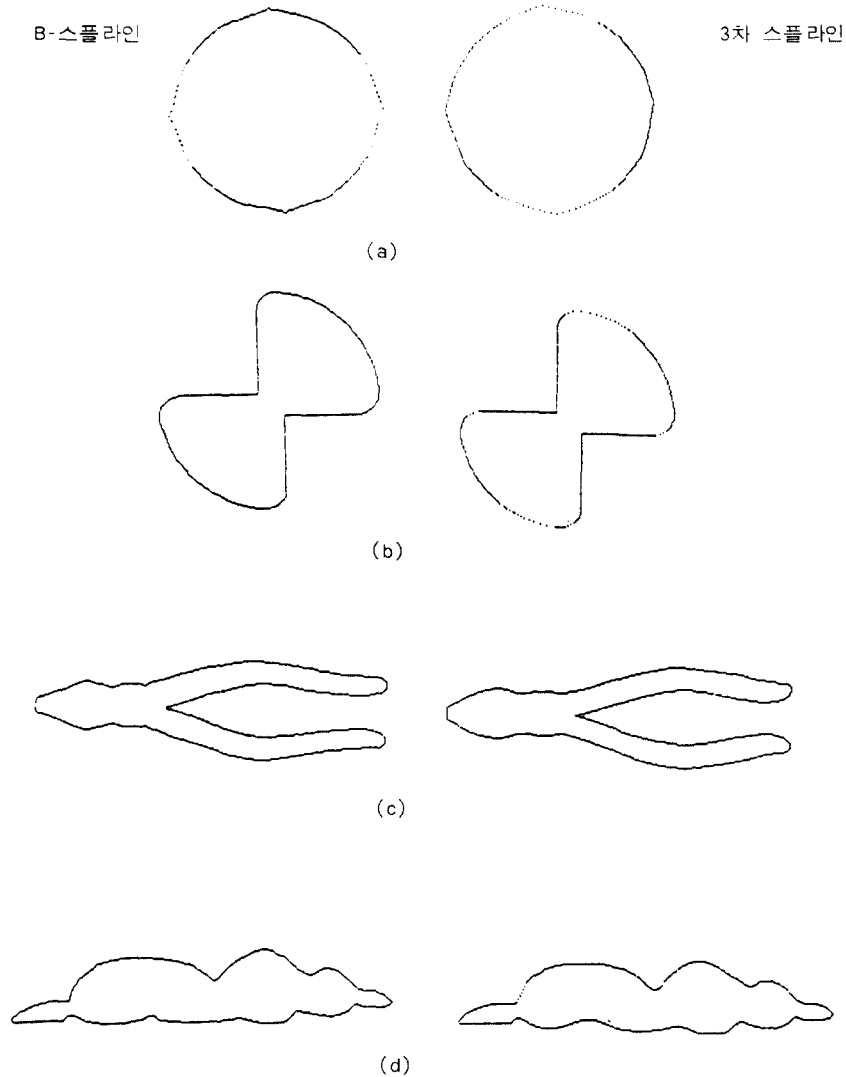


그림 4. 압축율 비교의 결과
Fig 4. The results of comparison with compression rates.

가의 문제로 결정된다. 본 논문의 비교대상인 B-스플라인 알고리즘은 0.3의 임계치를 갖는 특징점을 갖어야만 원영상에 근사한 복원율을 갖는다. 그러므로, 41점에서 원영상을 복원하기 위하여 B-스플라인은 임계치 0.3으로 특징점을 검출하였고[4], 3차 스플라인은 0.398의 임계치를 갖는 특징점을 검출하여 화상을 복원함으로써 3차 스플라인의 압축 효율성을 고찰한다.

압축율의 비교를 위하여 41점의 결과의 검출된 코너 점들을 입력으로 하여 본 논문에서 제안된 표현 방법인 3차 스플라인을 이용하여 두 특징점 사이를 표현한 결과는 그림 4와 같다. 3차스플라인의 특징점의 수는 B-스플라인에서 사용한 특징점의 25%만을 사용하여 영상을 표현하였기 때문에 구간별 3차 다항식 표현 방법의 경우 압축율은 우수하지만 B-스플라인 표현 방법에 비하여 원영상과의 차이를 보였다. 이러한 압축

표 1. 제안된 표현 방법과 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법의 코너수와 압축율 비교
 Table 1. Comparison of the number of corner and data compression ratio between proposed and using cubic B-spline representation method.

사용방법		3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법			제안된 표현방법				
사용방법	화소수	특징점		압축율	MAE	특징점		압축율	MAE
		코너	제어점			코너	제어점		
(a)	350	4	134	2.54	2	4	12	21.88	4
(b)	430	2	80	5.24	2	2	25	15.93	2
(c)	713	15	225	2.97	4	15	16	23.00	8
(d)	475	15	113	3.71	3	15	27	11.31	2

율의 비교를 표 1과 그림 5에 보인다. 표 1은 제안된 표현 방법과 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법의 압축율의 비교를 위한 특징점의 수 및 압축율, 원영상과의 차이(MAE)를 비교하였다. 그림 5에서 제안된 표현 방법은 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법과 비교하여 압축율이 현저하게 높지만 정확도(MAE)는 다소 떨어짐을 알 수 있다.

여기서, 압축율(compressin ratio:CR)은

$$CR = \frac{\text{Number of bits for original image}}{\text{Number of bits for compressed image}} \cdot (19)$$

로 정의된다. 원영상과의 정확도의 차이를 검증하기 위하여 $f(x)$ 를 원영상이라고 하고 $S(x)$ 를 구간별 3차 다항식 표현 방법으로 복원한 영상이라고 할 때, 구간 $[a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b]$ 에서 원영상과 표현 영상의 차이 MAE(Maximum Absolute Error)는

$$MAE = \max_{a \leq x \leq b} |f(x) - s(x)| \quad (\text{단위: 화소}) \quad (20)$$

를 사용하여 구한다. 여기서, 원영상과의 차이는 화소 단위이다.

또한, 정확도의 비교는 원영상을 복원하기 위하여 같은 특징점을 가지고 원영상과 근사하게 복원할 수 있는가의 문제로 결정된다. B-스플라인은 0.3이하의 임계치를 가져야만 원영상과 근사하게 복원된다는 근거로 하여 정확도 비교를 위한 코너점 수는 B-스플라인 특징점을 사용하여 3차 스플라인으로 복원함으로써 특징점의 수에 따라 3차 스플라인의 복원 정확도를 관찰하고 증가된 특징점으로 복원된 영상과 4.1절에서

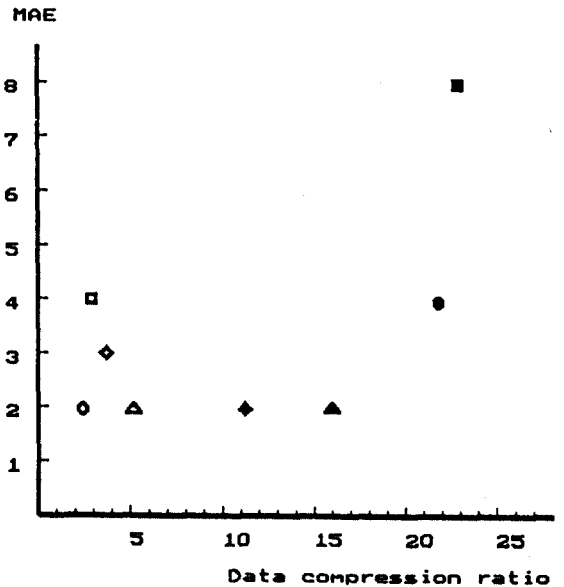


그림 5. 제안된 표현 방법과 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법의 압축율 비교
 Fig. 5. Comparison of data compression ratio between proposed and using cubic B-spline representation method.

사용기호	3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법	제안된 표현방법
(a)영상	○	●
(b)영상	△	▲
(c)영상	□	■
(d)영상	◇	◆

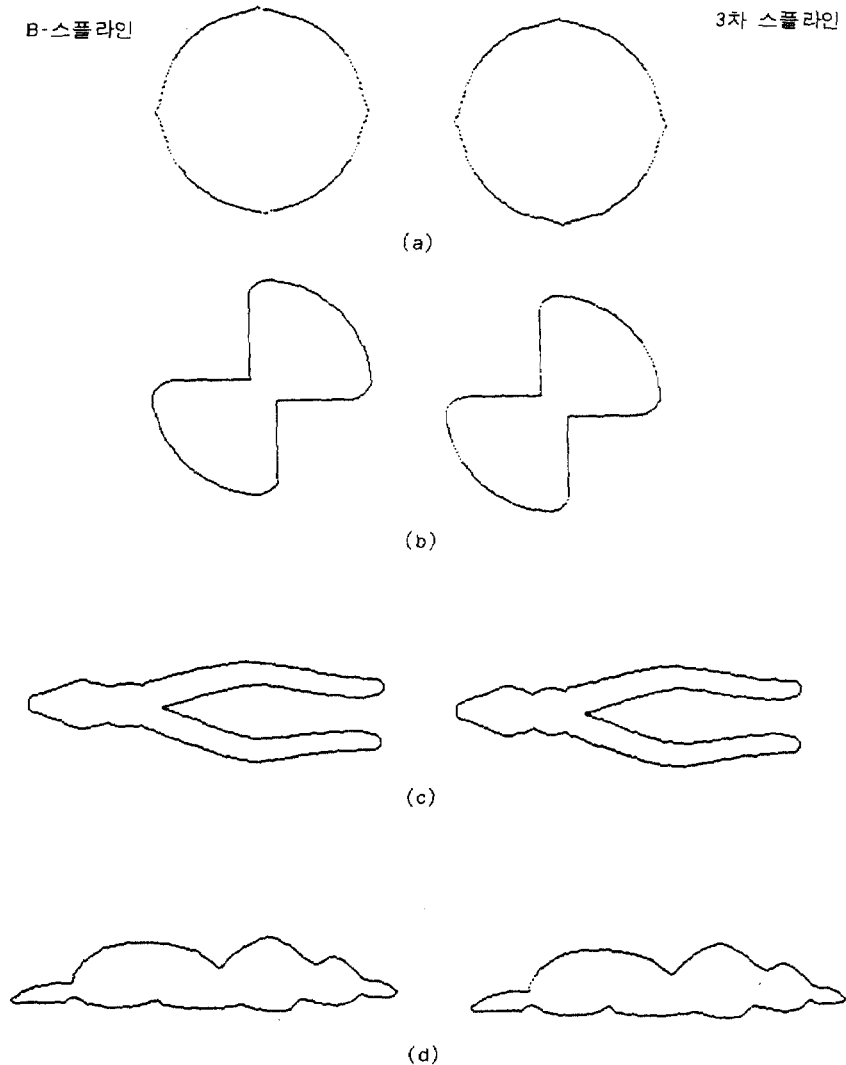


그림 6 정확도 비교의 결과
 Fig 6. The results of comparison with precision.

의 특징점으로 복원된 영상의 정확도를 비교함으로써 3차 스플라인의 복원 정확도를 고찰한다. B-스플라인과 3차 스플라인으로 동일한 특징점으로 영상을 표현한 결과는 그림 6과 같다. 3차 스플라인의 표현영상은 임계치 0.398로 검출된 특징점으로 표현된 영상에 비하여 평활화 효과는 감소하였다. 3차 스플라인의 특성중 검출된 특징점을 경유하여 보간을 수행하므로 특징점이 증가하면 평활화 효과는 감소한다. 그러나 특징점의 수가 증가함으로써 표현 영상이 원영

상에 더욱 근사함을 알 수 있다. 이러한 정확도의 비교는 표 2과 그림 7에 보였다.

표 2은 제안된 표현 방법과 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법의 정확도 비교를 위한 MAE를 비교하였고, 특징점의 수 및 압축율을 제시하였다. 그림 7에서 제안된 표현 방법은 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법과 비교하여 압축율이 같을 때, 정확도는 뛰어날을 알 수 있다. 그러므로, 압축율과 정확도의 상관 관계에 따라 목적에 맞도록 표현하면 더욱 효율적인 곡선

표 2. 제안된 표현 방법과 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법의 정확도 비교

Table 2. Comparison of precision between proposed and using cubic B-spline representation method.

사용방법		3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법				제안된 표현방법			
사용영상	화소수	특징점		압축율	MA E	특징점		압축율	MA E
		코너	제어점			코너	제어점		
(a)	350	4	134	2.54	2	4	134	2.54	1
(b)	430	2	80	5.24	2	2	80	5.24	1
(c)	713	15	225	2.97	4	15	225	2.97	1
(d)	475	15	113	3.71	3	15	113	3.71	2

표현을 수행할 수 있음을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 디지털 곡선의 표현에 있어서 3차 스플라인 함수를 이용하여 원영상의 특징점의 수를 기존의 스플라인을 이용한 곡선 표현 방법들 보다 적게 추출하고, 추출된 특징점을 사용하여 기존의 방법들과 비교하여 대등한 영상의 표현을 수행하는 방법을 제안하였다. 제안된 표현 방법을 이차원 영상에 적용하여 실험함으로써 제안된 표현 방법의 우수성을 입증하였다. 3차 스플라인은 참고문헌 (4)에서 제안한 방법과 비교하여 75% 이상의 데이터 압축 효과를 가지며, 기존의 다른 방법보다 적은 원영상의 10% 내의 특징점을 추출하여, 추출된 특징점을 이용하여 원영상에 근사하며 평활화 효과를 가지고 표현의 결과를 얻을 수 있었다. 또, 3차 스플라인 표현 방법이 주어진 구간 내에서 선형적으로 증가해야 하는 제약에 관계없이 곡선을 표현할 수 있다.

본 논문에서 제안된 표현 방법은 이차원 곡선의 표현을 훌륭히 수행하였다. 3차 스플라인을 이용한 표현 방법은 3차원 곡선의 표현에도 유용하리라 생각되며, 3차원 물체의 곡선 표현에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

參 考 文 獻

1. H.Ogawa, "Corner Detection on Digital Curves Based on Local Symmetry of the Shape," Pattern Recognition, vol.,

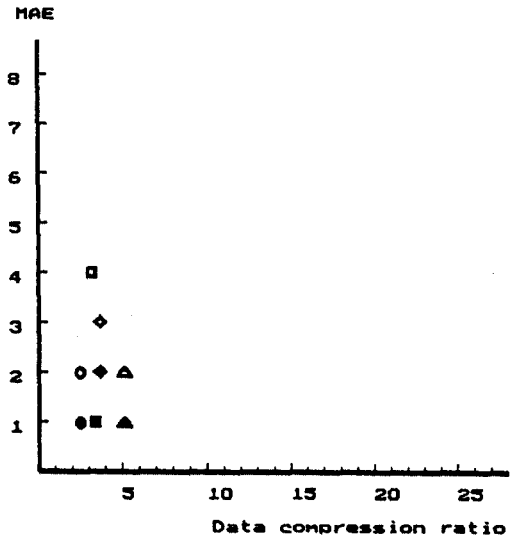


그림 7. 제안된 표현 방법과 3차 B-스플라인을 이용한 표현 방법의 정확도 비교

Fig. 7. Comparison of precision between proposed and using cubic B-spline representation method.

사용기호	3차 B스플라인을 이용한 표현 방법	제안된 표현방법
(a)영상	○	●
(b)영상	△	▲
(c)영상	□	■
(d)영상	◇	◆

- pp.351-357,1989.
2. O.Lozover and K.Preiss,"Automatic Construction of a Cubic B-Spline Representation for a General Curve", Computers Graphics 7(2),pp.149-153,1983.
 3. D.J.Langridge,"Curve Encoding and the Detection of Discontinuities," Computer Graphics and Image Processing, vol.20, pp.58-71,1982.
 4. G.Medioni and Y.Yasumoto,"Corner Detection and Representation Using Cubic B-splines," Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol.39pp.267-278,1987.
 5. E.E.Milios,"Shape Matching Using Curvature Processing,"Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol.47, pp.203-226,1989.
 6. Z. Cai, "Restoration of Binary Images Using Contour Direction Chain Codes Description,"Computer Vision, Graphics, and Image Processing,vol.41,pp.101-106,1988.
 7. Y.G.You, C.D.Lee, B.S. Seol, O.A. Palusinski and F.Szidarovszky,"Mathematical Improvements in CAD Systems for Computing Transmission Line Characteristics,"submitted for publication,IEEE Trans. Computer-AidedDesign, May, 1994.
 8. R.C.Gonzalez and R.E.Woods, Digital Image Processing,Addison Wexley,1992.
 9. A.K.Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice-Hall,1989.
 10. R.H.Bartels, J.C.Beatty, and B.A.Barsky, An Introduction to Splines for use in Computer Graphics and Geometric Modeling, Morgan Kaufmann Publisher, Inc., 1986.
 11. I.Pitas, Digital Image Processing Algorithms,Prentice Hall,1993.



姜圭映(Gyu Young Kang)

1992년 2월 : 충북대학교 정보통신
공학과 졸업(공학사)
1995년 2월 : 충북대학교 정보통신
공학과 대학원 졸업
(공학석사)
*주관심분야 : 회상처리, 정보통신
망



趙冀衡(Ki Hyung Cho)

1944년 1월 2일생
1962년 : 인하대학교 전기공학과 졸업(학사)
1984년 : 청주대학교 산업공학과 전자계산전공(석사)
1992년 : 경희대학교 전자공학과 전자계산전공(박사)
1981년~1988년 : 충주산업대학교 전자계산학과 조교수
1988년~현재 : 충북대학교 정보통신공학과 부교수
*주관심분야 : 정보통신망, 데이터베이스, 회상처리