

論文 95-4-4-14

Robust MAP 움직임 추정

正會員 沈 東 圭*, 朴 來 弘*

Robust MAP Motion Estimation

Dong-Gyu Sim*, Rae-Hong Park* Regular Members

要 約

본 논문에서는 robust statistics의 least median square (LMedS)를 움직임 추정을 위한 MAP 추정기에 적용하여 움직임 불연속과 잡음에 강한 움직임 추정 알고리듬을 제안하였다. 컴퓨터 비전 문제로서의 움직임 추정은 연속성 제한조건과 잡음의 민감성 때문에 모든 경우에 정확한 움직임을 추정하기는 어렵다. 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 기존의 maximum a posteriori (MAP) 추정기에 LMedS의 중간값 연산자를 적용하였다. 그리고 제안한 알고리듬을 시간축으로 확장하여 여러 장의 연속영상에서의 robust 움직임 추정에 적용하였다. 여러가지 합성영상과 실제영상을 사용하여 제안한 방법이 기존의 방법에 비하여 효율적임을 전산 모의실험 통하여 보였다.

ABSTRACT

In this paper, we propose the motion estimation algorithm that is robust to motion discontinuity and noise, by embedding the least median square (LMedS) in the robust statistics into the maximum a posteriori (MAP) estimator. Motion estimation as a computer vision problem has a lot of drawbacks such as the smoothness constraint, the sensitivity against noise, and so on, thus estimation of the exact motion field is difficult in all cases. In this paper, to cope with these problems, we apply a median operator to the conventional MAP motion estimator. Also we apply the proposed robust MAP motion estimator to multiple image sequences. Computer simulation with various synthetic and real image sequences shows that the proposed algorithm yields better performance than the conventional ones.

* 西江大學校 電子工學科

Dept. of Electronic Eng., Sogang Univ.

論文番號 : 94312-1110

接受日字 : 1994年 11月 10日

I. 서 론

초기 비전 (early vision) 문제는 해가 존재하지 않거나 해가 유일하지 않거나 혹은 해가 불안정한 특성을 가진다. 즉 초기 비전 문제는 ill posed되어 있어, 잡음에 민감한 특성을 가지고 있거나 모델에 맞지 않는 부분에서 큰 오차가 발생되는 문제점을 가지고 있다.⁽¹⁾ 실제로 컴퓨터 비전 기술을 실용화하기 위해서는 잡음이나 모델에 맞지 않는 입력에 대하여 대처할 수 있는 시스템 설계가 필요하다.^(2,3) 본 논문에서는 초기 비전 문제중에 영상압축, 3D 구조복원이나 3D 움직임 추정에 유용한 2D 움직임 추정법에 관하여 연구하였다.^(4,5)

컴퓨터 비전 문제의 ill posed 특성으로 인하여 해를 구하는 일은 매우 어려운 일이다.⁽⁶⁾ 이러한 문제에서 물리적으로 의미있는 해를 구하기 위한 시도로서 regularization 기법 혹은 MAP 방법이 사용되었다.⁽⁷⁾ 이들 방법은 서로 다른 관점에서부터 출발하였으나 그 의미에서 유사하고 data fusion의 일반적인 기법으로 사용되고 있다. Regularization 기법의 경우 측정치 데이터를 근사화하면서 완만한 해를 구하게 된다. 그러나 실제의 응용예에서는 해가 불연속이거나 미분불능인 점이 존재하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위한 regularization 제약조건에 관한 연구가 많이 되어 왔다. 또 다른 접근으로서 regularization 방법의 일반화로 볼 수 있는 MAP를 이용하는 방법이 있다. 이러한 방법은 불연속 문제를 더욱 쉽게 다룰 수 있었으나 모델에 맞지 않거나 비 가우스성 잡음에 대해서는 큰 오차를 발생시키는 단점을 가지고 있다. 이러한 MAP 추정법은 maximum likelihood (ML) 부분과 선형적으로 (a priori) 해를 제한하는 부분으로 구성되어 있다. 최근들어 각 부분을 robust statistics에서 연구되어 왔던 예측기로 대체하는 방법들이 제안되기 시작했다.^(8,9)

또 다른 접근 방법으로서 여러가지 컴퓨터 비전 문제는 ML 형태의 least square (LS)에 바탕을 두어 풀려는 시도가 되어 오다. 잡음에 대처할 수 있는 robust statistics에 바탕을 두어 풀려는 시도가 몇 가지 응용분야에 적용되었다.^(10,12) LS 추정법은 측정치에 포함된 오차를 가우시안 잡음으로 가정하여 추정값의 오차의 제곱의 합을 최소화시키는 방법이다. 이러한 방법은 측정치에 포함된 잡음이 가우시안일 때는 최적의 성능을 가지고나, outlier로 가우시안 잡음으로 모델링되지 않는 잡

음에 대해서는 추정치는 큰 오차를 포함하는 단점이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 잡음모델을 달리한 ML 형태의 M 추정법이 있다. 이 방법이외에도 L 그리고 R 추정법 등이 응용되고 있다.⁽¹³⁾ 그리고 LMedS 추정법은 수학적으로 매우 robust한 것으로 알려져 최근들어 영상복원에 적용된 예가 있다.⁽¹⁴⁾ 본 논문에서는 움직임 추정을 위하여 MAP 추정법에 LMedS에서 중요한 역할을 하는 중간값 연산자를 적용하여 robust한 움직임 추정법을 제안하였다. 본 논문에서는 regularization 기법과 MAP 추정법 대하여 알아보고, 전역 최소화 방법인 MAP 움직임 추정법에 국부 최소화 방법으로 robust statistics의 LMedS를 적용한 robust MAP 움직임 추정법을 제안하였고 기존의 움직임 추정법에 비하여 효과적임을 보였다. 이러한 방법은 움직임 추정뿐만 아니라 초기 비전문제에 일반적으로 적용될 수 있으리라 생각된다.

본 논문의 Ⅱ장에서는 robust regression과 robust MAP 추정법에 대하여 서술하고, Ⅲ장에서는 제안한 robust MAP 움직임 추정법에 대하여 서술하고, Ⅳ장에서는 실험결과를 기술한다. 그리고 마지막으로 Ⅴ장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. Robust regression과 MAP 추정법

추정법은 크게 unconstrained 추정법과 constrained 추정법으로 구분될 수 있다. Unconstrained 추정법은 일반적으로 측정치와 예측치 사이의 차이를 최소화하는 방법으로 maximum likelihood estimation (MLE)가 가장 대표적인 예이다. 초기에는 MLE가 많이 사용되어 왔으나 컴퓨터 비전 문제와 같이 잡음과 모델에 맞지 않는 입력에도 어느 정도의 성능을 내는 robust 방법들이 연구되기 시작했다. 그러나 컴퓨터 비전 문제의 경우 이러한 간단한 regression만으로는 풀리지 않는 경우가 생기는데, 이것은 해가 유일하게 결정되지 않거나 안정하지 않기 때문이다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 해의 물리적 가능성 존재를 제약조건으로 추가시키는 regularization 기법이나 MAP 추정법이 사용되었다. 그러나 이러한 선형적 가정을 사용하는 경우에는 해가 너무 평활화되는 단점을 가지고 있다. 그래서 최근에 이러한 문제를 해결하기 위한 시도로 robust statistics 분야에서 사용되

었던 M 추정법을 이용하는 방법이 제안되었다.^(8,9) 본 장에서는 robust regression 기법중에 제안한 방법에서 사용하게 될 LMedS에 대하여 알아보고, regularization 기법과 MAP 방법에 대하여 간단히 기술하고, 기존의 움직임 추정에 적용된 예를 설명하였다.

1. Robust regression^(15,16)

Regression 분석은 관측치 데이터를 효과적으로 표현하는 파라미터를 가지는 방정식을 구하는 것이다. 일 반적으로 선형모델

$$y_i = x_{i1}\theta_1 + x_{i2}\theta_2 + \cdots + x_{ip}\theta_p + e_i, \quad i=1, \dots, n \quad (1)$$

이 사용되어 왔다. 여기서 y_i , x_{i1} , x_{i2}, \dots, x_{ip} , $i=1, \dots, n$ 은 관측치이고, $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ 를 x_i 로 y_1, y_2, \dots, y_n 은 \mathbf{Y} 로 정의한다. 그리고 θ_k , $k=1, \dots, p$,는 추정하려는 파라미터이며, e_i , $i=1, \dots, n$,은 측정치에 포함된 오차이다. 추정된 파라미터를

$$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2 \ \dots \ \hat{\theta}_p]^T \quad (2)$$

으로 표시하면, $\hat{y}_i = x_{i1}\hat{\theta}_1 + \cdots + x_{ip}\hat{\theta}_p$ 는 y_i 의 예측치이다. 그리고 오차는

$$r_i = y_i - \hat{y}_i \quad (3)$$

으로 정의된다. LS 방법은 가장 전통적인 방법으로서 추정된 파라미터 $\hat{\theta}$ 는

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^n r_i^2 \quad (4)$$

로부터 구한다. 이러한 방법은 오차가 평균이 영인 가우시안 분포라는 가정에서 오차의 제곱의 합을 최소화시키는 추정법이다. 그러나 이러한 방법은 측정치에 큰 오차가 포함된 경우, 다시 말해서 outlier가 존재할 경우 큰 추정오차를 내는 단점을 가지고 있다. Robust statistics 분야에서는 어느 정도의 outlier에 대처할 수 있느냐를 나타낸 정도로 breakdown point를

$$\epsilon(T, Z) = \min \left\{ \frac{m}{n}; \text{ bias}(m; T, Z) \text{ is } \infty \right\} \quad (5)$$

으로 정의한다. 여기서 bias()는

$$\text{bias}(m; T, Z) = \sup_Z \|T(Z) - T(Z)\| \quad (6)$$

로 정의되며, $T(Z) = \hat{\theta}$ 이고, Z 는 n 개의 측정치 벡터이며, Z' 는 Z 에서 m 개의 관측치 벡터를 뺀 후의 관측치 벡터이다. 다시 말하면 outlier를 포함한 관측치 n 개 중에서 m 개를 제외하고 예측한 결과의 오차를 무한대로 만드는 최소의 n 과 m 의 비율을 말한다. 즉 관측치 n 개 중에 m 개 이상부터 예측치의 오차가 무한대가 된다는 것이다. LS의 경우 breakdown point는 $1/n$ 이 된다. 즉 n 개의 관측치중에 한개라도 outlier가 존재하면 큰 오차를 발생시킨다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 MLE에 바탕을 둔 M 추정법이 제안되었는데 이것은 식 (4)의 제곱함수를 convex한 대칭함수로 바꾼 것이다. 즉 M 추정법은

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^n \rho(r_i) \quad (7)$$

로 정의된다. $\hat{\theta}$ 를 얻기 위하여 θ 에 관하여 편미분을 하면

$$\sum_{i=1}^n \psi(r_i) x_i = 0 \quad (8)$$

이 얻어지고, 여기서 $\psi(\cdot) = \rho'(\cdot)$ 이다. LS는 $\rho(x) = x^2$ 인 L_2 regression 기법으로 가우시안 오차분포를 가정할 때 최적이며, 오차를 Laplacian 분포로 가정할 때 최적인 L_1 regression 방법의 비용함수는 $\rho(x) = |x|$ 이다. M 추정법은 결국 sample median과 같은 결과이다. Huber는 가우시안 오차분포를 잘 근사화하면서도 robust한 특성을 갖는 추정법으로 min max 함수를 사용하였다.^(15,16) 즉 비용함수를

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & \text{if } |x| < a \\ a|x| - \frac{a^2}{2}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

로 정의하였고, 결국 미분함수는

$$\psi(x) = \max[-a, \sim \min(x, a)] \quad (10)$$

로 된다. Huber의 추정법은 y_i 에 outlier가 포함된 경우 효과적이나 breakdown point는 추정하려는 파라메터 수 p 가 증가함에 따라 감소하는 특성을 가지고 있다. 또한 x_{ip} 에 outlier가 존재할 경우 leverage point으로 작용하여 breakdown point는 실제로 0으로 접근하게 된다. 이러한 방법이 외에 많은 robust 추정법들이 제안되어 왔는데 Rousseeuw에 의하여 제안된 LMedS는 50%의 breakdown point를 가지며 구현 법이 간단하고 반복법을 사용하지 않는 장점 때문에 최근 들어 컴퓨터 비전 분야에 많이 사용되기 시작했다. 이것은 LS의 합을 중간값으로 바꾼 것으로

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \text{med}_i r_i^2 \quad (11)$$

으로 정의된다. LMedS 방법의 breakdown point를 개선시키기 위하여 LMedS의 변형인 least trimmed squares (LTS) 방법도 제안되었으며, efficiency를 향상시키기 위하여 reweighted least square (RLS) 방법과 결합되기도 한다. 이러한 robust 추정법 이외에도 R, L 추정법 그리고 total least square (TLS) 방법이 있으며, 최근에도 robust statistics 분야에서 새로운 추정법들이 제안되고 있으며, 컴퓨터 비전 분야에서는 이를 이용한 응용분야들이 많이 생겨나고 있다.^(17,18)

2. Regularization 기법과 MAP 추정법

초기에는 ill-posed low-level 컴퓨터 비전 문제를 해결하기 위하여 regularization 기법이 주로 사용되어 왔다. 이 기법은 평활화된 파라메터 필드를 구하는 방법으로 해가 불연속을 가진 경우 큰 오차가 발생되는 단점을 가지고 있다. 이 방법의 문제점을 해결하기 위하여 많은 연구가 진행되어 왔고, 또 다른 관점에서 Markov random field (MRF)와 같은 MAP 형태의 기법들이 적용되어 왔다.^(8,9)

Regularization 기법은 해의 선형적 가정에 기초하여 문제를 well-posed 문제로 바꾸는 기법이다. Tikhonov에 의하여 제안된 평활화 항 S 에 가중치 λ 를 곱하고 이를 관측치와 해에 의한 예측치 사이의 차를 나타내는 항 D 에 더하여 에너지 함수를

$$\begin{aligned} J(\mathbf{X}, \lambda) &= D + \lambda S = \\ \sum_{y_f} \|A_i \mathbf{X} - y_i\|^2 + \lambda S &\quad (12) \end{aligned}$$

와 같이 정의한다. 여기서 A_i 는 문제에 따라 결정되며, 이것도 측정치인 경우도 있다. 이것을 최소화시키는 파라메터 필드

$$\mathbf{X}^* = \arg \min_{\mathbf{X}} J(\mathbf{X}, \lambda) \quad (13)$$

를 구하는 것이 regularization 기법의 기본이다. 여기서 λ 의 크기에 따라 해의 평활화 정도가 결정되며 λ 값을 적응적으로 결정하여 불연속에 대처하는 방법들도 제안되었다.

컴퓨터 비전 문제들에 Tikhonov의 해공간을 제한하는 접근 방법과 달리 선형적으로 물리적으로 가능한 해의 존재 확률을 추가하는 방법이 적용되었다. 이 방법은 후험적 (a posteriori) 해의 존재 확률에 Bayesian 규칙을 적용하면

$$P_{\mathbf{x}|y} = \frac{P_{y|x} P_x}{P_y} \quad (14)$$

으로 쓸 수 있다. 여기서 $P_{y|x}$ 는 ML 형태의 측정치에 바탕을 둔 해의 확률이고, P_x 는 선형적 해의 확률을 나타낸다. MAP 방법은 식 (14)를 최대화시키는 해를 구하는 방법으로 일반적으로 확률 모델을 가우시안 형태로 하고 이것을 최적화하기 위하여 log 함수를 취하여 최적화시키는 방법을 취하고, P_y 는 추정하려는 파라메터와 관계 없으므로 없어진다. 결국 얻어지는 형태를 보면 앞에서 언급한 regularization 기법의 일반적인 형태가 된다.⁽¹⁹⁾ 그러나 이러한 방법은 선형적 해의 존재 확률을 추가하기 쉽고 다른 데이터를 통합하기에 적합하여 최근 들어 많은 연구가 이루어지고 있다.

3. 기존의 robust 움직임 추정법

움직임 추정 문제의 경우 움직임 불연속과 영상의 불연속을 다루기 위하여 최근 들어 regularization 기법과 MAP 추정법에 robust estimation 기법에서 사용

되어 왔던 M 추정법을 적용하는 방법들이 제안되었다.^(8,9,20) 이러한 방법들의 형태는 일반적으로 regularization 기법의 stabilizing항이나 MAP 방법의 선형적 해 존재 확률분포를 Huber의 min max 함수를 사용하는 방법이다. 또한 Black과 Anandan은 연속성 함수이외에 움직임 제한식에까지 M 추정법을 적용하였다. 그리고 기존에 MRF의 line process를 M 추정법에 의하여 일반화될 수 있다. 이러한 접근방법 이외에도 움직임 추정을 연속성 가정없이 비교적 큰 창틀에서 국부 regression하는 방법으로 TLS 방법⁽¹⁷⁾이나 M 추정법에 바탕을 둔 Hough transform 기법⁽²¹⁾을 이용한 움직임 추정법 등이 제안되어 왔다. 그러나 M 추정법을 stabilizing항에 포함시키는 접근 방법은 표면 근사화와 같이 해가 어느 정도 구해져 있는 경우에는 적당하나, 움직임 추정의 경우 전혀 구해져 있지 않기 때문에 scale 추정이 어렵고 최적화 자체가 비선형이어서 국부 최소에 빠지는 경우가 많은 단점을 가지고 있다. 그리고 움직임 제한식에 leverage 데이터를 포함할 수 있으나 M 추정법이 이러한 데이터에 robust하지 않은 특성 때문에 큰 오차를 발생시킬 수 있다.^(15,16) 또한 TLS 방법도 많은 메모리를 필요로 하고 큰 창틀 때문에 움직임이 불연속인 곳에서도 평활화된 추정결과를 내는 단점을 가지고 있다. 또한 Bober와 Kittler의 Hough 방법도 M 추정에 바탕을 두어 scale 추정이 어렵고 M 추정법은 breakdown point가 파라메터수에 비례하여 떨어지는 단점을 가지고 있으며, Hough 공간이 커질 경우 많은 계산시간을 필요로 한다.

본 방법에서는 전역 최소화 과정인 MAP 움직임 추정법과 국부 최소화 방법인 regression 방법을 통합하는 움직임 추정법을 제안하였다. 통합 과정에서 불연속 움직임을 해결하기 위하여 robust statistics 분야에서 높은 breakdown point를 가진 것으로 알려진 LMedS에 사용되었던 중간값 연산자를 MAP 움직임 추정기에 적용하는 움직임 추정법을 제안하였다. 제안한 방법은 움직임 추정이외에 regularization 기법이나 MAP 추정법에 바탕을 둔 표면근사화나 stereo 비전 문제 등에 적용 가능할 것이다.

III. 제안한 robust MAP 움직임 추정법

본 논문에서는 움직임 추정을 위하여 regulariza-

tion 기법이나 MAP 방법에 중간값 연산자를 적용하여 robust 움직임 추정방법을 제안하였다. 먼저 두 장의 연속영상을 이용하는 robust MAP 움직임 추정법에 대하여 설명하고 이것을 여러 장의 연속영상에 확장한 움직임 추정법에 대하여 기술한다.

1. 두 장의 연속 영상을 이용한 robust MAP 움직임 추정법초기의 움직임

추정법은 움직임 제한식과 여기서 움직임 연속성을 가정하여

$$\begin{aligned} J(\mathbf{X}, \lambda) = & \sum_{s \in S} ((E_{sx} u_{sx} + E_{sy} v_{sy} + E_{sv})^2 \\ & + \lambda(u_{sx}^2 + v_{sx}^2 + u_{sy}^2 + v_{sy}^2)) \end{aligned} \quad (15)$$

와 같은 functional을 정의하고 이것을 최소화하는 과정으로 움직임을 반복적으로 추정한다.⁽²²⁾ 여기서 S 는 $N \times M$ 영상의 위치들의 집합으로

$$S = \{(s = (i, j) | 0 \leq i \leq N, 0 \leq j \leq M)\} \quad (16)$$

이며 움직임 \mathbf{X} 는

$$\mathbf{X} = \{x(s) = (u_s, v_s) | s \in S\} \quad (17)$$

이고, E_s 는 s 에서의 영상의 밝기값을 나타내며 E_{sx} , E_{sy} 는 각각 x 와 y 에 대한 편미분값이다. 이후에 여러 가지 움직임 추정법을 이 방법에 근거하거나 움직임 제한식의 변형이나 regression을 통하여 움직임을 추정하는 것이 일반적이다. 그러나 이러한 방법이 움직임 불연속이나 영상 불연속에서 많은 오차를 발생시킨다. 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 robust statistics에서 많이 사용되어 왔던 LMedS의 개념을 적용하였다. 그러나 움직임 추정은 단순히 regression만을 통해서 구할 수 없는 ill-posed 문제이므로 LMedS의 개념을 MAP 움직임 추정법에 추가함으로써 움직임 불연속이나 영상 불연속 문제를 해결하였다.

제안한 방법에서는 먼저 움직임 추정을 위한 a posteriori likelihood 확률분포는

$$\begin{aligned} P(\mathbf{X} | E^{cur}, E^{prev}) = & \\ \frac{P(E^{cur} | \mathbf{X}, E^{prev}) P(\mathbf{X} | E^{prev})}{P(E^{cur} | E^{prev})} & \end{aligned} \quad (18)$$

로 정의된다. 여기서 관측치 E^{cur} , E^{prev} 는 각각 현재 영상과 이전영상의 밝기값을 나타낸다. 다음 확률분포를 가우시안 형태로 가정할 때, ML 움직임 확률분포는

$$P(E^{cur} | X, E^{prev}) = \frac{1}{Z_{ML}} \exp \left(- \sum_{s \in S} \sum_{n \in N_s \cup s} (E_n^{cur} - E_n^{prev})^2 \right) \quad (19)$$

으로 정의되며, 여기서 N_s 는 어떤 s 에 대한 주변 위치들의 집합이며, Z_{ML} 은 정규화 상수 (normalizing constant)이다. 위 식은 영상의 각 위치 s 에 대하여 s 와 s 의 주변화소에 속하는 n 들에서 이전영상을 s 에서의 움직임 $x(s)$ 에 따라 평행이동하여 현재영상을 예측하고 측정된 현재 영상과의 오차의 제곱합을 나타낸다. 이 식을 $x(s)$ 를 작은 값으로 가정하여 Taylor 전개를 한 후 고차항을 무시하면 움직임 제한식 형태가 되어 ML 움직임 확률분포는

$$P(E^{cur} | X, E^{prev}) = \frac{1}{Z_{ML}} \exp \left(- \sum_{s \in S} \sum_{n \in N_s \cup s} (E_{n,x} u_s + E_{n,y} v_s + E_{n,z})^2 \right) \quad (20)$$

이 단순화 된다. 다음으로 선형적 확률분포는

$$P(X | E^{prev}) = \frac{1}{Z_{AP}} \exp \left(- \sum_{s \in S} \sum_{n \in N_s} \alpha c_{s,n}^{E^{prev}} ((u_s - u_n)^2 + (v_s - v_n)^2) \right) \quad (21)$$

으로 정의하였다. 여기서 Z_{AP} 는 정규화 상수이며 $c_{s,n}^{E^{prev}}$ 는

$$c_{s,n}^{E^{prev}} = \frac{1}{1 + (E_s^{prev} - E_n^{prev})^2} \quad (22)$$

으로 움직임 필드의 선형적 확률 분포가 영상의 밝기값의 변화와 움직임 자체의 변화율에 따라 결정한다. 식 (20)과 (21)을 식 (18)에 대입하면 움직임 추정을 위한 a posteriori likelihood 확률분포는

$$P(X | E^{cur}, E^{prev}) = \frac{1}{Z_T} \frac{\exp \left(- \sum_{s \in S} \sum_{n \in N_s \cup s} (E_{n,x} u_s + E_{n,y} v_s + E_{n,z})^2 \right)}{\exp \left(- \sum_{s \in S} \sum_{n \in N_s} \alpha c_{s,n}^{E^{prev}} ((u_s - u_n)^2 + (v_s - v_n)^2) \right)} \quad (23)$$

$$\frac{P(E^{cur} | E^{prev})}{P(E^{cur} | E^{prev})}$$

으로 표현된다. $Z_T = Z_{ML} Z_{AP}$ 이며, 전체 정규화 상수이다. 이 식은 전역 및 국부적 특성을 모두 고려한 것이다. 식에서 S 의 이웃 화소에 대한 고려가 없는 경우가 전역 최소화에 바탕을 둔 일반적인 MAP방법이고, 영상을 일정 크기로 분할한 후 그 분할된 영역만을 정해진 모델에 의하여 표현하고 그 파라미터를 추출하는 방법이 국부 최소화 형태인 regression 방법이다. S 에 대한 이웃 화소들의 집합을 한 개의 영역으로 볼 경우 위 식은 영상의 모든 S 에 대하여 국부 regression을 전역적으로 하게 되는 것이다. 식 (23)을 정리하면

$$P(X | E^{cur}, E^{prev}) = \frac{\prod_{s \in S} \left(\exp \left(- \sum_{n \in N_s \cup s} (E_{n,x} u_s + E_{n,y} v_s + E_{n,z})^2 \right) - \sum_{n \in N_s} \alpha c_{s,n}^{E^{prev}} ((u_s - u_n)^2 + (v_s - v_n)^2) \right)}{P(E^{cur} | E^{prev})} \quad (24)$$

으로 나타낼 수 있고, 여기서 LMedS의 오차를 정의하였던 것과 같은 방식으로 s 위치에서의 움직임 (u_s, v_s) 를 추정하기 위하여 s 의 주변 측정치를 이용한 오차의 합을 중간값으로 바꾸면 제안한 확률분포 함수는

$$P(X | E^{cur}, E^{prev}) = \frac{1}{P(E^{cur} | E^{prev})} \times \prod_s \left(\exp \left(- \text{med}_{n \in N_s \cup s} ((E_{n,x} u_s + E_{n,y} v_s + E_{n,z})^2) + \alpha c_{s,n}^{E^{prev}} ((u_s - u_n)^2 + (v_s - v_n)^2) \right) \right) \quad (25)$$

된다. 다시 말하면 LS 국부 regression을 LMedS로 바꾼 것으로도 볼 수 있다. 제안한 확률분포를 최대화시키기 위하여 log likelihood 확률분포로 고치면 최소화 문제로 변형된다. 여기서 $P(E^{cur} | E^{prev})$ 는 추정하려는 파라미터와 관계없으므로 에너지 함수는

$$J(X, \alpha) = \sum_{s \in S} \text{med}_{n \in N_s \cup s} \left\{ (E_{n,x} u_s + E_{n,y} v_s + E_{n,z})^2 + \alpha c_{s,n}^{E^{prev}} ((u_s - u_n)^2 + (v_s - v_n)^2) \right\} \quad (26)$$

$$= \sum_{s \in S} \text{med}_{n \in N_s \cup s} r_{sn}^2 = \sum_{s \in S} J_s(X_s, \alpha)$$

로 주어진다.

위 식에서 선형적 확률분포를 제거할 경우 이것은

ML 형태의 LMedS 예측기가 된다. 본 논문의 움직임 추정방법은 움직임 추정의 ill-posed 성질로 인하여 선형적 확률 분포를 추가함으로써 움직임이 연속인 부분에서도 효과적인 결과를 내고 오차의 중간값을 최소화하는 방법으로 잡음이나 움직임 불연속에 robust한 특성을 냈다. 또한 LMedS가 50%의 breakdown point를 갖는 알고리듬이나 본 방법은 선형적 확률을 추가함으로써 더욱 robust한 특성을 가질 수 있다.

본 방법에서 제안한 MAP 추정법은 functional이 중간값 연산자에 의하여 convex한 특성을 갖지 않고 해의 선형적 확률분포로 인하여 주변영역과의 상호연관 관계를 가지고 있어 이것을 한번에 최소화하는 알고리듬이 존재할 수 없다. 본 방법에서는 국부 상호 작용을 고정하고 반복적 최소화 과정을 통하여 functional을 최소화하는 파라미터를 예측하였다. 영상의 한점 s 에서 국부 functional은

$$\begin{aligned} J_s(X_s, \alpha) = \min_{n \in N_s \cup s} & ((E_{n,x} u_n + E_{n,y} v_n + E_{n,t})^2 \\ & + \alpha c_s^{E_{\text{mean}}} ((u_s - u_n)^2 + (v_s - v_n)^2)) \end{aligned} \quad (27)$$

으로 정의된다. 이것을 최소화하는 과정을 각 화소마다 수행하고 추정된 결과를 이용하여 다음번 반복에 사용하는 relaxation 형태로 되어 움직임은

$$\begin{aligned} (u_s^{(k)}, v_s^{(k)}) = \arg \min_{(u_s^{(k)}, v_s^{(k)})} & \min_{n \in N_s \cup s} ((E_{x,n} u_s^{(k)} + E_{y,n} v_s^{(k)} \\ & + E_{t,n})^2 + \alpha c_s^{E_{\text{mean}}} ((u_s^{(k)} \\ & - u_n^{(k-1)})^2 + (v_s^{(k)} - v_n^{(k-1)})^2)) \end{aligned} \quad (28)$$

으로 정의된다. 여기서 (k) 는 반복 회수를 나타낸다. 그러나식 (28)을 최소화하는 파라미터를 구하는 것도 직접적으로 구할 수 없는 형태이기 때문에 LMedS 추정기의 해를 구하는 표본화 방법에 바탕을 두어 움직임을 추정하였다. 표본화 방법은 관측치 집합중에서 추정해야 할 파라미터 수 만큼의 표본들을 n 번 선택하고, 각 표본들에 의하여 추정된 파라미터에 의한 오차의 중간값을 구하고, 이렇게 구해진 n 개의 중간값중에 최소인 파라미터를 LMedS의 추정결과로 선택하게 된다. 본 robust MAP 움직임 추정법에서의 관측치는 $(E_x, E_y, E_t, u_s, v_s)$ 이며, 각 화소에서 forward와 backward difference를 이용하여 E_x, E_y 를 구하고 E_t 는

주변 8개의 화소에서 frame difference를 이용하였고, 그리고 u_s, v_s 도 각 화소의 주변 8개의 화소에서의 추정된 움직임을 사용하였다. 이러한 각 측정치를 사용할 경우 조합의 형태가 되어 주변영역의 크기에 따라 매우 많은 계산량이 필요하다. 그리고 움직임 추정이 화소 단위로 반복적인 계산이 필요하므로 본 논문에서는 각 화소에서 측정치 표본을

$$\begin{aligned} & ((E_{nx}, E_{ny}, E_{nt}, u_n, v_n) | n=1, \dots, 9) = \\ & \{ (E_{xb}, E_{yb}, E_t^1, u^1, v^1), (E_{xc}, E_{yc}, E_t^2, u^2, v^2), \\ & (E_{xf}, E_{yf}, E_t^3, u^3, v^3), (E_{xf}, E_{yc}, E_t^4, u^4, v^4), \\ & (E_{xf}, E_{yf}, E_t^5, u^5, v^5), (E_{xc}, E_{yf}, E_t^6, u^6, v^6), \\ & (E_{xb}, E_{yf}, E_t^7, u^7, v^7), (E_{xb}, E_{yc}, E_t^8, u^8, v^8), \\ & (E_{xc}, E_{yc}, E_t^{\text{mean}}, u^{\text{mean}}, v^{\text{mean}}) \} \end{aligned} \quad (29)$$

로 고정하였다. 여기서 아래첨자는 b, c, f 는 각각 backward, central 그리고 forward를 나타내며, 윗첨자 $1, \dots, 8$ 은 그림 1에 표시된 것과 같이 8 주변화소의 위치를 나타낸다. 그리고 위첨자 mean은 이들 8 주변화소에서의 측정치의 평균값을 나타낸다. 각각의 측정치 표본에 의하여 추정된 움직임을 가지고 가능한 모든 측정치에 대하여 오차를 계산하여 오차의 중간값을 구해야 한다. 본 논문에서 측정치 표본 9개에 대하여 오차를 계산하여 중간값을 계산하였다. 이러한 방법으로 각 측

| 1 | 2 | 3 |
|---|----------|---|
| 8 | <i>s</i> | 4 |
| 7 | 6 | 5 |

그림 1. s 의 주변화소의 codeFig. 1. Code for the neighboring pixels of s .

정 표본에 대하여 수행하고 각 표본에 대응하는 오차의 중간값을 최소로 하는 추정된 움직임 파라메터를 초기 움직임 파라메터로 한다. 추정의 efficiency를 높이기 위하여 본 논문에서는 LMedS 기법에서 주로 사용되는 RLS 기법⁽¹⁴⁻¹⁶⁾을 사용하였다. 제안한 방법에서는 이것을 reweighted maximum a posteriori (RMAP) 방법이라 한다. 표본화 방법에 의하여 추정된 움직임을 이용하여 초기 scale^(15, 16)은

$$scale_s^0 = 1.4826(1 + \beta) \sqrt{J_s(\mathbf{X}, \alpha)} \quad (30)$$

으로 정의되고, 여기서 β 는 LMedS에서는 유한 sample에 의한 효과를 보정하는 항이나, 제안한 MAP 방법에서는 선형적 가정이 λ 로 곱해서 더해져 있으며 sample의 수가 유한한 효과가 함께 있어 이 값을 수학적으로 유도하지는 못하고 이것을 파라메터로 하였다. Outlier와 inlier의 판단기준에 따라 가중치 w_{sn} 은

$$w_{sn} = \begin{cases} 1, & \left| \frac{r_{sn}^2}{scale_s^0} \right| \leq 2.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (31)$$

로 추정된다. 이렇게 구해진 가중치를 가지고 움직임은

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}_s^*, \mathbf{v}_s^*) &= \arg \min_{(\mathbf{u}_s, \mathbf{v}_s)} J_s'(\mathbf{X}, \alpha) \\ &= \arg \min_{(\mathbf{u}_s, \mathbf{v}_s)} \sum_{n \in N_s \cup s} w_{sn} r_{sn}^2 \end{aligned} \quad (32)$$

로 추정된다.

움직임 추정은 많은 계산량이 필요한 문제이다. 더구나 불연속 움직임을 추정하기 위하여 LMedS와 같은 비선형 기법을 사용하기 때문에 더욱 많은 계산량이 필요하게 된다. 이러한 이유때문에 주어진 영상상에서의 relaxation 기법은 수렴하는데 많은 시간이 필요하다. 본 논문에서는 수렴속도를 향상시키기 위하여 영상에서 가우시안 파라미드 계층구조를 만들고 움직임 추정은 자 해상도에서부터 고해상도로 추정하였으며, 각 계층간의 움직임 투영방법으로 선형보간을 사용하였다.

2. 여러 장의 연속영상을 이용한 robust MAP 움직임 추정법

지금까지의 영상처리에서 robust statistics를 적용

한 것은 한 장의 영상을 이용한 것이 주류이다. 움직임 추정의 경우에는 적어도 두 장의 영상이 필요하므로 기존의 robust 움직임 추정기법도 두 장의 영상을 이용한 기법이 주류를 이루고 있다. 본 논문에서는 여러 장의 연속영상을 이용한 robust한 움직임 추정기법을 제안하였다. 기존의 연속영상을 이용하는 방법은 짧은 시간 동안의 움직임의 변화가 거의 없다고 가정하여 여러 영상을 한번에 regression하는 방법을 사용하였다.⁽¹⁷⁾ 본 논문에서 화면전환과 같이 움직임이 전혀 다른 경우에도 이것을 outlier로 하여 움직임을 robust하게 추정하며 영상전환이 없을 경우 움직임이 같은 여러 장의 영상을 이용함으로써 더욱 정확한 움직임을 추정하는 방법을 제안하였다.

두 장의 연속영상에서 제안한 robust MAP 움직임 추정을 바로 적용할 수도 있으나 많은 계산량과 움직임 불연속과 화면전환을 모두 고려하기에 어려움이 있어. 본 방법에서는 두 장의 영상에 의하여 추정된 움직임을 이용하여 inlier frame을 판단하여 이것을 RMAP기법을 이용하는 방법을 제안하였다. RMAP를 위한 scale은 식 (32)에 의하여 구해진 움직임에 의하여 구한다. 이것에 의하여 여러 장의 연속영상에서의 움직임 추정을 위한 가중치는

$$w_{s, n+1X_s}^f = \begin{cases} 1, & \left| \frac{r_{s, n+1X_s}^f}{scale_s} \right| \leq 2.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

으로 하였다. 여기서 f 은 영상의 frame을 나타내며, $n+1X_s$ 는 연속 영상들에서 움직임 케이스를 따라 측정치를 인기 위한 것으로, $f=0$ 영상의 s 위치에서 추정된 움직임 X_s 를 이용하여 1번재 영상에서 선형으로 예측된 움직임 케이스를 나타낸다. 이것을 이용하여 여러 장의 연속영상상에서의 움직임은

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}_s^*, \mathbf{v}_s^*) &= \arg \min_{(\mathbf{u}_s, \mathbf{v}_s)} \sum_{n \in N_s \cup s} \sum_{f=0, F} \\ &\quad \sum_{n \in N_s \cup s} w_{s, n+1X_s}^f (r_{s, n+1X_s}^f)^2 \end{aligned} \quad (34)$$

로 추정된다. $2F+2$ 개의 연속영상에서 중간의 두 영상 사이를 $f=0$ 으로 나타낸다. RMAP 방법에 기초한 여러 장의 연속영상상에서의 움직임 추정에 의하여 영상들간의 영상전환에도 robust한 특성을 갖게 된다.

IV. 실험결과 및 분석

본 논문에서 제안한 robust MAP 움직임 추정의 성능을 평가하기 위하여 합성영상과 실제영상을 사용하여 3가지 기준의 방법과 비교 실험하였다. 여러가지 움직임 양에 따라 합성된 합성영상을 가지고 기존의 방법과 제안한 방법에 대하여 4가지 오차 척도를 가지고 성능을 비교하였으며, 잡음에 대한 성능평가도 하였다. 여기서 움직임 추정의 오차의 척도로는 L_1 , $L_2^{(23)}$ 그리고 평균 각도오차와 표준편차⁽²⁴⁾를 사용하였다. 기존의 방법으로는 M 추정에 바탕을 둔 Black과 Anandan의 방법,⁽²⁰⁾ TLS에 의한 Weber와 Malik의 방법⁽¹⁷⁾ 그리고 Hough 변환에 바탕을 둔 Bober와 Kittler의 방법⁽²¹⁾을 실험하였다.

그림 2는 실험에 사용한 합성영상이다. 그림 2(a)는 합성영상 1로서 겹쳐진 두개의 원으로 구성된 256×256 원영상이다. 큰 원은 zoom 파라미터 r 을 포함한 움직임

$$\begin{aligned} u(x, y) &= r \sin\left(\pi \frac{y-100}{180}\right) \\ v(x, y) &= r \sin\left(\pi \frac{x-100}{180}\right) \end{aligned} \quad (35)$$

에 따라 합성되었고, 작은 원은 평행이동 움직임 파라미터 $(dx, dy, d\theta) = (r, r, 0)$ 에 따라 합성되었다. 여기서 dx 와 dy 는 각각 x 축과 y 축으로 직선 운동한 화소의 양이며, $d\theta$ 는 물체의 중심에 대하여 회전한 각도이다. 그림 2(b)는 합성영상 2로서 두 개의 사각형으로 구성

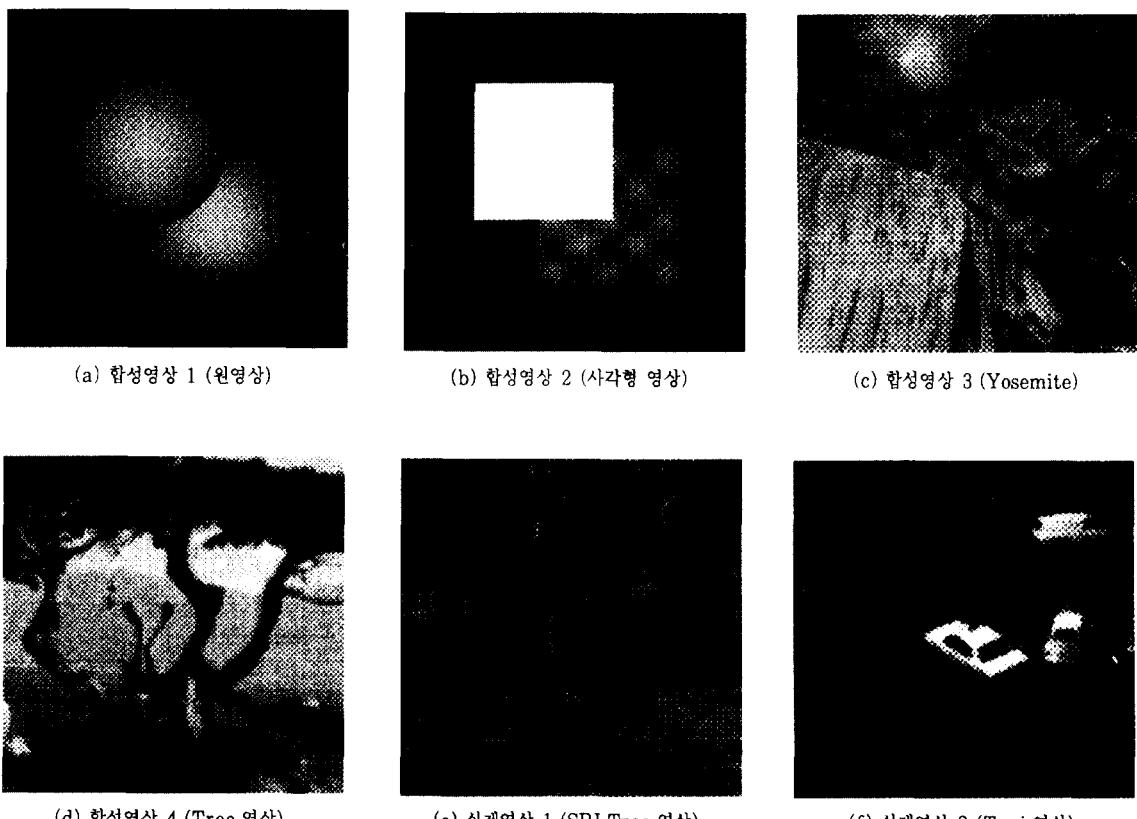


그림 2. 실험에 사용한 합성영상과 실제영상
Fig. 2. Synthetic and real image sequences used in experiments.

된 256×256 사각형 영상이며 그림 2(c)는 합성영상 3으로서 316×252 의 Yosemite 영상이고, 그림 2(d)는 합성영상 4로서 150×150 의 Tree 영상이다. 그림 2(e)는 실제영상 1로서 256×233 의 SRI Tree이며, 그림 2(f)는 실제영상 2로서 256×190 의 Taxi 영상이다. 실제 영상의 경우 움직임 추정결과는 주관적인 평가 기준에 의하여 추정결과를 비교할 수 있다. 실험에 사용한 영상은 모두 8비트로 균일 양자화된 영상이다.

본 논문에서는 Black과 Anandan의 방법⁽²⁰⁾의 연속성 가중치 파라메터 λ 는 10, simultaneous over relaxation (SOR) 알고리듬의 ω 는 1.8로 하였고, outlier를 판단하는 기준인 σ_1 , σ_2 의 최소값은 모두 1로 하였다. 그리고 반복횟수는 200번으로 하였다. Weber와 Malik의 방법⁽¹⁷⁾은 10장의 연속영상을 이용하였고 이 중에서 5번

째와 6번째 사이의 영상에서 움직임 추정을 하였다. 그리고 scale의 수는 5, 각 scale당 band는 6으로 하였다. 결국 30개의 필터를 사용하였고, 필터의 초기 scale은 0.5로 scale 간격은 1.141, 그리고 scale 전개는 arithmetic progression을 사용하였다. 그리고 필터의 좌표축 비율은 1.5로 하였고, 경계의 크기는 9로 하였다. Bober와 Kittler의 알고리듬⁽²¹⁾은 4개 파라메터 모델을 사용하였고 영상을 15×15 영역으로 분할하여 파라메터를 추정하였다. 그리고 한 확장 단위로 탐색하여 초기 파라메터를 구한 후 gradient 방법에 의하여 파라메터를 추정하였다. 파라메터는 실험을 통하여 결정하였으며, 이러한 파라메터에 따라 성능이 크게 변하지는 않았다. Weber와 Malik의 방법을 제외하고는 모두 2개의 연속 영상에서 움직임을 추정하였다. 그리고 Weber와 Malik

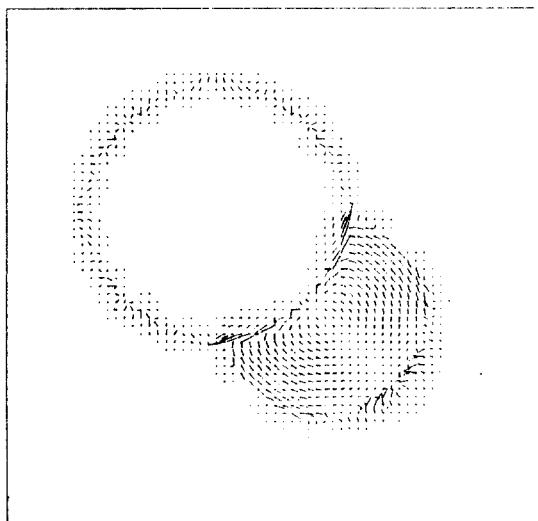
표 1. r변화에 따른 움직임 추정결과 비교 (합성영상 1)

Table 1. Comparison of motion estimation results with varying r(synthetic image 1).

| r | 추정기법 | 오 차 | | | |
|---|----------------|---------------------|---------------------|---------------|-------------|
| | | L ₁ norm | L ₂ norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| 1 | Black과 Anandan | 0.146 | 0.371 | 5.718 | 12.562 |
| | Weber와 Malik | 0.172 | 0.391 | 6.499 | 13.603 |
| | Bober와 Kittler | 0.218 | 0.574 | 4.693 | 11.605 |
| | 제 안 | 0.068 | 0.146 | 2.813 | 4.185 |
| 2 | Black과 Anandan | 0.298 | 0.762 | 7.866 | 16.598 |
| | Weber와 Malik | 0.359 | 0.795 | 8.820 | 18.903 |
| | Bober와 Kittler | 0.227 | 0.626 | 4.780 | 12.096 |
| | 제 안 | 0.105 | 0.283 | 2.656 | 5.303 |
| 3 | Black과 Anandan | 0.472 | 1.223 | 9.191 | 19.249 |
| | Weber와 Malik | 0.687 | 1.417 | 14.520 | 26.545 |
| | Bober와 Kittler | 0.308 | 0.788 | 5.764 | 13.289 |
| | 제 안 | 0.170 | 0.463 | 3.291 | 7.182 |
| 4 | Black과 Anandan | 0.681 | 1.841 | 10.239 | 21.364 |
| | Weber와 Malik | 1.063 | 2.093 | 19.161 | 31.177 |
| | Bober와 Kittler | 0.297 | 0.842 | 5.794 | 13.757 |
| | 제 안 | 0.218 | 0.586 | 3.674 | 7.902 |
| 5 | Black과 Anandan | 0.932 | 2.570 | 11.261 | 23.196 |
| | Weber와 Malik | 1.389 | 2.689 | 22.691 | 33.924 |
| | Bober와 Kittler | 0.386 | 1.023 | 7.338 | 16.421 |
| | 제 안 | 0.283 | 0.755 | 3.894 | 8.401 |

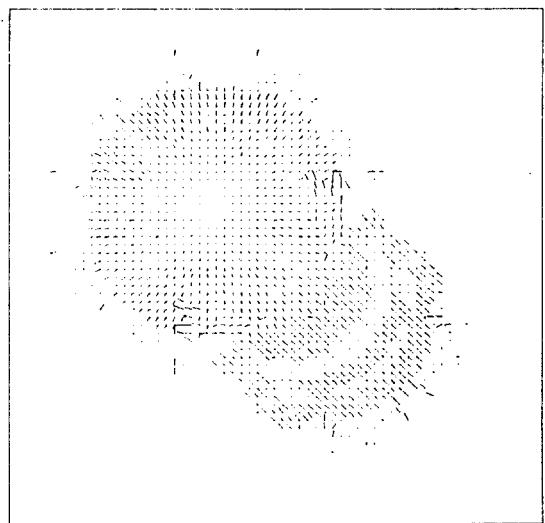
의 방법의 경우 경계부분에서는 움직임을 추정하지 못하므로 이것은 제외하고 평가하였으며, 또한 움직임이 추정이 안되는 점에서는 선형보간을 통하여 실제 움직임과 비교하였다.

1. 합성영상에 대한 움직임 추정결과

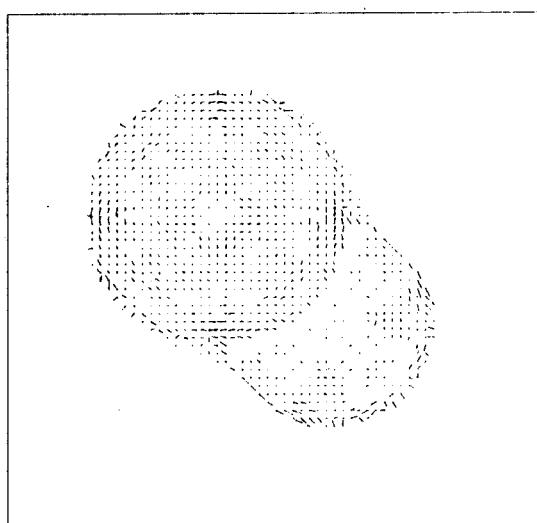


(a) Black과 Anandan의 방법

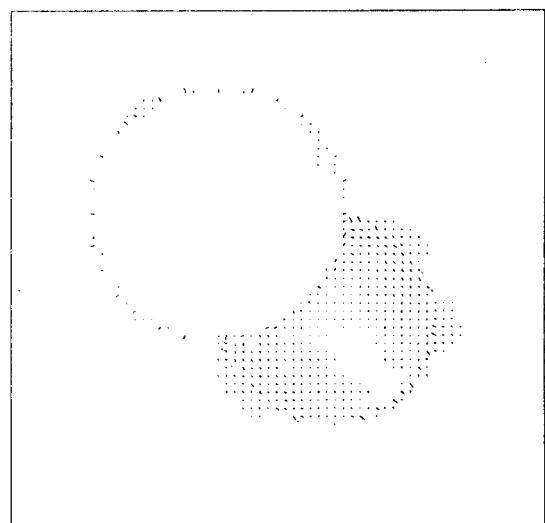
표 1은 합성영상 1에 대한 r 값의 변화에 따른 기존의 방법과 제안한 방법의 움직임 추정오차이다. 이 영상의 경우 영상의 불연속과 움직임 불연속이 커서 실제로 움직임 추정이 어려운 영상이다. 제안한 방법이 기존의 방법에 비하여 효과적임을 알 수 있다. 그림 3은 r 이 3일 경우 기존의 방법과 제안한 방법에 의한 움직임 추정오



(b) Weber와 Malik의 방법



(c) Bober와 Kittler의 방법



(d) 제안한 방법

그림 3. 합성영상 1에 대한 움직임 추정오차 비교($r=3$)

Fig. 3. Comparison of motion estimation errors for the synthetic image 1 ($r=3$).

차를 4:1로 표본화하여 움직임 벡터를 그린 것이다. 움직임 추정오차는 실제 움직임과 추정 움직임과의 벡터 차로 정의된다. 제안한 방법은 기존의 방법에 비하여 움직임 불연속을 유지하여, 움직임 경계에서 기존의 방법에 비하여 작은 오차를 나타내고, 움직임이 균일한 지역에서는 연속적인 움직임이 추정되어 작은 오차를 나타내고 있다.

합성영상 2는 겹쳐진 두 개의 사각형으로 구성되어 있고, 이들의 직선운동과 회전운동에 따라 연속영상이 합성되었다. 두 개의 사각형중에 위의 사각형은 움직임이 없고 아래 사각형은 움직임 파라미터에 의하여 움직인다. 이 영상은 단순함에도 불구하고 영상의 밝기값의 불연속이 크고 움직임이 크고 불연속이기 때문에 움직임 추정이 어려운 영상에 속한다.

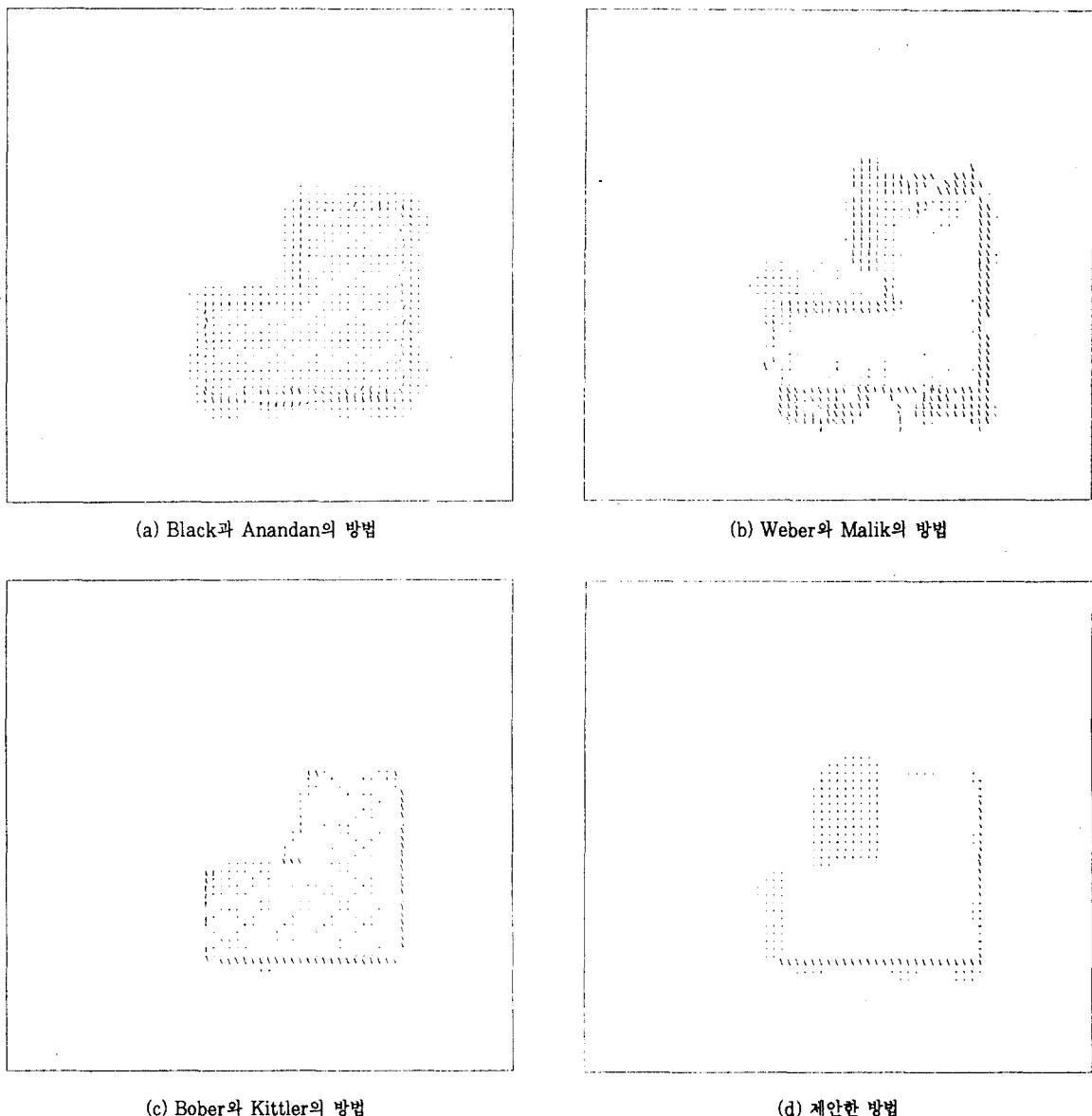
표 2는 몇 개의 파라미터에 따라 대각선 방향으로 직선 움직임에 대한 움직임 추정오차를 보여준다. 그림 4에서 보듯이 제안한 방법은 기존의 방법에 비하여 움직임 불연속에서 불연속이 확인하고, 움직임 일정한 부분

에서 평탄한 움직임이 추정되어 오차가 작은 것을 볼 수 있다. 움직임 불연속에서 움직임 추정시 robust MAP 방법을 사용하기 때문에 움직임 불연속을 유지하고 이 부분에서 움직임 추정오차가 기존의 방법에 비하여 작게 된다. Black과 Anandan의 방법은 M 추정에 바탕을 둔 방법이어서 leverage point에 의하여 움직임 추정오차를 발생시킬 수 있으며 breakdown point도 파라메터 수에 비례하여 줄어들기 때문에 큰 오차를 나타내었다. Weber와 Malik의 방법의 경우 많은 영상을 사용하기 때문에 움직임이 연속인 부분에서 좋은 결과를 준다. 그러나 큰 window를 사용하여야 하는 특성 때문에 움직임 불연속에서 움직임이 평활화되어 큰 오차를 발생시킨다. 또한 Bober와 Kittler의 방법은 robust Hough 변환을 이용한 국부 정합에 의한 움직임 추정으로 볼 수 있다. 이 영상의 경우 움직임과 밝기값의 기울기가 수직이며 직선형태의 움직임이기 때문에 Bober와 Kittler의 모델에 적당하여 L_1 과 평균 각도 오차가 작음을 볼 수 있다. 그리고 M 추정법에 근거한 방법이어

표 2. 대각선 움직임에 따른 움직임 추정결과 비교 (합성영상 2)

Table 2. Comparison of motion estimation results with varying diagonal motions (synthetic image 2).

| (dx, dy, dθ) | 추정기법 | 오 차 | | | |
|--------------|----------------|------------|------------|---------------|-------------|
| | | L_1 norm | L_2 norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| (1,1,0) | Black과 Anandan | 0.096 | 0.326 | 3.660 | 10.040 |
| | Weber와 Malik | 0.096 | 0.331 | 3.841 | 12.727 |
| | Bober와 Kittler | 0.012 | 0.114 | 0.401 | 4.146 |
| | 제 안 | 0.033 | 0.094 | 1.781 | 4.099 |
| (2,2,0) | Black과 Anandan | 0.207 | 0.611 | 5.630 | 13.742 |
| | Weber와 Malik | 0.218 | 0.700 | 5.795 | 17.799 |
| | Bober와 Kittler | 0.036 | 0.306 | 0.954 | 7.842 |
| | 제 안 | 0.054 | 0.222 | 2.464 | 6.222 |
| (3,3,0) | Black과 Anandan | 0.364 | 1.080 | 7.115 | 16.313 |
| | Weber와 Malik | 0.335 | 1.059 | 6.745 | 20.241 |
| | Bober와 Kittler | 0.061 | 0.431 | 1.096 | 8.271 |
| | 제 안 | 0.076 | 0.370 | 2.933 | 8.055 |
| (4,4,0) | Black과 Anandan | 0.570 | 1.693 | 8.326 | 18.269 |
| | Weber와 Malik | 0.637 | 1.792 | 10.313 | 25.431 |
| | Bober와 Kittler | 0.158 | 0.901 | 2.427 | 13.158 |
| | 제 안 | 0.108 | 0.561 | 3.439 | 9.501 |

그림 4. 합성영상 2에 대한 움직임 추정오차 ($(dx, dy, d\theta)=(1, 3, 0)$)Fig. 4. Comparison of motion estimation errors for the synthetic image 2($(dx, dy, d\theta)=(1, 3, 0)$).

서 L_1 오차척도에서 작은 오차를 볼 수 있다. 반면 제안한 방법은 LMedS에 바탕을 둔 방법이어서 높은 breakdown point를 가지며 leverage point에 영향을 받지 않으며 국부 상호연관성 때문에 움직임 불연속에서 움직임이 평활화되지 않았다. 그리고 평활화 효과를 갖는 계층적 방법과 RMAP 기법을 채택함으로써 움

직임이 연속인 부분에서 효과적인 움직임 추정결과를 나타낸다. 그림에서 보듯이 움직임이 일정한 사각형 내부에 오차가 거의 없음을 알 수 있다.

표 3은 기울어진 직선 움직임에 대한 움직임 추정오차이다. 이 경우에는 제안한 방법이 Bober와 Kittler의 방법과 비교할 때 오차측정 방법에 따라 차이를 보이

표 3. 평행이동 움직임에 따른 움직임 추정결과 비교 (합성영상 2)

Table 3. Comparison of motion estimation results with varying translational motions (synthetic image)

| (dx, dy, dθ) | 추정기법 | 오 차 | | | |
|--------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------|-------------|
| | | L ₁ norm | L ₂ norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| (1, 2, 0) | Black과 Anandan | 0.152 | 0.478 | 4.722 | 12.288 |
| | Weber와 Malik | 0.164 | 0.554 | 5.033 | 16.203 |
| | Bober와 Kittler | 0.022 | 0.206 | 0.648 | 6.176 |
| | 제 안 | 0.052 | 0.168 | 2.591 | 6.008 |
| (1, 3, 0) | Black과 Anandan | 0.225 | 0.741 | 5.479 | 13.900 |
| | Weber와 Malik | 0.239 | 0.794 | 5.760 | 18.320 |
| | Bober와 Kittler | 0.041 | 0.303 | 0.890 | 7.174 |
| | 제 안 | 0.079 | 0.267 | 3.565 | 8.446 |
| (1, 4, 0) | Black과 Anandan | 0.319 | 1.089 | 6.132 | 15.251 |
| | Weber와 Malik | 0.328 | 1.047 | 6.652 | 20.234 |
| | Bober와 Kittler | 0.060 | 0.445 | 1.175 | 8.797 |
| | 제 안 | 0.109 | 0.374 | 4.553 | 10.308 |
| (1, 5, 0) | Black과 Anandan | 0.432 | 1.455 | 6.794 | 16.447 |
| | Weber와 Malik | 0.509 | 1.514 | 8.568 | 23.405 |
| | Bober와 Kittler | 0.081 | 0.548 | 1.286 | 9.177 |
| | 제 안 | 0.121 | 0.472 | 4.460 | 10.900 |
| (1, 6, 0) | Black과 Anandan | 0.555 | 1.834 | 7.395 | 17.506 |
| | Weber와 Malik | 0.749 | 2.069 | 11.120 | 26.591 |
| | Bober와 Kittler | 0.105 | 0.725 | 1.472 | 10.228 |
| | 제 안 | 0.150 | 0.591 | 5.157 | 12.003 |

고 있다. 이것은 Bober와 Kittler의 방법이 M 추정법에 바탕을 둔 방법이고 제안한 방법은 RMAP기법을 사용하기 때문에 제안한 방법의 오차가 Bober와 Kittler의 방법에 비하여 L₁ norm과 각도 평균오차(Angle a. e.)는 약간 크게 나온 반면 L₂ norm과 각도 표준편차 (Angle s. d)는 작게 나타나고 있다. 움직임 추정이 aperture problem이기 때문에 대각선 움직임 추정결과에 비하여 좋지 않은 결과를 줄 수 있다. 움직임 벡터의 방향이 밝기값의 기울기 방향의 평균값과 일치하지 않기 때문이다.

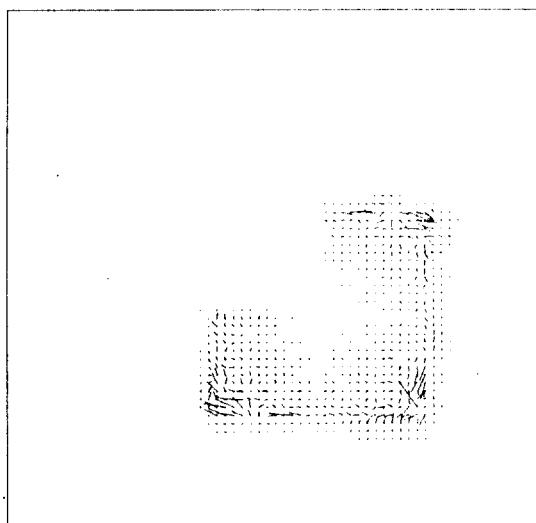
표 4는 회전에 대한 움직임 추정결과이다. 여기서 dθ는 아래쪽 사각형의 중심으로 회전한 각도의 양이다. 여기서도 움직임 불연속이 크고, 작은 회전운동은 작은 창틀안에서 직선운동으로 나타낼 수 있기 때문에 기존의

방법에 비하여 좋은 결과를 나타낼 수 있다. 그럼 5의 추정된 움직임 벡터오차에서 보듯이 제안한 방법의 결과에서는 움직임 불연속이 잘 보존되어 있어 경계부근에서 기존의 방법에 비하여 작은 오차를 보여주며, 전체적으로도 움직임 추정이 정확하여 기존의 방법에 비하여 작은 오차를 볼 수 있다.

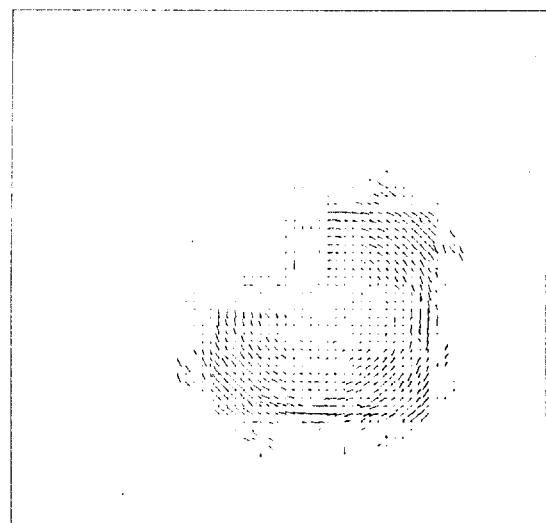
합성영상 3은 실제적인 합성영상 Yosemite 영상이다. 이 영상은 카메라의 zoom in과 구름의 수평움직임으로 움직임 벡터가 발생한다. 이 영상은 zoom의 양이 크며, 산과 구름사이의 움직임 불연속이 존재한다. Black과 Anandan의 방법, Bober와 Kittler의 방법 그리고 제안한 방법은 15번째와 16번째 영상 사이의 움직임을 추정하였다. 그리고 합성영상 3과 4에 대해서는 Weber와 Malik의 방법의 경우 경계부분의 움직임을

표 4. 회전 움직임에 따른 움직임 추정결과 비교 (합성영상 2)
Table 4. Comparison of motion estimation results with varying rotational motions (synthetic image)

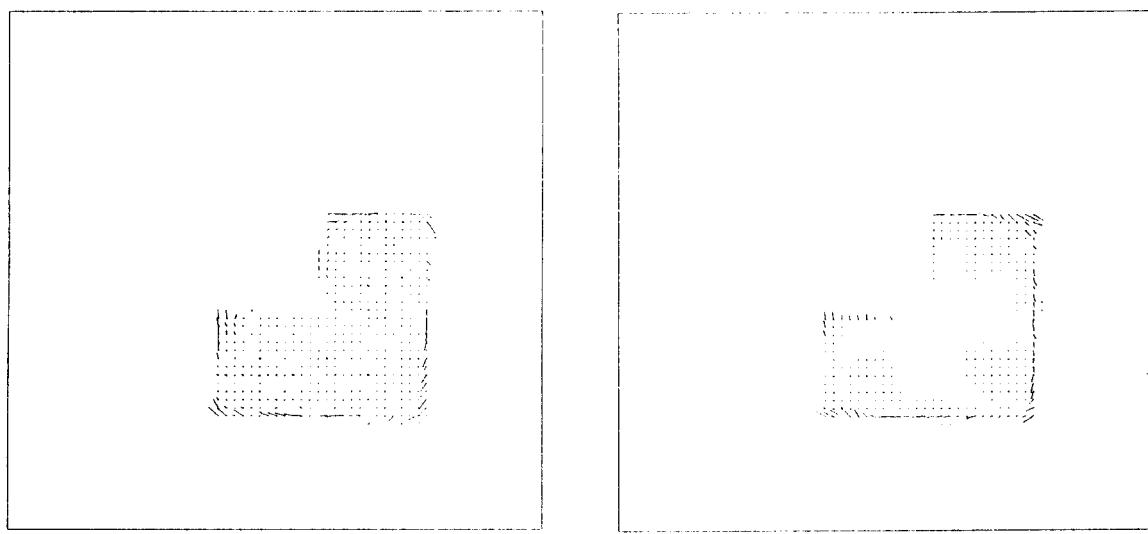
| (dx, dy, dθ) | 추정기법 | 오 차 | | | |
|--------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------|-------------|
| | | L ₁ norm | L ₂ norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| (0, 0, 3) | Black과 Anandan | 0.170 | 0.726 | 4.519 | 13.270 |
| | Weber와 Malik | 0.192 | 0.618 | 4.976 | 15.188 |
| | Bober와 Kittler | 0.070 | 0.292 | 1.660 | 7.132 |
| | 제 안 | 0.052 | 0.216 | 1.742 | 5.135 |
| (0, 0, 5) | Black과 Anandan | 0.303 | 1.177 | 5.776 | 15.716 |
| | Weber와 Malik | 0.371 | 1.129 | 7.328 | 19.943 |
| | Bober와 Kittler | 0.102 | 0.443 | 1.546 | 7.136 |
| | 제 안 | 0.095 | 0.413 | 2.104 | 6.533 |
| (0, 0, 7) | Black과 Anandan | 0.472 | 1.698 | 7.003 | 17.978 |
| | Weber와 Malik | 0.552 | 1.656 | 9.154 | 23.005 |
| | Bober와 Kittler | 0.164 | 0.696 | 1.947 | 8.565 |
| | 제 안 | 0.163 | 0.684 | 2.536 | 8.170 |
| (0, 0, 9) | Black과 Anandan | 0.681 | 2.302 | 8.399 | 20.802 |
| | Weber와 Malik | 0.728 | 2.154 | 9.992 | 24.106 |
| | Bober와 Kittler | 0.232 | 0.919 | 2.285 | 9.441 |
| | 제 안 | 0.221 | 0.872 | 2.460 | 9.900 |
| (0, 0, 11) | Black과 Anandan | 0.908 | 2.933 | 9.750 | 23.382 |
| | Weber와 Malik | 0.929 | 2.697 | 11.669 | 26.320 |
| | Bober와 Kittler | 0.339 | 1.291 | 2.861 | 11.145 |
| | 제 안 | 0.400 | 1.280 | 2.160 | 11.003 |



(a) Black과 Anandan의 방법



(b) Weber와 Malik의 방법



(c) Bober와 Kittler의 방법

(d) 제안한 방법

그림 5. 합성영상 2에 대한 움직임 추정오차 ($(dx, dy, d\theta)=(0, 0, 5)$)Fig. 5. Comparison of motion estimation errors for the synthetic image 2 ($(dx, dy, d\theta)=(0, 0, 5)$).

표 5. 움직임 추정결과 비교 (합성영상 3)

Table 5. Comparison of motion estimation results (synthetic image 3).

| 추정기법 | 오 차 | | | |
|----------------|---------------------|---------------------|---------------|-------------|
| | L ₁ norm | L ₂ norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| Black과 Anandan | 1.376 | 1.768 | 31.033 | 22.824 |
| Weber와 Malik | 0.578 | 0.991 | 14.126 | 23.146 |
| Bober와 Kittler | 0.807 | 1.174 | 17.155 | 17.545 |
| 제안 | 0.495 | 0.823 | 9.269 | 12.246 |

표 6. 평행이동과 zooming에 따른 움직임 추정결과 비교 (합성영상 4)

Table 6. Comparison of motion estimation results for translational and zooming motions (synthetic image 4).

| 움직임 | 추정기법 | 오 차 | | | |
|---------|----------------|---------------------|---------------------|---------------|-------------|
| | | L ₁ norm | L ₂ norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| 평행이동 | Black과 Anandan | 1.377 | 1.524 | 32.316 | 17.470 |
| | Weber와 Malik | 0.114 | 0.181 | 1.656 | 3.446 |
| | Bober와 Kittler | 0.132 | 0.176 | 1.612 | 2.592 |
| | 제안 | 0.073 | 0.155 | 1.254 | 3.649 |
| Zooming | Black과 Anandan | 0.545 | 0.674 | 20.378 | 14.570 |
| | Weber와 Malik | 0.128 | 0.155 | 4.953 | 3.473 |
| | Bober와 Kittler | 0.407 | 0.449 | 16.579 | 9.002 |
| | 제안 | 0.160 | 0.220 | 5.719 | 5.495 |

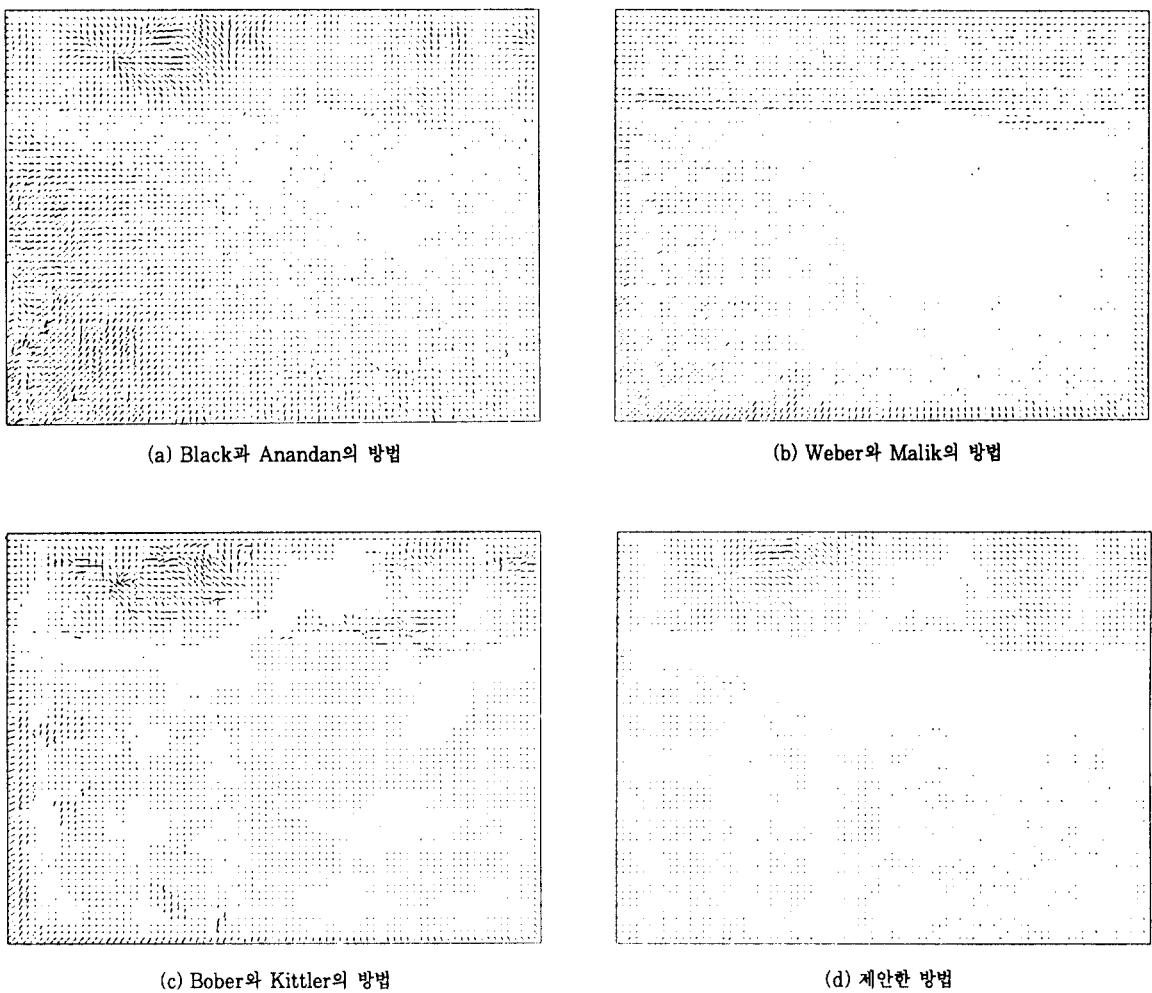


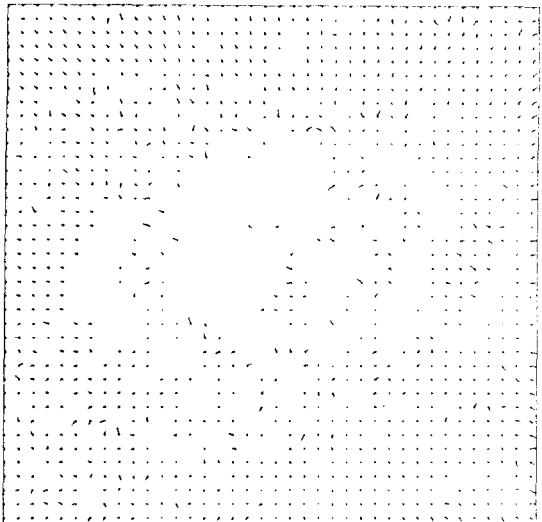
그림 6. 합성영상 3에 대한 움직임 추정오차

Fig. 6. Comparison of motion estimation errors for the synthetic image 3.

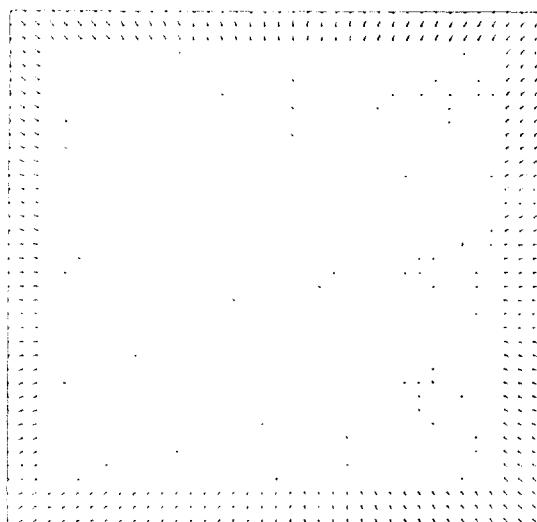
추정할 수 없으므로 제외하고 오차를 구하였다. 표 5에서 보듯이 제안한 방법이 기존의 방법에 비하여 좋은 결과를 냄을 알 수 있으며 그림 6에서 보듯이 제안한 방법이 큰 움직임에서도 좋은 결과를 냄을 알 수 있다. 그러나 하늘 부분에서 Weber와 Malik의 방법에 비하여 좋지 않으나 이것은 Weber와 Malik의 방법이 10장의 영상을 사용하였기 때문이다.

합성영상 4는 실제적인 합성영상 Tree 영상이다. 이 영상은 카메라의 평행이동과 zoom in에 의하여 움직임이 발생한 것이므로 움직임의 연속성을 만족하는 영상이다. 본 실험에서는 10번째와 11번째 영상 사이의 움직

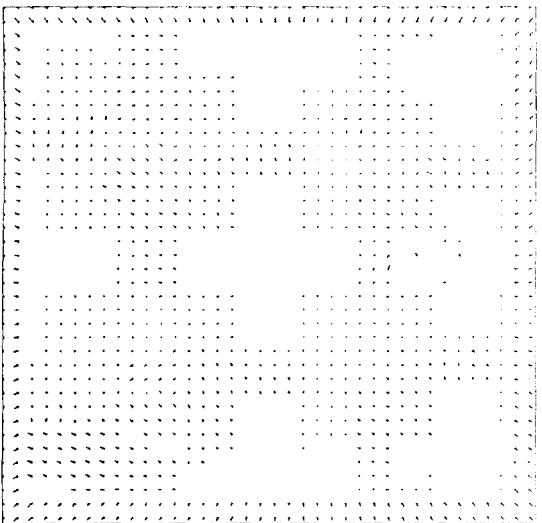
임을 추정하였다. 표 6은 평행이동과 zooming에 의한 합성영상 4에 대한 움직임 추정의 오차이다. 제안한 방법과 기존의 방법이 비슷한 성능을 보여주나, 제안한 방법이 국부 및 전역적으로 움직임이 연속인 부분에서 측정치를 모두 이용하는 RMAP 기법을 사용함으로써 연속적인 움직임의 경우에도 좋은 결과를 줄 수 있다. 이러한 움직임이 전체적으로 연속인 영상일 경우 Weber와 Malik의 방법이 비교적 효과적인 결과를 주나 제안한 방법이 RMAP를 채택함으로써 기존의 방법보다 좋은 결과를 낼 수 있었다. 그림 7은 zooming 움직임의 경우 추정된 움직임 벡터의 오차로 제안한 방법



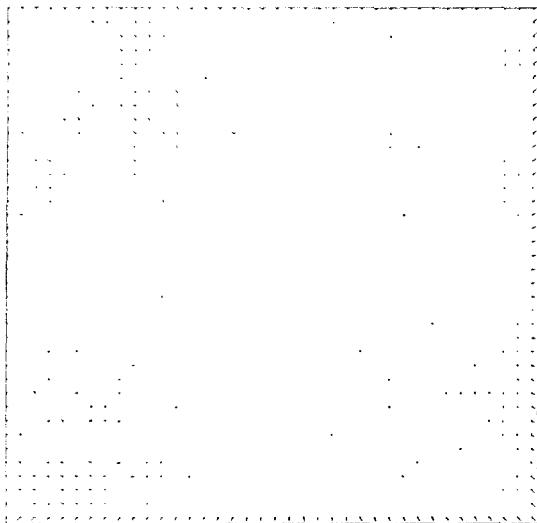
(a) Black과 Anandan의 방법



(b) Weber와 Malik의 방법



(c) Bober와 Kittler의 방법



(d) 제안한 방법

그림 7. Zoom 움직임을 가진 합성영상 4에 대한 움직임 추정오차
Fig. 7. Comparison of motion estimation errors for the synthetic image 4 for zooming.

이 기준의 방법에 비하여 작은 오차를 냄을 볼 수 있다.

2. 잡음 영상에서의 움직임 추정결과

본 논문에서는 잡음영상에 대한 움직임 추정결과를 비교하였다. 먼저 가산형 가우시안 잡음의 표준편차에 대

한 움직임 추정 오차를 표 7에 나타내었다. 여기서 사용한 영상은 $r=3$ 인 합성영상 1이며 표준편자는 1, 3, 5, 7, 9로 하여 실험하였다. 제안한 방법이 robust statistics에 바탕을 두면서 RMAP기법을 채택하는 MAP방법을 사용함으로써 가우시안 잡음이 있는 경우에도 좋은 결과를 내고 있다. 다음으로 salt and pepper 형

태의 잡음에 대한 실험을 하였다. 표 8는 영상에 잡음이 존재할 확률 변화에 따른 $r=3$ 의 경우의 합성영상 1에서의 움직임 추정오차이다. 잡음이 존재하는 화소에는 0 혹은 255를 각각 0.5의 확률을 가지고 잡음을 넣은 후 움직임 추정 오차를 표시한 것이다. 본 실험에서 중간값 필터와 같은 전처리를 수행하지 않고 robust statistics에 바탕을 둔 움직임 추정 알고리듬의 성능을 측정하였다. 움직임 추정은 영상의 밝기값의 미분치를 사용하기 때문에 잡음의 존재확률보다 더 많은 outlier를 나타내게 된다. 제안한 방법은 robust statistics에서 robust한 특성을 가진 것으로 잘 알려진 중간값을 사용하는 robust MAP 기법을 이용함으로써 salt and pepper 형태의 잡음을 outlier로 제거시켜 비교적 좋은 결과를 보이고 있다. 그러나 움직임 추정은 국부 상

호작용만을 이용하여 작은 창틀을 사용하는 것과 같기 때문에 잡음이 증가함에 따라 성능이 떨어진다. 이러한 문제는 영상의 필터링과 움직임 추정을 반복적으로 행하여 해결할 수 있을 것이다.

3. 여러 장의 연속 영상을 이용한 움직임 추정결과

여러 장의 연속영상을 이용하는 제안한 움직임 추정법에 의하여 합성영상 3에 대한 움직임 추정오차는 (L_1 norm, L_2 norm, angle avg. e., angle s. d.) = (0.432, 0.672, 7.768, 8.966)를 얻었다. 이 실험에서 사용한 영상은 11번째부터 20번째이고 15번과 16번째 영상 사이의 움직임을 추정한 결과이다. 표 5의 결과와 비교할 때 두 장의 영상만을 사용한 제안한 방법에

표 7. 가산형 가우시안 잡음에 따른 움직임 추정결과 (합성영상 1, $r=3$)

Table 7. Comparison of motion estimation results for additive Gaussian noise (synthetic image 1, $r = 3$).

| 표준편차 | 추정기법 | 오 차 | | | |
|------|----------------|------------|------------|---------------|-------------|
| | | L_1 norm | L_2 norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| 1 | Black과 Anandan | 0.471 | 1.222 | 9.087 | 19.093 |
| | Weber와 Malik | 0.808 | 1.548 | 18.918 | 27.556 |
| | Bober와 Kittler | 0.352 | 0.865 | 6.840 | 14.781 |
| | 제 안 | 0.167 | 0.476 | 3.005 | 6.780 |
| 3 | Black과 Anandan | 0.484 | 1.235 | 9.119 | 18.967 |
| | Weber와 Malik | 0.843 | 1.548 | 20.174 | 27.556 |
| | Bober와 Kittler | 0.526 | 1.159 | 9.813 | 18.741 |
| | 제 안 | 0.176 | 0.518 | 2.773 | 6.591 |
| 5 | Black과 Anandan | 0.511 | 1.243 | 9.561 | 19.192 |
| | Weber와 Malik | 0.853 | 1.572 | 20.633 | 28.729 |
| | Bober와 Kittler | 0.581 | 1.225 | 11.297 | 20.781 |
| | 제 안 | 0.210 | 0.610 | 3.124 | 7.508 |
| 7 | Black과 Anandan | 0.552 | 1.280 | 10.431 | 19.960 |
| | Weber와 Malik | 0.863 | 1.592 | 21.093 | 28.760 |
| | Bober와 Kittler | 0.625 | 1.318 | 12.752 | 22.776 |
| | 제 안 | 0.253 | 0.703 | 3.790 | 9.006 |
| 9 | Black과 Anandan | 0.594 | 1.337 | 11.436 | 21.013 |
| | Weber와 Malik | 0.871 | 1.610 | 21.402 | 29.211 |
| | Bober와 Kittler | 0.669 | 1.323 | 14.323 | 24.742 |
| | 제 안 | 0.300 | 0.790 | 4.572 | 10.426 |

표 8. Salt and pepper 잡음에 따른 움직임 추정결과 (합성영상 1, r=3)

Table 8. Comparison of motion estimation results for salt and pepper noise (synthetic image 1, r=3).

| 잡음 확률 | 추정기법 | 오 차 | | | |
|-------|----------------|---------------------|---------------------|---------------|-------------|
| | | L ₁ norm | L ₂ norm | Angle avg. e. | Angle s. d. |
| 1 | Black과 Anandan | 0.542 | 1.246 | 11.768 | 20.358 |
| | Weber와 Malik | 0.883 | 1.602 | 21.611 | 29.008 |
| | Bober와 Kittler | 0.323 | 0.809 | 6.030 | 14.000 |
| | 제안 | 0.242 | 0.556 | 5.770 | 7.596 |
| 3 | Black과 Anandan | 0.652 | 1.304 | 15.522 | 21.838 |
| | Weber와 Malik | 0.887 | 1.637 | 22.136 | 29.927 |
| | Bober와 Kittler | 0.473 | 1.001 | 8.104 | 15.919 |
| | 제안 | 0.268 | 0.668 | 5.498 | 9.228 |
| 5 | Black과 Anandan | 0.742 | 1.370 | 18.920 | 23.795 |
| | Weber와 Malik | 0.892 | 1.660 | 22.402 | 30.867 |
| | Bober와 Kittler | 0.599 | 1.420 | 13.009 | 21.093 |
| | 제안 | 0.318 | 0.824 | 5.944 | 11.903 |
| 7 | Black과 Anandan | 0.878 | 1.959 | 13.000 | 25.941 |
| | Weber와 Malik | 0.886 | 1.658 | 22.124 | 30.776 |
| | Bober와 Kittler | 0.650 | 1.711 | 14.397 | 24.152 |
| | 제안 | 0.357 | 0.891 | 6.600 | 12.863 |
| 9 | Black과 Anandan | 0.910 | 1.514 | 24.699 | 26.171 |
| | Weber와 Malik | 0.887 | 1.663 | 22.755 | 30.890 |
| | Bober와 Kittler | 0.716 | 1.721 | 17.198 | 28.115 |
| | 제안 | 0.433 | 1.051 | 8.116 | 15.632 |

비하여 성능이 향상되었음을 알 수 있다. 이것은 여러 영상이 같은 움직임을 가지고 있고 이러한 여러가지 정보를 함께 이용함으로써 가우시안 형태의 잡음이 줄어들기 때문이다.

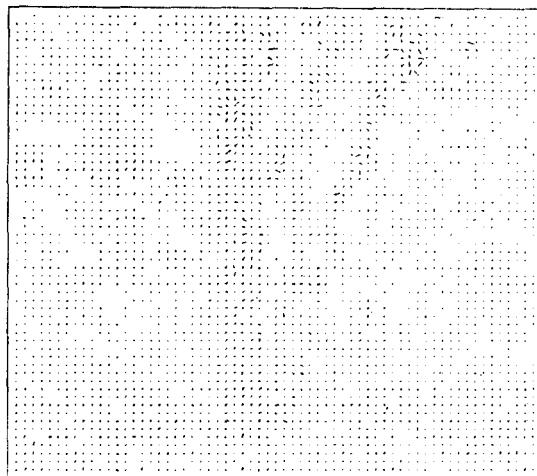
다음은 장면전환이 있는 여러 연속영상에 대한 실험을 하였다. 실험을 위하여 10장의 합성영상 1과 2를 이용하였다. 1번째부터 4번째까지는 (dx , dy , $d\theta$) = (3, 3, 0)의 움직임을 가진 합성영상 2를 사용하였고, 5번째부터 10번째 영상은 $r=3$ 인 합성영상 1을 사용하였다. 결국 4번째와 5번째 영상사이에서 화면전환이 발생하는 연속영상이다. 연속영상은 이용하는 Weber와 Malik의 방법과 제안한 방법을 실험하였다. 이러한 영상의 경우 Weber와 Malik의 방법의 경우 움직임 추정

오차가 (0.912, 7.619, 12.461, 21.129)이었으나, 제안한 방법은 (0.115, 1.319, 13.199, 159)을 얻었다. TLS 기법에 바탕을 둔 방법은 연속영상에 대하여 큰 시공간 필터를 사용함으로써 영상들 사이의 측정치가 평활화되기 때문에 많은 오차를 발생하였다. 반면 제안한 방법은 5번째와 6번째 사이의 움직임과 주변 영상사이의 움직임이 완연히 다를 경우 outlier로 판단되어 전혀 영향을 주지 못한다. 반면 주변 영상이 움직임을 추정하려는 영상과 같은 움직임의 경우 inlier로 판단되어 여러 개의 측정치를 이용함으로써 가우시안 형태의 움직임 오차가 줄어들어 더욱 정확하게 움직임을 추정할 수 있었다.

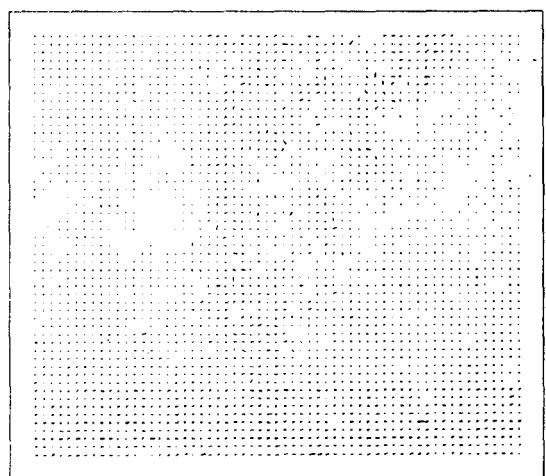
4. 실제 연속 영상에서의 움직임 추정결과

본 논문에서는 실제 영상에 대한 움직임 추정결과를 비교하였다. 실제영상은 실제의 움직임을 알 수 없으므로 추정결과는 주관적인 판단기준에 의하여 평가된다. 그림 8은 실제영상 1(SRI Tree 영상)에 대한 추정결과이다. 제안한 방법이 기존의 방법에 비하여 나무와 배경 사이의 움직임 불연속을 잘 보존하고 움직임이 일정한 부분에선 평활한 움직임을 추정하였음을 볼 수 있다. 그

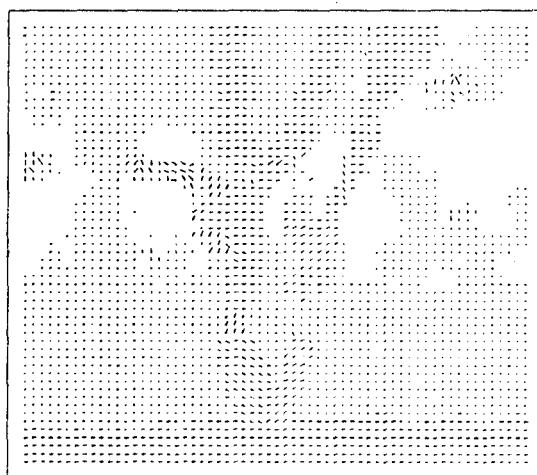
림 9는 실제영상 2(Taxi 영상)에 대한 움직임 추정결과이다. Black과 Anandan의 결과는 잡음에 의한 움직임 추정 오차를 많이 보이고 있고 Bober와 Kittler의 방법은 움직임이 일관성이 없는 부분이 있다. 그리고 제안한 방법과 Weber와 Malik의 방법은 거의 같은 성능을 보여주고 있다. Weber의 방법의 경우 불연속 움직임을 가진 영상에 비하여 움직임이 연속인 영상의 경우 좋은 결과를 준다.



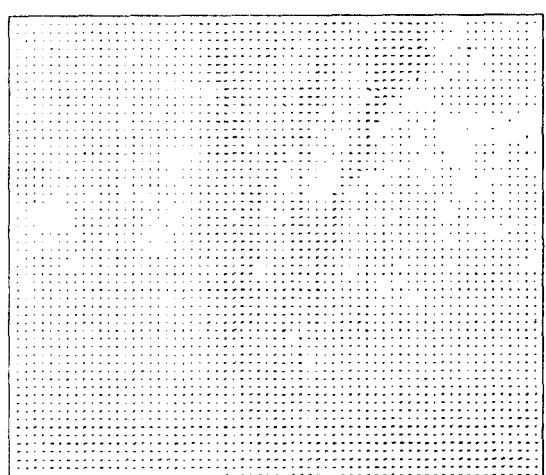
(a) Black과 Anandan의 방법



(b) Weber와 Malik의 방법



(c) Bober와 Kittler의 방법



(d) 제안한 방법

그림 8. SRI Tree 영상에 대한 움직임 추정결과

Fig. 8. Comparison of motion estimation results for the SRI Tree image.

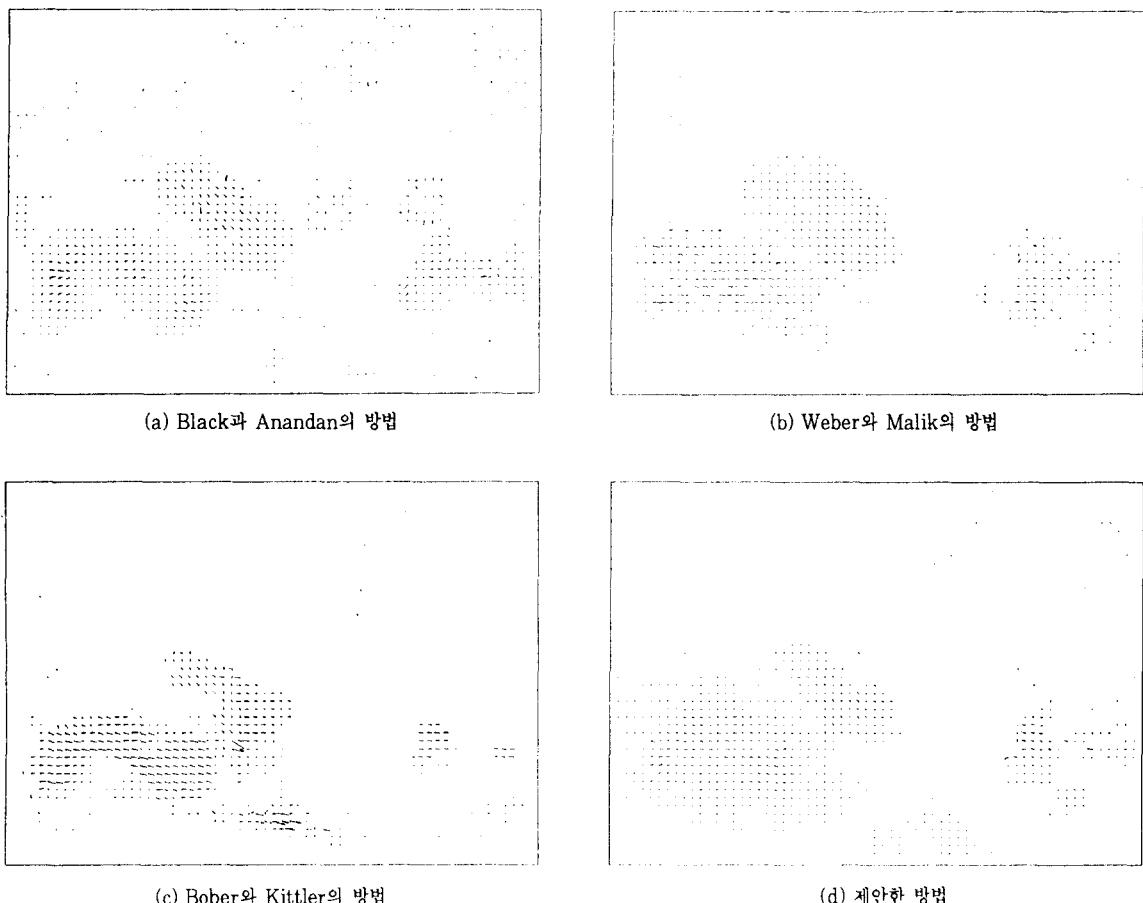


그림 9. Taxi 영상에 대한 움직임 추정결과
Fig. 9. Comparison of motion estimation results for the Taxi image.

V. 결 론

본 논문에서는 불연속 움직임과 비이상적 잡음에 강한 움직임 추정법으로 robust MAP 움직임 추정법을 제안하였다. Robust statistics 분야에서 LMedS는 robust regression방법으로 알려져 있다. 제안한 방법에서 이러한 robust regression개념을 사용함으로써 상충관계를 갖는 불연속과 연속성 문제를 한꺼번에 해결하였다. 중간값을 이용한 robust MAP 기법을 사용함으로써 기존의 움직임 추정법에서 발생하던 문제점을 해결하였다. 또한 RMAP 기법을 적용하여 연속적 움직임에도 좋은 성능을 보였다. RMAP기법 확장하여 여러 장의 연속영상에서의 움직임 추정을 가능하게 하였고.

영상전환이 발생할 경우에도 성능 저하없이 움직임을 추정할 수 있는 robust 움직임 추정법을 제안하였다.

추후과제로는 LMedS와 같은 robust statistics 분야의 추정 알고리듬의 recursive 알고리듬으로의 확장 및 이의 응용에 대한 관한 연구이다.

参考文献

1. M. Bertero, T. A. Poggio, and V. Torre, "Ill-posed problems in early vision," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 8, pp. 869-889, Aug. 1988.
2. A. Kassam and H. V. Poor, "Robust techniques for signal processing: A survey," *Proc.*

- IEEE*, vol. 73, no. 3, pp.433-481, Mar. 1985.
3. X. Zhiang, T. Wang, and P. Zhang, "A highly robust estimator through partially likelihood function modeling and its application in computer vision," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI 14, no. 1, pp.19-35, Jan. 1992.
 4. J. K. Aggarwal and N. Nandakumar, "On the computation of motion sequences of images A review," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 8, pp. 917-935, Aug. 1988.
 5. J. F. Vega Riveros and K. Jabbour, "Review of motion analysis techniques," *IEE Proc. Pt. I*, vol. 136, no. 6, pp.397-404, Dec. 1989.
 6. J. Marroquin, S. Mitter, and T. Poggio, "Probabilistic solution of ill posed problems in computational vision," *Journ. American Statistical Association*, vol. 82, no. 397, pp. 76-89, Mar. 1987.
 7. J. J. Clark and A. L. Yuille, *Data Fusion for Sensory Information Processing Systems*. Kluwer Academic : Massachusetts, 1990.
 8. C. Bouman and K. Sauer, "A generalized Gaussian image model for edge preserving MAP estimation," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. IP 2, no. 3, pp.296-310, July. 1993.
 9. R. L. Stevenson, B. E. Schmitz, and E. J. Delp, "Discontinuity preserving regularization of inverse visual problems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC 24, no. 3, pp. 455-469, Mar. 1994.
 10. X. Yu, T. D. Bui, and A. Krzy ak, "Robust estimation for range image segmentation and reconstruction," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI 16, no. 5, pp.530-538, Sept. 1992.
 11. R. L. Kashyap and K. B. Eom, "Robust image modeling techniques with an image restoration application," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, Signal Process.*, vol. ASSP 36, no. 8, pp. 1313-1325, Aug. 1988.
 12. A. J. Koive and C. W. Kim, "Robust image modeling for classification of surface defects on wood boards," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC 19, no. 6, pp.1659-1666, Nov./Dec. 1989.
 13. I. Pitas and A. N. Venetsanopoulos, *Nonlinear Digital Filters*. Kluwer Academic : Massachusetts, 1990.
 14. P. Meer, D. Mintz, and A. Rosenfeld, "Robust regression methods for computer vision : A review," *Int. Journ. Computer Vision*, vol. 6, no. 1, pp.59-70, Apr. 1990.
 15. P. J. Rousseeuw, "Least median of squares regression," *Journ. American Statistical Association*, vol. 79, no. 388, pp.871-880, Dec. 1984.
 16. P. J. Rousseeuw and A. M. Leroy, *Robust Regression and Outlier Detection*. John Wiley & Sons : NY, 1987.
 17. J. Weber and J. Malik, "Robust computation of optical flow in a multi scale differential framework," *Proc. 4th Int. Conf. Comput. Vision*, Berlin, Germany, pp.12-20, May. 1993.
 18. S. S. Sinha and B. G. Schunck, "A two stage algorithm for discontinuity preserving surface reconstruction," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI 14, no. 1, pp.36-55, Jan. 1992.
 19. D. Keren and M. Werman, "Probabilistic analysis of regularization," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI 15, no. 10, pp.982-995, Oct. 1993.
 20. M. J. Black and P. Anandan, "A framework for the robust estimation of optical flow," *Proc. 4th Int. Conf. Comput. Vision*, Berlin, Germany, pp.231-236, May. 1993.
 21. M. Bober and J. Kittler, "Robust motion analysis," *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Pattern Recognition*, Miami Beach, FL, pp. 947-952, June. 1994.

22. B. K. P. Horn and B. G. Schunck, "Determining optical flow," *Artificial Intelligence*, vol. 17, pp. 185-203, Aug. 1981.
23. C. Schnorr, "Computation of discontinuous optical flow by domain decomposition and shape optimization," *Int. Journ. Computer Vision*, vol. 8, no. 2, pp. 153-165, Aug. 1992.
24. J. L. Barron, D. J. Fleet, and S. S. Beauchemin, "System and experiment: Performance of optical flow techniques," *Int. Journ. Computer Vision*, vol. 12, no. 1, pp. 43-77, Feb. 1994.



沈 東 圭 (Dong-Gyu Sim) 準會員
 1970년 7월 10일생
 1993년 2월 : 서강대학교 전자공학과
 졸업(공학사)
 1995년 2월 : 서강대학교 대학원 전
 자공학과 졸업(공학硕
 사)
 1995년 3월 ~ 현재 : 서강대학교 대학원
 전자공학과 박사과정

*주관심분야: 컴퓨터 비전, 영상 처리 등



朴 來 弘 (Rae-Hong Park) 正會員
 현재 : 서강대학교 전자공학과 교수
 한국통신학회 논문지
 제19권 5호 참조