

웨이브렛 패킷과 왜곡 비트율 이론을 이용한 영상부호화

正會員 金容奎*, 金琮植**, 李林建*, 鄭賢民*, 朴圭泰*

An Image Coder Using the Wavelet Packet and the Rate Distortion Theory

Young Kyu Kim*, Jong Sik Kim**, Im Geun Lee*, Hyun Meen Jung*, Kyu Tae Park* Regular Members

要 約

본 논문에서는 웨이브렛 패킷 이론에 왜곡 비트율 이론을 적용하여 입력 영상에 따라 빠르고 적응적인 영상 부호화를 할 수 있는 부호화기를 제안하였다. 웨이브렛 패킷이란 웨이브렛 기저는 물론, L^2 공간에 대한 임의의 정규 직교기저를 포함하는 기저의 라이브러리이며, 이 기저의 라이브러리로부터 왜곡과 비트율 면에서 부호화 효율이 최대가 되게 하는 직교 기저를 선택하면 최적의 부호화가 가능하다. 제안한 알고리즘은 웨이브렛 패킷을 이용해 기존의 웨이브렛 영상 부호화기가 입력 영상에 무관하게 동일한 대역 분할 방식을 적용하는 경직성을 개선하였으며, 영상에 적용한 결과 복잡한 영상에서 우수한 결과를 보였다. 본 논문에서는 Lagrange Cost를 통해 최적의 웨이브렛 패킷 기저를 찾고, 이 과정에서 각 대역에 대한 Gish-Pierce 왜곡 비트율 하한을 수식으로 모델링 함으로써 빠르게 기저를 찾을 수 있는 방법을 제시하였다.

ABSTRACT

In this paper we proposed a fast adaptive image coder exploiting the wavelet packet theory and the rate distortion theory. Wavelet packet theory is a generalization of the method of multiresolution decomposition, and provides a library of orthonormal bases of a L^2 space, from which the best basis can be chosen. Using this property, it is possible to overcome the rigidity of time-frequency decomposition pattern of the established octave wavelet. The decision of superiority of one basis to others is made from a standpoint of both rate and distortion by introducing Lagrange cost. Then adaptation of the Gish-Pierce Rate Distortion lower bound to the pdf(probability density function) of each wavelet coefficients enables a fast estimation of the Lagrange cost of the

*연세대학교 공과대학 전자공학과 컴퓨터응용연구실
Computer application Lab., Dept. of Electronic
Eng., Yonsei Univ.

**LG전자 중앙연구소

論文番號 : 94319-1116

接受日字 : 1994年 11月 16日

본 논문은 94년도 연세대학교 학술연구비에 의하여 연구된 것임.

specific subband. Through this technique, the experimental result showed good performance, especially for a complex image, and the time required to compare coding efficiencies of subbands which lie in the same time-frequency domain could be reduced dramatically without much degradation of the reconstructed images.

1. 서 론

영상신호를 디지털 형태로 처리할 때는 아날로그 신호 처리보다 잡음 처리에는 유리하지만, 처리해야 할 데이터의 양이 증가한다는 단점이 있다. 그러나, 영상데이터의 양이 증가하면 그에 따라 선형적으로 비례하는 좋은 영상 품질을 얻을 수 있다는 장점이 있으므로 고품질의 영상 서비스는 디지털 신호의 형태로 제공되는 것이 바람직하다. 고품질의 영상데이터를 디지털 형태로 처리한다면, 증가된 영상데이터를 전송하기 위한 전송채널의 전송속도와 저장하기 위한 기록장치의 용량 등이 문제가 된다. 따라서 제한된 전송채널의 전송속도나 기록장치의 기록용량에 알맞게 전송하기 위해서는 정보량의 압축이 필수적이며 이 기술은 정보통신 분야에서 핵심기술의 하나가 된다.

변환부호화를 이용한 기존의 표준화된 영상 압축 기법은 직교 변환의 일종인 DCT를 근간으로 하고 있으며, 균일하게 분할된 영상 블록에 여현 함수의 커널을 적용하여 새로운 영역으로 변환될 때 얻어지는 에너지 압축(energy compaction) 효과와 중복성(redundancy) 제거 효과를 이용한다. 그러나 이 방법은 변환 기법상, 입력 영상의 통계적 특성과는 무관하게 고정적이고 적응적이지 못한 변환을 수행한다. 또한 영상을 작은 블록으로 나누어서 부호화 하기 때문에 고압축시 블록현상(block effect)이 심하게 나타나는 단점이 있다.

이러한 단점과 한계를 극복하기 위해 최근 영상처리에서 새로운 변환 기법인 웨이브렛 변환(Wavelet Transform : WT)이 도입되어^{[1][2]}, 활발한 연구가 진행되고 있다. WT는 영상을 피라미드 구조로 표현하는 기존의 방식인 다해상도 분석(multiresolution analysis)과 대역분할 부호화를 하나로 통합한 이론이다. WT는 고주파 대역에서는 시간 분해능(resolution)을 높이고, 저주파 대역에서는 주파수 분해능을 높이는 옥타브 대역 분할을 통해 시간과 주파수에 대한 국부성(locality)을 가지고 신호를 표현하므로 저주파

성분이 많은 일반 영상신호의 분석에 유리하다^{[8][9]}. 또한 이 표현 방법이 인간의 시각 체계와 유사하다는 장점으로 인해 최근 영상 처리 분야에서 각광을 받기 시작했다. 따라서 WT으로 변환된 각 대역들은 저주파 대역부터 고주파 대역으로의 계층적 정보를 갖고 있고, 이를 이용하여 보다 적절한 부호화를 행할 수 있다.

그러나 기존 웨이브렛 부호화 역시 대역 분할이 옥타브 형태로 고정되어 있기 때문에 신호에 적응적이지 못하며, 더욱이 고주파 성분이 많은 복잡한 영상에 대해서는 지역통과 특성을 나타내는 단점이 있다. 따라서 이를 개선하기 위해 근래 들어 두 가지 방향으로 연구가 진행 중이다. 첫째는 입력 영상 신호에 가장 적합한 웨이브렛 원형 함수(prototype or mother wavelet function)를 찾는 것이며^{[3][4]}, 그 다음은 웨이브렛 원형 함수는 기존의 것을 쓰되 입력 영상 신호에 가장 적합한 직교 기저, 즉 대역 분할 방식을 찾는 연구로서^{[5][6]} 본 논문에서는 후자의 접근 방식으로 연구를 진행하였다.

웨이브렛 패킷(wavelet packet : WP)은 이산 신호에 대한 정규 직교 기저(orthonormal bases)의 모임을 제공할 수 있는 기저의 라이브러리로서 기존의 웨이브렛 기저나 STFT 등을 모두 포함하는 강력한 이론이다. 각 웨이브렛 패킷들은 특정 시간-주파수 해상도의 대역에 해당하며, 이들 대역이 겹치지 않도록 패킷들을 모으면 하나의 직교 기저가 된다. 따라서 이로부터 다양한 정규 직교 기저를 구할 수 있으며, 이 중에서 가장 적합한 직교 기저, 즉 대역 분할 방식을 고를 수 있다. 그러므로 이를 이용해 영상에 대해 적응적으로 시간-주파수 해상도를 조절한다면 변환에 따른 에너지 압축 효과와 중복성 제거효과를 크게 할 수 있으며, 따라서 효율적인 부호화가 가능하다^[14]. 그러나 이 때 모든 정규 직교 기저들을 다 찾는 것은 비 효율적이며 처리 시간도 무시할 수 없는 요소이다. 따라서 Coifman, Meyer, Quake, Wickerhauser 등에 의해 연구된 웨이브렛 패킷은 주로 1차원 신호의 부호화에 많이 이용되어 왔으며^{[5][6]}, Ramchandran은 bisection algorithm을 이

용하여 대역선택을 빨리 하도록 하는 영상부호화 알고리즘을 제시했다⁽¹⁴⁾. 그러나 이를 위해서는 각 대역에 대해 최적으로 뽑힐 수 있는 부호화기를 구성해서 실제 부호화를 해서 왜곡과 비트율의 관계를 미리 구해야 하기 때문에 후보양자화기의 수를 늘릴수록, 또한 분석레벨이 커질수록 계산 비용이 엄청나게 커지게 된다.

이를 해결하기 위해 본 논문에서는 각 대역에 대해 왜곡 비트율(R-D) 하한을 수식으로 구해 미리 부호화할 필요 없이 R-D 관계를 추정한다. 이 과정에서 수식 유도를 간단히 하기 위해 양자화기는 균일 양자화기를 사용하며, 엔트로피 부호화기는 산술 부호화기를 사용했다. 이 수식을 기반으로 주어진 예산 비트율을 넘지 않으며 부호화 효율이 최대가 되는 최적의 대역 분할과 양자화기의 집합을 추정할 수 있으며, 이 과정은 실제 부호화에 의한 대역 선택보다 빠른 시간 안에 가능하다.

II. 웨이브렛 패킷과 변환계수의 특성

1. 웨이브렛 패킷

웨이브렛 패킷(wavelet packet : WP)은 R^N 상의 이산함수에 대한 직교 기저들의 모임(family)을 의미하는 것으로서, 일반적인 웨이브렛 기저나, STFT(Short Time Fourier Transform)처럼 균일한 주파수 분해능을 갖는 기저를 모두 포괄하는 기저의 라이브러리라고 할 수 있다. 즉 WP은 다해상도 분석을 일반화한 것으로 각 웨이브렛 패킷은 가능한 모든 시간-주파수 해상도의 대역에 해당하며, 대역분할의 전체 모임을 구성한다. 그러므로 WP으로부터 다양한 직교 기저를 얻을 수 있으며, 이들 중에서 입력 영상에 최적인 직교 기저를 찾을 수 있다⁽⁵⁾⁽⁶⁾. 직교 기저를 선택한다는 것은 대역 분할 방법을 선택하는 것과 같기 때문에 결국 최적의 대역 분할 방법을 찾는 것과 같다.

2차원 영상에 대해 대역분할을 트리형태로 구성하고 각 단노드(leaf or terminal node)에 계속 적용하면 전체 트리의 각 노드들은 특정 시간-주파수 해상도에 해당한다. 그러므로 만약 R^N 상의 이산함수(신호)를 분석레벨(analysis level)이 $\log N$ 인 균일 분석 트리(regular analysis tree) 형태로 분해해서 표현하면, 이것과 동일한 루트(root)를 가지는 임의의 절단 트리(pruned subtree)에 해당하는 분해 형태를 선택할 수

있다. 이때 이 부트리(subtree)의 말단 노드들을 모으면 그에 해당하는 정규 직교 기저를 얻게 된다.

다음 세 조건을 만족하는 합 필터(summing filter) $h = \{h_k\} \in l^1(R)$, $-M \leq k \leq M$ 과,

- ① $\sum_k h_{2k} = \sum_k h_{2k+1} = 2^{-1/2}$
- ② $\forall l \neq 0, l \in Z, \sum_k h_k h_{k+2l} = 0$ (1)
- ③ $\exists \epsilon > 0$, such that $\sum_k |h_k| |k|^\epsilon < \infty$

차 필터(differencing filter) $g = \{g_k\}$, $g_k = (-1)^k h_{-k+1}$ 에 대해, 순서쌍 (h, g) 를 길이 $r=2M$ 인 공역 미리 필터(conjugate mirror filter)라 한다. 이 필터들을 이용해서 정규직교 기저를 만들 수 있다.

연속이며 콤팩트 서포트(compact support)를 갖는 실 함수 φ 와 ψ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\phi(x) = 2^{1/2} \sum_k h_k \phi(2x - k), \hat{\phi}(0) = 1$$

$$\psi(x) = 2^{1/2} \sum_k g_k \psi(2x - k)$$

ψ 의 2의 멱수 확대/축소(dyadic dilate/com-paction)와 정수 천이(integer translate)들은 $L^2(R)$ 의 Hilbert기저를 생성한다. 즉 $\phi_{\mathbf{x}}$ 를 $\phi_{\mathbf{x}}(x) = 2^{j/2} 2^{j/2} x - k$ 로 정의하면 $\{\phi_{\mathbf{x}}, j, k \in Z\}$ 는 $L^2(R)$ 의 완전 직교 기저(complete orthonormal bases)가 된다.

반면에 공역 미리 필터로부터 $l^2(N)$, $N = \{1, 2, \dots, 2^j\}$ 의 기저를 구할 수 있다. 이 기저를 구하기 위해 $l^2(Z)$ 상의 합 연산자(summing operator)H와 차연산자(differencing operator)G를 다음과 같이 정의한다.

$$Hf(i) = \sum_k h_{k-2^j} f(k), \quad Gf(i) = \sum_k g_{k-2^j} f(k) \quad (3)$$

이 두 연산자는 각기 adjoint H^* 와 G^* 를 가진다.

$$H^*f(k) = \sum_j h_{k-2^j} f(i), \quad G^*f(k) = \sum_j g_{k-2^j} f(i) \quad (4)$$

필터 h에 대한 위의 세 조건에 의해 다음 관계를 얻을

수 있다.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} H^*H + G^*G &= I, \\ \textcircled{2} HG^* &= 0, \\ \textcircled{3} I^2 &= H^*I^2 \oplus G^*I^2 \end{aligned} \quad (5)$$

다시 (5)의 ③번 식을 n번 반복하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$I^2 = \bigoplus_{j=0}^{n-1} (H^*)^j G^* I^2 \oplus (H^*)^n I^2 \quad (6)$$

이제 $H, G: \mathcal{P}(2^m) \rightarrow \mathcal{P}(2^{m-1})$ 과 $H^*, G^*: \mathcal{P}(2^{m-1}) \rightarrow \mathcal{P}(2^m)$ 를 정의할 수 있다.

일단 h 와 g 를 다음과 같이 주기화된 \tilde{h}_m 과 \tilde{g}_m 으로 대체한다.

$$\begin{aligned} \tilde{h}_m(k) &= \sum_{l \equiv k \pmod{2^m}} h(l), \\ \tilde{g}_m(k) &= \sum_{l \equiv k \pmod{2^m}} g(l) \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식에서 j 와 k 의 범위를 제한하면,

$$Hf(i) = \sum_{k=1}^{2^m} \tilde{h}_m(k-2i)f(k), \quad (8)$$

$$Gf(i) = \sum_{k=1}^{2^m} \tilde{g}_m(k-2i)f(k)$$

$$H^*f(k) = \sum_{i=1}^{2^{m-1}} \tilde{h}_m(k-2i)f(i), \quad (9)$$

$$G^*f(k) = \sum_{i=1}^{2^{m-1}} \tilde{g}_m(k-2i)f(i)$$

각 $m > 0$ 에 대해 주기화된 필터 \tilde{h}_m, \tilde{g}_m 는 h, g 와 동일한 직교 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} I^2(2^m) &= H^*I^2(2^{m-1}) \oplus G^*I^2(2^{m-1}) \\ HG^* &= GH^* = 0 \text{ and } H^*H + G^*G = I_m \quad (10) \end{aligned}$$

여기서 I_m : identity operator on $\mathcal{P}(2^m)$

식(6)으로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$I^2(N) = H^*I^2\left(\frac{N}{2}\right) \oplus G^*I^2\left(\frac{N}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} &= (H^*)^2 I^2\left(\frac{N}{2^2}\right) \oplus H^*G^*I^2\left(\frac{N}{2^2}\right) \oplus G^*I^2\left(\frac{N}{2}\right) \\ &= (H^*)^3 I^2\left(\frac{N}{2^3}\right) \oplus (H^*)^2 G^*I^2\left(\frac{N}{2^3}\right) \oplus H^*G^* \\ &\quad I^2\left(\frac{N}{2^2}\right) \oplus G^*I^2\left(\frac{N}{2}\right) \dots \quad (11) \end{aligned}$$

$$= \bigoplus_{j=0}^{n-1} (H^*)^j G^* I^2\left(\frac{N}{2^{j+1}}\right) \oplus (H^*)^n I^2(1).$$

식 (11)에서 직교함 안의 표준기저들을 취하면 유한 차원 공간 $L^2(\mathbb{R})$ 의 웨이브렛 기저가 된다.

그러나, 직교함 안의 각 부 공간 $\mathcal{P}(N/2^j)$ 는 그 자체가 웨이브렛 기저를 사용해서 전개할 수 있으며, 이 과정을 모든 피가수가 1차원이 될 때까지 계속할 수 있다.

$$L^2(N) = \bigoplus_{j=0}^{N-1} F^*_{\varepsilon_i(j)} \dots F^*_{\varepsilon_1(j)} I^2(1),$$

$$\text{여기서 } F^*_{\varepsilon} = \begin{cases} G^*, & \text{if } \varepsilon = 0 \\ H^*, & \text{if } \varepsilon = 1 \end{cases} \quad (12)$$

$\varepsilon_i(j)$: j 의 이진 전개에서 i 번째 digit

식(12)의 각 1차원 피가수에 대해 한 개씩의 상수를 취함으로써 벡터에 최고레벨 웨이브렛 기저 전개를 구할 수 있다.

$N = 2^n$ 으로 고정하면, 식(12)으로부터 "j번째 웨이브렛 패킷" $w_j \equiv w_j \in \mathcal{P}(n)$ 은 다음 식으로 정의된다.

$$w_j = F^*_{\varepsilon_n(j)} \dots F^*_{\varepsilon_1(j)} 1 \quad (13)$$

L^2 함수를 웨이브렛 패킷의 각 기저에 대해 투영(projection)하면 그림 1과 같이 각 기저에 해당하는 대역 성분들을 얻을 수 있다. 여기서 각 대역이 중복되지 않도록 해당 기저들을 선택하면 정규 직교 웨이브렛 패킷 기저가 된다. 본 논문에서 각 기저를 구분하는 첨자는 분석 레벨 l 과 그 레벨에서의 대역 번호 b 이다. 이때 대역 1은 보통 저역 통과 특성을 보이기 때문에 저역(lowpass) 성분이라고 부르며, 나머지 대역은 고역(highpass) 성분이라고 한다.

그림 2는 영상에 대한 웨이브렛 패킷 직교 기저로서 (a)는 옥타브 웨이브렛 기저, (b)는 STFT 기저, (c)

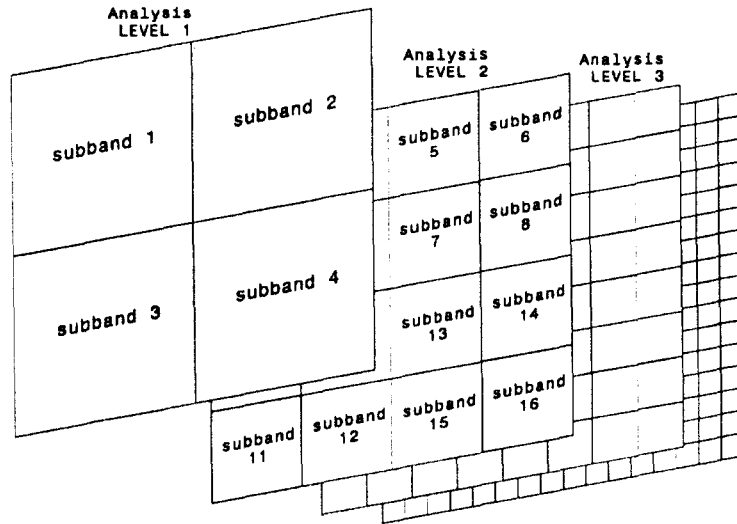


그림 1. 영상에 대한 웨이브렛 패킷.
Fig. 1. Wavelet packet for image plane.

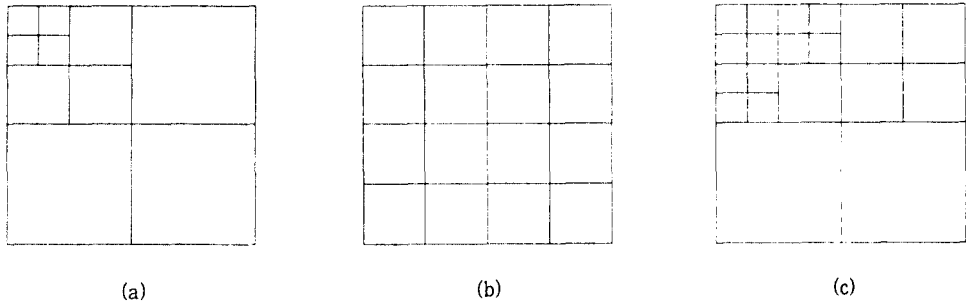


그림 2. 영상에 대한 몇 가지 웨이브렛 패킷 기저.
Fig. 2. Some wavelet packet basis.

는 저주파 대역의 분해능을 높인 임의의 직교 기저를 나타낸다.

2. 웨이브렛 변환 계수의 특성

2.1 자기상관분산 행렬

Lena 512×512 영상에 Antonini9-7 tap filter⁽⁷⁾를 적용해서 구한 웨이브렛 계수 중, 임의의 몇 개 대역에 대해 3×3 자기상관분산 행렬을 구해보면 다음과 같다.

이 결과를 보면 고역 성분들은 이웃하는 pixel들과

상관성이 별로 없으며, 단지 저역 성분만이 비교적 큰 값을 가지는 것을 볼 수 있다. 그러므로 고역 성분에 대한 예측이득(prediction gain)은 없다고 볼 수 있다. 따라서 나중에 양자화기를 구성할 때 저역 성분만 DPCM을 하고, 나머지는 PCM을 적용하게 된다.

2.2 확률 밀도 함수

영상 데이터를 웨이브렛 변환하면 저역 성분과 고역 성분간에는 확률적 특성에 있어 현저한 차이가 나타난다. 그림 3에 몇 개 대역의 웨이브렛 계수의 히스토그램(histogram)을 보였다. 히스토그램에서 볼 수 있듯이

표 1. 웨이블릿 계수의 자기상관분산 행렬
Table 1. Autocovariance matrix of wavelet coefficients

레벨	대역	Autocovariance Matrix		
3	1	0.8484	0.7944	0.7368
		0.5904	1.0000	0.5904
		0.7368	0.7944	0.8485
3	2	-0.1861	0.1454	-0.1021
		-0.2479	1.0000	-0.2479
		-0.1021	0.1454	-0.1861
2	4	-0.0283	-0.5806	-0.5097
		-0.2562	1.0000	-0.2562
		-0.5097	-0.5806	-0.0283
2	4	-0.1150	-0.1162	-0.1359
		-0.2346	1.0000	-0.2346
		-0.1259	-0.1162	-0.1150

저역 성분은 Gaussian 분포에 가깝지만, 고역 성분들은 대부분의 값이 0을 중심으로 모여있는 날카로운 분포를 보인다. 이런 형태에 가장 가까운 pdf는 다음 식 (14)에 나와있는 일반 가우시안 분포(Generalized Gaussian pdf)이다.

$$p(x) = a \exp(-|bx|^\gamma)$$

여기서, $a = \frac{b\gamma}{2\Gamma(1/\gamma)}$, $b = \frac{1}{\sigma_x} \sqrt{\frac{\Gamma(3/\gamma)}{\Gamma(1/\gamma)}}$ (14)

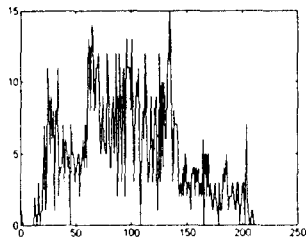
σ_x : 표준편차,

γ : 일반 가우시안 분포의 Shape parameter

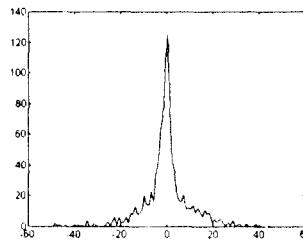
$\Gamma(\cdot)$: 감마함수

이 분포는 γ 값이 2인 경우 Gaussian 분포, 1인 경우는 Laplacian 분포가 되고 γ 값이 작아질 수록 뾰족한 형태가 된다.

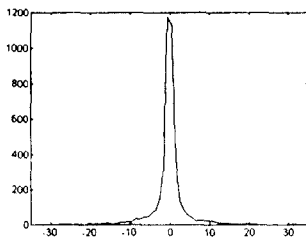
일반 가우시안 분포는 γ 값에 따라 여러 가지 모양을



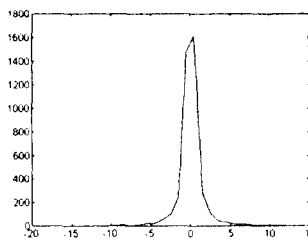
(a) 레벨3, 대역1(저역성분)



(b) 레벨3, 대역2(고역성분)



(c) 레벨2, 대역4(고역성분)



(d) 레벨2, 대역16(고역성분)

그림 3. 웨이블릿 계수의 히스토그램
Fig. 3. Histogram of wavelet coefficients

가질 수 있다. 이때 각 대역의 웨이브렛 계수의 히스토그램과 가장 유사한 분포를 갖는 적당한 γ 값을 찾아야 하는데, 이 경우에 사용할 수 있는 방법으로는 가장 많이 쓰이는 KS 테스트(Kolmogorov-Smirnov test)와 χ^2 (Chi-Squared) 테스트가 있다⁽¹⁵⁾.

데이타의 집합 $X=(x_1, x_2, \dots, x_M)$ 가 주어지면, KS 테스트는 샘플 분포함수 $F_x(\cdot)$ 를 주어진 분포함수 $F(\cdot)$ 와 비교해서 다음 식(15)으로 정의되는 KS 테스트 통계치 t_{KS} 가 가장 작은 것을 선택한다.

$$t_{KS} = \sqrt{M} \max_{i=1,2,\dots,M} |F_x(x_i) - F(x_i)| \quad (15)$$

반면에 χ^2 테스트에서는 샘플 밀도함수가 $f_x(\cdot)$ 이고 주어진 밀도함수가 $f(\cdot)$ 인 경우 χ^2 테스트 통계치 t_{χ^2} 를 식(16)으로 정의하며, 역시 가장 작은 값을 갖는 pdf를 선택한다.

$$t_{\chi^2} = M \sum_{i=0}^M \frac{[f_x(x_i) - f(x_i)]^2}{f(x_i)} \quad (16)$$

두 테스트 결과가 언제나 동일한 것은 아니지만, 일반적으로 비슷한 결과를 보인다. Lena 영상의 레벨2 대역 3에 대한 테스트 결과를 비교하면 두 테스트 방법이 동일하게 $=0.625$ 일 때 통계치가 최소가 되므로 이 대역은 $\gamma=0.625$ 인 일반 가우시안 분포로 볼 수 있다. Lena 영상의 몇 가지 대역들에 대한 테스트 결과를 분석하면, 대부분의 고역 성분에 대해 KS 테스트와 χ^2 테스트는 $0.55 \leq \gamma \leq 0.65$ 의 범위 안에서 비슷하거나 동일한 γ 값을 산출했다. 이 결과를 근거로 모든 대역에 대해 $\gamma=0.6$ 인 일반 가우시안 분포로 가정한다.

III. 제안한 영상 부호화기

1. 대역성분의 R-D 모델링

영상 부호화 시스템은 주어진 전송률, 또는 주어진 비트율 R bits/sample 하에서 복원 왜곡을 최소화하도록 해야 한다. 정상적 또는 에르고딕(ergodic) 소스에 대해서는 주어진 비트율 R 하에서 평균 왜곡의 하한(lower bound)을 제공해주는 왜곡 비트율 함수(Distortion-Rate function : DRF) $D(R)$ 가 존재하며, 또한 이로

부터 실제 파형 부호화기의 성능 상한도 구할 수 있다⁽¹⁶⁾.

소스부호화(source coding) 이론에 의하면, 소스 문자(source letters)에서 코드 단어(code word)로의 최적 대응이 존재한다. 특히 완전 복원($D=0$)의 경우 $R(0)=h(x)$ 이며 $h(x)$ 를 소스 엔트로피라고 한다. 웨이브렛 계수는 continuous-amplitude memoryless 소스라고 가정할 수 있으며, 이 경우 $h(x)$ 는 식(17)과 같이 정의된다.

$$h(X) = E\{-\log_2 p_x(X)\} = - \int_{-\infty}^{\infty} p_x(x) \log_2 p_x(x) dx \quad (17)$$

특히 식(17)에 식(14)을 대입해서 풀면 일반 가우시안 분포에 대한 소스엔트로피를 식(18)과 같이 구할 수 있다⁽¹⁰⁾.

Gish와 Pierce⁽¹⁷⁾에 따르면 높은 비트율 R_0 , 즉 왜곡이 비교적 작은 경우 왜곡의 하한은 다음 식으로 주어진다.

$$h(x) = \frac{-\log_2 \{\gamma [\Gamma(3/\gamma)]^{1/2}\}}{2\sigma_x [\Gamma(1/\gamma)]^{3/2}} + 1/\gamma \ln 2 \text{ bits/sample} \quad (18)$$

$$\hat{D}(R_0) = \frac{1}{12} 2^{2(h(x)-R_0)} \quad (19)$$

그러므로 식(18)을 식(19)에 대입하여 일반 가우시안 분포의 왜곡의 하한을 구할 수 있다.

$$\hat{D}(R_0) = \frac{1}{12} 2^{2(-\log_2 \left\{ \frac{\gamma [\Gamma(3/\gamma)]^{1/2}}{2\sigma_x [\Gamma(1/\gamma)]^{3/2}} + 1/\gamma \ln 2 \cdot R_0 \right\}} \quad (20)$$

$$= \left\{ \frac{\sigma_x^2 2^{2/\gamma \ln 2} [\Gamma(1/\gamma)]^3}{3 \Gamma(3/\gamma)} \right\} 2^{-2R_0}$$

2. 전체 대역에 대한 R-D 모델링

왜곡 비트율 이론⁽¹²⁾에 의하면, R-D 그래프 상에서 최적의 점들은 오목한 선상(lower convex hull)에 있다. 그러므로 최적의 부호화가 이루어진다면 이때의 (비트율, 왜곡) 쌍은 R-D 그래프의 오목한 선상에 놓이게 된다. 이 오목한 곡선은 일반적으로 밑이 1보다 작은 지수 함수

형태가 된다. 그러므로 임의의 일정 기울기 $D/R (= -\lambda)$ 에 대해서 언제나 유일한 최적의 비트율, 왜곡 쌍이 존재하며, 반대로 예산 비트율이 주어지면 기울기 λ 를 구할 수 있다. 이 때 λ 는 Lagrange 곱셈치(Lagrange Multiplier)로서 각 대역에 대해서도 동일한 값을 적용해야 한다. 그러므로 전체 R-D 함수만 미리 알 수 있으면 예산 비트율을 하에서의 최적 λ 를 구할 수 있고, 이를 토대로 각 대역의 비트율과 왜곡을 추정할 수 있다.

그러나 실제의 R-D 함수를 미리 알 수는 없으므로 본 논문에서는 이 함수를 반복연산을 통해 근사적으로 구한다. 즉 식(19)에서 모든 대역의 R-D 근사 함수가 밀이 1/4인 지수함수 형태이므로 전체 R-D 함수도 역시 밀이 1/4인 지수함수로 근사화 할 수 있다. 제한한 알고리즘에서 지수함수에 곱해지는 계수 값은 반복 연산을 통해 구한다. 즉 옥타브 웨이브렛 대역 분할했을 때의 R-D 근사 함수로 시작해서 반복을 통해 실제 R-D 함수에 접근하도록 했다.

그림 4는 근사함수가 실제 함수에 접근해 가는 과정을 나타낸다. 일단 $R=R_b$ 일 때의 근사함수의 기울기 λ 를 가지고 웨이브렛 패킷의 각 대역에 적용한다. 각 대

역의 Gish-Pierce R-D 함수에 대해 기울기 λ 에 해당하는 비트율과 왜곡을 구할 수 있으며, 이들로부터 Lagrange cost가 가장 작게 되는 웨이브렛 패킷 직교 기저를 선택할 수 있다. 이 때의 비트율이 R_1 이라면 그림 4(a)처럼 $R_1 < R_b$ 인 경우와 그림 4(c)처럼 $R_1 > R_b$ 인 경우로 구분할 수 있다. 각 경우 근사함수를 $R_b - R_1$ 만큼 씩 천이 시키면 각각 그림 4(b), 그림 4(d)에서와 같이 근사함수를 실제에 접근시킬 수 있다.

$$D_a^n(R) = D_a^{n-1}(R - (R_b - R_1)) \tag{21}$$

여기서, $D_a^n(R)$: n 번째의 근사함수

3. 양자화기

일반적으로 양자화기는 벡터 양자화와 스칼라 양자화로 크게 나눌 수 있다. 벡터 양자화는 스칼라 양자화에 비해 좀더 입력의 엔트로피에 근접할 수 있는 장점이 있지만, 스칼라 양자화에 비해 코드북을 구성하고 다시 정합 하는 과정에 계산이 많이 소요되고, 코드북이 트레이닝 영상에 의존하기 때문에 입력 영상의 성격이 이

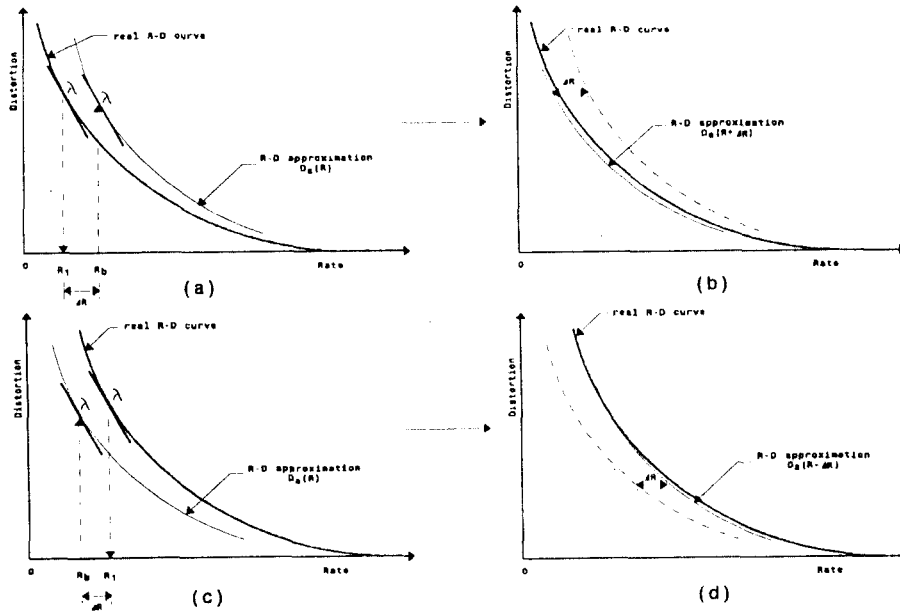


그림 4. 반복연산에 의한 R-D 근사함수 추정.
Fig. 4. R-D approximation with iterative computation.

와 다를 경우 성능 저하가 생기는 단점이 있다.

스칼라 양자화기는 균일(선형) 양자화기와 비선형(Lloyd-Max) 양자화기로 나눌 수 있다. 일반적으로 비선형 양자화기가 mse 측면에서는 우수하지만 엔트로피 부호화기 까지 함께 고려한 전체적인 성능 면에서는 균일 양자화기가 좀더 나은 성능을 나타낸다. 그러므로 본 논문에서는 균일 양자화기를 사용하며, 이때 각 대역에 대한 복원 에러는 다음 식으로 근사화 할 수 있다^{(16), 48}.

$$D_{(l,b)} = \frac{\Delta_{(l,b)}^2}{12} \times w_{(l,b)}^e \quad (22)$$

여기서 (l, b)은 분석레벨l의 b번째 subband 이며, $w_{(l,b)}^e$ 는 필터의 에너지를 고려한 각 대역의 에러 비중 값이다. 따라서 어느 대역에 할당된 비트율이 $R_{(l,b)}$ 이고 Gish-Pierce의 R-D 하한 식에 의한 추정값이 $D_{(l,b)}$ 이면 식(22)으로부터 양자화 스텝 크기를 구할 수 있다.

$$\Delta_{(l,b)} = \sqrt{12 \frac{D_{(l,b)}}{w_{(l,b)}^e}} \quad (23)$$

고주파 대역에 대해서는 앞에서 밝힌 바와 같이 예측이나 다른 처리과정 없이 균일 양자화를 하지만, 저주파 대역은 다음 식(24)으로 예측한 오차를 균일 양자화 한다⁽¹³⁾.

$$\hat{x}(i, j) = 0.25 \times \hat{x}(i-1, j) + 0.25 \times \hat{x}(i-1, j+1) + 0.5 \times \hat{x}(i, j-1)$$

여기서, $\hat{x}(i, j)$: pixel i행 j열의 복원 값,
 $\tilde{x}(i, j)$: pixel i행 j열의 예측 값. (24)

4. 산술 부호화기

엔트로피 부호화기로는 일반적으로 Huffman 부호화기를 많이 사용하는데 이보다는 산술 부호화의 성능이 더 우수하다⁽¹¹⁾. 그 이유로는 여러 가지가 있는데, 첫째 Huffman 부호화기의 경우 각 심볼에 한 개 이상의 정수개 비트를 할당해야 하기 때문에 run-length 부호화를 해야만 1 bpp 이하의 비트율을 얻을 수 있는 반면, 산술 부호화기는 미리 비트수를 할당하는 것이 아니기 때문에 실수개의 비트 할당이 가능하며 심볼의 엔트로피에

좀더 근접할 수 있다. 둘째로 Huffman 부호화기는 입력의 확률모델을 미리 구해놓고, 이 고정된 모델을 근거로 부호화 하기 때문에 다행히 입력의 전체적인 확률특성과 유사하더라도 지역적인 특성은 고려할 수 없으며, 더욱이 확률 모델이 불 일치 할 경우 현저한 성능 저하가 생길 수 있다. 반면에 산술 부호화기는 심볼의 확률 모델을 미리 구해 놓는 것이 아니라 입력되는 심볼의 빈도에 따라 확률 모델을 수정해 가기 때문에 위에 나타난 Huffman 부호화기의 단점을 극복할 수 있다. 또한 소스가 동일하면 부호화 효율이 심볼의 scanning 순서에 거의 무관하다는 장점이 있다.

본 논문에서는 균일한 초기 확률 분포를 갖는 적용 모델 산술부호화기⁽¹¹⁾를 사용한다. 이 경우 실제 부호화시 각 대역에 할당되는 비트수에 따라 심볼의 수가 결정되며, 따라서 각 대역 별로 부호화가 따로 이루어진다.

5. 최적 알고리즘

주어진 비트율에 대해 최적의 직교 기저를 구하는 동시에 각 대역에 대해 적절한 비트 할당량을 구하는 문제는 수식으로 쉽게 풀리지 않기 때문에 다음과 같이 크게 두 부분으로 나누어 반복 연산으로 준 최적의 해를 구하게 된다.

1) 제한된 비트율 하에서 최적 직교 기저 찾기

비트율과 왜곡 면에서 동시에 최적의 부호화를 하기 위해서는 모든 대역에 대해 동일한 Lagrange multiplier를 적용해야 한다. 주어진 비트율 하에서 최적의 부호화를 위해서는 적당한 Lagrange multiplier를 찾아야 하는데, 본 알고리즘에서는 $tD_a^n(R)$ 로 부호화 결과를 예측함으로써 반복과정을 통해 적절한 Lagrange multiplier 값을 추정한다.

우선 반복을 위해 $n=0$ 으로 초기화하고, 입력 영상에 대해 $l=MaxLevel$ 까지 웨이브렛 패킷에 해당하는 모든 대역 성분을 구한 후, 각 대역에 대한 왜곡 함수 $D^n(R)_{(l,b)}$ 를 구한다. 각 대역의 R-D 근사함수를 근거로 영상의 옥타브 웨이브렛 분할에 대한 왜곡함수를 추정하고 이를 초기 R-D 근사 함수 $tD_a^n(R)$ 로 잡는다.

예산 비트율 R_b 에서의 R-D 근사 함수의 기울기, 즉 Lagrange multiplier $\lambda_n = -\partial tD_a^n(R) / \partial R|_{R=R_b}$ 를 구하고, 식 $-\partial D^n_{(l,b)} / \partial R^n_{(l,b)} = \lambda^n$ 으로부터 각 대역에 대해

이 기술기에 해당하는 비트율과 왜곡 $\{R_{(a,b)}^n, D_{(a,b)}^n\}$ 을 구한다. 그 후 각 대역의 Lagrange cost $C_{(a,b)}^n = D_{(a,b)}^n + \lambda^n R_{(a,b)}^n$ 를 구할 수 있다.

n번째 반복의 최적 직교 기저 B^n 를 찾기 위해서 다음의 두 가지 과정을 거친다. 우선 레벨 (MaxLevel-1)부터 시작해서 위 레벨로 올라가면서, 각 대역과 바로 아래 레벨의 네 개의 해당 대역들과 Lagrange cost를 비교한다. 현재 대역의 cost가 적을 때는 대역을 더 분할할 필요가 없으므로 Don't Split를 $M_{(a,b)}^n$ 에 기록하고, 반대의 경우 더 분할해야 cost이 감소하므로 Split를 기록한다. 그 다음은 반대로 레벨 $l=1$ 부터 시작해서 밑의 레벨로 내려가면서, $M_{(a,b)}^n$ 이 Don't Split면 현재 대역을 직교 기저 B^n 에 포함하고, Split이면 포함하지 않는다.

직교기저 B^n 에 등록된 대역들로부터 전체 비트율 R^n 을 구하고, 이 값이 R_b 에 근접한 경우 $\{R_{(a,b)}^n, D_{(a,b)}^n, B^n\}$ 이 최적의 {비트율, 왜곡, 직교 기저}가 되나, 그렇지 않은 경우 $n=n+1$ 로 놓고 추정 왜곡 함수를 $tD_a^n(R) = tD_a^{n-1}(R - (R^n - R^b))$ 로 갱신한 후 다시 위의 과정을 반복한다.

2) 최적 부호화

위에서 구한 $\{R^{(a,b)}, D^{(a,b)} : (a,b) \in B\}$ 과 식(23)으로부터 각 대역의 양자화 스텝사이즈 $\Delta_{(a,b)}$ 를 구하고 평균 값을 취해 균일 양자화 스텝 크기 Δ_N 로 한다. 이렇게 구한 B, Δ_N 를 이용해서 각 대역을 균일 양자화하고, 산술 부호화 한다.

이때 위에서 구한 최적 대역과 양자화 스텝크기는 단지 추정한 것이기 때문에 실제 부호화 결과가 약간 벗어날 수도 있다. 이 경우 실제 부호화 결과에 따라 양자화 스텝크기를 재조정해야 한다. 따라서 만약 부호화 결과가 예산 비트를 넘으면 정규 스텝 크기를 이전 크기의 1.1 배로 증가시키고, 반대로 이보다 모자라면 정규 스텝 크기를 0.9배로 축소해서 위의 과정을 반복한다.

IV. 실험 결과 및 고찰

본 논문에서 제안한 알고리즘의 성능을 분석하기 위해 실험에 사용한 영상은 256 계조도를 갖는 표준영상 Lena, Baboon이며, 크기는 모두 512×512 이다. Lena는 비교적 단순한 편이며, Baboon은 매우 복잡하

다.

웨이브렛 필터로는 Antonini 9-7 tap 쌍직교 필터를 사용했으며, 최대 분석 레벨은 계산 시간을 줄이기 위해 4로 한정했다. 분석 레벨이 4인 경우, 옥타브 웨이브렛 대역 분할은 영상을 13개의 대역으로 분할하며, 제안한 알고리즘은 최대 256개의 대역으로 분할할 수 있다. 부호화에 사용한 산술부호화기는 적응 모델을 사용하며, 초기확률은 균일 확률을 사용했다.

1. 모델의 적합성

Gish-Pierce의 R-D 하한의 타당성을 검증하기 위해 Lena영상의 각 대역에 대해 실제로 균일양자화 하고 산술부호화를 해서 그때의 비트율과 mse를 Gish-Pierce의 R-D 하한과 비교했다. 그림 5에 이중 몇 가지 대역을 임의로 추출해서 결과를 보였다.

그림에서 보면 레벨이 커질수록 추정한 mse와 실제 값의 차가 커지는 것을 볼 수 있는데 이는 mse에 필터의 에너지를 감안한 가중치를 적용했기 때문이다. 또한 Gish-Pierce의 R-D 하한이 실제로 높은 비트율을 전제로 구한 것이기 때문에 그림에서 보이듯이 낮은 비트율에서는 오차가 커진다. 그러나 전반적으로 추정한 값이 실제와 크게 벗어나지 않는 것을 확인할 수 있다.

그림 6에는 제안한 알고리즘에 의해 근사함수로부터 추정된 양자화 스텝 크기에 따라 실제 부호화 했을 때의 비트율을 그때의 예산 비트와 비교했다. 역시 높은 비트율에서는 주어진 예산 비트를 최대한 사용하는 것을 확인할 수 있으며, 낮은 비트율에서도 비교적 예산 비트에 근접하는 효율적인 비트 할당이 이루어지는 것을 확인할 수 있다.

2 제안한 알고리즘과 웨이브렛대역분할 간의 비교

그림 7과 그림 8에 옥타브 웨이브렛 분할 방식과 제안한 웨이브렛 패킷 대역분할 간의 결과를 비교했다. 대역 분할의 방법에 관한 비교를 위해서 후반부의 압축 알고리즘은 모두 동일하게 균일 양자화기와 산술 부호화 알고리즘을 이용하였다.

결과를 보면 대개 0.5bpp 이상에서는 제안한 부호화기의 성능이 0.5dB정도 PSNR이 높게 나타나지만 그 이하에서는 큰 차이는 아니지만 오히려 성능이 떨어지는

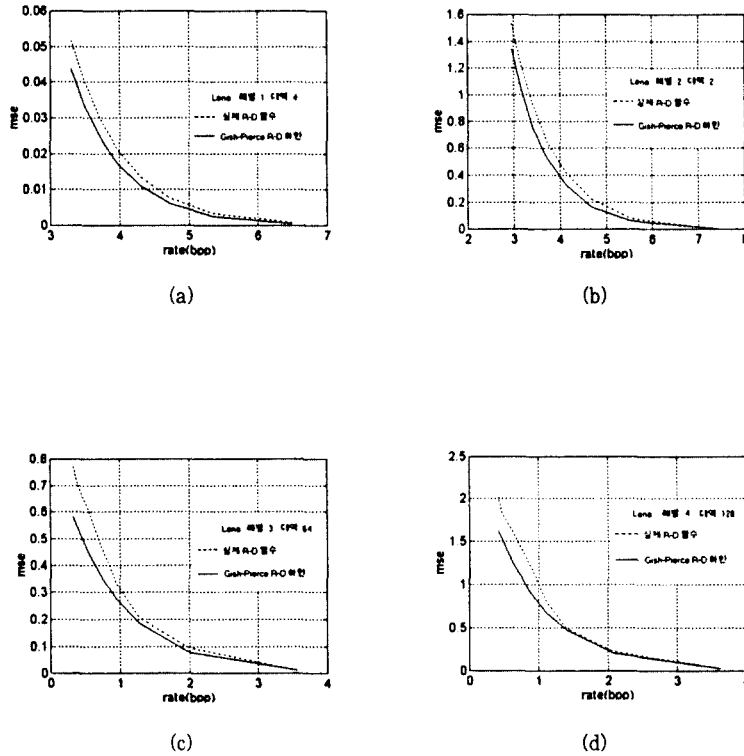


그림 5. Gish-Pierce R-D 하한과 실제 R-D 함수.
 Fig. 5. Gish-Pierce R-D lower bound and actual R-D function

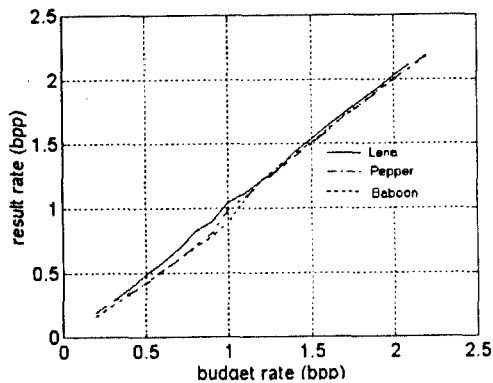


그림 6. 예산비트율과 부호화 결과비트율
 Fig. 6. Budget rate and result rate.

것으로 나타났다. 이 원인은 앞에서도 보았듯이 Gish-Pierce R-D하한이 비트율이 낮을 수록 실제 mse와 오차가 커지기 때문인 것으로 보인다. 그러므로 이것을 개선하기 위해서는 낮은 비트율에서 좀더 정확한 모델링이 필요하다.

3 제안한 알고리즘과 JPEG 간의 비교

표 2에는 Lena영상에 대해 제안한 부호화기와 DCT를 이용한 JPEG 부호화 결과가 나와 있다. 또한 그림 9에는 이 결과를 그래프로 나타냈다. 결과에서 제안한 부호화기가 전반적으로 모든 비트율에서 약간씩 우수한 것으로 나타났으나 그리 큰 차이는 아니다. 이는 JPEG 부호화기가 신호가 저주파 성분이 많은 일반적인 영상에

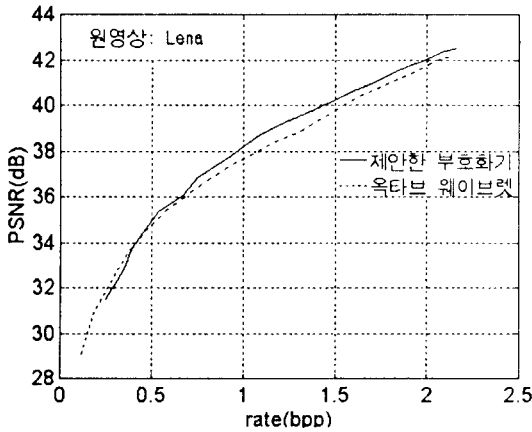


그림 7. 제안한 부호화기와 웨이브렛 대역분할 간의 부호화 효율 비교(Lena)
Fig. 7. Comparison with Wavelet(Lena 512×512)

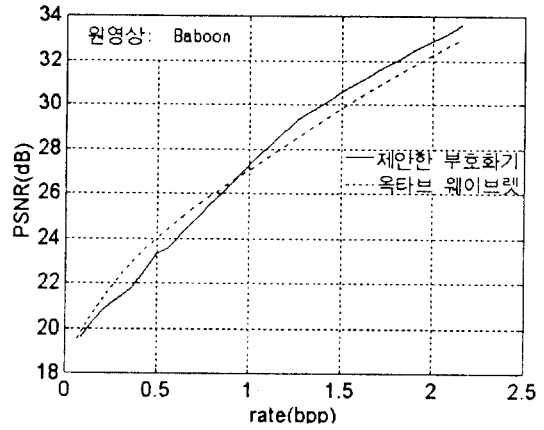


그림 8. 제안한 부호화기와 웨이브렛 대역분할 간의 부호화 효율 비교(Baboon)
Fig. 8. Comparison with Wavelet(Baboon 512×512)

표 2. Lena 영상에 대한 부호화 결과 비교
Table. 4. Result of the proposed algorithm and JPEG(Lena)

Lena(512×512 size, 256gray level)		
비트율(bpp)	제안한 부호화기(dB)	JPEG 부호화기(dB)
0.25	32.149	30.78
0.5	35.023	34.72
0.75	36.753	36.55
1.0	38.264	37.93
1.25	39.124	39.00
1.5	40.700	39.88
1.7	41.102	40.88

적합한 부호화기이며 Lena 영상이 JPEG 부호화기의 성능에 적합한 영상이기 때문이다. 즉 JPEG에서의 DCT는 상관계수(correlation coefficient)가 약 0.95정도에서 최적의 결과를 보이며 Lena영상의 상관계수는 0.96정도이므로 JPEG의 성능이 좋게 나오게 된다. 제안한 부호화기는 각 대역의 통계적 특성이 다양한 복잡하고 세밀한 영상(detailed image)에 대한 적응성을 높인 것이기 때문에 입력 영상이 일반적인 경우 JPEG 부호화기에 비해 성능의 이득이 크지 않다.

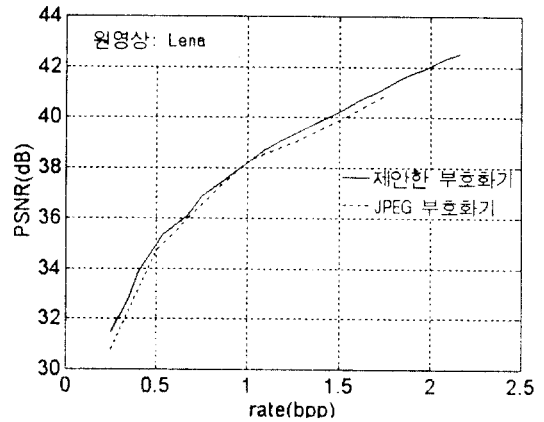


그림 9 제안한 부호화기와 JPEG 부호화기의 결과 비교(Lena)
Fig. 9. Comparison with JPEG(Lena 512×512)

표 3에는 Baboon 영상에 대해 동일한 비교가 나와 있다. 그림 10에는 이 결과를 그래프로 나타냈다. 이 영상은 상당히 세밀하기 때문에 일반 영상과는 달리 각 대역의 통계적 특성이 다르며, 다른 영상에 비해 부호화 효율이 전반적으로 낮게 나타난다. 그러나 본 논문에서 제안한 부호화기는 이러한 신호에 적용할 수 있는 적응적 대역 분할 방법을 취하기 때문에 그림에서도 볼 수 있듯이 1.75bpp에서 JPEG에 비해 2dB이상의 성능 개선이 있으며, 그 이상의 비트율에서도 성능 차이는 더

증가할 것으로 보인다.

표 3. Baboon 영상에 대한 부호화 결과 비교
Table 5. Result of the proposed algorithm and JPEG(Baboon)

Baboon (512×512 size, 256gray level)		
비트율(bpp)	제안한 부호화기(dB)	JPEG 부호화기(dB)
0.25	21.012	21.45
0.5	23.250	23.80
0.75	25.003	25.28
1.0	27.433	26.52
1.25	28.986	27.68
1.5	30.081	28.77
1.75	31.936	29.90

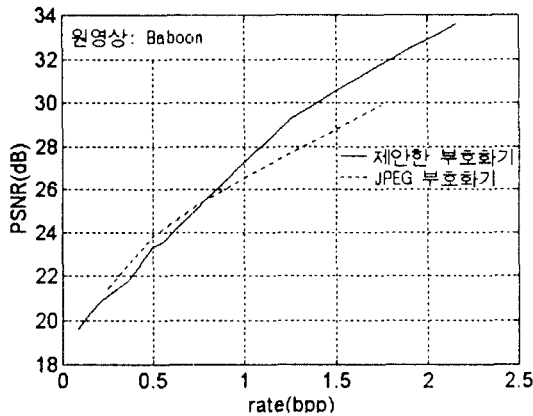


그림 10. 제안한 부호화기와 JPEG 부호화기의 결과 비교 (Baboon)
Fig. 10. Comparison with JPEG(Baboon 512×512)

그러나 대략 0.75 bpp 이하에서는 큰 차이는 아니지만 JPEG에 비해 성능이 떨어지는 것을 볼 수 있다. 이 결과 역시 앞에서 밝힌 바와 같이 모델의 불 일치에서 온 결과로 보인다.

제안한 부호화기는 웨이브렛 패킷으로부터 적합한 직교 기저를 찾을 때 실제 부호화를 통해 R-D 관계를 구하지 않고 수식에 의해 찾는다. 그렇기 때문에 직교 기저를 찾는 부분은 웨이브렛 분석이나 산술 부호화 하는 시간에 비해 전체 수행 시간에서 차지하는 부분은 아주 미세하다. 그러므로 제안한 부호화기는 일반 웨이브렛

부호화기와 거의 비슷한 수행 시간에 부호화가 가능하다.

본 논문에서 제안한 부호화기는 전반적으로 옥타브 웨이브렛이나 JPEG에 비해 PSNR 측면에서 0.5~2dB 정도 성능이 우수하고, 특히 Baboon과 같은 세밀한 영상에 대해 적합한 것으로 나타났다. 그러나 약 0.5bpp 이하의 낮은 비트율 하에서 모델의 부적합성에 의해 성능 저하가 생기는 단점이 나타났다. 이를 해결하기 위해서는 낮은 비트율 하에서 각 대역에 대한 R-D 모델링을 더욱 개선해야 할 것으로 보인다.

V. 결 론

본 논문에서는 가변/다중 비트율 하에서 빠르고 효율적인 영상 부호화를 위하여 웨이브렛 패킷 이론에 왜곡 비트율 이론을 적용한 적응적 대역 분할 부호화 방법을 제안했다. 웨이브렛 분석에 의해 얻어지는 계수가 일반 가우시안 분포를 갖는다는 점을 이용해서 각 대역의 왜곡 비트율 함수 관계를 Gish-Pierce의 R-D 하한으로 근사화 했다. 이 모델은 아주 낮은 비트율을 제외하고는 비교적 실제에 가까운 것을 확인할 수 있었다.

제안한 부호화기는 대역의 R-D 모델링을 통한 효율적 적응 대역 분할에 중점을 둔 것이기 때문에 대역간의 계층적 성격을 이용한 예측이나 대역내의 방향성 등 웨이브렛 계수에 대해 적용할 수 있는 다른 방법을 사용하지 않았다. 만약 이런 특성들을 이용한다면, 그에 따라 왜곡 비트율 관계도 바뀌기 때문에 새로운 모델링이 필요하게 된다. 그럼에도 불구하고 Lena와 같은 일반적인 영상에서 JPEG보다 대략 0.5dB 정도 성능 개선을 얻었으며, Baboon과 같은 복잡한 영상에 대해서는 최고 2dB 정도 이상의 높은 성능 향상을 확인할 수 있었다. 즉 제안한 부호화기는 Huffman 부호화기나 VQ 등을 이용하는 영상 부호화기와는 달리 영상의 특성에 보다 적게 의존하는 안정된 특성을 갖고 있음을 확인할 수 있었다.

복원된 영상을 비교해본 결과 본 논문에서 제안한 부호화기는 일반(옥타브) 웨이브렛 부호화기와 같이 DCT를 이용한 JPEG에 나타나는 블럭 효과가 나타나지 않았다. 또한 Baboon영상과 같이 고주파 성분이 많은 영상에 대해 일반 웨이브렛 부호화기는 저역 통과 특성을 보이는데 반하여 제안한 부호화기는 이 보다 선명한 화

질을 얻을 수 있었다. 이로부터 적응적 대역 분할의 타당성을 확인할 수 있었다.

본 논문에서 제안한 알고리즘은 앞에서 밝힌 바와 같이 낮은 비트율 하에서의 성능 저하라는 문제점을 갖고 있다. 이 문제는 Gish-Pierce R-D 하한수식이 높은 비트율의 가정 하에서 출발했기 때문에 갖는 근본적인 문제로서 이 것을 극복하기 위해서는 낮은 비트율에서보다 정밀한 R-D 모델링이 필요하다. 또한 보다 효율적인 부호화를 위해서는 웨이브렛 계수의 계층적 성격 또는 대역간의 기하학적 유사성이나 대역내의 방향성 등을 이용할 수 있어야 하는데, 이런 경우 각 대역의 R-D 관계를 규명할 수 있다면 본 논문의 알고리즘을 적용하여 보다 효율적인 부호화가 가능할 것이다.

앞으로 보다 효율적인 적응 웨이브렛 영상 부호화를 위해서는 본 논문에서 접근한 기저의 선택 부분 이외에도, 입력 영상에 적합한 웨이브렛 원형 함수(proto-type or mother wavelet function)를 찾는 보다 본질적인 연구도 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

1. 이광기, "영상의 계층적 대역분할 부호화를 위한 다중 비트율 트리구조 벡터 양자화", 연세대학교 박사 졸업 논문, 1993.
2. Imgeun Lee, Jongsik Kim and Youngkyu Kim, "Wavelet Transform Image Coding Using Human Visual System", *IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems*, Dec. 1994, Taiwan.
3. Paul Jorgensen, "Choosing Discrete Orthogonal Wavelets for Signal Analysis and Approximation", *ICASSP '93*.
4. A. H. Tewfik, D. Sinha, and P. Jorgensen, "On the Optimal Choice of a Wavelet for Signal Representation", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.38, no.2, Mar. 1992.
5. R. Coifman, Y. Meyer, S. Quake, and Wickerhauser, "Signal Processing and Compression with Wave Packets", *Numerical Algorithms Research Group*, New Haven, CT : Yale University, 1990.
6. R. Coifman, and M. V. Wickerhauser, "Entropy-Based Algorithms for Best Basis Selection", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.38, No.2, Mar. 1992.
7. M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, and I. Daubechies, "Image Coding Using Wavelet Transform", *IEEE Trans. Image Proc.*, vol. 1, No. 2, pp.205-220, April. 1992.
8. O. Rioul and M. Vetterli, "Wavelets and Signal Processing", *IEEE SP magazine*, Oct. 1991.
9. M. Vetterli, "Wavelets and Filter Banks : Theory and Design", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.40, pp.2207-2232, Sept. 1992.
10. N. Farvardin, "Optimum Quantizer Performance for a Class of Non-Gaussian Memoryless Sources", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-30, no. 3, May. 1984.
11. Ian H. Witten, Radford M. Neal, and John G. Cleary, "Arithmetic Coding for Data Compression" *Communications of the ACM*, vol.30, No.,6, pp.30-44, June. 1987.
12. T. Berger, *Rate Distortion Theory*, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
13. Naresh Cossipetti, Subhash C. Kwatra and Awad K. Al-Asmari, "Low-Complexity Subband Encoding for HDTV Images", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 11, No. 1, pp.77-87, Jan. 1993.
14. K. Ramchandran and M. Vetterli, "Best Wavelet Packet Bases in a Rate-Distortion Sense", *IEEE Trans. Image Proc.*, vol.2, No.2, Apr. 1993.
15. Sheldon M. Ross, *A Course in Simulation*, Macmillan Publishing Company, New York, 1991.
16. N. S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1984.
17. H. Gish and J. N. Pierce, "Asymptotically Efficient Quantizing", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-14, pp.676-683, Sept. 1968.



金 容 奎 (Young Kyu Kim) 정회원

1962년 5월 5일생

1981년 3월~1985년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학사)

1985년 3월~1987년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학석사)

1987년 3월~1991년 3월 : 삼성전자 기술총괄 연구원

1991년 3월~현재 : 연세 대학교 전자공학과 박사과정 재학

金 琮 植 (Jong Sik Kim)

정회원

1969년 2월 13일생

1989년 3월~1993년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학사)

1993년 3월~1995년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학석사)

1995년 2월~현재 : LG전자 중앙연구소 연구원



李 林 遵 (Im Geun Lee) 정회원

1967년 7월 7일생

1987년 3월~1991년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학사)

1991년 3월~1993년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학석사)

1993년 3월~현재 : 연세 대학교 전자공학과 박사과정 재학



鄭 賢 民 (Hyun Meen Jung) 정회원

1960년 11월 5일생

1980년 3월~1984년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학사)

1984년 3월~1986년 2월 : 연세 대학교 전자공학과(공학석사)

1986년 3월~현재 : 한국통신 연구개발원 전임연구원

1992년 3월~현재 : 연세 대학교 전자공학과 박사과정 재학



朴 圭 泰 (Kyu Tae Park) 정회원

第19卷 第11號 參照