論文 95-7-7-12

3차와 4차 누가적률을 쓰는 이동평균시스템 인식

正會員 羅 允 正*, 金 光 淳**, 宋 翊 鎬**, 李 容 業***, 李 成 魯**

Moving Average System Identification using the Third-and Fourth-Order Cumulants

Yoon Jeong Na*, Kwang Soon Kim**, Iickho Song**, Yong Up Lee***, Sung Ro Lee** Regular Members

要 約

이 논문에서는 잡음이 섞여있는 관측값의 3차와 4차 누가적률을 함께 써서 이동평균시스템을 인식하는 알고리듬을 제안하고 그 성능을 살펴보았다. 이 논문에서 다루는 시스템은 서로 독립이고 같은 분포를 갖는 비정규신호로 구동되는데, 이 신호의 확률밀도함수는 비대칭이라고 하고, 정규관측잡음은 백색일 수도 유색일 수도 있다고 가정한다. 제안된 알고리듬은 잡음의 특성을 모를때에나 신호대잡음비가 낮을 때에 다른 선형 방법보다 더 쓸모있다는 것을 보였다.

ABSTRACT

We present an algorithm for the identification of moving average systems using the third-and foruth-order cumulants of noisy observations and investigate the performance of the algorithm. The system is driven by an independent and identically distributed non-Gaussian signal which has an asymmetric probability density function, and the Gaussian measurement noise may be either white or colored. The proposed algorithm is shown to be more useful than other linear methods when the characteristic of noise is not known or when the signal-to-noise ratio is low.

*한국방송공사 기술연구소
**한국과학기술원 전기 및 전자공학과
***한국과학기술원 전기 및 전자공학과, 삼성전자 통신기술연구소
論文番號 : 95053-0209
接受日字 : 1995年 2月 9日
이 논문은 한국과학재단이 지원한 1994년 핵심전문연구 941-0900-040-2로 이루어진 연구결과의 하나이며, 이에 그 고마운 뜻을 적습니다.

1. 머릿말

요즈음 고차통계량(higher order statistics)으로 비최소위상(nonminimum phase) 시스템의 매개변수를 추정하는 방법들이 연구되었다. 특히 누가적률을(cumulants)써서 이동평균(moving average MA)시스템을 인식하는 여러 방법들이 제안되고 그 성능이 분석된 바 있다[1-7]. 보기를 들면 [1]에서는 선형 방법인 Giannkis-Mendel(GM)방법이 제안되었으며, [2]에서는 GM방법의 단점을 이겨낼 수 있는 변형 GM 방법을 제안하고 있다. [3]에서는 이 두 방법에서 수치적으로 잘못된 조건들 때문에 일어나는 문제를 이겨낼 수 있는 또 다른 변형 GM방법을 제시하고 있다.

이런 방법들은 상관(correlation)과 3차(또는 입력분포에 따라 4차) 누가적률을 쓰고 있다. 이때, 상관은 정규 관측잡음(normal observation noise)에 민감하므로, 이 방법들을 제대로 쓰려면 정규 관측잡음이 섞인 추정값을 포함하는 식들을 버려야 한다. 결과적으로, 필요값이 정규잡음과 섞이게 되면 쓸 수 있는 식의 수가 줄어들게 되고, 이 알고리듬들의 성능은 떨어지게 된다. 게다가, 정규 잡음이 백색이 아니면 쓸 수 없는 식의 개수가 더 늘어나서 성능이 더욱 나빠지게 된다.

이 논문에서는 서로 독립이고 같은 분포를 가지는 비정규 입력으로 구동되는 이동평균시스템을 인식할 수 있으며 GM 방법에 바탕을 둔 것들의 단점을 이겨낼 수 있는 알고리듬을 제안한다. 제안된 알고리듬의 성질은 다음과 같다.

1) 제안된 알고리듬은 3차와 4차 누가적률을 쓰고, 상관은 쓰지 않는다.

2) 제안된 알고리듬은 정규 관측잡음이 백색인지 아닌지에 관계없이 쓸 수 있다.

3) 제안된 알고리듬은 잡음특성을 모를 때나 신호대 잡음비가 낮을 때 GM 방법과 같은 다른 선형방법보다 더 쓸모있다.

2. 제안된 알고리듬

다음과 같은 q차 이동평균모형을 생각하자.

$$\begin{aligned} z(k) &= y(k)+w(k) \\ &= \sum_{i=0}^{q} h(i)v(k-i)+w(k). \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\{y(k)\}$는 시스템 출력이고, $\{h(k)\}$는 시스템의 충격응답이며, $H(z)$는 그 전달함수이다. 그리고, 입력 신호 $\{v(k)\}$는 서로 독립이고 같은 분포를 갖는 비정규 신호이고, 이들은 비대칭인 확률밀도함수를 갖고, $E\{v(k)\}=0$, $\gamma_{3,v}=E\{v^3(k)\}\neq 0$, $\gamma_{4,v}=E\{v^4(k)\}-3E^2\{v^2(k)\}\neq 0$을 만족시킨다고 하자. 측정잡음 $\{w(k)\}$는 평균이 0인 정규잡음이고 $\{v(k)\}$와 독립이라고 하고, 채널은 안정적이고 선형, 시불변이라 하자. 또, 시스템 차수 q는 알려져 있거나, 추정되어 있다고 가정한다[4]. 이 논문에서 우리의 목적은 잡음이 섞인 관측값 $\{z(k)\}$의 3차와 4차 누가적률을 함께 써서 $h(1), h(2), \cdots, h(q)$를 추정하는 것이다.

먼저, q차 이동평균시스템에서, $\{y(k)\}$가 4차까지 정상이라면 (stationary up to the 4th order)그의 3차와 4차 누가적률은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있음이 알려져 있다

$$c_{3,y}(m_1, m_2)=\gamma_{3,v}\sum_{i=0}^{q} h(i)h(i+m_1)h(i+m_2) \tag{2}$$

그리고

$$\begin{aligned} c_{4,y}(m_1, m_2, m_3) = \gamma_{4,v}\sum_{i=0}^{q} & h(i)h(i+m_1) \\ & h(i+m_2)h(i+m_3). \end{aligned} \tag{3}$$

식 (2)에서, $m_1=m$, $m_2=m+n$이라 두면 3차 누가적률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$c_{3,y}(m, m+n)=\gamma_{3,v}\sum_{i=0}^{q} h(i)g(i+m;n). \tag{4}$$

여기서

$$g(k,n) = h(k)h(k+n). \tag{5}$$

수열 $\{g(k,n)$의 z변환을 $G(z;n)$으로 쓰기로 하고, $\{C_{3,y}(m,m+n)$의 z변환을 $C_{3,y}(z;n)$이라 하자. 그러면, (4)에서 다음을 얻을 수 있다.

$$C_{3,y}(z;n) = \gamma_{3,v}H(z^{-1})G(z;n). \tag{5}$$

마찬가지로, 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} d_{4,y}(m) &\equiv c_{4,y}(m,m,m)= \\ &\gamma_{4,v}\sum_{i=0}^{q} h(i)h^3(i+m). \end{aligned} \tag{6}$$

이 $d_{4,y}$를 4차 누가적률의 맞모조각이라(diagonal

slice)하는데, $\{d_{4,y}(m)\}$의 z변환을 $C_{4,y}(z)$라 하면, (6)에서 다음을 얻을 수 있다.

$$C_{4,y}(z)=\gamma_{4,v}H(z^{-1})H_3(z) \tag{7}$$

여기서 $H_3(z)$는 $\{h^3(k)\}$의 z변환이다. 곧, $H_3(z)=H(z)*H(z)*H(z)$이다. 식 (5)와 (7)에서 $H(z^{-1})$를 소거하면 다음을 얻는다.

$$C_{3,y}(z;n)H_3(z)+\epsilon C_{4,y}(z)G(z;n)=0. \tag{8}$$

여기서 $\epsilon=-\gamma_{3,v}/\gamma_{4,v}$이다. $n=0$ 일때 (8)은 다음과 같이 된다.

$$C_{3,y}(z;0)H_3(z)+\epsilon C_{4,y}(z)H_2(z)=0. \tag{9}$$

여기서 $H_2(z)=G(z;0)$은 $\{h^2(k)\}$의 z변환이다. 곧, $H_2(z)=H(z)*H(z)$이다. 한편, $C_{3,y}(z;0)$의 역 z변환 $d_{3,y}(m)=c_{3,y}(m,m)$은 3차 누가적률의 맞모조각이라 불린다. z변환의 정의를 이용하면, (9)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}&\Big(\sum_{i=0}^{q}h^3(i)z^{-i}\Big)\cdot\Big(\sum_{m=-q}^{q}d_{3,y}(m)z^{-m}\Big)+\epsilon\cdot\\&\Big(\sum_{i=0}^{q}h^2(i)z^{-i}\Big)\cdot\Big(\sum_{m=-q}^{q}d_{4,y}(m)z^{-m}\Big)=0.\end{aligned} \tag{10}$$

이제, $h(0)=1$이라 두면, $l=-q,-q+,\cdots,2q$일 때 (10)에서 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{q}h^3(i)d_{3,y}(l-i)+\sum_{i=0}^{q}\epsilon h^2(i)d_{4,y}(l-i)\\&\quad=-d_{3,y}(l).\end{aligned} \tag{11}$$

($h(0)\neq 1$이면, (1)에서 $h(i)/h(0)$, $i=0,1,\cdots,q$,를 새로운 $h(i)$로 두고 (11)식을 얻을 수 있다.)

다음에 식(8)에서 $n=q$라고 놓으면, (11)을 얻은 것과 마찬가지로 $l=-q,-q+1,\cdots,q$일 때 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{q}h^3(i)c_{3,y}(i-l,q)+\epsilon h(q)d_{4,y}(l)\\&\quad=-c_{3,y}(-l,q).\end{aligned} \tag{12}$$

식(11)과 (12)는 다음의 $2q+2$변수 $\boldsymbol{x}$에 대한 $5q+2$식이 된다.

$$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{x}_1\ \boldsymbol{x}_2\ \epsilon h(q)]' \tag{13}$$

여기서,

$$\boldsymbol{x}_1=[\epsilon\ \epsilon h^2(1)\ \epsilon h^2(2)\ \cdots\ \epsilon h^2(q)$$

그리고,

$$\boldsymbol{x}_2=[h^3(1)\ h^3(2)\ \cdots\ h^3(q)],$$

행렬 A의 차수는(rank) $2q+2$이므로 식(11)과 (12)로 이루어지는 부정방정식의 최소제곱해는 유일하고 다음과 같다.

$$\hat{\boldsymbol{x}}=-(A'A)^{-1}A'\boldsymbol{b}. \tag{14}$$

여기서,

$\boldsymbol{b}=[\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2]'$,

$\boldsymbol{b}_1=[d_{3,y}(-q)\ d_{3,y}(-q+1)\ \cdots\ d_{3,y}(q)\ 0\ \cdots\ 0]$,

$\boldsymbol{b}_2=[c_{3,y}(q,q)\ c_{3,y}(q-1,q)\ \cdots\ c_{3,y}(0,q)\ 0\ \cdots\ 0]$,

$$A=\begin{bmatrix}A_1\\A_2\end{bmatrix},$$

$$A_1=\begin{bmatrix}
d_{4,y}(-q) & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\
d_{4,y}(-q+1) & d_{4,y}(-q) & \cdots & 0 & d_{3,y}(-q) & \cdots & 0 & 0\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\
d_{4,y}(0) & d_{4,y}(-1) & \ddots & d_{4,y}(-q) & d_{3,y}(-1) & \ddots & d_{3,y}(-q) & 0\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\
d_{4,y}(q) & d_{4,y}(q-1) & \cdots & d_{4,y}(0) & d_{3,y}(q-1) & \cdots & d_{3,y}(0) & 0\\
0 & d_{4,y}(q) & \cdots & d_{4,y}(1) & d_{3,y}(q) & \cdots & d_{3,y}(1) & 0\\
0 & 0 & \cdots & d_{4,y}(2) & 0 & \cdots & d_{3,y}(2) & 0\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & \cdots & d_{4,y}(q) & 0 & \cdots & d_{3,y}(q) & 0
\end{bmatrix}$$

은 $(3q+1)\times(2q+2)$ 행렬이고,

는 $(2q+1)\times(2q+2)$행렬이다.

$$A_2=\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d_{4,y}(-q) \\ 0 & \cdots & 0 & c_{3,y}(q,q) & 0 & \cdots & 0 & d_{4,y}(-q+1) \\ 0 & \cdots & 0 & c_{3,y}(q-1,q) & c_{3,y}(q,q) & \cdots & 0 & d_{4,y}(-q+2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & c_{3,y}(1,q) & c_{3,y}(2,q) & \cdots & c_{3,y}(q,q) & d_{4,y}(0) \\ 0 & \cdots & 0 & c_{3,y}(0,q) & c_{3,y}(1,q) & \cdots & c_{3,y}(q-1,q) & d_{4,y}(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & c_{3,y}(-q+1,q) & c_{3,y}(-q+2,q) & \cdots & c_{3,y}(0,q) & d_{4,y}(q) \end{bmatrix}$$

TABLE 1. SIMULATION RESULT FROM 30 MONTE CARLO RUNS (q=1)

Paremeter		C(q,k)	GMT1		GMT2		Proposed method	SNR
			NF	WG	NF	WG		
h(1)	mean	-0.805	-0.807	-0.810	-0.810	-0.824	-0.798	
-0.80	σ	0.036	0.016	0.023	0.023	0.055	0.025	∞
	RMS	0.036	0.018	0.025	0.026	0.060	0.025	
h(1)	mean	-0.816	-0.795	-0.813	-0.780	-0.820	-0.800	10dB
-0.80	σ	0.031	0.017	0.027	0.024	0.051	0.029	white
	RMS	0.035	0.018	0.030	0.032	0.055	0.029	
h(1)	mean	-0.820	-0.786	-0.816	-0.745	-0.826	-0.799	10dB
-0.80	σ	0.031	0.019	0.028	0.027	0.051	0.030	colored
	RMS	0.037	0.024	0.032	0.061	0.057	0.030	
h(1)	mean	-0.817	-0.777	-0.816	-0.697	-0.819	-0.801	5dB
-0.80	σ	0.040	0.028	0.040	0.032	0.062	0.039	white
	RMS	0.043	0.036	0.044	0.108	0.064	0.039	
h(1)	mean	-0.826	-0.760	-0.822	-0.547	-0.849	-0.790	5dB
-0.80	σ	0.038	0.037	0.042	0.036	0.093	0.043	colored
	RMS	0.046	0.055	0.049	0.255	0.101	0.043	
h(1)	mean	-0.821	-0.767	-0.825	-0.485	-0.819	-0.799	0dB
-0.80	σ	0.084	0.096	0.088	0.045	0.119	0.071	white
	RMS	0.087	0.102	0.091	0.318	0.121	0.071	
h(1)	mean	-0.844	-0.915	-0.839	-0.099	-0.856	-0.787	0dB
-0.80	σ	0.097	0.393	0.110	0.049	0.159	0.076	colored
	RMS	0.106	0.410	0.117	0.703	0.169	0.077	

이제 $h(k)$, k=1, 2, …, q의 추정값을 다음과 같이 두자.

$$\hat{h}(k) = \sqrt[3]{\hat{h}^3(k)}. \tag{15}$$

만일 정규 관측잡음 $w(k)$가 더해졌다면, $z(k)$의 3차와 4차 누가적률대신에 $y(k)$의 3차와 4차 누가적률을 써서 (14)와 (15)로 $h(k)$의 추정값을 얻을 수 있다. 왜냐하면, 정규 관측잡음에 대해서는 $c_{3,z}(m_1, m_2)=c_{3,y}(m_1, m_2)$이고 $c_{4,z}(m_1, m_2, m_3)=c_{4,y}(m_1, m_2, m_3)$이기 때문이다. 앞에서도 말했듯이, 상관을 쓰는 알고리듬은 정규 관측잡음의 영향을 매우 많이 받는다. 왜냐하면, $c_{2,z}(m)=c_{2,y}(m)+c_{2,w}(m)$이기 때문이다. 그러나, 이

TABLE 2 (a). SIMULATION RESULT FROM 30 MONTE CARLO RUNS
(q=3, SNR=∞, and 10dB)

Paremeter		C(q,k)	GMT1		GMT2		Proposed	SNR
			NF	WG	NF	WG	method	
h(1)	mean	0.875	0.870	0.879	0.867	0.883	0.867	
0.90	σ	0.090	0.084	0.076	0.103	0.079	0.087	
	RMS	0.093	0.089	0.079	0.108	0.081	0.093	
h(2)	mean	0.798	0.766	0.747	0.764	0.743	0.745	
0.79	σ	0.099	0.104	0.139	0.108	0.148	0.053	∞
	RMS	0.099	0.107	0.145	0.111	0.155	0.069	
h(3)	mean	-0.762	-0.719	-0.702	-0.713	-0.724	-0.726	
-0.745	σ	0.135	0.068	0.098	0.091	0.101	0.108	
	RMS	0.136	0.073	0.107	0.097	0.103	0.110	
h(1)	mean	0.891	0.862	0.876	0.849	0.876	0.858	
0.90	σ	0.113	0.088	0.081	0.129	0.086	0.102	
	RMS	0.113	0.095	0.085	0.139	0.089	0.110	
h(2)	mean	0.808	0.796	0.745	0.832	0.729	0.736	10dB
0.79	σ	0.114	0.116	0.158	0.137	0.155	0.067	white
	RMS	0.115	0.116	0.164	0.144	0.166	0.086	
h(3)	mean	-0.778	-0.733	-0.703	-0.751	-0.715	-0.711	
-0.745	σ	0.149	0.073	0.109	0.114	0.111	0.128	
	RMS	0.152	0.074	0.116	0.114	0.115	0.132	
h(1)	mean	0.877	0.839	0.871	0.805	0.950	0.852	
0.90	σ	0.109	0.084	0.087	0.132	0.102	0.096	
	RMS	0.111	0.104	0.092	0.163	0.114	0.108	
h(2)	mean	0.793	0.766	0.634	0.754	0.659	0.744	10dB
0.79	σ	0.114	0.104	0.261	0.141	0.161	0.070	colored
	RMS	0.114	0.107	0.304	0.146	0.207	0.084	
h(3)	mean	-0.778	-0.687	-0.623	-0.650	-0.670	-0.715	
-0.745	σ	0.139	0.067	0.107	0.093	0.120	0.127	
	RMS	0.143	0.089	0.162	0.133	0.142	0.130	

TABLE 2 (b). SIMULATION RESULT FROM 30 MONTE CARLO RUNS
(q=3, SNR=5dB, and 0dB)

Paremeter		C(q,k)	GMT1		GMT2		Proposed method	SNR
			NF	WG	NF	WG		
h(1)	mean	0.908	0.861	0.870	0.744	0.866	0.853	5dB white
0.90	σ	0.151	0.108	0.100	0.140	0.102	0.110	
	RMS	0.151	0.115	0.104	0.210	0.108	0.120	
h(2)	mean	0.818	0.861	0.752	0.869	0.722	0.732	
0.79	σ	0.154	0.151	0.191	0.185	0.188	0.076	
	RMS	0.156	0.167	0.195	0.201	0.200	0.096	
h(3)	mean	-0.794	-0.758	-0.699	-0.748	-0.708	-0.702	
-0.745	σ	0.188	0.095	0.136	0.115	0.133	0.145	
	RMS	0.194	0.096	0.143	0.115	0.138	0.151	
h(1)	mean	0.880	0.790	0.832	0.617	1.046	0.839	5dB colored
0.90	σ	0.134	0.093	0.109	0.155	0.176	0.112	
	RMS	0.135	0.144	0.128	0.323	0.229	0.128	
h(2)	mean	0.793	0.763	-0.207	0.687	0.488	0.737	
0.79	σ	0.151	0.117	0.620	0.153	0.188	0.088	
	RMS	0.151	0.120	0.174	0.185	0.356	0.103	
h(3)	mean	-0.791	-0.628	-0.159	-0.497	-0.501	-0.706	
-0.745	σ	0.169	0.076	0.469	0.095	0.151	0.148	
	RMS	0.175	0.139	0.751	0.266	0.287	0.153	
h(1)	mean	0.964	0.907	0.825	0.468	0.793	0.783	0dB white
0.90	σ	0.309	0.231	0.289	0.206	0.158	0.284	
	RMS	0.315	0.231	0.298	0.479	0.191	0.317	
h(2)	mean	0.866	1.022	0.739	0.903	0.717	0.693	
0.79	σ	0.317	0.369	0.525	0.308	0.340	0.144	
	RMS	0.326	0.436	0.527	0.328	0.348	0.174	
h(3)	mean	-0.853	-0.821	-0.706	-0.681	-0.670	0.646	
-0.745	σ	0.360	0.211	0.255	0.184	0.208	0.258	
	RMS	0.375	0.224	0.258	0.195	0.221	0.276	
h(1)	mean	0.908	0.517	0.295	0.195	0.573	0.690	0dB colored
0.90	σ	0.233	1.041	1.373	0.181	0.544	0.354	
	RMS	0.234	1.109	1.500	0.728	0.635	0.409	
h(20	mean	0.830	0.886	-5.794	0.505	0.348	0.664	
0.79	σ	0.296	1.260	20.203	0.159	0.177	0.246	
	RMS	0.299	1.263	21.249	0.326	0.476	0.276	
h(3)	mean	-0.854	-0.429	4.713	-0.191	0.091	-0.613	
-0.745	σ	0.343	0.313	14.263	0.084	0.238	0.292	
	RMS	0.360	0.445	15.272	0.560	0.870	0.317	

논문에서 제안된 알고리듬은 상관을 쓰지 않으므로 그 성능이 정규 관측잡음에 대해 민감하지 않은 것이 장점이다.

3. 모의실험결과

이 논문에서 생각한 알고리듬의 특성을 좀 더 자세히 살펴볼 수 있도록 아래와 같은 모의실험을 수행하였다.

입력신호 $v(k)$로 독립인 지수분포 확률변수를 (σ^2_v=1, $\gamma_{3,v}$=2, 그리고 $\gamma_{4,v}$=6)썼고, 보기마다 30회의 몬테카를로방법을 썼으며, 3차와 4차 누가적률을 추정하는데 5120개의 자료를 썼다. 표1과 2는 아래의 두 보기에 대해 이동평균 매개변수의 참값, 추정값, 추정오차의 평균제곱의 제곱근을 보여주는 것이며, σ는 추정매개변수의 표준편차이다.

한편, 백색 또는 유색 정규 관측잡음 $w(k)$가 시스템 출력 $y(k)$에 더해진다고 하면 신호대 잡음비는, $N_o=E\{w^2(k)\}$일 때

$$\mathrm{SNR} = 10\log_{10}\left(\frac{\sum_{i=0}^{q} h^2(i)}{N_0}\right). \tag{16}$$

제안된 방법을 〔2〕의 GMT1방법과 〔3〕의 GMT2방법과 견주어 보았다. GMT1방법과 GMT2방법을 쓰려면 잡음환경에 대한 정보가 있어야 하므로, 이들 방법을 실제 상황과 관계없이 잡음이 없을 (NF)때와 백색정규잡음(WG) 환경일 때에 쓴 것이라고 가정하였다.

한편, 유색정규잡음이 p차($p \le \bar{q}$=〔$(q-1)/2$〕, 〔γ〕는 γ보다 작거나 같은 가장 큰 정수) 이동평균 잡음이라고 알려졌다면 GMT1방법과 GMT2방법은 여러 식을 버려야만 시스템 매개변수의 일치(consistent)추정량을 얻어낼 수 있으므로 성능이 매우 떨어지게 된다. 만약 $p>\bar{q}$이면, GMT1방법과 GMT2방법으로는 일치추정량을 얻어낼 수 없다. 그러나, 제안된 방법은 이러한 경우에도 일치추정량을 얻어낼 수 있다.

보기 1: 이동평균 시스템이 다음과 같다고 하자.

$$y(k)=v(k)-0.8v(k-1).$$

그리고, 유색 관측잡음은 다음과 같다고 하자.

$$w(k)=e(k)+0.5e(k-1).$$

여기서 $e(k)$는 서로 독립이고 같은 분포를 갖는 정규확률변수이다. 표 1에는 몬테카를로 방법으로 얻은 결과가 나와있는데, GMT1방법과 GMT2방법은 잡음환경에 민감함을 알 수 있다. 그러나, 제안된 방법은 잡음환경의 영향을 크게 받지 않는다는 것을 알 수 있다. 게다가, GMT1방법과 GMT2방법은 잡음이 백색이 아니면, 잡음이 백색일 때에 견주어 그 성능이 크게 달라진다. 한편, 제안된 알고리듬은 GMT1방법과 GMT2방법보다 잡음의 유색성때문에 일어나는 영향을 덜 받는다는 것도 알 수 있다.

보기 2: 이동평균 시스템이 다음과 같다고 하자.

$$y(k)=v(k)+0.9v(k-1)+0.79v(k-2)-0.745v(k-3).$$

그리고, 유색 관측잡음은 다음과 같다고 하자.

$$w(k)=e(k)+0.5e(k-1)-0.25e(k-2)+0.5e(k-3).$$

보기 2에 대해서 몬테카를로 방법을 써서 얻은 결과가 표 2에 나와있는데, 보기 1의 결과와 비슷함을 알 수 있다.

4. 맺음말

잡음이 섞여있는 출력관측값으로부터 이동평균시스템의 매개변수를 추정하는 이제까지의 방법은 누가적률과 상관을 함께 쓰거나 3차 또는 4차 누가적률만을 썼으나, 이 논문에서는 3차와 4차 누가적률을 함께 쓰는 선형 방법을 제안하고 그 성능을 살펴보았다. 3차와 4차 누가적률을 함께 쓰는 방법은 상관을 쓰는 방법이나 3차 또는 4차 누가적률만을 쓰는 방법보다 잡음의 영향을 덜 받으면서 더 많은 정보를 쓰게 되어 성능이 좋아진다고 할 수 있다. 이 방법을 쓰려면 입력수열이 비대칭적인 확률밀도함수를 가져야 하는데, 만일 입력수열의 확률밀도함수가 대칭이면 입력수열을 적절히 변환하여 쓸 수 있다.

모의실험 결과에서 알 수 있듯이, 제안된 알고리듬은 측정잡음이 백색 정규잡음인지 유색 정규잡음인지 알 필요 없이 좋은 성능을 보여, 이러한 경우에는 다른 방법들보다 더 쓸모있다.

참고문헌

1. G. B. Giannakis and J. M. Mendel, "Identification of nonminimum phase systems using higher order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Proc.*, vol. 37, pp.360-377, Mar., 1989.
2. J. K. Tugnait, "Approaches to FIR system identification with noisy data using higher order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. 38, pp.1307-1317, July, 1990.
3. J. K. Tugnait, "New results on FIR system identification using higher order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. 39, pp.2216-2221, Oct., 1991.
4. G. B. Giannakis and J. M. Mendel, "Cumulant-based order determination of non-Gaussia ARMA models," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc.*, vol. 38, pp.1411-1423, Aug., 1990.
5. B. Jelonnek and K.-D. Kammyer, "Improved methods for the blind system identification using higher order statistics," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 40, pp.2947-2960, Dec., 1992.
6. F. Zheng, S. McLaughlin, and B. Mulgrew, "Blind equalization of nonminimum phase channels: higher order cumulant based algorithm," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 41, pp.681-691, Feb., 1993.
7. S. Mo and B. Shafai, "A convergent algorithm for FIR system identification using higher-order cumulants," *Proc. ICASSP*, vol. IV, pp.508-511, Minneapolis, MN, USA, Apr., 1993.

羅 允 正(Yoon Jeong Na) 정회원

1969년 1월 14일

1988년 3월~1992년 2월 : 서울대학교 전기공학과 (공학사)

1992년 3월~1994년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)

현재 : 한국방송공사 기술연구소

※ 주관심 분야 : 통계학적 신호처리

金 光 淳(Kwang Soon Kim) 정회원

1972년 9월 20일

1990년 3월~1994년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학사(최우등)

1994년 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 수석 졸업

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과

※주관심 분야 : 통계학적 신호처리, 스펙트럼 추정, 이동통신

한국통신학회 논문지 제20권 제4호 참조.

宋 翊 鎬(Iickho Song) 정회원

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과

한국통신학회 논문지 제20권 제4호 참조.

李 容 業(Yong Up Lee) 정회원

현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과, 삼성전자 통신기술연구소

한국통신학회 논문지 제20권 제4호 참조.

李 成 魯(Sung Ro Lee) 정회원

1959년 10월 28일

고려대학교 전자공학과(공학사)

1988년 3월~1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)

1990년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사 과정 재학중

※주관심 분야 : 통계학적 신호처리