

신호 부공간 회전을 이용한 협대역 코히어런트 신호의 방향탐지

正會員 金榮洙*

Direction Finding of Narrowband Coherent Signals Using Rotation of Signal Subspace

Young Soo Kim* Regular Member

이 논문은 94년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과임
과제번호 : 941-0900-064-2

要 約

임의 배열 안테나로 입사하는 협대역 코히어런트 신호의 도래각을 추정하기 위한 전처리 알고리즘인 SDVTA-ROSS 방법을 제안한다. 한 부공간을 다른 부공간으로 회전시키는 최적의 직교변환행렬을 최소제곱면에서 구하는 알고리즘으로써 SDVTA 방법과 신호부공간회전 방법을 결합한 일반적인 협대역 코히어런트 알고리즘이다. 제안된 알고리즘의 높은 성능을 보여주기 위하여 SDVTA-LSE 알고리즘과 비교한 시뮬레이션 결과를 제시한다.

ABSTRACT

We present a preprocessing algorithm that circumvents the difficulties arising from direction-of-arrival estimation of narrowband coherent signals incident on a general array. An effective procedure is first derived for finding the optimal transformation matrix which rotates one subspace into another one as closely as possible in the least squares sense, and then this algorithm is applied to the solution to general narrowband coherency problem in conjunction with Signal Decorrelation via Virtual Translation of Array (SDVTA). Simulation results are shown to illustrate the high performance of this new approach relative to that obtained with SDVTA-Least Squares Error (LSE).

*Dept. of Radio Science and Engineering, Kyung Hee University
論文番號 : 95096-0309
接受日字 : 1995年 3月 9日

I. 서 론

인코히어런트 신호의 도래각을 추정하는 여러가지 방향탐지 알고리즘들이 제안되어 왔으며 특히 고유특성을 이용하는 방법들로는 MUSIC^[1], SEM^[2], Min-Norm^[3] 방법 등을 들 수 있다. 그러나, 이 방법들은 입사신호들이 상호 상관관계를 갖는 코히어런트 신호인 경우 어레이의 공분산 행렬이 비정칙 (singular) 특성을 나타내므로 효율적으로 도래각을 추정할 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 Spatial Smoothed MUSIC^[4], MSS-MUSIC^[5], SEM^[2] 등이 발표되었다.

위에서 언급한 방법들은 입사신호들이 오직 등간격 선형 배열 안테나로 입사하는 경우에만 우수한 분해능을 보여주며 임의 배열 안테나에서는 코히어런트 신호를 전혀 분리 추정할 수 없다. 실제 환경에서 이러한 제약은 효율적인 알고리즘으로 사용되기가 어려우며 응용의 다양성 면에서 한계성을 나타낸다. 따라서, 배열 안테나를 구성하고 있는 각 소자의 배열에 관계없이 코히어런트 신호를 탐지하고 추정할 수 있는 알고리즘을 개발하는 것은 매우 중요하다.

Rendas 와 Moura는 Wang-Kaveh'의 Coherent Signal Subspace Method (CSM) 에서 사용한 변환행렬개념을 이용하여 임의 센서어레이로 입사하는 코히어런트 신호의 도래각 추정 문제를 해결하였고^[6], Friedlander는 선형 보간법 및 가상 어레이를 이용한 Spatial Smoothing with Interpolated Array를 발표하였다^[7]. 이 방법은 Rendas와 Moura 방법과 원리면에서 거의 똑같으며 변환행렬 구성시 필요한 초기 도래각 추정값을 공간상에서의 선형 보간법을 이용하여 선택하였다.

그러나 보간오차 때문에 이 방법은 근본적으로 도래각 추정치의 바이어스가 존재하며 등간격 선형 어레이를 가상 어레이로 사용하기 때문에 입사신호의 양각을 추정하지 못하는 단점이 있다^[8]. 또한 Spatial Smoothing 기술을 사용하므로 효율적인 애퍼츄어 길이가 작아져서 도래각 분해능이 떨어진다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 최근에 Singal Decorrelation via Virtual Translation of Array(SDVTA) 알고리즘이 발표되었다^[9]. 이 방법은 공간상에서 임의 센서어레이를 가상적으로 적당히 이동시켜서 새로운 가상 어레이를 구성하고 각 어레이의 공분산 행렬의 평균을 취해줌으로써 코

히어런트 신호를 분리 추정할 수 있었다. [9]에서 제시한 방법은 최적변환 행렬을 구하기 위하여 의사 역행렬을 이용하는 최소제곱오차방법을 사용하였기 때문에 이 논문에서는 SDVTA-LSE 방법이라 일컫는다.

이 논문에서는 임의 센서어레이로 입사하는 다중 협대역 코히어런트 신호의 도래각을 효율적으로 분리 추정할 수 있는 Singal Decorrelation via Virtual Translation of Array-ROtation of Signal Subspace(SDVTA-ROSS) 방법을 제안한다. 이 방법은 한 신호부공간을 Frobenius norm 면에서 가장 가까운 다른 신호 부공간으로 회전시키는 방법과 SDVTA 개념을 결합한 방법이다. SDVTA-ROSS 알고리즘은 직교변환행렬을 사용하므로 비직교행렬을 사용하는 SDVTA-LSE 방법 보다 잡음에 강하고 분해능면에서 상대적으로 월등한 성능을 보여준다.

II. 신호모델 및 공분산행렬

3차원 공간상의 센서 위치벡터인 z_1, z_2, \dots, z_M 에 놓여 있는 M개의 등방성 센서로 구성되어 있는 어레이로 k_1, k_2, \dots, k_N 방향을 가진 N개의 협대역 신호가 입사된다고 생각하면 m번째 센서에서 수신된 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N f_n(t) \exp[j(\omega_0 \tau_n(m) + \varphi_n)] + \eta_m(t) \quad (1)$$

$$\tau_n(m) = \underline{k}_n' \underline{z}_m / c \quad 1 \leq m \leq M$$

$$\underline{k}_n = [\cos\psi \cos\theta, \cos\psi \sin\theta, \sin\psi]'$$

여기에서 c 는 신호의 전파속도, ω_0 는 중심주파수, φ_n 는 n번째 신호의 위상이고, $\eta_m(t)$ 는 m번째 센서에서의 부가성 잡음이다. ψ 는 양각이고, θ 는 방위각을 나타내며, ""'는 전치행렬 연산자를 나타낸다. 도래각 추정 문제는 결국 식(1)에서 시간지연함수인 $\tau_n(m)$ 을 추정하는 것이다. 센서어레이로 입사한 신호의 중요한 정보인 도래각은 물론 입사 평면파 신호의 갯수를 추정하기 위해서는 신호의 공간 공분산행렬을 이용하며 이는 신호의 탐지 및 추정에서 매우 유용한 도구로 사용된다. 어레이의 $M \times M$ 공간 공분산행렬은 식(2)와 같이 표시될 수 있음은 잘 알려져 있다^[2].

$$R_x = E[\underline{x}(t)\underline{x}^*(t)] = SR_r S^* + \sigma^2 R_\eta \quad (2)$$

여기에서 “*”는 복소전치행렬을 나타낸다. 위 식에서 $N \times N$ 신호 공분산행렬 R_f 와 $M \times M$ 잡음 공분산행렬 R_η 는 각각

$$R_f = E(\underline{f}(t) \underline{f}^*(t)), \sigma^2 R_\eta = E(\underline{\eta}(t) \underline{\eta}^*(t)) \quad (3)$$

와 같이 주어지며 “E”는 기대값을 나타낸다.

위 식에서 $S, \underline{x}(t), \underline{f}(t), \underline{\eta}(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \underline{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]' \in c^M \\ S &= [s(\omega_0, k_1), s(\omega_0, k_2), \dots, s(\omega_0, k_N)] \in c^{M \times N} \\ \underline{f}(t) &= [f_1(t) \exp(j\beta_1), f_2(t) \exp(j\beta_2), \dots, f_N(t) \exp(j\beta_N)]' \\ s(\omega_0, k_n) &= [\exp(j\omega_0 \tau_n(1)), \exp(j\omega_0 \tau_n(2)), \dots, \exp(j\omega_0 \tau_n(M))] \\ \underline{\eta}(t) &= [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_M(t)]' \in c^M \end{aligned}$$

실제적인 응용에서 여러가지 알고리즘을 적용하기 위해서는 공분산행렬은 추정되어야 하며 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{R}_x = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \underline{x}(t_l) \underline{x}(t_l)^* = \frac{1}{L} \underline{X} \underline{X}^* \quad (4)$$

여기서

$$\underline{X} = [\underline{x}(t_1), \underline{x}(t_2), \dots, \underline{x}(t_L)] \quad (5)$$

이고, \underline{X} 는 $M \times L$ 복소행렬이다. 입사신호가 복소 에르되 랜덤과정이면 식(4)는 접근 불편 추정치를 나타낸다.

III. SDVTA-LSE 알고리즘

배열 안테나의 기하학적 구조는 방향탐지 시스템 설계 시 요구사항과 직접적인 관련이 없이 정해질 수 있는데 이는 어레이의 애퍼츄어 크기, 안테나 소자 수, 어레이가 설치될 플랫폼의 모양에 따라 결정될 수 있기 때문이다. 그리하여 어레이 소자의 실제적인 위치에 관계없이, 곧 어레이 구조 및 입사 신호의 종류에 무관하게 도래각을 효율적으로 추정할 수 있는 방향탐지 알고리즘을 개발하는 것은 매우 중요하다.

SDVTA 방법의 기본 개념은 CSM 개념과 Spatial Smoothing 개념을 결합한 것이다. 곧 어레이 공분산행렬의 차수를 신호갯수와 일치시키기 위하여 Spatial Smoothing 방법에서 사용한 부어레이 대신 실제 어레이

이를 일정한 간격만큼 이동시켜 형성한 가상어레이를 사용한다. 가상 어레이의 공분산행렬은 실제 어레이로부터 추정된 공분산행렬을 변환시켜서 얻을 수 있으며 이때 적당한 변환행렬 선택이 필요하다⁹⁾.

실제 어레이를 Δ_j 만큼 이동시켜 형성된 가상 어레이의 snapshot 벡터를 $\underline{y}_j(t)$ 로 표시하면 $\underline{y}_j(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\underline{y}_j(t) = S(\underline{k}) D(\underline{k}, \Delta_j) \underline{f}(t) + \underline{\eta}_j(t) \text{ for } j=0, 1, 2, \dots, J-1 \quad (6)$$

여기서 $N \times N$ 대각행렬 $D(\underline{k}, \Delta_j)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} D(\underline{k}, \Delta_j) &= \text{diag}(\exp(j\omega_0 \underline{k}_1' \Delta_j/c), \\ &\exp(j\omega_0 \underline{k}_2' \Delta_j/c), \dots, \exp(j\omega_0 \underline{k}_N' \Delta_j/c)) \end{aligned} \quad (7)$$

($J-1$)은 가상 어레이의 갯수를 표시하고 $\underline{y}_0(t)$ 는 실제 배열 안테나의 snapshot 벡터를 나타낸다. $\Delta_0(t)$ 는 영벡터를 나타내는 3차원 벡터이다. $S(\underline{k})$ 와 $D(\underline{k}, \Delta_j)$ 가 rank N 을 갖는다면 다음에 주어진 식을 만족하는 $M \times M$ 변환행렬 $T(\underline{k}, \Delta_j)$ 가 존재한다⁹⁾.

$$S(\underline{k}) D(\underline{k}, \Delta_j) = T(\underline{k}, \Delta_j) S(\underline{k}) \text{ for } j=0, 1, 2, \dots, J-1 \quad (8)$$

실제환경에서 조종 행렬 $S(\underline{k})$ 는 알 수 없기 때문에 최적 변환행렬 $T(\underline{k}, \Delta_j)$ 를 결정하는 것은 매우 어려운 일이다. 이를 해결하는 방법으로 광대역 알고리즘인 CSM 방법은 초기추정치를 사용하여 변환행렬을 구하는 방법을 제안하였으며 이와 같은 방법을 이용하여 SDVTA도 변환행렬을 구성하였다. 곧 입사신호의 도래각은 추정된 초기 추정각의 주위에 위치한다고 가정하여 M 개의 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ 을 설정하였다.

$$\begin{aligned} S(\underline{\alpha}) &= [s(\alpha_1), s(\alpha_2), \dots, s(\alpha_M)] \in c^{M \times M} \\ s(\alpha) &= (\exp(j\omega_0 \underline{\alpha}' \underline{z}_1/c), \\ &\exp(j\omega_0 \underline{\alpha}' \underline{z}_2/c), \dots, \exp(j\omega_0 \underline{\alpha}' \underline{z}_M/c))' \end{aligned} \quad (9)$$

초기치를 이용하여 $S(\underline{\alpha})$ 와 $D(\underline{\alpha}, \Delta_j)$ 를 구성한 다음 식(8)를 만족하는 최적 변환행렬을 구하는 방법은 매우 다양하다. SDVTA는 최소제곱오차법을 이용하여 도래각을 추정하였다.

$$T(\underline{\alpha}, \Delta_j) = S(\underline{\alpha}) D(\underline{\alpha}, \Delta_j) S^*(\underline{\alpha}) \quad (10)$$

여기에서 “+”는 의사 역행렬을 표시한다.

식(2)와 (8)로 부터 j 번째 가상어레이의 공분산 행렬

은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E\{y_j(t) y_j^*(t)\} = T(k, \Delta_j) R_x T^*(k, \Delta_j) \quad (11)$$

(J-1)개의 변환공분산행렬을 평균 취하면 평균 공분산행렬 \bar{R}_x 는

$$\bar{R}_x = S(k) \bar{R}_x S^*(k) + \sigma^2 \bar{R}_v \quad (12)$$

여기서

$$\bar{R}_f = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} D(k, \Delta_j) R_f D^*(k, \Delta_j)$$

$$\bar{R}_v = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} T(k, \Delta_j) R_v T^*(k, \Delta_j) \quad (13)$$

이며 각각 신호 공분산행렬 R_f 와 잡음 공분산행렬 R_v 를 Spatial Smoothing 하여 얻은 추정치로 관찰됨을 알 수 있다. 코히어런트 신호인 경우 식(13)에서 R_f 는 비정칙특성을 갖으나 \bar{R}_f 는 rank N을 갖는 정칙임이 [4]에서 입증되었다. [9]에서 Δ_j 의 최적값에 대한 이론적인 분석을 정립하지 못하였으며 다만 경험적으로 Δ_j 의 최적값을 [2λ, 0, 0]로 선택하였다.

IV. SDVTA-ROSS 알고리즘

어떤 주어진 행렬을 다른 행렬로 변환하거나 또는 주어진 비직교행렬을 직교행렬로 변환하는 문제(Frobenius norm면에서 가장 가까운 행렬을 찾는 문제)는 시스템 인식, 도래각 추정, 통계분석등 다양한 응용분야에서 자주 발생한다.

먼저 3차원 공간에서의 1차원 부공간의 회전을 고려해 본다. 그림.1에서 \underline{a} 와 \underline{b} 에 의해서 각각 span 되는 부공간 Y_a 와 Y_b 는 같은 선상에 배열될 수 있으므로 부공간 Y_b 는 직교행렬 T에 의해서 부공간 Y_a 로 회전될 수 있다. 여기서 직교행렬 T는 $T\underline{b}$ 의 l_2 -norm을 변경하지 않으면서 $\|\underline{a} - T\underline{b}\|_2$ 이 최소화되도록 선택된다는 것이 중요하다.

이러한 기본 개념은 직관적으로 고차원으로 확장될 수가 있다. 한 부공간이 다른 부공간으로 회전될 수 있는 가능성을 다음 정리에서 살펴본다.

정리 4.1: 같은 차수를 갖는 두개의 $m \times n$ 복소 행렬 A와 B가 있을때 $\|A - TB\|_F$ 를 최소화하는 최적 직교행렬 T는 다음과 같이 주어진다.

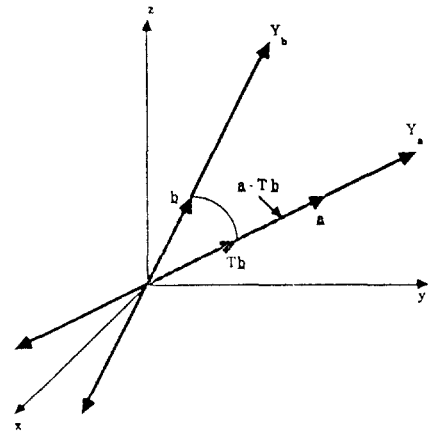


그림 1. 1차원 부공간 회전에 대한 3차원 공간에서의 기하학적 해석

$$T = VU^* \quad (14)$$

여기서 $\|\cdot\|_F$ 는 유클리디안 또는 Frobenius norm이며 직교행렬 U와 V는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 BA^* &= U \Sigma V^* \\
 U &= [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots, \underline{u}_m], \quad V = [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_m] \\
 \Sigma &= \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m] \text{ 여기서 } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0 \quad (15)
 \end{aligned}$$

σ_k 는 singular value이고 \underline{u}_k 와 \underline{v}_k 는 각각 $m \times 1$ 정규화된 직교 left singular vector와 right singular vector를 나타낸다. 정리 4.1에 대한 증명은 [11]과 [12]에 자세히 설명되어 있다. 정리 4.1의 최적화 문제에서 Range of A와 Range of TB가 완전하게 일치한다고 하여도 정규화 오차인 $\|A - TB\|_F / \|A\|_F$ 은 비교적 큰 값을 가질 수 있다. 이러한 현상은 직교 변환행렬 T는 결코 행렬 B의 Frobenius norm을 변경하지 않기 때문에 나타나는 것이다.

최적화 문제에서 중요하게 고려되어야 할 문제중의 하나가 유일성이다. 직교 변환행렬 T는 BA^* 의 singular value가 서로 다르고 0이 아닌 양의 값을 가질 경우와 BA^* 의 singular value가 다중 양의 값을 가질 경우에는 유일성을 갖는다. 그러나 BA^* 의 singular value가 여러개의 0값을 가질 경우에는 유일한 형태를 갖지 못한다^[11].

정리 4.1을 협대역 코히어런트 신호의 도래각 추정

문제에 효율적으로 적용하기 위하여 먼저 다음에 주어진 최소화 문제를 고려해 본다.

$$\min_T \|S(\underline{\alpha})D(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j) - T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)S(\underline{\alpha})\|_F \text{ for } j = 0, 1, 2, \dots, J-1 \quad (16)$$

여기서 $\underline{\alpha}$ 는 전처리과정에 의하여 추정된 초기값으로 가정하였고 $\underline{\Delta}_j$ 는 j 번째 변위벡터를 나타낸다. 위의 식 (16)을 만족하는 변환행렬 T 는 스티어링 행렬 $S(\underline{\alpha})$ 의 선택에 따라 여러가지 형태로 결정될 수 있다. [9]에서는 Hung과 Kaveh가 제안한 Dummy Direction-Vector Constrained(DDVC) Focusing 행렬을 선택하였다.

식(9)에서 $\underline{\alpha}_m$ 은 다음과 같은 방법으로 구해진다.

$$\begin{aligned} \underline{\alpha}_m &= \underline{\alpha}_1 + (m-1)\underline{\Delta\alpha} \text{ for } m = 1, 2, \dots, M \\ \underline{\Delta\alpha} &= \frac{(\underline{\alpha}_M - \underline{\alpha}_1)}{(M-1)} \end{aligned} \quad (17)$$

일반적으로 비직교행렬에 의한 부공간 변환은 직교행렬에 의한 변환보다 낮은 성능을 보여주는 것으로 알려져 있다. 이러한 현상은 비직교 행렬이 전처리 과정을 수행하는 동안 어레이의 신호대 잡음비를 작게 하는 요인으로 작용할 수 있기 때문이다. 그러나 직교 변환행렬을 사용하는 경우 분해능면에서 비직교행렬보다 월등함이 [13]에서 입증되었다.

식(16)을 이용한 다중 코히어런트 신호의 도래각 추정 알고리즘을 SDVTA-LSE로 일컫는다. 직교변환행렬이 좋은 성능을 나타내므로 직교변환행렬을 효율적으로 선택할 수 있는 방법을 이 논문에서 제안하고 이를 SDVTA-ROSS로 명명한다.

비직교행렬의 낮은 분해능 성능을 개선하기 위하여 변환행렬 T 가 직교행렬이라는 제한조건을 부가함으로써 새로운 제한 최소화 문제를 고려해 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_T \|S(\underline{\alpha})D(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j) - T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)S(\underline{\alpha})\|_F \\ \text{subject to } T^*T = I_{M \times M} \end{aligned} \quad (18)$$

기하학적으로는 $\{\underline{\alpha}_j\}$ 로 구성된 실제 어레이의 신호 부공간을 가상 어레이의 신호 부공간으로 가능한 한 Frobenius norm 의미에서 가까이 이동시키는 것을 나타내며 센서잡음의 공간 상관을 전혀 변경시키지 않는 신호부공간의 회전을 의미한다.

식(18)의 해는 (정리4.1)로부터 쉽게 구해질 수 있

다. 즉,

$$\begin{aligned} T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j) &= VU^* \quad j = 1, 2, \dots, J-1 \\ S(\underline{\alpha})D^*(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)S^*(\underline{\alpha}) &= U\Sigma V^* \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 선택한 $T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)$ 를 이용하면 완전한 신호부공간의 회전이 가능하지만 나머지 오차가 결코 0이 아니므로 실제로는 실제 어레이의 스티어링 행렬은 근사하게 가상어레이의 스티어링 행렬에 접근한다.

$$S(\underline{\alpha})D(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j) \approx T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)S(\underline{\alpha}) \quad (20)$$

식(20)로부터 j 번째 가상어레이의 공분산 행렬은 다음과 같이 주어지며

$$E\{y_j(t)y_j^*(t)\} \approx T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)R_xT^*(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j) \quad (21)$$

j 번째 가상어레이 센서 잡음의 공분산행렬은 다음과 같다.

$$E\{\eta_j(t)\eta_j^*(t)\} \approx \sigma^2T(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j)R_\eta T^*(\underline{\alpha}, \underline{\Delta}_j) \quad (22)$$

실제 어레이의 공분산행렬이 정칙이 되도록 하기 위해서, 즉, 신호 공분산 행렬이 무상관 성질을 갖도록 하기 위해서 식(13)에 주어진 바와 같이 각 가상어레이의 공분산 행렬을 평균 취한다. 다음에는 일반화된 고유치 해석을 matrix pencil(\bar{R}_x, \bar{R}_η)에 대하여 적용할 수 있다. 적당한 과정을 통하여 신호갯수 N 을 추정된 다음 N 개의 큰 고유벡터를 이용하여 MUSIC 또는 SEM 방법을 적용할 수 있으니 본 논문에서는 MUSIC 방법을 이용하여 다중 협대역 코히어런트 신호의 도래각을 추정하였다. SDVTA-ROSS 알고리즘의 연산과정을 표.1에 표시하였다.

표 1. SDVTA-ROSS 연산과정
Table 1. Steps of SDVTA-ROSS method

SDVTA-ROSS 알고리즘의 연산과정	
1	실제 어레이의 공분산 행렬 R_x 를 추정한다.
2	식 (17)에 주어진 방법으로 초기값벡터 $\underline{\alpha}$ 를 선택한다.
3	변위벡터 $\underline{\Delta}_j$ 를 결정한다.
4	식(9)에 주어진 스티어링 행렬을 구성한다.
5	식(19)에 주어진 직교변환행렬을 계산한다.(각 가상어레이에 대하여)
6	식(12)와 (13)에 주어진 \bar{R}_x 와 \bar{R}_η 를 추정한다.
7	일반화된 고유치 해석을 수행한다.
8	공분산행렬의 고유치 특성을 이용하는 협대역 알고리즘을 적용한다.

V. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

이 절에서는 제안된 SDVTA-ROSS 알고리즘의 통계적 성능이 우수함을 보이기 위하여 기존 SDVTA-LSE 알고리즘과 비교 분석한다. 제안된 알고리즘이 신호대 잡음비는 물론 변위벡터에 대한 민감도 면에서 훨씬 월등한 성능을 가지고 있음을 보여주기 위하여 신호대 잡음비와 변위벡터에 따른 알고리즘의 표본바이어스와 표본표준편차(STD)를 분석한다. 여기에서 수행된 모든 통계적 분석결과는 100번의 독립시행을 거쳐 각 시행마다 공분산행렬 추정치를 계산하여 도래각을 추정하였다. 컴퓨터 시뮬레이션에서 사용된 임의 어레이의 공간 좌표계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_1 &= [0.0, 2.0, 0.0]' & z_2 &= [1.3, 1.3, 0.0]' \\ z_3 &= [1.9, 0.0, 0.0]' & z_4 &= [1.5, -1.5, 0.0]' \\ z_5 &= [0.0, -1.8, 0.0]' & z_6 &= [-1.7, -1.7, 0.0]' \\ z_7 &= [-1.5, 0.0, 0.0]' & z_8 &= [-1.6, 1.6, 0.0]' \\ z_9 &= [2.0, -1.5, 0.0]' & z_{10} &= [1.0, -2.0, 0.0]' \\ z_{11} &= [-1.0, 1.0, 0.0]' & z_{12} &= [-2.5, 1.3, 0.0]' \end{aligned}$$

여기서 센서 간격의 단위는 입사 신호의 중심주파수에 대응하는 한 파장을 사용하였으며 정규화된 주파수는 $\omega_0 = 0.5\pi$ 를 사용하였다. 또한 입사신호는 두개의 협대역 코히어런트 신호로서 각각 80° 와 83° 로 입사하였으며 두 신호는 같은 전력을 갖고 한 신호의 위상은 다른 신

호와 80° 위상차이를 가지고 입사한다. 센서 잡음은 부가성 백색 정규 잡음으로서 평균이 0인 W.S.S 에르год 확률과정이며 입사신호와는 상호 무상관 관계에 있다. SDVTA 알고리즘을 이용하기 위하여 사용된 초기 추정치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (79.1, 79.5, 79.9, 80.3, 80.7, 81.1, \\ & 81.5, 81.9, 82.3, 82.7, 83.1, 83.5) \end{aligned}$$

위의 초기치를 선택한 방법은 MISIC 알고리즘을 이용한 전처리과정을 통하여 81.5° 를 선택한 다음 $\Delta\theta = 0.4^\circ$ 간격으로 센서 갯수 만큼 선정하였다. 위의 초기치는 SDVTA-LSE와 SDVTA-ROSS 두 방법에 똑같이 사용되었다.

두 협대역 코히어런트 신호는 각각 80° 와 83° 로 입사하였으며 사용된 샘플갯수는 $L=500$ 개이다. 변위벡터 Δ 는 SDVTA-LSE인 경우에 (9)에서 제안한 $[2\lambda, 0, 0]'$ 를 사용하였고 SDVTA-ROSS인 경우에는 $[5\lambda, 0, 0]'$ 를 사용하였으며 두 경우 모두 비교적 성능이 좋게 나타나는 경우에 해당된다. 위의 조건을 이용하여 얻은 통계적 결과를 표.2와 3에 표시하였다. 이 결과로부터 SDVTA-LSE는 신호대 잡음비가 15dB 이하인 경우에는 두 코히어런트 신호를 효율적으로 분리하지 못하였으나 SDVTA-ROSS는 신호대 잡음비의 대소에 관계없이 효율적으로 분리 추정함을 알 수 있다. 더구나 신호대 잡음비가 20dB 이상인 경우에도 바이어스와 표본표준편차면에서 SDVTA-ROSS가 SDVTA-LSE보다 항상

표 2. 신호대 잡음비에 따른 SDVTA-LSE와 SDVTA-ROSS의 성능비교($\theta_1=80^\circ, L=500$)

Table 2. STD and Bias versus SNR for SDVTA-LSE and SDVTA-ROSS at bearing angle of 83°

Algorithm MEASURE SNR(dB)	SDVTA-LSE		SDVTA-ROSS	
	BIAS	STE	BIAS	STD
0	**	**	-0.2106	0.3388
5	**	**	-0.0650	0.1058
10	**	**	-0.0400	0.0606
15	**	**	-0.325	0.0371
20	-0.3263	0.4414	-0.0294	0.0326
25	-0.0994	0.1985	-0.0281	0.0313
30	-0.0344	0.0845	-0.0244	0.0306
35	-0.0150	0.0471	-0.0288	0.0313

표 3. 신호대 잡음비에 따른 SDVTA-LSE와 SDVTA-ROSS의 성능비교($\theta_1=80^\circ, L=500$)

Table 3. STD and Bias versus SNR for SDVTA-LSE and SDVTA-ROSS at bearing angle of 83°

Algorithm MEASURE SNR(dB)	SDVTA-LSE		SDVTA-ROSS	
	BIAS	STE	BIAS	STD
0	**	**	0.1794	0.3291
5	**	**	0.0281	0.1049
10	**	**	-0.0031	0.0618
15	**	**	-0.0100	0.0394
20	0.3363	0.4464	-0.0131	0.0324
25	0.0900	0.1947	-0.0094	0.0257
30	0.0344	0.0903	-0.0138	0.0260
35	0.0119	0.0620	-0.0088	0.0218

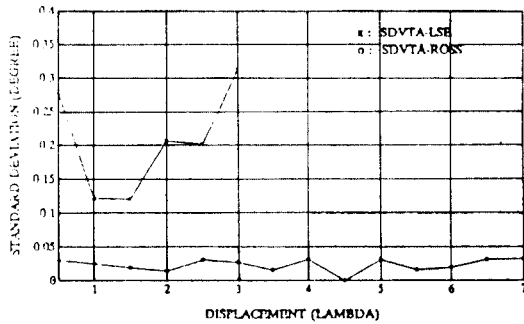
** : 두입사신호를 효율적으로 분리추정하지 못한 경우를 나타낸다. 변위벡터 : SDVTA-LSE($\Delta=[2\lambda, 0, 0]$) SDVTA-ROSS($\Delta=[5\lambda, 0, 0]$)

적은 값을 가지며 SDVTA-LSE의 약 1/10 정도의 크기로 나타남을 알 수 있다.

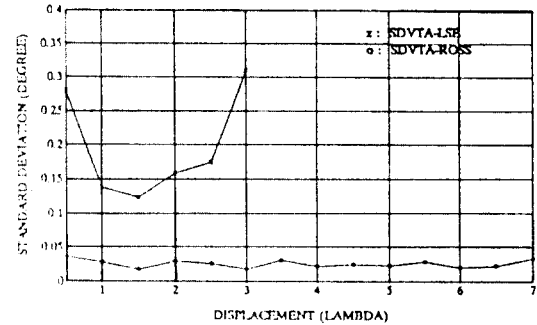
특히 SDVTA-ROSS는 신호대 잡음비가 15dB 이상인 경우에 일관된 결과를 보여줌으로써 SDVTA-ROSS 방법이 SDVTA-LSE 보다 신호대 잡음비에 따른 민감

도 면에서 훨씬 덜 민감함을 알 수 있다. 이러한 성능은 변환행렬이 직교행렬이기 때문에 비직교행렬인 경우보다 전체적인 신호대 잡음비에 큰 영향을 미치지 않은 결과로 분석된다.

다음에는 변위벡터에 따른 두 도래각 알고리즘의 민감



(a)



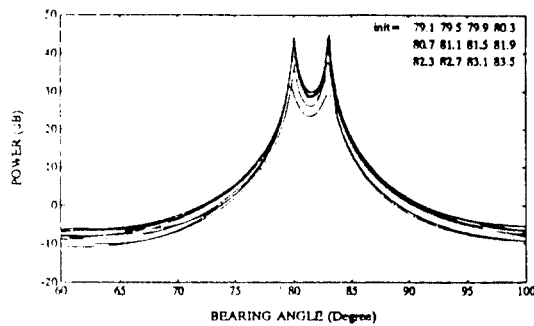
(b)

그림 2. SDVTA-LSE와 SDVTA-ROSS의 표준편차 비교.

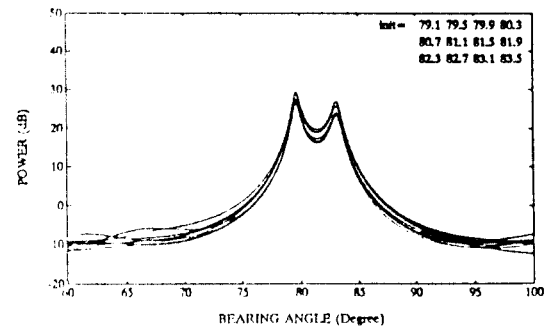
(샘플갯수=200, SNR=30 dB) (a) 입사각=80°인 경우 (b) 입사각=83°인 경우

Figure 2. Standard deviation comparison of SDVTA-LSE and SDVTA-ROSS with 30dB

(a) bearing angle 80° (b) bearing angle=83°



(a)



(b)

그림 3. 신호대 잡음비가 30dB인 경우 10번의 독립시행을 통하여 입사각이 80°와 83°로 입사한 두개의 협대역 코히어런트 신호를 분리 추정된 도래각 추정치

(샘플갯수=1000, $\Delta=[2\lambda, 0, 0]$, 센서갯수=12, 가상어레이 갯수=1)

(a) SDVTA-LSE, (b) SDVTA-ROSS

Figure 3. Ten statistically independent superimposed bearing estimates for two perfectly coherent narrowband signals at bearing angles of 80° and 83° with SNR of 30dB

(L=1000, $\Delta=[2\lambda, 0, 0]$, M=12, J=2)

(a) SDVTA-LSE (b) SDVTA-ROSS

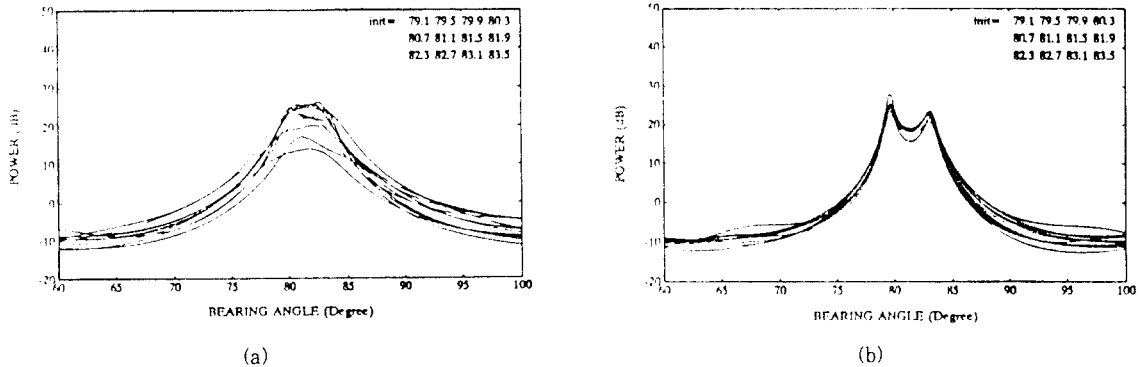


그림 4. 신호대 잡음비가 10dB인 경우 10번의 독립시행을 통하여 입사각이 80°와 83°로 입사한 두개의 협대역 코히어런트 신호를 분리 추정한 도래각 추정치 (샘플갯수=1000, $\Delta=[2\lambda, 0, 0]$, 센서갯수=12, 가상어레이 갯수=1)
(a) SDVTA-LSE, (b) SDVTA-ROSS

Figure 4. Ten statistically independent superimposed bearing estimates for two perfectly coherent narrowband signals at bearing angles of 80° and 83° with SNR of 10dB (L=1000, $\Delta=[2\lambda, 0, 0]$, M=12, J=2)
(a) SDVTA-LSE (b) SDVTA-ROSS

도를 살펴보기 위하여 샘플갯수는 200개를 취하였고 신호대 잡음비는 30dB를 사용하였으며 변위벡터는 0.5 λ 부터 7 λ 까지 0.5 λ 씩 변화시켜서 그 결과를 그림 2에 나타내었다.

이 결과로 부터 SDVTA-ROSS가 SDVTA-LSE보다 매우 월등한 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다. 이 그림으로 부터 SDVTA-LSE는 변위벡터가 3.5 λ 이상인 경우 100번 독립시행중에서 일관성 있게 두 코히어런트 신호를 분리 추정하지 못하였으나 SDVTA-ROSS는 변위벡터의 크기에 관계없이 항상 일관되게 분리 추정할 수 있음을 알 수 있다. 더 나아가 표본표준편차의 크기가 변위벡터에 관계없이 거의 일관되게 비교적 작은값이므로 SDVTA-ROSS 알고리즘은 SDVTA-LSE와는 달리 변위벡터 크기에 거의 무관하게 같은 성능을 가지고 있다고 볼 수 있다. 표본표준편차의 크기 면에서도 SDVTA-LSE의 표본표준편차 크기의 약 1/10에 불과하므로 같은 조건하에서 제안된 알고리즘의 성능이 SDVTA-LSE보다 월등함을 알 수 있다.

이러한 결과를 보다 쉽게 보여주기 위하여 $[2\lambda, 0, 0]$ 인 변위벡터를 사용하여 신호대 잡음비가 30dB와 10dB인 경우에 대해서 각각 그림 3과 4에 두 알고리즘

의 분해능을 비교 표시하였다. 이 그림으로 부터 SDVTA-LSE 알고리즘은 신호대 잡음비가 작은 경우 두 코히어런트 신호를 분리 추정하지 못하였다. 반면에 신호대 잡음비에 따른 SDVTA-ROSS의 성능은 SDVTA-LSE보다 비교적 훨씬 덜 민감하고 변위벡터에 따른 알고리즘의 표본표준편차는 거의 일관성 있는 값을 나타내고 항상 높은 분해능을 보여주므로 두 입사 신호의 도래각이 공간적으로 매우 가깝게 근접해 있을 경우에 SDVTA-ROSS가 매우 우수한 알고리즘으로 사용될 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 임의의 센서어레이로 입사하는 다중 협대역 코히어런트 또는 인코히어런트 신호의 도래각 방향을 효율적으로 분리 추정할 수 있는 새로운 협대역 방향탐지 알고리즘인 SDVTA-ROSS 방법을 제안하였다. 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 알고리즘은 신호대 잡음비에 따른 성능변화가 SDVTA-LSE보다 훨씬 작고, 변위벡터가 성능 변화에 중요한 요인으로 작용하는 SDVTA-LSE와는 달리 변위벡터와는 거의 무관하게

일관성 있는 표본바이어스와 표본표준 편차 값을 보여주고 있다. 더 나아가 여러가지 시뮬레이션 결과를 비교해 볼 경우 SDVTA-LSE의 1/10정도의 작은 표본표준편차 값을 나타내므로 효율적인 고분해능 알고리즘으로 사용될 수 있다. 다만, 초기 추정치에 따라 알고리즘의 성능이 비교적 민감하게 반응하는 단점을 가지고 있으므로 이를 보완하기 위한 연구가 현재 진행중이다.

참고문헌

1. R. O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph.D. Dissertation, Stanford University, 1981.
2. J. A. Cadzow, Y. S. Kim, and D. C. Shiue, "General direction-of-arrival estimation: A signal subspace approach," IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-25, pp.31-47, January, 1989.
3. R. Kumaresan and D. W. Tufts, "Estimating the angle of arrival of multiple plane waves", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. vol. AES-19, pp.136-139, January, 1983.
4. T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, pp.806-811, August, 1985.
5. R. T. Williams, S. Prasad, A. K. Mahalanabis, and L. H. Sibul, "An improved spatial smoothing techniques for bearing estimation in a multipath environment", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-36, pp.425-432, April, 1988.
6. M. J. Rendas and J. M. F. Moura, "Resolving narrowband coherent paths with non-uniform arrays", in Proc. ICASSP-89, pp.2625-2628, Glasgow, May, 1989.
7. B. J. Weiss and B. Friedlander, "Direction finding using an interpolated array", in Proc. ICASSP-90, pp.2951-2954, Albuquerque, May, 1990.
8. A. J. Weiss and B. Friedlander, "Performance analysis of spatial smoothing with interpolated arrays", IEEE Trans. Acoust., Signal Processing, vol. ASSP-41, pp.1881-1892, May, 1993.
9. H. R. Park and Y. S. Kim, "A solution to narrowband coherency problem in multiple source location", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 41, pp.473-476, January, 1993.
10. H. Wang and M. Kaveh, "Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, pp.823-831, August, 1985.
11. Y. S. Kim, "Direction-of-arrival estimation of multiple plane waves using signal subspace approach", Ph. D. Dissertation, Arizona State University, 1988.
12. G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, Baltimore, The Johns Hopkins University Press, 1983.
13. H. Hung and M. Kaveh, "Focussing Matrices for coherent signal-subspace processing", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 36, pp.1272-1281, August, 1988.



金榮洙(Young Soo Kim) 정회원

1981년 2월 : 연세대학교 전자공학과(공학사)

1983년 2월 : 연세대학교 대학원 전자공학과(석사)

1988년 12월 : 애리조나 주립대학교 전기공학과(공학박사)

1985년 5월~1986년 5월 : Signal-System Technology Inc., U.S.A., Consultant

1989년 3월~1992년 8월 : 한국전자통신연구소 전파응용연구실, 실장

1992년 9월~현재 : 경희대학교 전자공학과, 조교수

※주관심 분야 : 어레이 신호처리, 스펙트럼추정, 수치수학