

## 가변 블록 적응 프랙탈 영상 압축 알고리즘

正會員 都 元\*, 姜 鉉 宇\*, 徐 廷 泰\*, 尹 大 熙\*

### Variable-Sized Block-Adaptive Fractal Image Coding

Won Doh\*, Hyun Woo Kang\*, Jeong Tae Seo\*, Dae Hee Youn\* Regular Members

이 연구는 산학 협동 재단의 94년도 연구비 지원으로 수행되었음.

#### 要 約

본 연구에서는 기존 PTS(Piecewise Transformation System) 프랙탈 부호화 기법들이 갖는 블록 탐색 과정을 줄일 수 있는 SAS(Self Affine System) 모델을 기반으로 하여, SAS 모델에서 문제가 되었던 블록화 현상을 줄이고 영상의 국지적인 특성을 반영할 수 있는 부호화기를 설계하였다. 그 방법으로 첫째, 블록 근사시 다양한 차수의 근사식을 사용하고 둘째, 영상의 복잡도에 따라 적응적으로 영역을 분할하였으며 셋째, 근사식의 계수를 효과적으로 부호화할 수 있는 양자화 방법을 사용함으로써, 기존 방법들과 같은 수준의 화질에서 보다 높은 압축율을 얻을 수 있도록 하였다. 모의 실험 결과, 0.2bpp 이하의 낮은 비트율에서 주관적으로 우수한 화질의 복원 영상을 얻을 수 있었다.

#### ABSTRACT

A method for block-adaptive fractal coding is presented, based on the SAS(Self Affine System) method which may exclude the searching procedure the conventional fractal coders used to perform. But SAS shows annoying block effects as the size of the block grows large. In the proposed method, various number of fractal functions of different orders are used for approximation according to the complexity of the block. However, as it is hard to obtain a good approximation for very large complex blocks, a modified quad-tree block partitioning is used. Further bit saving can be achieved in the quantization step that makes use of logarithmic quantization. Computer simulation results demonstrate that the proposed algorithm guarantees perceptual quality at very low bit rate under 0.2bpp.

\*연세대학교 전자공학과  
Department of Electronic Engineering Yonsei  
University  
論文番號 : 95198-0531  
接受日字 : 1995年 5月 31日

## I. 서론

프랙탈 부호화 기법은 영상이 갖는 자기 상사성(self-similarity)을 이용하여 영상을 표현하는 방법으로서, 어떤 규칙을 가진 변환식으로부터 대상 영상을 만들어낼 수 있다는 가정에서 출발한다. 1988년 Jacquin<sup>(1)</sup>이 최초로 반복 축소 변환을 사용한 알고리즘을 구현한 이래로 Fisher, Beaumont 등이 Jacquin의 모델을 기반으로 하여 여러가지 좋은 결과들을 얻어 내었다<sup>(2,4)</sup>. 그러나 이들 방법들은 넓은 불력의 조합을 찾기 위한 탐색 작업에 많은 계산을 필요로 한다는 단점을 갖는다. 또 대상 불력을 부호화하기 위해 affine 변환<sup>(5,6)</sup>과 같은 선형 변환을 사용하였는데, 이와 같은 간단한 변환만으로는 복잡한 형태의 모양을 근사화하기 어려워 대상 불력의 크기를 어느 정도 이상 크게 할 수 없었으며, 이는 높은 압축율을 얻는데 장애 요인이 되어 왔다.

이러한 문제들을 극복하고자 Monro와 Dudbridge<sup>(7,8)</sup>는 Bath Fractal Transform(BFT)이라 불리우는 방법을 제안하였다. 이 방법은 불력 단위의 부호화 알고리즘으로서 탐색을 굳이 필요로 하지 않으므로 Jacquin류의 방법에 비해 속도 향상을 기할 수 있다.

본 연구에서는 이들의 알고리즘을 개선하여 불력 특성에 적응적인 부호화기를 설계하였다. 먼저 불력 근사를 위해 여러가지 차수의 다항식들을 사용하여 비교적 큰 불력에 대해서도 좋은 근사 불력을 얻을 수 있도록 하였다. Monro<sup>(8)</sup>의 경우 3차까지의 다항식을 독립적으로 사용한 바 있으나, 본 연구에서는 각기 다른 차수의 다항식들을 영상의 특성에 따라 적응적으로 사용하였다. 영상 분할에 있어서도 근사식의 근사 정도에 의한 에러에 따라 불력 분할 여부를 판정함으로써 효과적인 분할이 이루어질 수 있도록 하였다. 또한 넓은 동적영역(dynamic range)을 갖는 부호화 계수를 효과적으로 양자화할 수 있는 방법을 사용하여 압축율을 더욱 향상시킬 수 있었다.

논문의 구성은 다음과 같다. I장 서론에 이어 II장에서는 프랙탈 이론의 수학적 배경과 내용을 소개하고, III장에서는 제안된 알고리즘의 기초가 되는 실제적인 부호화기 구성에 대하여, IV장에서는 제안된 알고리즘에 대하여 알아보며, V장에서는 모의 실험 및 결과 고찰을 통하여 기존의 방법들과 성능을 비교 검토하였으며, VI장에서 결론을 맺었다.

## II. 프랙탈 이론

## 1. 축소변환

측도 공간(metric space)  $(F, d)$ 에서 정의되는 변환  $w: F \rightarrow F$ 가 모든  $x, y \in F$ 와  $0 \leq s < 1$ 에 대하여 다음을 만족할 때, 이 변환  $w$ 는 축소 변환이라 한다.

$$d(w(x), w(y)) \leq sd(x, y) \quad (1)$$

여기서  $d$ 는 측도(metric)이며,  $s$ 는 변환의 축소비를 나타낸다. 이와 같은 축소성을 만족하는 변환  $w_i$ 들의 모임  $\cup w_i$ 을  $W$ 라고 하면, 전체 변환  $W$ 도 축소 변환이 되며, 고정점 정리(fixed point theorem)에 따라 다음과 같이 유일한 고정점  $|W|$ 에 수렴하는 성질을 갖는다<sup>(6)</sup>.

$$W(|W|) = |W| \quad (2)$$

이러한 변환들로 이루어지는 계를 IFS(Iterated Function System)라 한다.

## 2. 역변환 문제(inverse problem)

프랙탈 영상 부호화 작업은 부호화하고자 하는 영상을 고정점으로 하고 축소성을 갖는 변환  $W$ 를 찾아내는 작업이다. 변환  $W$ 의 고정점을  $|W|$ 라고 하고 축소비를  $s$ 라 할 때,  $W$ 는 임의의  $f \in F$ 에 대하여 다음 식을 만족한다(Collage 정리)<sup>(6)</sup>.

$$d(|W|, f) \leq \frac{1}{(1-s)} d(W(f), f) \quad (3)$$

이 식은 주어진 영상  $f$ 와 그 자신의 변환  $W(f)$ 와의 차이가 작으면 작을수록 변환의 고정점  $|W|$ 는 원영상  $f$ 에 근접함을 뜻한다. 만약 영상  $f$ 가 변환  $W$ 의 고정점이라면  $W(f)$ 와  $f$ 는 같다. 여기서 축소비(contractivity factor)  $s$ 는 수렴의 속도를 결정하며, 값이 작을수록 고정점에 빠르게 수렴한다. 따라서 (3)과 같은 제한조건을 사용하여 IFS를 구성하고, 임의의 초기 영상에 대해 IFS의 변환  $W$ 를 반복적으로 적용해가면 고정점 정리에 의하여  $W$ 에 의해 부호화된 영상을 복원해낼 수 있다. 이와 같이 부호화하고자 하는 영상을 고정점으로 갖는 축소 변환을 찾아내는 과정을 역변환 문제라고 한다.

## III. 부호화기의 구성

## 1. SAS(Self Affine System) 모델

Jacquin<sup>(1)</sup>, Fisher<sup>(2,3)</sup> 등은 전체 영상을 domain

블럭과 range 블럭으로 나누고, 매 range 블럭에 대하여 가장 작은 근사화 오차를 갖는 domain 블럭의 색인(index)과 그 때의 변환 계수를 부호화하는 방법으로 영상 부호화기를 설계하였다. 따라서 부호화하고자 하는 range 블럭과 최소의 근사화 오차를 갖는 domain 블럭을 찾기 위한 탐색 과정이 필요하며, Jacquin의 방법에서와 같이 블럭 특성을 고려하여 탐색 영역을 제한하는 등의 보완책을 사용하더라도 매우 많은 계산이 필요하게 된다.

이에 Monro<sup>(7)</sup> 등은 탐색을 행하지 않는 대신, 그림 1에서와 같이 부호화할 블럭(w(A))을 포함하는 상위 블럭을 항상 적합한 domain 블럭(A)이라고 가정하여 부호화하되, (4)와 같이 결정항(deterministic term)을 포함하는 다항식을 프랙탈 근사 함수로 사용함으로써 보다 정밀하게 블럭의 화소값을 추정할 수 있게 하였다.

$$z' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4 \quad (4)$$

여기서 x, y는 domain 블럭의 좌표항이며, z는 해당 좌표의 화소값, z'은 부호화된 블럭의 근사된 화소값이다. 공간 축소 변환은 2:1의 축소비를 가지며, 이에 대한 자세한 내용은 Monro<sup>(7)</sup>에 나타나있다. 이 식은 화소 함수에 대한 1차 근사화를 뜻한다고 볼 수 있다.

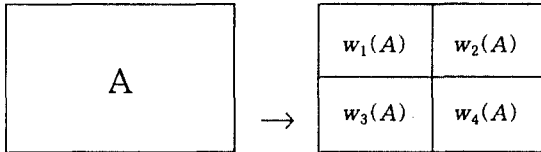


그림 1. SAS 모델  
Fig. 1. SAS model

유사도를 측정하는 측도로는 다음과 같은 평균 자승 오차(Mean Square Error)를 사용한다.

$$d(f, g) = \int_A (f-g)^2 dL / \int_A dL \quad (5)$$

(L은 Lebesgue measure)

(4)의 계수는 (5)의 측도에 대하여 최소 자승법에 입각한 선형 연립 방정식을 풀어서 구한다<sup>(7)</sup>. 그러나 블럭 크기가 커짐에 따라 블럭 경계면에서 불연속성이 나타나는 문제가 있으며, 이를 해결하기 위하여 Li<sup>(9)</sup> 등은 일반적인 비선형식으로 확장하여 이를 해결하고자 하였다.

2. 비선형 변환

K<sup>n1</sup>을 완전 측도 공간 R<sup>n+1</sup>의 compact subset이라

하고, 이 공간에서의 측도를 d<sup>n1</sup>이라 할 때, 변환 W<sub>i</sub> : K<sup>n1</sup>→K<sup>n1</sup>은 다음과 같이 정의된다.

$$W_i \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i(X) \\ p_i(X) + q_i(Y) \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 X∈K<sup>n</sup>, Y∈K이고, p<sub>i</sub> : K<sup>n</sup>→K, f<sub>i</sub> : K<sup>n</sup>→K<sup>n</sup>, q<sub>i</sub> : K→K이다. 이 때 f<sub>i</sub>(X), q<sub>i</sub>(X)가 각각 d<sup>n</sup>과 d에 관해 축소 변환이고 p<sub>i</sub>(X)가 Lipschitz 연속<sup>(9)</sup>이면, 변환 W<sub>i</sub>는 d<sup>n1</sup>에 대해 축소 변환이 된다. 이 때 X를 (x, y) 좌표를 나타내는 벡터, Y를 빛의 밝기를 나타내는 항으로 놓으면 자연스럽게 부호화 문제와 연결된다.

Jacquin의 경우 화소값을 생성해내는 밝기 변환 함수는 다음 식과 같은 간단한 함수를 사용하였다.

$$z' = c \cdot z + o$$

여기서 c는 대조(contrast)를 나타내며 o는 밝기(brightness)를 나타낸다. 즉, Jacquin은 domain 블럭의 화소값에 일정한 계수를 곱하여 range 블럭의 대조를 조정하고, 블럭의 평균값으로 밝기를 보정하여 새로운 블럭을 만들어 내었다. 그런데 (6)에서는 밝기항에 상수 뿐 아니라 좌표와 관계된 다항식을 사용할 수 있음을 보장하므로, 단순한 1차식 뿐만 아니라 2차나 3차의 차수를 갖는 항들을 사용하면 보다 성능이 좋은 근사식을 만들어 낼 수 있다[8]. 다음은 그 예이다.

$$z' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4 \quad (7)$$

$$z' = a_2x^2 + a_1x + b_2y^2 + b_1y + cz + d \quad (8)$$

3. 부호화 과정

부호화 파라미터로서 전송할 것은 위와 같은 근사식들의 계수가 되는데, 이 계수들은 (5)와 같은 측도에 대하여 (3)의 우변을 최소화시키는 연립방정식을 풀어서 구한다. 예를 들어, 블럭 근사식으로 (8)과 같은 2차식을 사용할 때, 구하고자 하는 계수에 대해 정리하고 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} z'(w(x_1, y_1)) \\ \vdots \\ z'(w(x_m, y_m)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & y_1^2 & y_1 & z_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m^2 & x_m & y_m^2 & y_m & z_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ b_2 \\ b_1 \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (9)$$

(여기서 m은 블럭의 화소수이다)

여기서 A=[a<sub>2</sub>, a<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, b<sub>1</sub>, c, d]<sup>T</sup>, B=[z'(w(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>))...z'(w(x<sub>m</sub>, y<sub>m</sub>))]<sup>T</sup>라 하고, X를 (9)의 가운데

행렬이라 하면, 위 식은 간단히  $B=XA$ 가 되며, 최소자승법 (least-square)에 임가하여  $E = (B-XA)^T(B-XA)$ 를 최소화시키는 해를 구하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$A = (X^T X)^{-1} X^T B \quad (10)$$

#### IV. 부호화 알고리즘

##### 1. 블럭 근사식

본 연구에서는 기존 알고리즘이 가지고 있던 탐색 과정을 생략하여 빠른 부호화기를 구현하면서, 그로부터 파생되는 블럭간의 불연속성이나 경계에서의 뭉개짐(blurring) 현상을 보완하기 위하여 블럭의 복잡도에 따라 근사식의 차수와 블럭 분할의 정도를 달리하는 적응적인 방법을 사용하였다. 블럭 근사화에는 다음과 같은 여섯가지 종류의 다항식을 사용하였다.

$$z' = 0 \quad (11)$$

$$z' = cz + o \quad (12)$$

$$z' = a_1x + b_1y + cz + o \quad (13)$$

$$z' = a_1x + b_1y + dx + cz + o \quad (14)$$

$$z' = a_2x^2 + a_1x + b_2y^2 + b_1y + dx + cz + o \quad (15)$$

$$z' = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + b_3y^3 + b_2y^2 + b_1y + dx + cz + o \quad (16)$$

여기서  $x$ ,  $y$ 는 좌표항이며  $z$ ,  $z'$ 는 각각 그 좌표에서의 화소의 밝기 및 근사된 화소의 밝기이다. (11)은 화소의 밝기(brightness)항, 즉 블럭의 평균값만을 사용하여 부호화하는 것으로, Jacquin의 방법에서 평탄 블럭을 부호화하는 데 쓰였던 꼴이다. (12)는 기존의 프래탈 부호화기에서 주로 사용되었던 선형 Affine 변환꼴이며, (13)은 Monro<sup>11)</sup>가 처음 제안하였던 식이다. (15), (16)은 Monro<sup>11)</sup>에서 쓰였던 형태의 고차 다항식이며, 이와 같은 근사 함수들을 사용하여 Fisher나 Jacquin의 방법에서 사용되었던 블럭의 회전변환(isometry)<sup>12)</sup> 등을 사용하지 않고도 좋은 근사 블럭을 얻을 수 있도록 하였다. 회전 변환을 사용하지 않은 이유는 Monro가 언급한 바와 같이 늘어나는 계산량에 비하여 얻어지는 효과가 미미하기 때문이다.

##### 2. 블럭의 특성을 고려한 근사화 과정

Ramamurthi등은 벡터 양자화기에 관한 연구<sup>13)</sup>에서 블럭의 특성을 미리 판별하여 같은 성질을 갖는 블럭들만을 대상으로 탐색을 행함으로써, 코드북(code book)

을 만드는데 드는 노력을 크게 줄인 바 있다. Jacquin<sup>14)</sup> 역시 이러한 방법을 사용하여 탐색 영역을 제한하는 방법을 사용하였다. 본 연구에서도 매 블럭마다 어떤 근사식을 사용한 것인가를 결정하는 과정에서, 블럭의 특성을 고려하여 적용할 근사식의 종류를 미리 어느 정도 제한하여 불필요한 계산을 줄이고자 하였다. 이와 같은 방법을 사용하면 블럭의 종류에 따라 2-3개 정도의 식만 적용하여 보면 되는데, 사용할 근사식은 다음과 같이 MSE를 구해보아 주어진 임계치를 만족하는지의 여부로 결정하도록 하였다.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (f_i - \hat{f}_i)^2 \quad (17)$$

여기서  $N$ 은 블럭의 화소수,  $f_i$ 는 부호화하고자 하는 블럭의 화소값,  $\hat{f}_i$ 는 근사화된 블럭의 화소값을 나타낸다. 그러나 허용된 최고차의 식을 사용하여도 만족할 만한 근사 블럭을 얻을 수 없을 때에는, 다음 절에서 설명할 블럭 분할 알고리즘을 사용하여 더 작은 크기의 블럭으로 분할한 후 재귀적으로 부호화 과정을 수행한다. 다음은 블럭의 특성에 따른 부호화 방법이다.

##### 1) 평탄 블럭(shade block)

화소값의 변화가 거의 없는 블럭으로서 (11), (12)와 같은 좌표항을 포함하지 않는 0차, 1차 근사식을 사용한다. (11)의 상수값은 블럭의 평균값을 뜻하며, 이 때의 MSE가 임계치에 미치지 못하면 1차식을 사용하여 근사화한다.

##### 2) 중간 변화 블럭(midrange block)

약한 텍스처(texture) 성분을 갖는 블럭으로서 (12) - (14)와 같은 좌표항  $x$ ,  $y$ 와 그 교차곱항  $xy$ 를 포함하는 1, 2차식을 사용하여 근사화한다. 중간 변화 블럭은 통계적으로 평탄 블럭에 가까운 특성을 가지며, 경우에 따라 (10)의 행렬 계산을 수행할 때 rank 부족으로 특이해(singular)가 발생할 수도 있으므로 이를 방지하기 위해 최대 4개항까지의 항을 갖는 근사식을 사용하여 근사화한다. 사용할 근사식은 (12) - (14)까지의 순으로 적용하여 보아 주어진 임계치의 MSE를 만족하는지의 여부를 통해 결정한다. (14)와 같은 5개항 이상의 항을 갖는 다항식을 사용하여도 주어진 임계치를 만족시키지 못할 경우에는 블럭을 더 분할한다.

##### 3) 경계 및 혼합 블럭(edge and mixed block)

경계(edge)나 복잡한 텍스처를 갖는 블럭으로서 (13) - (16)과 같은 1, 2, 3차의 근사식을 사용하여

근사화한다. 마찬가지로 1, 2, 3차의 근사식을 차례로 적용해보아 주어진 임계치를 만족하면 그 다항식을 사용하여 부호화한다.

3. 블럭 분할 방법

기본적으로 quad-tree 영역 분할 방법을 사용하여 영상을 분할한다<sup>[2]</sup>. 그러나 일반적인 quad-tree 분할 방법이라면 처음 단계에서 전체 영상을 루트 노드(root node)로서 설정하여 블럭 분할 과정을 수행하게 된다. 이때의 문제점은 가장 높은 차수의 다항식을 사용하더라도 64 x 64보다 큰 크기의 블럭에 대해서는 좋은 근사 블럭을 얻기 어려워 결국 더 작은 크기의 블럭으로 분할하지 않을 수 없게 된다는 점이다. 따라서 본 연구에서는 루트 노드를 영상 전체로 설정하지 않고, 먼저 어느 정도 크기의 블럭으로 분할한 후 개개의 블럭을 루트 노드로 하여 quad-tree 분할을 적용하도록 하였다. 이는 원래 Monro<sup>[7]</sup> 모델의 자연스러운 확장이라고 할 수 있다. 이러한 방법을 통하여 지나치게 깊은 수준의 트리 생성을 방지함으로써 불필요한 계산을 줄이고 트리 구조 자체를 부호화하는 데 드는 정보량도 줄일 수 있도록 하였다. 실제적인 트리의 분할 수준은 2단 - 4단 정도가 된다.

4. 양자화 과정

부호화할 대상은 매 블럭단위로 1) 사용된 근사식의 종류, 2) 블럭이 분할될 경우 그에 대한 정보, 그리고 3) 근사식의 계수이다. (11) - (16)과 같이 6가지 종류의 근사식을 사용하였으므로 이를 나타내기 위해서는 3비트가 필요하다. 블럭 분할은 항상 4개의 동일한 크기를 갖는 형태로만 이루어지므로, 블럭 분할과 관련하여 필요한 정보는 현재 블럭이 분할되는지의 여부이다. 그러므로 표 1에서와 같이 3비트를 사용하여 부호화할 근사식의 종류와 블럭 분할 여부를 모두 나타낼 수 있다. 두번째 하위 블럭이 분할된 경우의 부호화 예를 그림 2와 그림 3에 나타내었다.

계수 양자화에 있어서, 4개의 변수로 구성된 다항식을 사용하는 Monro의 방법에서는 상위 블럭을 변환하였을 때 좌표와 화소값이 변화하지 않는 내군데 고정점의 화소값을 전송하고, 복호화시 이들에 대한 연립방정식을 풀어 계수를 얻는다<sup>[7]</sup>. 그러나 본 논문에서 사용된 알고리즘에서와 같이 4개 이상의 변수를 사용한 경우에

표 1. 사용된 부호  
Table 1. Codes and their meaning

부호	의 미
000	partition to next level
001	11 식 사용
010	12 식 사용
011	13 식 사용
100	14 식 사용
101	15 식 사용
111	미사용

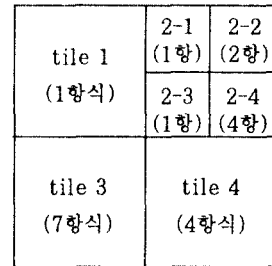


그림 2. 부호화하고자하는 블럭의 분할 예  
Fig. 2. An example partitioning of a block to be encoded.

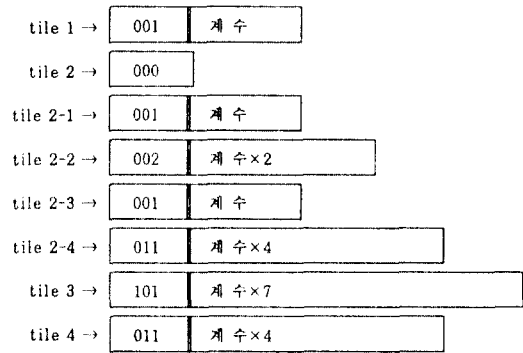


그림 3 부호화 형식  
Fig. 3. Encoded bitstream format

는 네곳 이상의 고정점을 확보할 수 없으므로 Monro와 같은 방법을 사용할 수 없고, 각각의 계수들을 개별적으로 양자화하여야 한다. 근사함수의 계수 분포는 그림 4와 같이 비교적 넓은 동적영역(dynamic range)을 가지는데, 계수 분포도상 좌우 끝쪽에 위치하는 큰 값의 계수들은 그 수는 많지 않더라도 복원 영상의 화질에 큰 영향을 미친다. 따라서 흔히 사용되는 Lloyd-max 양자화기나 로그 양자화기를 사용하면 그러한 부분의 계수들이 거칠게 양자화되어 에러가 커지므로 좋은 성능을

기대하기 힘들다. 이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 다음과 같은 양자화 방법을 사용하였다.

계수를 양자화하기 어려운 가장 큰 요인은 동적영역이 크다는 점이므로, 이를 줄이기 위하여 지수(exponent)와 가수(mantissa)부분으로 분리하여 생각하였다. 즉, 근사식 계수는 실수값으로서 다음과 같은 형식으로 나타낼 수 있다.

$$\text{coefficient} = \text{mantissa} * 2^{\text{exponent}} \text{ (예: } 0.14 = 0.56 * 2^4 \text{)}$$

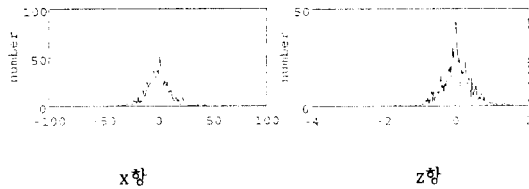


그림 4. (15) 다항식에서 x 및 z항의 계수 분포  
Fig. 4. Distribution of coefficients of x and z term in equation (15)

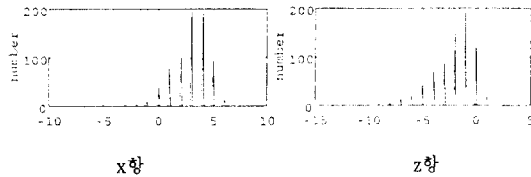


그림 5. 그림 4에 나타난 계수의 지수부분의 분포  
Fig. 5. Distribution of exponent part of the coefficient in Fig 4.

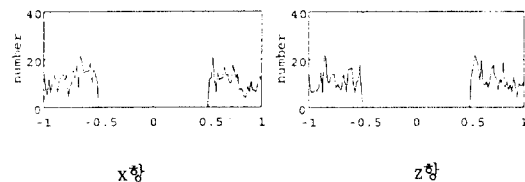


그림 6. 그림 4에 나타난 계수의 가수부분의 분포  
Fig. 6. Distribution of mantissa part of the coefficient in Fig 4.

이 때 그림 4와 같은 분포를 갖는 변수에 대하여 지수와 가수부분을 분리하여 각각의 분포도를 살펴보면 다음과 같이 나타난다.

근사다항식의 여러가지 계수들에 대하여 조사해본 바에 따르면, 전체적으로 지수부 동적영역의 크기는 16을 넘지 않으므로 4비트를 사용하여 부호화할 수 있다. 또한 그 분포는 그림 5와 같이 특정한 값에 집중되는 성향이 더욱 강해지므로 Huffman 부호화와 같은 엔트로피 부호화를 통하여 보다 효율적으로 표현할 수 있다. 가수부분은 -1~-0.5, 0.5~1 사이에서 대체로 균일 분포(uniform distribution)를 따르므로 균일 양자화를 사용하여 양자화되되, 사용되는 비트수는 지수부의 크기, 즉 계수의 절대적인 크기와 양자화 에러에 따라 2-5 비트 사이에서 다르게 할당함으로써 효율적인 부호화를 행할 수 있다.

지수부를 부호화하는데 사용되는 Huffman 코드 테이블은 각 다항식의 계수별로 통계적 특성을 구하여 만든 다음, 피크(peak) 위치에 따라 몇가지 테이블을 구성한다. 부호화시에는 부호화하고자하는 계수 분포와 가장 유사한 형태를 갖는 테이블을 찾아 사용하며 그 색인을 부가정보로서 전송한다. 양자화에 따른 화질 손상은 0.4 - 0.9dB 정도이나 주관적인 화질 면에서는 큰 차이를 느끼지 못하였다. 이러한 방법을 사용할 때의 정보량은 대략 2.5bits/exponent, 3bits/mantissa 정도로서, Lloyd-max 양자화를 사용하였을 때의 8bits/coefficient에 비하면 31% 정도의 향상을 얻을 수 있다.

### V. 모의 실험 및 결과

실험은 512×512 크기를 갖는 256 제조도의 흑백 Lena 영상을 사용하여 제안된 부호화기의 각종 파라미터 변화에 따른 성능 변화를 압축비와 화질 그리고 계산량 면에서 살펴보았다. 또한 Monro의 BFT 방법과 기존의 대표적인 프랙탈 부호화 방법인 Jacquin의 알고리즘과 압축비, 화질, 계산량 등을 비교하였다. Monro의 BFT는 1992년에 발표된 것을 BFT-0<sup>(7)</sup>로, 93년에 발표된 것을 BFT-1<sup>(8)</sup>로 나타내었다.

부호화기의 성능을 결정하는 파라미터로는 1) 최상위 블록의 크기(Bmax), 2) 최소 상위 블록의 크기(Bmin), 3) 최소 하위 블록에서의 허용 근사식 항의

수(Gk), 4) 근사식 결정 및 블럭 분할 임계 MSE (THR) 등이 있으며 이들의 변화에 따른 성능 변화를 표 2 - 표 7에 나타내었다.

표 2는 최대 상위 블럭의 크기(Bmax)의 변화에 따른 압축율, 화질, 계산량을 비교한 것이다.

이 때 분할 임계치(THR)는 25dB로, 최소 상위 블럭의 크기 Bmin은 8로 고정하였다. 여기서 계산 시간은 CPU time<sup>1)</sup>을 나타낸다.

표 2. 최대 상위 블럭 크기 변화에 따른 성능 비교 (Gk=4)  
Table 2. Performance comparison varying to Bmax(Gk=4)

Bmax	압축율	SNR(dB)	계산시간
16	11.7:1	31.3	7.18
32	14.9:1	30.8	12.59
64	16.8:1	30.5	22.37

표 2에서 보는 바와 같이 최대 상위 블럭의 크기는 복원 영상의 화질에는 크게 영향을 끼치지 않았다. 압축율은 블럭 크기가 16×16에서 32×32로 커질 때 비교적 차이를 보이나, 32×32에서 64×64로 커질 때에는 별다르게 개선되지 않는 것을 볼 수 있다. 이는 32×32 이상의 큰 블럭에 대해서는 평탄 블럭이나 중간 변화 블럭으로 분류되는 경우가 드물어, 고차 다항식으로 근사화되거나 그보다 더 작은 블럭으로 분할되는 경우가 빈번함을 말해준다. 계산량은 블럭 크기가 16×16일 때와 64×64일 때 약 3배의 차이를 보이는데, 이에 따른 계산량은 선형적으로 증가한다.

표 3은 분할 임계치 THR은 25dB로 고정하였을 때, 최소 상위 블럭 크기(Bmin) 변화에 따른 비교이다.

표 3. 최소 상위 블럭 크기 변화에 따른 성능 비교 (Bmax=64)  
Table 3. Performace evaluation varying to Bmin

Bmin	압축율		SNR (dB)		계산시간	
	4항 근사	7항 근사	4항 근사	7항 근사	4항 근사	7항 근사
8	15.1:1	11.0:1	30.1	31.3	23.58	25.98
16	34.6:1	24.1:1	27.2	28.7	20.45	22.36

계산량 면에서 볼 때 최소 상위 블럭 크기의 변화는 커다란 차이를 보이지 않으나, 압축율 면에서는 상당한

이득을 얻을 수 있다. 이는 최소 상위 블럭 크기가 8에서 16으로 커지면 가장 복잡한 블럭이라 할지라도 16:1 정도의 압축율을 유지할 수 있기 때문이다. 반면 SNR 면에서는 2-4 dB 정도 떨어지는 것을 볼 수 있는데, 육안으로 볼 때에도 블럭 현상이 커지고 경계 부분에서 뭉개짐 현상이 커져 주관적인 화질도 좋지 않았다. 그러나 7항 근사를 택하면 압축율은 다소 떨어지더라도 경계 부분의 화질이 향상됨을 볼 수 있다.

표 4는 분할 임계치인 THR 값 변화에 따른 성능 변화이다.

표 4. 분할 임계치 THR 값의 변화에 따른 성능 비교  
Table 4. Performance comparison varying to THR  
(Bmax=64, Bmin=16, Gk=7)

THR	압축율	SNR(dB)	계산시간
20 dB	30.2:1	30.12	20.23
16 dB	34.8:1	28.31	19.96
10 dB	41.4:1	28.21	16.23

표 4에서 보는 바와 같이 이 파라미터는 압축율에 관하여 큰 영향을 미친다. 이 파라미터를 도입한 의도는 블럭 단위당 SNR의 임계치를 정함으로써 전체적인 화질을 어느 수준 이상으로 보장받을 수 있도록 하기 위해서였으나, 실험 결과로 볼 때 그것이 전체 화질에 주된 영향을 끼치지 못하는 못하였다. 이는 전체적인 화질에 큰 영향을 주는 경계 및 혼합 블럭들에 대한 부호화 결과가 블럭당 10 dB 이하의 낮은 SNR 값을 갖는 경우가 많아 주어진 임계치 변화에 영향을 받지 않는 반면, 상대적으로 화질에 큰 영향을 끼치지 않는 평탄 블럭이나 중간 변화 블럭들은 임계치가 높아지면 보다 높은 차수의 근사식으로 부호화되는 경향이 있기 때문이다. 따라서 임계치가 낮아지더라도 전체적인 화질에는 큰 변화가 없으나 압축율 면에서는 이득을 볼 수 있게 된다.

표 5는 동일 압축률에서 Monro의 BFT 방법과 화질을 비교한 것이다.

BFT 방법에서 16 x 16 이상의 상위 블럭을 사용하면 앞서 살펴본 바와 마찬가지로 8항 이상 다항식을 사용하더라도 날카로운 경계 부분이나 섬세한 텍스춰 성분을 잘 표현할 수 없게 된다. BFT-1 방법을 사용한 Lena의 경우 압축율 32:1에서 SNR 값은 26.4 dB이지만, 육안으로 보기에 심하게 뭉그러진 영상을 얻게 된다. 반면에 제안된 방법의 경우에는 전체적으로 SNR 2-4 dB 정도의 향상을 얻을 수 있으며, 블럭화 현상이

1) 실험에 사용된 하드웨어 명세  
기종: IBM PC 486DX-33, ISA bus, 16Mbyte RAM  
O/S: Linux, v1.0.8  
Compiler: GNU CC+, v2.4.2

나타나기는 하지만 BFT 방법보다 개선된 영상을 얻을 수 있었다.

표 5. BFT와 제안된 방법과의 비교

Table 5. Performance comparison between BFT and the proposed method

압축율	BFT	제안된 방법
4:1	31.89 dB (BET-0: 상위클럭크기8, 4항식)	34.21 dB (Bmax=16, Bmin=8, Gk=9)
8:1	29.94 dB (BET-1: 상위클럭크기16, 8항식)	32.63 dB (Bmax=32, Bmin=8, Gk=9)
32:1	26.44 dB (BET-1: 상위클럭크기32, 8항식)	28.81 dB (Bmax=64, Bmin=16, Gk=7)

표 6. BFT, Jacquin, 제안된 방법간 계산량 비교

Table 6. Computational complexity of the BFT, Jacquin's, and the proposed method

압축율	방법		Jacquin	제안된 방법
	BFT-0	BFT-1		
7:1	0.75	2.10	138000 (range: 121, 4×4)	13.20 (16, 8, 7)
24:1	0.80	2.45	32800 (range: 2:1, 8×8)	15.81 (64, 16, 7)

표 7. Jacquin, 제안된 방법간 화질 비교

Table 7. Image fidelity of Jacquin's and the proposed method

방법	Jacquin		제안된 방법	
	Lena	Clair	Lena	Clair
7:1	34.56 dB	41.30 dB	33.02 dB (25, 16, 8, 7)	40.02 dB (30, 16, 8, 7)
14:1	30.28 dB	37.98 dB	31.81 dB (20, 32, 8, 4)	38.86 dB (25, 32, 8, 4)
40:1	-	-	28.71 dB (10, 64, 16, 7)	36.55 dB (18, 32, 8, 4)

표 6은 Jacquin의 방법과 BFT, 그리고 제안된 방법 간의 계산량 비교이다. 표의 첫번째 실험은 압축율 7:1에서 SNR 30dB 이상, 두번째 실험은 압축율 24:1에서 SNR 28dB 이상을 조건으로 하였다. 제안된 방법에서 괄호 안의 숫자는 각각 Bmax, Bmin, Gk를 나타낸다. 탐색 과정을 생략하였을 때 계산량면에서 커다란 향상을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

표 7은 Jacquin 방법과 제안된 방법의 화질 비교이다. 제안된 방법에서 괄호 안의 숫자는 각각 (THR, Bmax, Bmin, Gk)이다. 여기서는 352×288의 Clair 영상에 대한 실험 결과도 같이 수록하였다. 낮은 압축율에서는 블럭 근사를 사용하는 본고의 방법보다는

탐색에 의존하는 Jacquin의 방법이 더 우수한 성능을 보인다. 이는 탐색에 의해 collage 정리의 에러 바운드를 만족시키는 것이 더욱 프랙탈적인 요소를 강하게 나타내기 때문이다. 반면에 압축율이 높아지면 근사식을 이용하는 방법이 상대적으로 더욱 안정적인 결과를 보이게 된다.

(a)



(b)



그림 7. 0.2bpp에서의 복원 영상

(a) Lena 원영상 (b) 제안된 방법

Fig. 7. Reconstructed image at 0.2bpp

(a) Original Lena image (b) proposed method

그림 7에는 0.2 bpp에서의 복원 영상을 나타내었다. 평탄한 부분에서 약한 블럭화 현상을 관측할 수 있으나(post processing은 하지 않았음), 수치적인 SNR(27.7dB)에 비해 주관적으로 양호한 화질의 재생 영상을 얻을 수 있다.

## Ⅶ. 결 론

본 연구에서는 기존 프랙탈 영상 부호화 방법들이 갖는 블럭 탐색 과정을 줄일 수 있는 알고리즘을 사용하여 영상의 부분적인 특성을 반영할 수 있는 부호화기를 설계하였다. 그 방법으로 첫째, 블럭 근사시 다양한 차수



의 근사식을 사용하고 둘째, 영상의 복잡도에 따라 적응적으로 영역을 분할하였으며 셋째, 근사식의 계수를 효과적으로 부호화할 수 있는 양자화 방법을 사용하였다.

제안된 방법은 기존 알고리즘에 비해 동일 수준의 압축율에서 SNR 2 - 4 dB 정도의 향상을 보이며, 주관적인 화질면에서도 블럭 현상이 줄어든 영상을 얻을 수 있었다.

앞으로의 연구 과제로서 블럭의 특성에 맞는 근사식의 개발에 대한 연구, 영역 분할에 대한 일반적이고 새로운 기법의 도입에 관한 연구, 부호화 과정의 최적화에 따른 실시간 구현의 문제, 그리고 동영상 부호화에 대한 연구가 더욱 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. A. E. Jacquin, "Image Coding Based on a Fractal Theory of Iterated Contractive Image Transformations," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 1, Jan. 1992.
2. Y. Fisher, E. W. Jacobs, and R. D. Boss, "Fractal Image Compression Using Iterated Transforms," Technical Report, Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA92142-5000.

3. Y. Fisher, "Fractal Image Compression," *Siggraph*, 1992 Course Notes.
4. J. M. Beaumont, "Image data compression using fractal techniques," *British Telecommunication Tech. J.* 9(4), Oct. 1991.
5. M. F. Barnsley and A. D. Sloan, "A better way to compress images," *Byte* 13(1), 215-224, 1988.
6. M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere*, New York: Academic Press, 1988.
7. D. M. Monro, and F. Dudbridge, "Fractal Approximation of Image Blocks," *IEEE ICASSP*, pp. 485-488, 1992.
8. D. M. Monro, "A Hybrid Fractal Transform," *IEEE ICASSP*, pp.169-172, 1993.
9. Haibo Li, M. Novak, and Robert Forchhimer, "Fractal-based Image Sequence Compression scheme," *Optical Engineering*, Vol. 32, No. 7, pp.1588-1595, July 1993.
10. B. Ramamurthi, and A. Gersho, "Classified Vector Quantization of Images," *IEEE Trans. on Commun.*, Vol. 34, Nov. 1986.



都元(Won Doh) 정회원

1969년 5월 19일생  
 1992년 : 연세대학교 전자공학과, 공학사  
 1994년 : 연세대학교 본 대학원 전자공학과, 공학석사

1994년 3월~현재 : 연세대학교 본 대학원 전자공학과 박사과정 재학중

\*주관심 분야: 영상 데이터 압축 및 처리, DSP.



徐 遜 泰(Hyun-Woo Kang) 정회원

1985년 : 연세대학교 전자공학과, 공학사  
 1987년 : 연세대학교 본 대학원 전자공학과, 공학석사  
 1994년 : 연세대학교 본 대학원 전자공학과, 공학박사

1987년~1990년 8월 : 삼성 전자 정보 통신 연구소

\*주관심 분야 : 영상 압축, 음성 부호화, 비선형 시스템

姜 鉉 宇(Jeong-Tae Seo)

정회원

1991년 2월 : 연세대학교 전자공학과, 공학사  
 1993년 2월 : 연세대학교 본 대학원 전자공학과, 공학석사  
 1993년 3월~현재 : 연세대학교 본 대학원 전자공학과 박사과정 재학중

\*주관심 분야 : 영상 압축, 비선형 시스템

尹 大 熙(Dae-Hee Youn)

정회원

1977년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업  
 1979년 8월 : Kansas State University, Electrical Eng. 공학박사  
 1982년 8월 : Kansas State University, Electrical Eng. 공학박사  
 1978년 9월~1979년 8월 : Kansas State University, Research Assistant  
 1979년 8월~1982년 8월 : Kansas State University, Research Associate  
 1982년 8월~1985년 6월 : Kansas State University, Assistant Professor

1985년 9월~현재 : 연세대학교 전자공학과, 교수  
 \*주관심 분야 : 영상 압축, 음성 부호화, 오디오 부호화, 음성 인식, 적응 디지털 필터, 능동 소음 제어, 어레이 신호처리 및 응용, 실시간 신호처리 시스템, 음질 향상, 비선형 시스템