

# 원형어레이를 이용한 시·공간 스펙트럼 동시추정

正會員 황성준\*, 주경환\*, 성하종\*, 김영수\*\*, 윤대희\*

## Simultaneous Estimation of the Temporal and Spatial Spectrum Using Circular Array

Sung-June Hwang\*, Kyoung-Hwna Ju\*, Ha-Jong Sung\*,  
Young-Soo Kim\*\*, Dae-Hee Youn\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 서로 다른 주파수를 갖고 입사되는 다수의 협대역 인코히어런트 신호의 주파수-도래각을 추정하기 위한 원형어레이 구조를 제안한다.

시·공간 스펙트럼을 동시에 추정하기 위하여 탭이 있는 등간격 선형어레이를 사용하였으나, 원형어레이는 유사한 통계적 성능을 나타내면서도 기존 방법보다 훨씬 적은 계산량을 요구한다는 새로운 성질도 알아내었다. 특히, 원형어레이는 비균일 샘플링 성질에 의하여 시간과 공간적으로 에일리어징 현상없이 신호를 분리 추정할 수 있음을 이론적으로 분석하였다.

컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비교 분석한 결과, 같은 개구면을 갖는 원형어레이 구조가 탭이 있는 등간격 선형어레이보다 통계적 성능면에서 비교적 우수함을 알 수 있었다.

### ABSTRACT

In this paper, we present the circular array structure for estimating the temporal and spatial spectrum of multiple narrowband incoherent signals which have different frequencies.

The conventional linear array is computationally demanding for simultaneously estimating the spatial and temporal spectrum since it requires the tapped delay line filter. The statistical performance of the circular array is never deteriorated even though it requires much less computational load than the uniform linear array. Especially, it is shown that the circular array resolves the direction-of-arrivals of the multiple signals without the spatial and temporal

\*연세대학교 전자공학과  
Dept. of Electronic Eng. Yonsei Univ.

\*\*경희대학교 전파공학과  
Dept. of Radio Science and Eng. Kyung Hee Univ.  
論文番號: 95375-1031

接受日字: 1995년 10월 31일

aliasing by using the fundamental nonuniform-sampling property possessed by it.

Computer simulation results are shown to demonstrate the better performance achieved with the circular array geometry relative to that obtained with a uniform linear array with taps.

## I. 서 론

소나 및 레이더 신호처리 분야에서 여러 개의 센서로 이루어진 어레이 안테나를 이용하여 신호의 도래각을 추정하는 고분해능 방법(high resolution method)은 높은 분해능으로 다중 신호의 도래각을 추정할 수 있는 장점을 가지고 있다[1]. 그중 공분산형태의 고유구조(eigenstructure)를 이용한 MUSIC[2]이 가장 널리 알려져 있다. 고분해능 방법에서는 신호의 도래각을 추정함에 있어서 신호의 주파수 특성까지도 고려하여 협대역 신호 뿐만 아니라 광대역 신호의 도래각을 추정하는 방법도 활발히 논의되어 왔다[1, 3, 6]. 광대역 신호의 도래각 추정에 있어서는 주파수 대역별로 나누어서 신호의 도래각을 각각 추정한 후 신호의 대역폭에 걸쳐 평균을 취하는 방법[4], 주파수에 따른 각각의 신호 부공간을 변환행렬을 이용하여 한개의 신호 부공간으로 변환시켜 높은 성능을 나타내는 CSM (Coherent Signal-subspace Method) 방법[5] 등이 있다.

또한 신호의 주파수 특성을 고려할 때 협대역 신호 다수가 일정 주파수 대역에 산재해 있는 경우의 도래각 추정도 생각할 수 있는데, 이러한 상황은 다중 신호원의 주파수가 서로 다른 경우, 혹은 도플러 효과 [7] 등으로 인해 발생하며 도래각 추정 역시 광대역 도래각 추정 알고리즘을 그대로 사용할 수 있으나[1], Wax et al. [4]은 이러한 상황에 가장 잘 적용될 수 있는 시·공간 스펙트럼 추정 방법을 제안하였다.

본 논문에서 논의하려는 문제는 이와 같은 서로 다른 주파수를 갖는 다수의 협대역 인코히어런트 신호의 도래각 추정이며, 이를 해결하기 위하여 원형어레이 구조를 사용하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 Wax et al.[4]이 제안한 방법보다 계산량을 크게 줄일 수 있는 장점을 가지고 있다.

원형어레이에 대한 연구는 어레이 구조에 대한 연구[8, 9]뿐 아니라 이를 이용한 어레이 신호처리 알고리즘까지 활발히 진행되어 왔으며 도래각 추정 알고리즘은 협대역 신호[1, 10], 광대역 신호[11], 코히어런

트 신호의 도래각 추정[12] 등에 대해서 연구가 되어 왔다.

원형어레이로 도래각을 추정할 때 방향벡터의 내부 변수인 주파수가 입사 신호의 주파수와 같을 때에만 공간 스펙트럼이 첨두치를 나타냄을 이용하여 입사 신호의 주파수 튜닝(tuning) 에러를 보정할 수 있다는 것이 알려져 있다[13]. 본 논문에서는 이러한 원형어레이의 특성을 신호의 도래각-주파수 분석에 이용하였다. 최근 Padmini et al[11]은 원형어레이로 광대역 신호의 도래각을 추정하는 방법이 제시되어 주파수를 고려한 신호의 도래각 추정 문제에 원형어레이가 유용함을 보이고 있으나, 본 논문에서는 도래각과 동시에 주파수도 추정할 수 있는 방법을 제시한다. 더 나아가, 대형 개구면 sparse 어레이에서 에일리어징이 일어나지 않는다는 점을 비균일 샘플링[14-17]의 관점에서 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 원형어레이로 도래각-주파수를 추정하는 방법이 제안되며 원형어레이의 특성 및 이의 사용으로 인한 잇점 등이 설명된다. III장에서는 컴퓨터 모의실험을 통하여 제안된 방법의 통계적 성능 및 장점을 기존 알고리즘과 비교, 설명하였으며, IV장의 결론으로 본 논문을 끝맺는다.

## II. 원형어레이를 이용한 도래각-주파수 추정

### 1. 신호 모델링 과 스펙트럼 추정

그림 1과 같은 M개의 등간격 원형어레이에 P개의 인코히어런트 협대역 신호가 입사될 때 m번째 센서에 수신되는 신호는 다음과 같다[1, 11, 12].

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^P s_n(t) e^{-j\omega_n r} \cos\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\theta_n\right) + v_m(t) \quad (1)$$

$m = 1, 2, \dots, M.$

윗식에서  $r$ 은 원형어레이의 반경이다. 윗식을 벡터

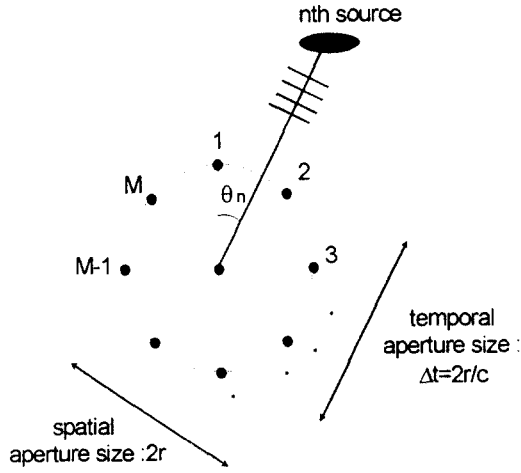


그림 1. 입사 신호와 등간격 원형어레이  
Fig. 1. Incident signal and uniform circular array

형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{x}(t) = A\underline{s}(t) + \underline{v}(t) \quad (2-a)$$

$$\underline{x}(t) = [x_1(t) \cdots x_M(t)]^T \quad (2-b)$$

$$\underline{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \cdots s_p(t)]^T \quad (2-c)$$

$$\underline{v}(t) = [v_1(t) \cdots v_M(t)]^T \quad (2-d)$$

$$A = [\underline{a}(\theta_1, \omega_1) \cdots \underline{a}(\theta_p, \omega_p)] \quad (2-e)$$

윗 식에서  $x_m(t)$ ,  $v_m(t)$ 는 에르고딕 복소 랜덤과정으로서 각각  $m$ 번째 센서의 입력신호, 가우시안 잡음이고,  $s_m(t)$ 는  $m$ 번째 협대역 신호의 복소 포락선이다. 이때, 센서에 입력되는 잡음은 서로 상관관계가 없으며, 잡음과 협대역 신호, 그리고, 협대역 신호끼리도 상관관계가 없음을 가정한다.

센서에 입력된  $n$ 번째 신호의 방향 벡터  $\underline{a}(\theta_n, \omega_n)$ 는 다음과 같다.

$$\underline{a}(\theta_n, \omega_n) = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_n \frac{r}{c} \cos(-\theta_n)} & e^{-j\omega_n \frac{r}{c} \cos(\frac{2\pi}{M} - \theta_n)} \\ \dots & e^{-j\omega_n \frac{r}{c} \cos(\frac{2\pi}{M} (M-1) - \theta_n)} \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

윗 식에서  $\omega_n$ ,  $\theta_n$ 는 각각  $n$ 번째 신호의 각주파수, 입사각이며  $c$ 는 파속이다.

원형어레이의 반경  $r$ 은 아래와 같이 입력 신호의 최소 파장  $\lambda_c$ 의  $\alpha$ 배로 설정되어 있다고 가정한다.

$$r = \alpha \lambda_c = \alpha \frac{c}{f_c} \quad (4)$$

$n$ 번째 입사 신호에 주파수  $f_n$  대신 주파수  $f$ 를 포함한 방향 벡터는 아래와 같이 주어진다.

$$\underline{a}(\theta, f) = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi \frac{f}{f_c} x \cos(-\theta)} & e^{-j2\pi \frac{f}{f_c} x \cos(\frac{2\pi}{M} - \theta)} \\ \dots & e^{-j2\pi \frac{f}{f_c} x \cos(\frac{2\pi}{M} (M-1) - \theta)} \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$\theta \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p\}, f \in \{f_1, f_2, \dots, f_p\}$$

식 (2-a)에 있는 벡터  $\underline{x}(t)$ 의 공분산행렬을 고유분해(eigendecomposition) 해서 얻는 가장 큰  $p$ 개의 고유치(eigenvalue)에 해당하는 고유벡터(eigenvector)들이 이루는 공간은 식 (5)의 벡터  $\underline{a}(\theta, f)$ 들이 이루는 공간과 동일하다 [2]. 이러한 성질을 이용하여  $p$ 개의 고유벡터들이 이루는 공간에 span하는 방향벡터를 입사각  $\theta$ 와 주파수  $f$ 를 변화시켜가면서 찾아내는 과정이 MUSIC 방법이다. 즉, MUSIC 방법[2]을 이용하면 어레이에 입사되는 신호의 입사각과 주파수를 모두 알아낼 수 있다.

원형어레이가 도래각과 주파수 분리의 성질을 나타내는 것은 공간적 샘플링과 시간적 샘플링을 동시에 수행하기 때문이다. 즉 원형어레이는 그림 1에서 처럼 신호가 입사하는 방향에 수직으로 공간적으로 샘플링하고, 신호 진행 방향으로는 시간적인 샘플링을 한다. 이때 스펙트럼의 분해능은 유효 개구면 크기(effective aperture size)가 작아하므로 그림 1에 있는 원형어레이의 시·공간 개구면인  $(K-1)T_s$ ,  $(M-1)\lambda/2$ 과 각각 같다면 시·공간적으로 같은 분해능을 보이게 된다. 여기서  $T_s$ 는 표본주기이면 표본주파수  $f_s$ 의 역수이다.

탭이 있는 선형어레이 대신에 원형어레이를 사용하면 어레이 구조의 특성상 다음과 같은 몇가지 성질을 관찰할 수 있다.

첫째, 원형어레이 구조 자체가 시간적 샘플링을 수행하기 때문에 별도의 탭이 필요없다. 만일  $K$ 탭 선형어레이를 사용한다면 별도의 탭의 사용으로 인한 계산량이 공분산 행렬 형성에서는  $K$ 배, 고유치 분해 과정에서는  $K^3$ 배, MUSIC 스펙트럼 searching과정에서는  $K^2$ 배로 증가하게 된다. 선형어레이와 동일한  $M$ 개

의 센서를 가진 원형어레이를 사용한다면 많은 계산상의 이득을 볼 수 있다.

둘째, 원형어레이 구조상 공간-시간적 비균일 샘플링으로 인한 장점을 살릴 수 있다. 비균일 샘플링을 수행하는 비균일 어레이를 사용하면 스펙트럼 에일리어징 현상이 없으므로 어레이 센서 간격을 늘림으로써 적은 수의 센서 어레이로 높은 분해능을 얻을 수 있다. 이러한 어레이를 'sparse 어레이'라고 하며 이렇게 센서 간격을 늘리는 것을 'thinning'이라고 한다[15].

셋째, 원형어레이는 각도에 따라서 유효 개구면 크기가 변하지 않으므로 입사신호의 방위각에 관계없이 일정한 분해능을 유지할 수 있다. 즉, 선형어레이에서 발생하는 180° 모호성이 존재하지 않을 뿐만 아니라 양각도 추정할 수 있다.

## 2. 공간 및 시간적 에일리어징

여기서 주목할 것은 원형어레이에서는 샘플링이 시·공간적으로 비균일하게 수행된다는 것이다. 즉 원형어레이는 비균일 선형어레이에 비균일 TDL(Tapped-Delay Line) 필터가 있는 것과 동일하게 볼 수 있다.

일반적으로 비균일 어레이는 같은 수의 센서를 갖는 균일 어레이에 비해 매우 높은 분해능을 얻는데 사용된다. 균일 어레이에서 센서 간격이  $\lambda/2$ 를 넘을 때 발생하는 공간적 에일리어징 현상은 비균일 어레이를 사용할 때는 발생하지 않으므로 어레이 개구면을 크게 늘림으로써 높은 분해능을 얻을 수 있다. 이것은  $\lambda/2$  등간격 어레이 사용시 공간 스펙트럼이 각 주파수  $2\pi$ 를 주기로 주기성을 나타내지만 비균일 어레이에서는 스펙트럼이 주기적이지 않게 되기 때문이다[15, 16].

이 사실을 알아보기 위한 예로서  $\lambda/2$  등간격 선형어레이와, 같은 개구면 크기와 같은 센서 수를 갖는 비균일 선형어레이를 이용하여 MUSIC 스펙트럼의 주기성을 알아본 후에 원형어레이의 공간 및 시간적 에일리어징 현상에 대해 분석한다.

먼저 등간격 선형어레이에서의 MUSIC 스펙트럼의 주기성을 알아본다. 센서수 M인  $\lambda/2$  등간격 선형어레이의 환경에서 MUSIC 스펙트럼의 역  $D(\theta)$ 는 다음과 같다[2].

$$D(u) = \|U_n^H \cdot a(u)\|^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} a(u) &= \left[ 1 e^{-j\omega \frac{d}{c} \sin\theta} e^{-j2\omega \frac{d}{c} \sin\theta} \dots e^{-j(M-1)\omega \frac{d}{c} \sin\theta} \right]^T \\ &= \left[ 1 e^{-j\pi \sin\theta} e^{-j2\pi \sin\theta} \dots e^{-j(M-1)\pi \sin\theta} \right]^T, \end{aligned}$$

$$d = \lambda/2, u = \sin\theta \quad (6-a)$$

여기서  $U_n$ 은  $M-p$ 개의 가장 작은 고유치에 대응하는 고유벡터를 열벡터로하는 잡음부공간행렬이며  $H$ 는 복소전치행렬을 표시한다.

이 스펙트럼이 주기  $u_0$ 의 주기성을 나타낸다면 스펙트럼은 아래 식을 만족해야 한다.

$$D(u) = D(u + n \cdot u_0) \quad n = \text{integer} \quad (7)$$

윗 식에 식 (6)을 대입하면 방향 벡터 원소끼리의 등식을 얻는다.

$$\begin{aligned} a_m(u) &= a_m(u + n \cdot u_0) \\ n &= \text{integer}, m = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (8)$$

윗식을 정리하면 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} e^{jn\pi(m-1)u} &= e^{jn\pi(m-1)(u+nu_0)} \\ n &= \text{integer}, m = 1, 2, \dots, M \\ \therefore 1 &= e^{jn\pi(m-1)nu_0} \end{aligned} \quad (9)$$

주어진  $n, m$ 의 범위에 대해 윗식을 만족하는 상수  $u_0$ 값은 2이다. 즉,  $\lambda/2$  등간격 선형어레이의 공간 스펙트럼은 각주파수  $\pi u_0 = 2\pi$ 의 주기성을 갖는다.

비균일 어레이에 대해서도 공간 스펙트럼의 주기성을 알아보기 위해 그림 2와 같은 어레이 구조를 이용한다. 이 어레이는 원형어레이를 신호의 진행 방향에 수직인 직선에 투영시킨 비균일 선형어레이로서 여기서 얻은 결과를 원형어레이로 확장시킬 것이다.

그림 2의 어레이를 사용할때 방향벡터  $a(u)$ 의  $m$ 번째 원소는 등간격 선형어레이와 같은 개구면 크기, 같은 센서수를 갖는다는 가정하에 다음과 같이 된다.

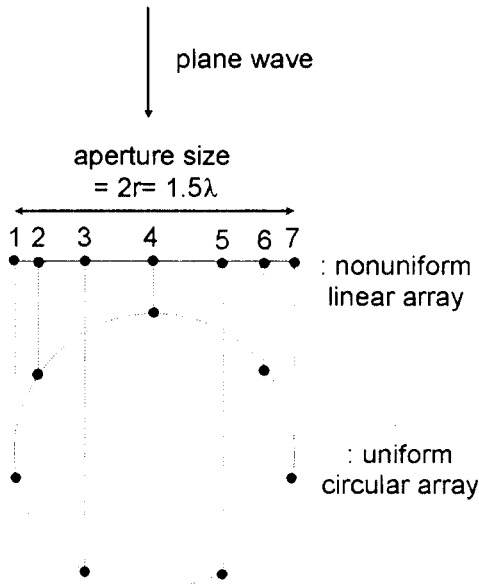


그림 2. 원형어레이와 동일한 공간샘플링을 하는 비균일 어레이

Fig. 2. Nonuniform linear array performing the same spatial sampling as the circular array

$$\begin{aligned}
 a_m(u) &= e^{j\frac{\omega}{c}d_m u} \\
 &= e^{j\frac{\omega}{c}r\cos(\frac{2\pi}{M}(m-1))u} \\
 &= e^{j\pi\frac{(M-1)}{2}\cos(\frac{2\pi}{M}(m-1))u}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

$d_m$ 은 기준점으로부터의  $m$ 번째 센서 거리이고  $r$ 은 반경, 즉 개구면 크기의 반으로서 여기서는  $\frac{1}{2}(M-1)\frac{\lambda}{2}$ 의 값을 갖는다.

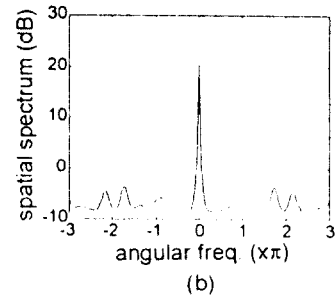
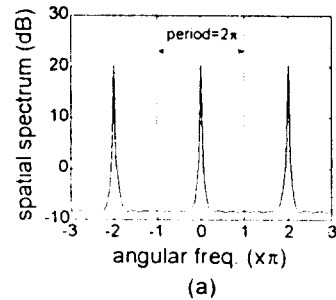
이 어레이를 사용한 MUSIC 스펙트럼이  $u_0$ 의 주기를 갖는다고 가정하고 식(6)-식(10)의 과정을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &= e^{j\pi\frac{(M-1)}{2}\cos(\frac{2\pi}{M}(m-1))u} = e^{j\pi\frac{(M-1)}{2}\cos(\frac{2\pi}{M}(m-1))(u+n u_0)} \\
 \therefore 1 &= e^{j\pi\frac{(M-1)}{2}\cos(\frac{2\pi}{M}(m-1))n u_0}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

$n = \text{integer}, m = 1, 2, \dots, M$

여기서 주어진  $n, m$ 범위에 대해 위식을 만족하는 상수  $u_0$ 를 찾으면 그 값은 곧 주기를 나타낸다. 식(11)은  $m = 1, 2, \dots, M$ 에 대해  $\cos(\frac{2\pi}{M}(m-1))u_0$ 가 유리수가 되어야 하는 문제와 등가이며, 이는 곧  $M$ 개의 cosine 값과의 곱이 유리수가 되는 상수  $u_0$  값을 구해야 하는 문제가 되는데, 이러한 값은  $M = 3, 4, 6$ 에서만 찾을 수 있다. 위의  $M$ 값들은 신호의 입사방향으로 원형어레이를 투영시켰을 때 균일 어레이가 되게 하는 값들이다. 그리고 이것은 신호가  $0^\circ$ 에서 들어온다고 가정하고 분석한 것으로서 원형어레이를 투영시켰을 때 균일 어레이가 되지 않는 방향에서 신호가 들어온다면 위의  $M$ 값에서도 스펙트럼의 주기성은 나타나지 않을 것이다.

그림 3의 (a), (b)에는 같은 개구면 크기( $L = 1.5\lambda$ )와 같은 센서수( $M = 7$ )를 갖는  $\lambda/2$  등간격 선형어레이와 그림 2에 있는 비균일 어레이의 MUSIC 공간 스펙트럼이 각 주파수  $[-3\pi, 3\pi]$ 의 범위에 대해서 그려져 있다. 등간격 선형어레이의 스펙트럼은  $2\pi$ 의 주기를 갖고 있지만 비균일 선형어레이는 비균일 샘플링 효과로 인해 스펙트럼이 주기적이지 않음을 볼 수 있다. 시간축에서도 똑같은 현상이 일어남을 그림 3의 (c), (d)에서 볼 수 있다.



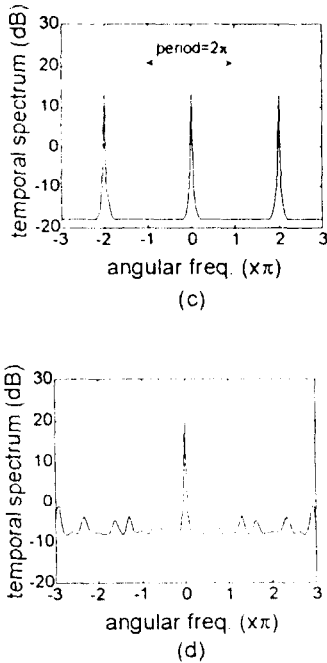


그림 3. 등간격 선형어레이와 비균일 어레이의 스펙트럼 주기성

- (a) 등간격 선형어레이의 공간 스펙트럼
- (b) 비균일 선형어레이의 공간 스펙트럼
- (c) 등간격 선형어레이의 주파수 스펙트럼
- (d) 비균일 선형어레이의 주파수 스펙트럼

Fig. 3. Spectrum periodicity of uniform and nonuniform linear array

- (a) Spatial spectrum of uniform linear array
- (b) Spatial spectrum of nonuniform linear array
- (c) Frequency spectrum of uniform linear array
- (d) Frequency spectrum of nonuniform linear array

지금까지 비균일 선형어레이에서의 스펙트럼 비주기성에 대하여 알아보았다. 다음에는 본 논문에서 논의하고자하는 원형어레이에 대한 공간 및 시간적 에일리어징 현상을 살펴 본다. 식 (5)를 이용하여  $f = f_c$  라고 가정하고, 식 (8)을 전개하면 다음과 같은 조건 하에서 에일리어징이 발생한다.

(공간적 에일리어징 조건)

- $M = 3, \alpha = even, \theta = \frac{\pi}{3} m, m = 0, \dots, 5$
- $M = 4, \alpha = integer, \theta = \frac{\pi}{2} m, m = 0, \dots, 3$

- $M = 4, \alpha = \sqrt{2}n, n = integer, \theta = \frac{\pi}{2} m + \frac{\pi}{4}, m = 0, \dots, 3$
- $M = 6, \alpha = even, \theta = \frac{\pi}{3} m, m = 0, \dots, 5$

(시간적 에일리어징 조건)

- $M = 3, \theta = \frac{\pi}{3} m, m = 0, \dots, 5, \frac{f - f'}{f_c} \alpha = even$
- $M = 4, \theta = \frac{\pi}{2} m, m = 0, \dots, 3, \frac{f - f'}{f_c} \alpha = integer$
- $M = 4, \theta = \frac{\pi}{2} m + \frac{\pi}{4}, m = 0, \dots, 5, \frac{f - f'}{f_c} \alpha = integer$
- $M = 6, \theta = \frac{\pi}{3} m, m = 0, \dots, 5, \frac{f - f'}{f_c} \alpha = even$

위에서  $\alpha$ 는 식(4)에서 정의된 바와 같고  $f'$ 은 에일리어징으로 인한 침투 주파수이다. 위의 에일리어징 조건들을 보면 신호 입사각에 수직인 평면으로 원형어레이를 투영시켰을 때 등간격 선형어레이가 되는지 여부가 첫번째 조건이 된다. 하지만  $\alpha$ 에 대한 조건에서 보듯이 첫번째 조건을 만족한 상태에서 어레이 방향이 입사 신호의 파장(주파수)과 특별한 관계가 있을 때만이 에일리어징이 발생하기 때문에 이 두가지 조건을 만족하는 경우는 위에 열거한 경우 외에는 없으며 이러한 경우의 수는 매우 드물다. 만일 어레이 센서 수를  $M = 3, 4, 6$ 이 아닌 다른 경우로 지정한다면 어떤 경우여라도 에일리어징을 피할 수 있다.

결론적으로 볼 때, 비균일 샘플링을 수행하는 원형어레이는 특수한 몇가지 경우를 제외하고는 공간적으로나 시간적으로나 에일리어징을 나타내지 않으므로 앞에서 언급한 두번째 성질인 어레이 센서 간격을 늘림으로써 작은 수의 센서로 높은 분해능을 얻는데 사용될 수 있다.

### III. 시뮬레이션 결과

#### 1. 탭이 있는 선형어레이와 원형어레이의 성능 비교

탭이 있는 선형어레이와 원형어레이의 도래각 및 주파수 분해능을 살펴보기 위해서 동일한 공간 개구면과 시간 개구면 크기를 갖도록 두 어레이의 규격을 정하였다.

먼저 신호는  $f_c = 1500$  Hz 를 중심 주파수로 갖도록 설정하였다. 서로 다른 주파수를 갖는 신호들은 모두

$f_c$ 를 중심으로  $\Delta f$ 만큼의 주파수 변이를 갖는다고 가정하였다. 샘플링 주파수는  $f_s = 4000$  Hz로 설정하였으며, 두 어레이의 공간 개구면 크기는 모두  $3\lambda_c$ 가 되도록 하였다. 탭이 있는 선형어레이는  $\lambda/2$  등간격으로 7개의 센서를 가지며 원형어레이도 반경  $r = 1.5\lambda$ 로서  $M = 7$ 개의 센서를 갖는 것으로 설정하였다. 두 어레이의 시간 개구면 크기는  $8T_s$ 가 되도록 하였다. 탭이 있는 선형어레이는  $K = 9$  탭을 가지며 원형어레이는  $3/f_c = 0.002$  [sec]의 시간 개구면을 갖는데 이는  $8T_s$ 와 같다.

여러가지 SNR에 대해 인접 각과 인접 주파수의 분해능을 살펴 보았다. 그림 4(a)는 두 입사 신호의 도래각이 ( $0^\circ, 5^\circ$ )일 때 각각의 설정된 SNR에 대해서 200회의 독립 시행을 하여 도래각의 분리율을 도시한 것이다. 구간  $[-2^\circ, 2^\circ]$ 와  $[3^\circ, 7^\circ]$ 내에서 각각 피크를 보이면 분리한 것으로, 그렇지 않으면 분리 못한 것으로 하여 분리율을 도시한 것이다. 여기서  $\pm 2$ 의 간격을 정한 것은 이론적인 유도로부터 도출된 것이 아니고 주관적인 값이지만 제안된 방법의 통계적 성능을 상대적으로 비교하기에는 충분하다고 볼 수 있다. 그림 4(b)는 두 신호의 정규 주파수가 (0.375, 0.425)일 때의 주파수 분리율을 보인 것이다. 낮은 SNR에서는 탭이 있는 선형어레이가 비교적 좋은 성능을 보이나 높은 SNR에서는 원형어레이가 나은 성능을 보이고 있다. 그러나, 이때 계산량은 많은 차이가 있음을 주목할 필요가 있다. 즉, 탭이 있는 선형어레이를 사용하면  $MK(7 \cdot 9 = 63)$ 차원으로 벡터 및 행렬 계산을 하지만 원형어레이는 7차원의 계산을 한다. 컴퓨터 모의 실험상의 계산량은 FLOPS로 56배의 차이가 있다. 따라서, 원형어레이를 이용한 경우의 분해능은 훨씬 적은 계산량을 요구하면서도 선형어레이의 성능보다 떨어지지 않으며 SNR이 8dB 이상인 경우에는 분해능 효과면에서 25%이상 향상됨을 알 수 있다.

그림 5는 도래각이  $0^\circ$ 이고 정규 주파수가 0.375인 신호가 입사될 때 서로 다른 SNR에 대하여 어레이로 각각 200회의 독립시행을 하여 추정된 바이어스와 분산을 보여주고 있다. 이 그림으로부터 두 어레이의 성능은 비슷한 것으로 나타나고 있음을 알 수 있다.

원형어레이의 비균일 샘플링 효과로부터 적은 센서수를 이용하여 높은 분해능을 얻을 수 있음을 보여 주기 위하여 매우 작은 입사각 간격을 가지고 대형

sparse 어레이로 입사하는 두 인코히어런트 신호의 도래각 추정 결과를 그림 6에 나타내었다. 여기서 정규주파수는 각각 0.4와 0.375, 입사각은  $0^\circ$ 와  $2^\circ$ 인 두 신호를 이용하였으며, 원형어레이 반경은  $4.5\lambda$ 로서 최대 주파수를 갖는 신호의 파장은  $\lambda$ 로 정하였다. 그림 6으로부터 두 입사 신호의 도래각이 효율적으로 분리되어 있음을 알 수 있다. 같은 개구면 크기로 유

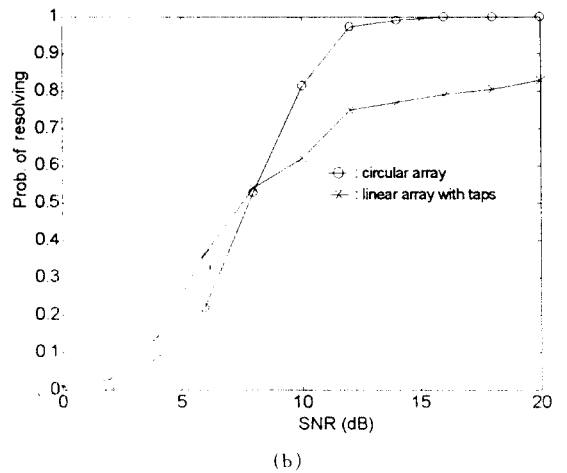
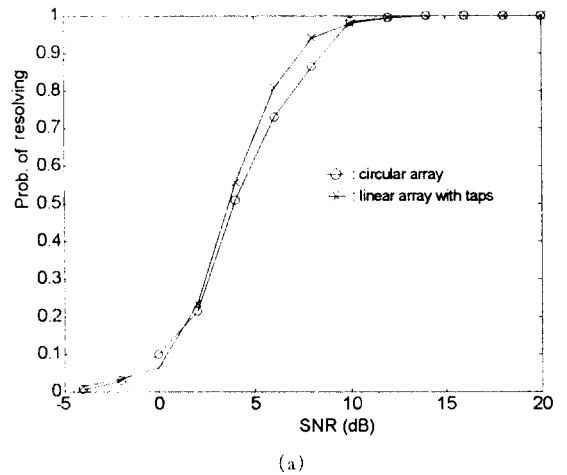


그림 4. 근접신호 분해능 (o: 원형어레이, x: 탭이 있는 선형어레이)

(a) 도래각 분해능 (b) 주파수 분해능

Fig. 4. Probability of resolving two near end incident signals (o: Circular array, x: Linear array with taps) (a) Probability of DOA resolution (b) Probability of freq. resolution

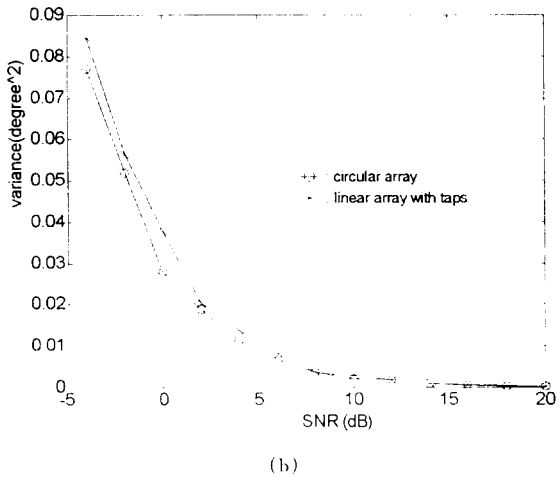
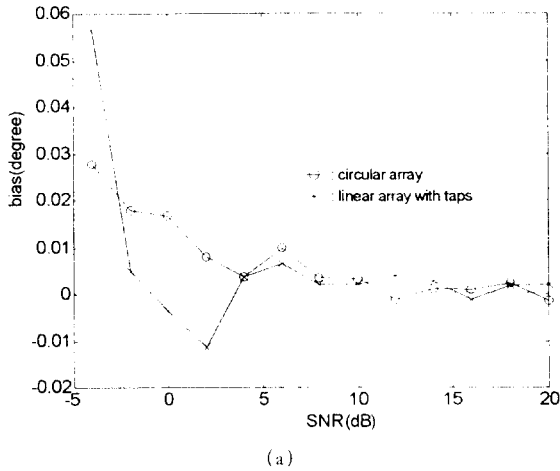


그림 5. 도래각 추정치의 표본 바이어스와 표본 분산  
(o: 원형어레이, x: 탭이 있는 선형어레이)  
(a) 표본 바이어스 (b) 표본 분산

Fig. 5. Sample Bias and sample variance of DOA estimate  
(o: Circular array, x: Linear array with taps)  
(a) Sample bias (b) Sample variance

사한 통계적 성능을 얻기 위해서는 19개의 센서수와 약 25개의 탭수가 필요하므로 이로인한 계산량은 매우 클 뿐 아니라 실제적인 면에서 실용적이지 못하다. 개구면 크기가 점점 커질수록 spurious 첨두치가 상대적으로 증가되므로 이러한 현상에 대한 적당한 크기를 결정하는 것도 앞으로 연구되어야 한다.

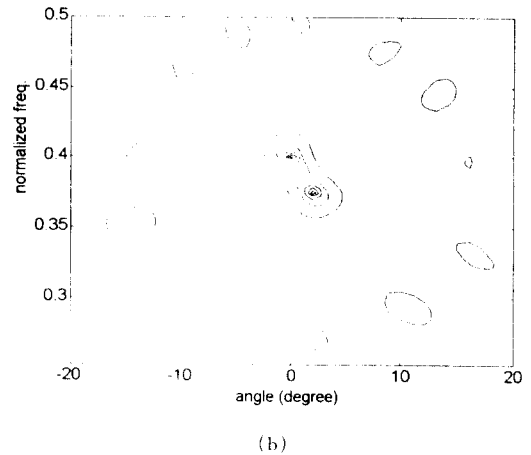
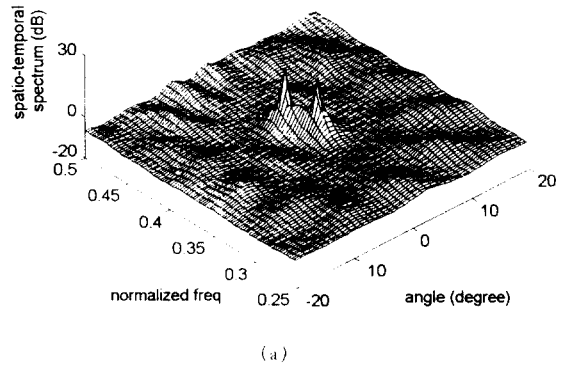


그림 6. Sparse 원형어레이로 추정된 도래각-주파수 스펙트럼  
(a) 3D 플롯 (b) 등고선

Fig. 6. Estimated DOA-Freq Spectrum using sparse circular array  
(a) 3-D plot (b) Contour

### V. 결 론

본 논문에서는 MUSIC 알고리즘을 이용하여 인코더 신호의 도래각-주파수를 동시에 추정할 수 있는 어레이구조를 제안하고 이를 서로 다른 주파수를 갖는 다중 신호의 도래각을 추정하는 구조에 효과적으로 적용시킬 수 있음을 보였다.

기존의 알고리즘인 탭이 있는 선형어레이를 사용하는 방법과 비교할 때 원형어레이는 공간적 샘플링과 시간적 샘플링을 동시에 수행하므로 탭이 필요 없



으며, 이로 인해서 같은 성능에 대해 계산량을 대폭 줄일 수 있음을 모의 실험을 통하여 확인하였다. 추정값 오차에 있어서도 원형어레이를 사용한 경우 주파수 추정값의 바이어스와 분산이 기존의 탭이 있는 선형어레이를 사용한 경우에 비해 매우 작게 나타남을 확인할 수 있었다.

그리고 원형어레이는 적은 수의 센서로 높은 분해능을 갖는 대형 개구면 sparse 어레이로 확장 이용될 수 있는데, 이는 비균일 샘플링 효과로 인하여 샘플링 간격 증가로 인한 에일리어징 현상을 피할 수 있기 때문이다.

현재 sparse 원형어레이를 이용한 코히어런트 신호의 효율적인 분리 문제, 다차원 searching시 계산량을 줄이는 방법 등에 대한 연구가 진행중이다.

### 참 고 문 헌

1. D. H. Johnson, "The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems," *Proc. IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 1018-1028, Sep. 1982.
2. R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 276-280, Mar. 1984.
3. J. A. Cadzow, Y. S. Kim and D. C. Shiue, "General direction-of-arrival estimation: a signal subspace approach," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-25, no. 1, pp 31-47, Jan. 1989.
4. M. T. Wax, T. Shan and T. Kailath, "Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods," *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-32, no. 4, pp. 817-827, Aug. 1984.
5. H. Wang and M. Kaveh, "Coherent signal subspace processing for the detection of estimation of angles of arrival of multiple wideband signals," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 823-831, Aug. 1985.
6. K. M. Buckley and L. Griffiths, "Eigenstructure based broadband source location estimation," *ICASSP 1986*, pp. 1869-1872.
7. R. O. Nielsen, *Sonar Signal Processing*, Artech House, 1991.
8. W. H. Kummer, "Basic array theory," *Proc. IEEE*, vol. 80, no. 1, pp. 127-140, Jan. 1992.
9. M. P. Moody, "Resolution of coherence sources incident on a circular antenna array," *Proc. IEEE*, vol. 68, pp. 276-277, Feb. 1980.
10. A. H. Tewfik and W. Hong, "On the application of uniform linear array bearing estimation techniques to uniform circular arrays," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, no. 4, pp. 1008-1011, Apr. 1992.
11. C. U. Padmini and P. S. Naidu, "Circular array and estimation of direction of arrival of a broadband source," *EURASIP*, vol. 37, no. 2, pp. 243-254, May 1994.
12. M. Wax and J. Sheinvald, "Direction finding of coherent signals via spatial smoothing for uniform circular arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-42, no. 5, pp. 613-620, May 1994.
13. A. Ng and G. P. Quek, "Unknown signal wavelength and array processing," *ICASSP 1994*, pp. 205-208.
14. N. Maeda, "Transversal filters with nonuniform tap spacings," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-27, no. 1, pp. 1-11, Jan. 1980.
15. M. I. Skolnik, G. Nemhauser and J. W. Sherman, III, "Dynamic programming applied to unequally spaced arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-12, pp. 35-43, 1964.
16. P. Jarske et al., "On properties and design of nonuniformly spaced linear arrays," *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-36, no. 3, pp. 372-380, Mar. 1988.
17. R. M. Leahy and B. D. Jeffs, "On the design of maximally sparse beamforming arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, no. 8, pp. 1178-1187, Aug. 1991.



黃 晟 準(Sung-June Hwang) 정회원

1993년 2월:연세대학교 전자공학과 졸업(공학사).

1995년 2월:연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사).

현재:삼성전자 CDMA, PCS S/W 개발부 근무.

※주관심분야:디지털 신호처리, 이동통신 등임.



成 河 宗(Ha-Jong Sung) 정회원

1992년 2월:연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1994년 2월:연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

현재:연세대학교 전자공학과 박사과정

※주관심분야:디지털 신호처리, 통계적 신호처리, 배열 신호처리, 레이더/소나 신호처리, 적응 신호처리 등임



朱 敬 煥(Kyoung-Hwan Ju) 정회원

1991년 2월:연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)

1993년 2월:연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

현재:연세대학교 전자공학과 박사과정

※주관심분야:디지털 신호처리, 통계적 신호처리, 배열 신호처리, 레이더/소나 신호처리, 적응 신호처리 등임

金 榮 洙(Young-Soo Kim)

정회원

현재:경희대학교 전자공학과 조교수  
한국통신학회 논문지, 제20권 제2호 참조

尹 大 熙(Dae-Hee Youn)

정회원

현재:연세대학교 전자공학과 교수  
한국통신학회 논문지, 제20권 제7호 참조