DBpia

論文 96-21-4-19

Rayleigh 페이딩 채널에서 BPSK와 QPSK 신호의 변조 분류

正會員 尹 東 源*, 韓 榮 烈**

Modulation Classification for BPSK and QPSK Signals over Rayleigh Fading Channel

Dong Weon Yoon*, Young Yearl Han** *Regular Members*

요 약

이제까지 변조 분류에 대한 연구는 가산성 백색 가우시안 잡음에서만 해석되어 연구되어 왔다. 이 논문에서는 Rayleigh 페이딩 채널에서 통계적 모멘트에 근거한 BPSK와 QPSK 신호의 디지틀 변조 분류기를 제시하고 성능을 분석한다.

백색 가우시안 잡음과 Rayleigh 페이딩이 존재하는 환경에서 복조된 신호의 샘플 모멘트를 계산한다. 계산된 모멘트 값을 바탕으로 중심 극한 정리를 이용하여 샘플 모멘트의 평균과 분산을 계산한다. 이로부터 샘플 모멘트의 확률 밀도 함수를 구하고 베이즈 검정을 적용하여 통계적 모멘트에 기초한 BPSK와 QPSK 신호의 디지틀 변조 분류기를 제시하고 오분류 확률을 유도하여 성능을 분석한다.

Abstract

A modulation type classifier based on statistical moments has been successfully employed to classify PSK signals. Previously, developed classifiers were analyzed in AWGN channel only. In this paper, a moments-based modulation type classifier to classify BPSK and QPSK signals over Rayleigh fading channel is proposed and analyzed.

The moments of received signal are evaluated with the exact distribution of the received signal and a moments-based classifier is proposed. The performance evaluation of the proposed classifier in terms of the misclassification probability for BPSK and QPSK is investigated under Rayleigh fading environment.

*東西大學校 情報通信工學科
Dept. of Information & Communication Engineering, Dongseo University
**漢陽大學校 電子通信工學科
Dept. of Electronic Communication Engineering, Hanyang University

論文番號:95335-0929
接受日字:1995年 9月 29日

www.dbpia.co.kr

Ⅰ. 서 론

디지틀 이동통신의 필요성과 중요성이 날로 증가함에 따라 현대의 다양한 통신 환경 아래서 여러 변조 방식들이 제안되어 사용되고 있다. 이에따라 수신기에서 신호 방식을 구별하는 변조 분류 기술은 신호의 확인과 간섭 신호의 구분, 주파수 스펙트럼의 관리 및 감시와 같은 분야에서 많은 주목을 끌고 있으며 그 필요성이 날로 증가하고 있다. 이에 관련된 연구로는, Gardner는 stationary한 신호가 표본화, 변조, 다중화, 부호화 같은 주기적인 조작을 거치면 자기상관함수 같은 확률적 변수들이 주기적 성질을 띠게되어 cyclostationary한 성질을 가지게 됨을 보이고 이러한 성질을 바탕으로 스펙트럼 상관함수를 정의하고 해석하였다. 변조 신호마다 서로 다른 스펙트럼 상관 특성은 신호의 검출, 분류, 추정 같은 분야에서 응용될 수 있으며 낮은 신호대 잡음비에서도 추정과 검출이 가능함을 보였다. Polydoros는 BPSK와 QPSK 신호를 판정 이론을 바탕으로 구분하고 있다. 여기서는 그 결과를 반송파 대 잡음 전력비가 낮을 때에 대하여 근사화 시켰으며 시뮬레이션을 통하여 결과를 입증하고 있다. 그러나 신호에 대하여 초기 위상, 반송파 주파수, 심볼 rate, CNR 값 같은 내용을 변조 분류기에서 미리 알아야 하는 단점이 있어 복잡하며 근사화 된 결과이다. Soliman은 PSK 신호에 대하여 위상에 대한 모멘트를 계산하여 변조 분류를 행하고 있다. 여기서는 위상에 대한 확률 밀도 함수를 CNR이 높을때에 대하여만 Tikhonov 밀도 함수로 근사화하여 모멘트를 계산하고 근사적으로 변조 분류기를 분석하고 있다. 그러나 Tikhonov 밀도 함수는 CNR이 6 dB 이상에서 거의 정확한 근사값을 가지는데 오분류 성능은 0 dB 이하에서 해석하고 있다. 또한 모멘트에 대하여도 8차 까지는 성능이 좋아지나 그 이후에는 성능이 나빠져 각각의 경우마다 최적의 모멘트를 구하여야 하는 단점이 있다[1]-[4].

위에서 살펴본 이제까지의 변조 방식 분류에 대한 연구는 페이딩(fading)을 고려하지 않은 가산성 백색 가우시안 잡음 (AWGN:Additive White Gaussian Noise) 채널에서만 해석되었다. 그러나 현대의 통신이 점차 아날로그에서 디지틀로, 고정통신에서 이동통신으로 변화해 가므로 이러한 디지틀 이동통신 환경에서 발생하는 문제점들을 고려한 연구가 필요하다.

이동통신 채널에서는 신호의 다중 경로에 의하여 반사파가 생기며 이는 수신 신호의 크기와 위상을 변화시킴으로써 시스템의 성능을 심각하게 저하시켜 많은 문제점을 야기한다. 이러한 신호 진폭의 감쇄 현상을 페이딩이라 하는데 이 페이딩은 여러 확률 분포로 모델화 될 수 있다. 이러한 여러 분포중 수신 신호 진폭의 빠른 변화 성분은 Rayleigh 분포로 나타낼 수 있다[5].

이 논문에서는 Rayleigh 페이딩 채널에서 수신 신호의 모멘트(moment)를 계산하고 통계적 모멘트에 의한 BPSK와 QPSK 신호의 디지틀 변조 분류기를 제시한다. 이로부터 Rayleigh 페이딩 채널에서 BPSK 신호와 QPSK 신호의 변조 분류기에 대한 오분류 확률(misclassification probability)을 유도하고 성능을 분석한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 시스템 모델을 살펴보고 3장에서는 이로부터 수신 신호의 모멘트를 계산한다. 4장에서는 Rayleigh 페이딩 채널에서 모멘트에 기초한 BPSK와 QPSK 신호의 디지틀 변조 분류기를 제시하고 오분류 확률을 구하여 제안된 시스템의 성능을 분석하고 5장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 시스템 모델

일반적인 BPSK 동기 복조기 블록도는 그림 1과 같다.

여기서 진폭은 단위 크기로 정규화 시킨다고 가정하며 θ는 Rayleigh 페이딩에 의한 위상 오류로 θ의 확률 밀도 함수는 다음과 같다[6].

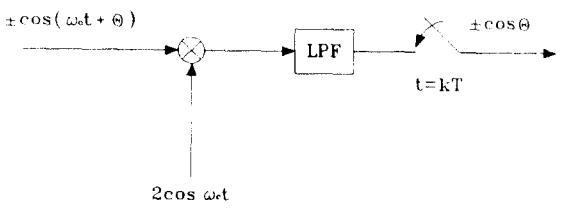


그림 1. BPSK 동기 복조기 블록도
Fig 1. Block diagram of coherent BPSK receiver

www.dbpia.co.kr

$$f(\theta)=\frac{1}{2\pi(1+R)}\ {}_2F_1(1,\ 1;\frac{1}{2}\ ;\frac{R\cos^2\theta}{1+R})$$
$$+\frac{\sqrt{R}\cos\theta}{4(1+R\sin^2\theta)^{\frac{3}{2}}},\ -\pi\le\theta\le\pi \qquad (2.1)$$

여기서 R은 신호대 잡음비이고 ${}_2F_1(\cdot)$은 초기하(hypergeometric) 함수로[7, pp.556, 15.1.1] 다음 식과 같으며 $\Gamma(\cdot)$는 감마(gamma) 함수이다.

$${}_2F_1(a,\ b;c;z)=\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+n)}{\Gamma(c+n)}\ \frac{z^n}{n!} \qquad (2.2)$$

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty}e^{-t}\,t^{x-1}\,dx \qquad (2.3)$$

그림 1에서 최종적으로 수신기에서 받는 신호는 $\cos\theta$ 이므로 $x=\cos\theta$로 확률 변수를 변환하여 식 (2.1) 로부터 새로운 확률 밀도 함수를 유도하면 다음과 같다 [6].

$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+R)\sqrt{1-x^2}}\ {}_2F_1(1,\ 1;\frac{1}{2}\ ;\frac{R\,x^2}{1+R})$$
$$+\frac{\sqrt{R}\,x}{2\sqrt{1-x^2}\,[1+R(1-x^2)]^{\frac{3}{2}}}\ ,\ -1\le x\le 1 \qquad (2.4)$$

또한 $x=\sin\theta$로 확률 변수 변환하여 식 (2.1)로부터 구한 확률 밀도 함수 g(x)는 다음과 같으며 이는 QPSK의 모멘트 계산에 쓰인다.

$$g(x)=\frac{1}{\pi(1+R)\sqrt{1-x^2}}\ {}_2F_1\ [1,\ 1;\frac{1}{2}\ ;\frac{R(1-x^2)}{1+R}\ ],$$
$$-1\le x\le 1 \qquad (2.5)$$

Ⅲ. 모멘트 계산

복조된 MPSK 신호의 n차 앙상블(ensemble) 모멘트는 아래 식으로 표시된다.

$$m_n(M)=\int_{-1}^{1}x^n\,f(x,\ M)\,dx \qquad (3.1)$$

여기서 f(x, M)은 MPSK 신호의 확률 밀도 함수로 M이 1일 때는 연속(CW:Continuous Wave) 신호의 확률 밀도 함수를, M 이 2 일때는 BPSK 신호의 확률 밀도 함수를 그리고 M이 4 일때는 QPSK 신호의 확률 밀도 함수를 각각 나타낸다. 먼저 하나의 확률 변수 $x=\cos\theta$는 그 자신의 확률 밀도 함수 f(x)에 의하여 모멘트를 계산할 수 있는데, 이것은 CW 신호에 해당한다 (M = 1). 이 CW 신호에 대한 n차 모멘트 $m_n(1)$은 다음과 같다.

$$m_n(1)=\int_{-1}^{1}x^n\,f(x)\,dx \qquad (3.2)$$

여기서 f(x)는 식 (2.4)이다. 식 (3.2)를 계산하면 CW 신호의 모멘트는 다음과 같다. [부록참조]

$$m_n(1)=$$
$$\begin{cases}\dfrac{\Gamma(\frac{n}{2}+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\ (1+R)\Gamma(\frac{n}{2}+1)}\ {}_3F_2(1,\ 1,\ \frac{n}{2}+\frac{1}{2}\ ;\frac{1}{2}\ ,\ \frac{n}{2}+1\ ;\frac{R}{1+R}),\ n\ even\\ \dfrac{\sqrt{R}}{(1+R)^{\frac{3}{2}}\ (n+2)}\ F_1(\frac{n}{2}+1,\ \frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{2}\ ;\frac{n}{2}+2\ ;1,\ \frac{R}{1+R}),\ n\ old\end{cases} \qquad (3.3)$$

여기서 ${}_3F_2(\cdot)$, $F_1(\cdot)$는 초기하 함수이고[8, pp.1045, 1053] 다음 식으로 표현된다.

$${}_3F_2(\alpha,\ \beta,\ \gamma;a,\ b;z)=\frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)}\sum_{k=0}^{\infty}$$
$$\frac{\Gamma(\alpha+k)\Gamma(\beta+k)\Gamma(\gamma+k)}{\Gamma(a+k)\Gamma(b+k)}\ \frac{z^k}{k!} \qquad (3.4)$$

$$F_1(a,\ b,\ c;\gamma;x,\ y)=\frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(a)\Gamma(b)\Gamma(c)}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}$$
$$\frac{\Gamma(m+n+a)\Gamma(m+b)\Gamma(n+c)}{\Gamma(m+n+\gamma)}\ \frac{x^m}{m!}\ \frac{y^m}{n!} \qquad (3.5)$$

BPSK (M = 2)의 경우 모멘트는 다음과 같다. 여기서 BPSK에 대한 확률 밀도 함수는 cos축만 고려하여 +와 −에 대하여 각각 1/2의 가중치를 주어 구할 수 있다.

$$m_n(2)=\int_{-1}^{1}x^n\,\frac{1}{2}\ [f(x)+f(-x)]\,dx \qquad (3.6)$$

www.dbpia.co.kr

식 (3.6)을 계산하여 정리하면 BPSK의 모멘트는 다음과 같다.[부록참조]

$$m_n(2)=$$

$$\begin{cases} \dfrac{\Gamma(\frac{n}{2}+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\,(1+R)\Gamma(\frac{n}{2}+1)}\,{}_3F_2(1,\,1,\,\frac{n}{2}+\frac{1}{2};\,\frac{1}{2},\,\frac{n}{2}+1;\,\frac{R}{1+R}),\ n\ even \\ 0,\qquad n\ old \end{cases} \tag{3.7}$$

또한 QPSK (M=4)의 모멘트는 다음과 같다. 여기서 QPSK에 대한 확률 밀도 함수는 cos축과 sin 축을 함께 고려하여 +와 −에 대하여 각각 1/4의 가중치를 주어 구할 수 있다.

$$m_n(4)=\int_{-1}^{1} x^n \frac{1}{4}\,[f(x)+f(-x)+g(x)+g(-x)]dx \tag{3.8}$$

식 (3.8)에 식 (2.4)와 (2.5)를 대입하여 계산하고 정리하면 QPSK의 모멘트는 다음과 같다.

$$m_n(4)=$$

$$\begin{cases} \dfrac{\Gamma(\frac{n}{2}+\frac{1}{2})}{2\sqrt{\pi}\,(1+R)\Gamma(\frac{n}{2}+1)}\Big[{}_2F_1(1,\,1;\,\frac{n}{2}+1;\,\frac{R}{1+\mathbf{R}}) \\ \quad +{}_3F_2(1,\,1,\,\frac{n}{2}+\frac{1}{2};\,\frac{1}{2},\,\frac{n}{2}+1;\,\frac{R}{1+R})\Big],\ n\ even \\ 0,\qquad n\ old \end{cases} \tag{3.9}$$

위에서 구한 식 (3.3), (3.7) 그리고 (3.9)로부터 n이 0일때 CW, BPSK, QPSK의 0차 모멘트 값을 구하면 1임을 확인할 수 있어 타당함을 알 수 있다.[부록참조]

Ⅳ. 변조 분류기 및 성능 분석

위에서 구한 식(3.7)과 (3.9)를 이용하여 Rayleigh 페이딩 채널에서 BPSK와 QPSK의 변조 분류의 오분류 확률은 다음과 같은 절차로 구할 수 있다[4]. 수신 신호의 n차 샘플 모멘트 $\hat{m_n}(M)$은 아래와 같이 정의된다.

$$\hat{m_n}(M)=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L} x_k^n(M) \tag{4.1}$$

여기서 x_k(k=1, 2,…,L)는 k번째 샘플된 신호 x에 대한 확률 변수이고 L은 확률 변수 x의 샘플 갯수이다. x가 서로 독립이고 같은 분포를 갖는다고(independent and identical distribution) 가정하면 중심 극한 정리(central limit theorem)에 의하여 $\hat{m_n}(M)$은 L이 클 때 가우시안 분포로 근사화 되어 $\hat{m_n}(M)$의 확률 밀도 함수 $f(\hat{m_n}(M))$은 아래와 같이 평균 μ_n(M)과 분산 σ_n^2(M)을 갖는 가우시안 분포식으로 나타낼 수 있다.

$$f(\hat{m_n}(M))=N(\mu_n(M),\,\sigma_n^2(M)) \tag{4.2}$$

여기서

$$\mu_n(M)=E[\hat{m_n}(M)]=E\Big[\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L} x_k^n(M)\Big]=m_n(M) \tag{4.3}$$

$$\sigma_n^2(M)=\frac{1}{L^2}\sum_{k=1}^{L} E[\{x_k^n(M)-\hat{m_n}(M)\}^2]$$

$$=\frac{1}{L}\,[m_{2n}(M)-m_n^2(M)] \tag{4.4}$$

이다. 식 (4.3)에서 샘플 모멘트의 평균이 앙상블 모멘트와 같음을 알 수 있다. 그러므로 샘플 모멘트는 BPSK와 QPSK 신호의 변조 형태를 구별하는데 충분 통계량(sufficient statistic)으로 사용될 수 있다. 즉 샘플 모멘트를 이용하여 M개의 가설 중의 하나를 분류할 수 있다. 여기서는 M=2, 4인 경우에 다음과 같은 2개의 가설을 세웠다.

$$\begin{aligned} &H_1: m_n(2)\text{의 확률 밀도 함수}=N(\mu_n(2),\,\sigma_n^2(2)),\ \text{BPSK} \\ &H_2: m_n(4)\text{의 확률 밀도 함수}=N(\mu_n(4),\,\sigma_n^2(4)),\ \text{QPSK} \end{aligned} \tag{4.5}$$

베이즈 검정(Bayes test)에 의한 우도비 검정(likelihood-ratio test)은 아래와 같이 정의된다.

$$\frac{N(\mu_n(M),\,\sigma_n^2(M))}{N(\mu_n(2M),\,\sigma_n^2(2M))} \gtrless \eta \tag{4.6}$$

www.dbpia.co.kr

여기서 η는 음이 아닌 상수이다. 베이즈 검정은 비용(Cost)과 사전 확률(priori probability)에 관한 값들을 알아야 하는데 만약 올바른 판별을 할 경우의 비용을 0으로 하고 잘못된 판별을 할 경우의 비용을 똑같이 할 때 최우도 검정은 복조시의 오류가 최소가 된다[9]. 그러므로 이러한 경우를 할당하고 사전 확률이 서로 같다고 하면 η는 1이 된다. 이 경우 n차 모멘트 분류기에 대한 임계값 $\zeta_n(M, 2M)$을 식 (4.6)에서 구하면 다음과 같다[4].

$$\zeta_n(M, 2M) = \alpha - \sqrt{\beta} \tag{4.7}$$

여기서,

$$\alpha = \frac{\sigma_n^2(2M)\,\mu_n(M) - \sigma_n^2(M)\,\mu_n(2M)}{\sigma_n^2(2M) - \sigma_n^2(M)} \tag{4.8}$$

$$\beta = \frac{\sigma_n^2(M)\,\sigma_n^2(2M)}{[\sigma_n^2(2M) - \sigma_n^2(M)]^2} \left\{ 2[\sigma_n^2(2M) - \sigma_n^2(M)] \ln \frac{\sigma_n(2M)}{\sigma_n(M)} + [\mu_n(2M) - \mu_n(M)]^2 \right\} \tag{4.9}$$

이다. 이 임계값을 이용하여

$$\begin{aligned} \hat{m_n} &> \zeta_n(2, 4); BPSK \\ \hat{m_n} &< \zeta_n(2, 4); QPSK \end{aligned} \tag{4.10}$$

으로 판정할 수 있다. 식 (4.10)을 이용하여 Rayleigh 페이딩 채널에서 BPSK와 QPSK의 분류에 대한 오분류 확률을 구하면 다음과 같다. 먼저 BPSK를 QPSK로 오분류 할 확률은

$$P(E|H_1) = P(misclassification|H_1) = P(\hat{m_n}(2) < \zeta_n(2, 4))$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n(2)} \int_{-\infty}^{\zeta_n(2,4)} \exp\left[-\frac{\hat{m_n}(2) - \mu_n(2))^2}{2\,\sigma_n^2(2)}\right] d\,\hat{m_n}(2)$$

$$= Q\left[\frac{\mu_n(2) - \zeta_n(2, 4)}{\sigma_n(2)}\right] \tag{4.11}$$

이고 QPSK를 BPSK로 오분류 할 확률은

$$P(E|H_2) = P(misclassification|H_2) = P(\hat{m_n}(4) > \zeta_n(2, 4))$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n(4)} \int_{\zeta_n(2,4)}^{\infty} \exp\left[-\frac{\hat{m_n}(4) - \mu_n(4))^2}{2\,\sigma_n^2(4)}\right] d\,\hat{m_n}(4)$$

$$= Q\left[\frac{\zeta_n(2, 4) - \mu_n(4)}{\sigma_n(4)}\right] \tag{4.12}$$

이다. 여기서 $Q(\cdot)$는 Q-함수이고 다음과 같이 정의된다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt \tag{4.13}$$

그림 2와 3에는 BPSK와 QPSK의 오분류 확률을 식 (4.11)과 (4.12)로 부터 차수 n과 신호대 잡음비 R에 따른 결과로 나타내었다. 여기서 샘플갯수 L은 136으로 하였다. 그림 2와 3에서 차수 n이 작을수록, 신호대 잡음비 R이 증가할수록 성능이 좋아짐을 알 수 있다. 이는 표본값이 1보다 작으므로 차수 n이 증가할수록 모멘트 값이 작아져 신호 분류가 어려워지기 때문이다.

그림 4와 5에는 제시된 변조 분류기 성능의 검증을 위하여 BPSK에 대하여 2차 모멘트와 4차 모멘트로 시뮬레이션한 결과와 식 (4.11)에서 구한 결과를 비교하여 나타내었다. 이 논문에서는 난수를 이용하여

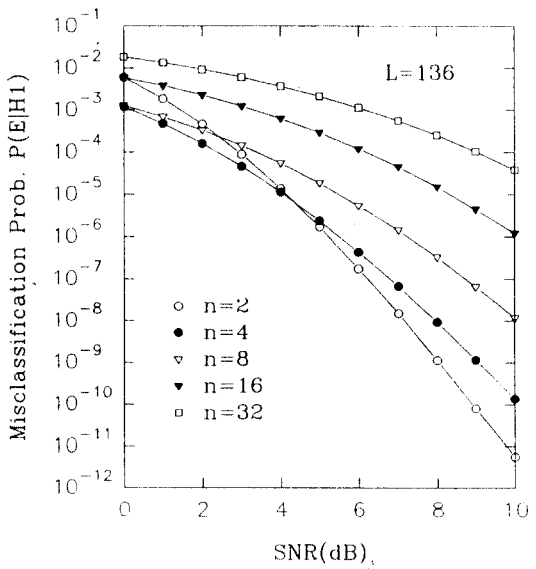


그림 2. 차수 n에 따른 오분류 확률 $P(E|H_1)$
Fig 2. Misclassification probabiliy of BPSK for various n

www.dbpia.co.kr

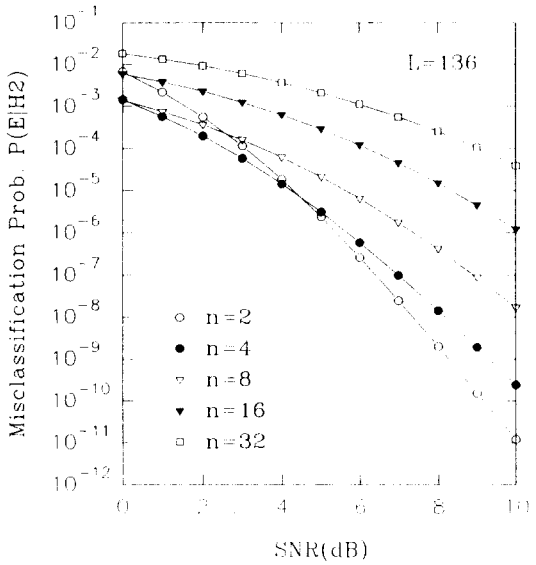


그림 3. 차수 n에 따른 오분류 확률 $P(E|H_2)$
Fig 3. Misclassification probabiliy of QPSK for various n

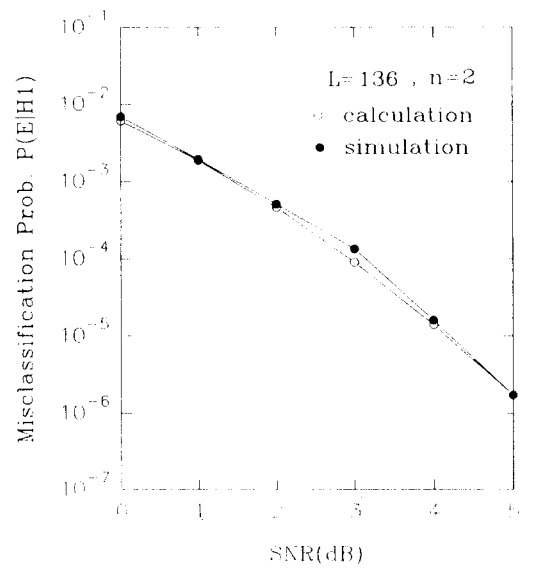


그림 4. n=2 일 때의 $P(E|H_1)$의 시뮬레이션 값과 계산값 비교
Fig 4. Performance comparison for BPSK when n is 2

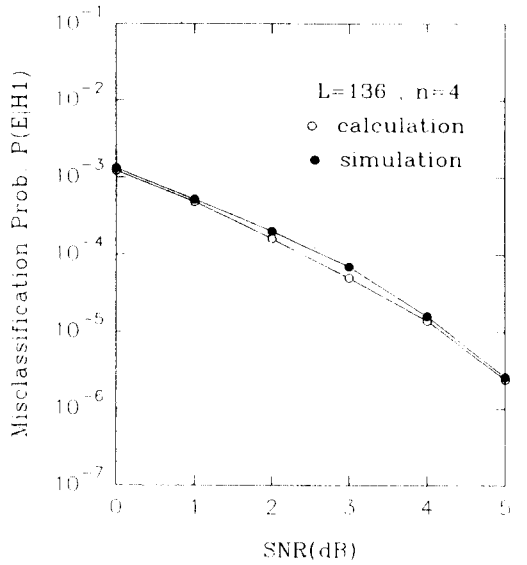


그림 5. n=4 일 때의 $P(E|H_1)$의 시뮬레이션 값과 계산값 비교
Fig 5. Performance comparison for BPSK when n is 4

Rayleigh 페이딩을 만들어서 C 언어로 컴퓨터 시뮬레이션을 실행하였다[10], [11]. 여기서 샘플 모멘트의 식 (4.1)의 x의 샘플 갯수 L은 136으로 하였다. 그림 4와 5로부터 2차 모멘트와 4차 모멘트에 대하여 각각 시뮬레이션 값과 논문에서 구한 값이 일치하여 타당함을 알 수 있다.

V. 결 론

이제까지 변조 방식 분류에 대한 연구는 AWGN 환경에서만 왔다. 그러나 현대의 통신이 디지틀화, 이동통신화 되어감에 따라 이 논문에서는 이동 통신에서 발생하는 Rayleigh 페이딩을 고려한 통계적 모멘트에 의한 BPSK와 QPSK 신호의 디지틀 변조 분류기를 제시하고 성능을 분석하였다.

Rayleigh 페이딩을 겪은 수신 신호의 모멘트를 계산하였으며 0차 모멘트 값이 1이 됨을 확인하였다. 계산한 모멘트 값을 바탕으로 샘플 모멘트의 평균과 분산을 계산하였다. 이로부터 샘플 모멘트의 확률 밀도 함수를 구하여 베이즈 검정을 적용하여 BPSK와 QPSK의 디지틀 변조 분류기를 제시하였다. 제시된

www.dbpia.co.kr

변조 분류기의 성능을 분석하고자 BPSK와 QPSK 신호의 오분류 확률을 구하여 차수 n과 신호대 잡음비 R에 따른 결과로 나타내었다. 차수 n은 감소할수록, 신호대 잡음비 R은 증가할수록 성능이 좋아짐을 알 수 있었다. 또한 위에서 구한 변조 분류기 성능의 검증을 위하여 BPSK의 경우 오분류 확률을 2차 모멘트와 4차 모멘트로 각각 시뮬레이션하여 이 논문에서 구한 값과 비교하여 일치함을 확인하였다.

이 논문에서는 이상적인 필터링을 가정하여 해석하였으므로 가장 이상적인 결과를 보여준다. 앞으로 대역 제한 문제와 위상 변화의 비선형성 등을 고려한 실제적 상황에서의 연구가 계속되어야 할 것이다. 또한 디지틀 이동 통신의 발달로 더욱 더 다양한 통신 환경이 제공되고 여러 변조 방식들이 사용될 것이다. 이러한 추세에 따라 이동 통신에서 발생하는 여러 현상들을 고려한 변조 분류에 관한 연구가 계속되어야 할 것으로 사료된다.

부 록

식(3.2)를 계산하기 위해 식 (2.4)를 대입하여 정리하면

$$m_n(1)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(k+1)R^k}{\Gamma(k+\frac{1}{2})(1+R)^{k+1}}\int_{-1}^{1}\frac{x^{2k+n}}{\sqrt{1-x^2}}dx+\frac{\sqrt{R}}{2}\int_{-1}^{1}\frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}\,[1+R(1-x^2)]^{\frac{3}{2}}}dx \quad (A.1)$$

이 되며 식 (A.1)의 첫번째 적분을 구하기 위해 다음 적분식을[8] 이용하고

$$\int_0^1\frac{x^{2n}}{\sqrt{1-x^2}}dx=\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(n+\frac{1}{2})}{2\Gamma(n+1)} \quad (A.2)$$

식 (A.1)의 두번째 적분을 하기 위해서는 $x^2=t$으로 치환하여 다음 적분식을 [8, pp.287, 3.211] 이용하면

$$\int_0^1 t^{n-1}(1-t)^{m-1}(1-at)^{-b}(1-ct)^{-d}dt = B(m,n)\,F_1(n,b,d;m+n;a,c) \quad (A.3)$$

$$\int_0^1\frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}\,[1+R(1-x^2)]^{\frac{3}{2}}}dx=\frac{B(1,\frac{n}{2}+1)}{2(1+R)^{\frac{3}{2}}}F_1(\frac{n}{2}+1,\frac{1}{2},\frac{3}{2};\frac{n}{2}+2;1,\frac{R}{1+R}) \quad (A.4)$$

가 된다. 여기서 B(m, n)는 베타(beta) 함수로 다음식과 같으며 $F_1(\cdot)$는 식(3.5)이다.

$$B(m,n)=\frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \quad (A.5)$$

따라서 식(A.1)은 식 (A.2)와 (A.4) 그리고 우함수, 기함수 성질을 이용하여 CW 신호의 모멘트를 구하면 식 (3.3)이 된다.

또한 식(2.4)를 식 (3.6)에 대입하고 우함수, 기함수 성질을 이용하면 n이 홀수일 때 기함수 성질에 의해 $m_n(2)$가 0이 되며 n이 짝수일 때는 우함수 성질에 의해 다음식으로 표현된다.

$$m_n(2)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(k+1)R^k}{\Gamma(k+\frac{1}{2})(1+R)^{k+1}}\int_0^1\frac{x^{2k+n}}{\sqrt{1-x^2}}dx \quad (A.6)$$

여기서 식 (A.2)를 이용하여 식 (A.6)을 계산하여 정리하면 BPSK의 모멘트는 식 (3.7)이 된다.

3절에서 구한 식 (3.3), (3.7) 그리고 (3.9)로부터 n이 0일때 CW, BPSK, QPSK의 0차 모멘트 값을 구하면 다음과 같다. 먼저 CW에 대한 모멘트 식 (3.3)에서 n=0이면

$$m_0(1)=\frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\,(1+R)\Gamma(1)}\,{}_3F_2(1,1,\frac{1}{2};\frac{1}{2},1;\frac{R}{1+R}) \quad (A.7)$$

이 되며 식 (3.4)를 이용하여 (A.7)을 정리하면

$$m_0(1)=\frac{1}{1+R}\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{R}{1+R})^k=\frac{1}{1+R}\cdot\frac{1}{1-\frac{R}{1+R}}=1 \quad (A.8)$$

www.dbpia.co.kr

이 된다. 또한 BPSK에 대한 모멘트 식 (3.7)에서 n=0이면

$$m_0(2)=\frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi}\,(1+R)\Gamma(1)}\;{}_3F_2(1,\,1,\,\frac{1}{2};\frac{1}{2},\,1;\frac{R}{1+R})=1 \tag{A.9}$$

가 되어 CW의 경우와 마찬가지로 1이 된다. 마지막으로 QPSK에 대한 모멘트 식 (3.9)에서 n=0이면

$$m_0(4)=\frac{\Gamma(\frac{1}{2})}{2\sqrt{\pi}\,(1+R)\Gamma(1)}\left[{}_2F_1(1,\,1;1;\frac{R}{1+R})\right.$$

$$\left.+\,{}_3F_2(1,\,1,\,\frac{1}{2};\frac{1}{2},\,1;\frac{R}{1+R})\right] \tag{A.10}$$

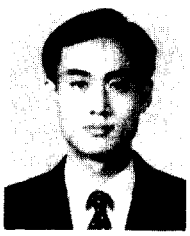
이 되며 식 (2.2)와 (3.4)를 이용하여 식 (A.10)을 정리하면

$$m_0(4)=\frac{1}{2(1+R)}\left[\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{R}{1+R})^k+\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{R}{1+R})^k\right]=1 \tag{A.11}$$

이 된다. 위에서 구한 식 (A.8), (A.9) 그리고 (A.11)로부터 n이 0일때 Rayleigh 페이딩 채널의 CW, BPSK, QPSK 신호의 0차 모멘트 값은 1임을 확인할 수 있어 타당함을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. I. W. A. Gardner, "A Unifying View of Second-Order Measures of Quality for Signal Classification," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, pp. 807-816, June 1980.
2. R. J. Mammone, R. J. Rothaker and C. I. Rodilchuk, "Estimation of Carrier Frequency, Modulated Type and Bit Error Rate of an Unknown Modulation Signal," *IEEE ICC'87*, pp. 1006-1012, Seattle, USA, June 1987.
3. A. Polydoros and K. Kim, "On the Detection and Classification of Quadrature Digital Modulations in Broad-Band Noise," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, pp. 1199-1211, Aug. 1990.
4. S. S. Soliman and S. Hsue, "Signal Classification using Statistical Moments," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, pp. 908-916, May 1992.
5. W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*, John Wiley & Sons, 1974.
6. 윤동원, 한영열, "확률 변수 변환을 이용한 BPSK 신호의 해석," 한국통신학회 논문지 제20권 4호, 한국통신학회, pp. 952-961, 1995년 4월.
7. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Appl. Math. Series, vol. 55, National Bureau of Standard, 1964.
8. L. S. Gradshteyn and L. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press Inc., 1965.
9. H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, Part I, John Wiley & Sons, 1968.
10. W. H. Press, B. P. Elannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in C*, Numerical Recipes Software and Cmbridge University Press, 1988.
11. M. C. Jeruchim, P. Balaban and K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*, Plenum Press, 1992.



尹 東 源(Dong Weon Yoon)정회원

1966년 1월 22일생
1989년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 (공학사)
1992년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 (공학석사)
1995년 8월 : 한양대학교 전자통신공학과 (공학박사)
1995년 3월~현재 : 동서대학교 정보통신공학과 전임강사

韓 榮 烈(Young Yearl Han) 정회원

1938년 6월 10일생
1960년 2월 : 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1976년 5월 : 미주리 주립 대학교 (공학석사)
1979년 5월 : 미주리 주립 대학교 (공학박사)
1980년~현재 : 한양대학교 전자통신공학과 교수

www.dbpia.co.kr