

Complex Radial Basis Function Network을 이용한 비선형 디지털 위성 통신 채널의 등화

正會員 신 요 안*, 윤 병 문*, 임 영 선*

Equalization of Nonlinear Digital Satellite Communication Channels Using a Complex Radial Basis Function Network

Yoon Shin*, Byung-Moon Yoon*, Young-Son Lim* *Regular Members*

※본 논문은 한국과학재단 1995년도 핵심전문연구과제(번호 : 951-0913-064-2)의 지원 결과임

요 약

디지털 위성 통신 채널은 중계 위성 내에서 사용되는 고출력 증폭기의 비선형적 포화 특성과 송신단/수신단 내의 선형 필터들의 영향으로 메모리를 갖는 비선형 특성을 나타낸다. 본 논문에서는 이러한 위성 통신 채널의 비선형성을 보상해 주기 위해 complex radial basis function network(CRBFN) 신경회로망을 이용한 적응형 등화기를 설계하였으며, 빠른 학습을 위해 무지도 학습 방법인 k-means clustering과 지도 학습 방법인 LMS(least mean square) 알고리즘을 결합한 실수 데이터에 대한 Moody-Darken의 알고리즘을 복소수 데이터에 대해 확장, 제안한 새로운 학습 알고리즘을 사용하였다. 제안된 CRBFN의 성능은 4-PSK(phase shift keying) 디지털 변조 방식에 대해 다양한 잡음의 영향하에서 심벌오율(symbol error rate)과 평균자승오차(mean squared error)를 이용하여 평가되었고, 적응형 복소수 j th order inverse Volterra 필터와 비교되었다. 컴퓨터 모의실험을 통하여 본 논문에서 제안된 CRBFN이 우수한 등화 성능, 적은 계산량, 그리고 빠른 학습 수렴 속도를 보임을 확인하였다.

ABSTRACT

A digital satellite communication channel has a nonlinearity with memory due to saturation characteristics of the high power amplifier in the satellite and transmitter/receiver linear filters used in the overall system. In this paper, we propose a complex radial basis function network(CRBFN) based adaptive equalizer for compensation of non-

*숭실대학교 전자공학과
論文番號:96048-0207
接受日字:1996年 2月 7日

linearities in digital satellite communication channels. The proposed CRBFN utilizes a complex-valued hybrid learning algorithm of k-means clustering and LMS(least mean square) algorithm that is an extension of Moody-Darken's algorithm for real-valued data. We evaluate performance of CRBFN in terms of symbol error rates and mean squared errors under various noise conditions for 4-PSK(phase shift keying) digital modulation schemes and compare with those of complex p th order inverse adaptive Volterra filter. The computer simulation results show that the proposed CRBFN exhibits good equalization, low computational complexity and fast learning capabilities.

I. 서 론

위성 통신은 효율성, 경제성, 광역성 및 내재해성 등의 이점을 가지고 정보화 시대에서 통신 수단의 주요 매체로 대두되고 있다. 그러나 위성 통신을 이용한 고속 데이터 전송 시스템은 위성 통신 채널의 비선형성에 의해서 많은 제약을 받는다. 이러한 채널의 비선형성의 주요 원인으로서는 인공위성 내의 증폭기(transponder)나 지구국 송신단의 고출력 증폭기(high power amplifier)의 비선형성에 기인하는 것으로 알려져 있으며, 특히 인공위성에서 사용되는 고출력 증폭기인 TWT(traveling wave tube)의 비선형성에 의해 영향을 크게 받는다[1]. 이는 고출력 신호를 얻기 위해 송신 출력 증폭기를 포화 영역에서 동작시킴에 의해 발생한다.

고출력 증폭기의 비선형성 영향은 출력 신호 수준을 증폭기의 선형 영역으로 backing-off함으로써 감소시킬 수가 있다. 그러나 이는 송신 신호의 출력을 감소시키게 되어 결국 fade margin을 감소시키는 결과를 가져온다. 반대로, 인공위성의 제한된 전력을 가지고 fade margin을 증가시키기 위해서는 TWT를 포화 영역에서 동작시켜야 하므로 그의 비선형성에 의한 신호 왜곡은 피할 수 없게 된다[1, 2, 3]. 따라서 그 비선형성을 보상하기 위해 송신단에서 사전왜곡기(predistorter)를 이용하거나, 수신단에서 등화기(equalizer)를 이용하여야 한다. 이러한 비선형 채널의 보상을 위해 기존의 선형 필터를 사용한 사전왜곡기나 등화기를 적용할 경우 채널 자체의 비선형성 때문에 적절한 결과를 얻을 수 없으며, 따라서 최근에는 Volterra 필터나 신경회로망과 같이 비선형 매핑이 가능한 알고리즘을 이용한 연구 결과가 활발히 보고되고 있다 [2, 3, 4, 5, 6].

본 논문에서는 이러한 위성 통신 채널의 비선형성

을 보상해 주기 위해 complex radial basis function network(CRBFN) 신경회로망[7]을 이용한 적응형 등화기를 설계하였으며, [7]에서와는 달리 빠른 학습을 위해 무지도 학습 방법(unsupervised learning)인 k-means clustering과 지도 학습 방법(supervised learning)인 LMS(least mean square) 알고리즘을 결합한 실수 데이터에 대한 Moody-Darken의 알고리즘[8]을 복소수 데이터에 대해 확장, 제안한 새로운 학습 알고리즘을 사용한다. 제안된 CRBFN의 성능은 4-PSK(phase shift keying) 디지털 변조 방식[9]에 대해 다양한 잡음의 영향하에서 심벌오율(symbol error rate, SER)과 평균자승오차(mean squared error, MSE)를 이용하여 평가되었고, 적응형 p th order inverse Volterra 필터 [10, 11]와 비교되었다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2 장에서는 디지털 위성 통신 채널을 기술하고 이의 비선형성을 모델링 하는 Volterra 급수에 대하여 논의한다. 다음 3 장에서는 CRBFN과 이의 학습 알고리즘을 제안하고 이를 기반으로 한 등화기의 설계에 대해 기술한다. 4 장에서는 제안된 CRBFN을 4-PSK 디지털 변조 방식을 이용한 시스템의 등화에 적용한 컴퓨터 모의실험 결과를 제시하고, 이 결과를 적응형 복소수 p th order inverse Volterra 필터와 비교하며, 마지막 5 장에서는 결론을 내리도록 한다.

II. 비선형 디지털 위성 통신 채널의 모델링

일반적인 디지털 위성 통신 시스템의 구성은 그림 1과 같다[2, 3].

여기서 위성 내 TWT는 무기억성(memoryless)이고, 주파수에 독립적인 성질을 가지며, 정규화 된 입력 신호의 진폭 r 에 대해 다음과 같은 비선형 진폭/진폭 응답 $A(r)$ 과 진폭/위상 응답 $\phi(r)$ 을 나타낸다[1, 2, 3].

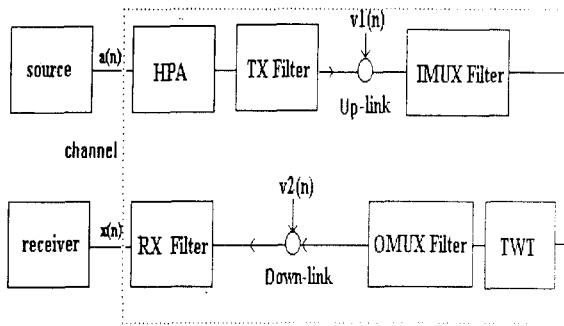


그림 1. 디지털 위성 통신 시스템의 구성[2, 3]
Fig. 1 Block diagram of a digital satellite communication system[2, 3].

$$A(r) = \frac{2r}{1+r^2}, \quad \phi(r) = \frac{\pi}{6} \frac{2r^2}{1+r^2} \quad (1)$$

아래 그림 2는 TWT의 비선형 특성 곡선을 나타내고 있다.

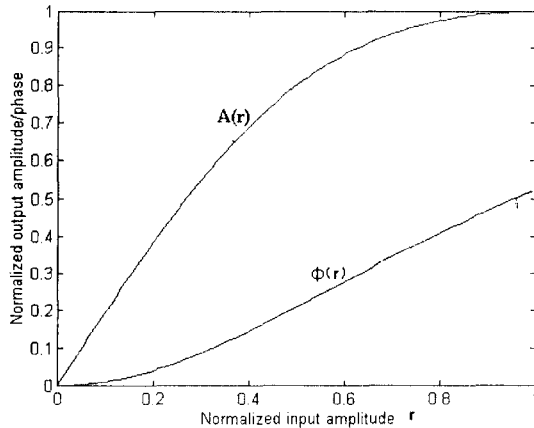


그림 2. TWT의 비선형 특성 곡선[1, 2, 3].
Fig. 2 Nonlinear characteristics of TWT[1, 2, 3].

위성 통신 채널은 이러한 고출력 증폭기와 송신단/수신단 선형 필터를 포함한 대역 제한된 채널로 볼 수 있다. 특히 송신단/수신단 필터의 영향으로 전체 위성 통신 채널은 메모리가 있는 비선형 채널이 되며, M -ary PSK(phase shift keying) 디지털 변조 방식

[9]에 대해 이러한 채널의 복소수 입력-출력 심벌간의 관계를 Volterra 급수를 이용하여 다음 식과 같이 등가 이산 시스템으로 표현 할 수 있다[2, 3, 4].

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n_1} \dots \sum_{n_{2k-1}} x(n-n_1) \dots x(n-n_k) x^*(n-n_{k+1}) \dots x^*(n-n_{2k-1}) H_{n_1 \dots n_{2k-1}}^{(2k-1)} + v_2(n) \quad (2)$$

$$x(n) = e^{j\theta_n} = e^{j \frac{2\pi(i_n + 1/2)}{M}} \quad (-\infty < n < \infty, i_n = 0, \dots, M-1) \quad (3)$$

여기서 n 은 이산 시간, $x(n)$ 은 M -ary PSK 변조된 채널 입력 심벌, $y(n)$ 은 비선형 채널을 통과하여 수신기에 입사되는 심벌을 나타내고, $v_2(n)$ 은 부가성 백색 Gaussian down-link 잡음을 나타낸다. 일반적으로 up-link 증폭기의 출력이 크고 선형 영역에서 동작이 가능하므로 이 증폭기와 up-link 잡음인 $v_1(n)$ 의 영향은 무시하였다. 또한 여기서 $2k-1(k=1, 2, \dots)$ 은 채널의 비선형성 정도를 나타내는 비선형 시스템의 차수를 말하며, 첨자 n_1, \dots, n_{2k-1} 은 채널의 메모리 길이(탭수)를, $H_{n_1 \dots n_{2k-1}}^{(2k-1)}$ 은 이산 채널을 형성하는 복소수 Volterra kernel의 $(2k-1)$ 차 계수를 나타낸다. 아래의 표 1은 PSK에서 $x(n)x^*(n) = 1$ 인 성질을 이용하여 계산된 유한 차수 Volterra kernel(혹은 계수)들을 5차까

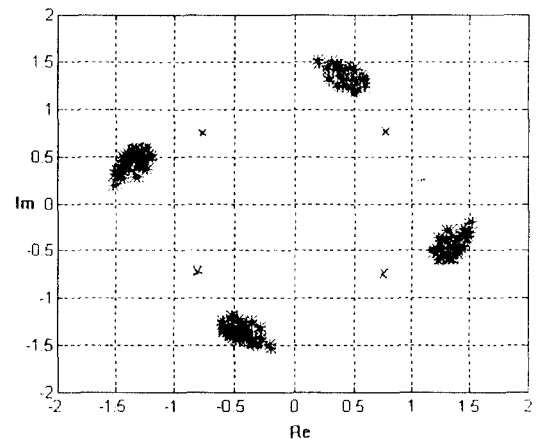


그림 3. 4-PSK 변조 신호에 대한 비선형 채널의 출력 성상도의 한 예.
Fig. 3 An exemplar constellation of nonlinear channel outputs for 4-PSK signals.

$$f(y) = \sum_{m=1}^H w_m \phi(\|y - c_m\|) \quad (4)$$

여기서 $y \in R^N$ 는 입력 열(column) 벡터, $\phi(\cdot): R^+ \rightarrow R$ 은 RBF, $\|\cdot\|$ 는 N 차원 벡터에 대한 L_2 -norm, w_m ($m=1, \dots, H$)은 m 번째 RBF 뉴런의 출력과 전체 시스템의 출력 뉴런간의 연결 강도, 그리고 $c_m \in R^N$ ($m=1, \dots, H$)은 m 번째 RBF 뉴런의 센터 열 벡터이다. RBF로 많이 사용되는 함수로는 thin plate-spline 함수[12]

$$\phi(r) = \frac{r^2}{\sigma^2} \log(r/\sigma) \quad (5)$$

와 Gaussian 함수

$$\phi(r) = e^{-r^2/\sigma^2} \quad (6)$$

등이 있으며, 위에서 σ^2 는 함수의 분산(혹은 폭)을 결정하는 실수 파라미터이며, RBF가 너무 예리하거나 평평하지 않도록 잘 조정되어야만 한다. 본 논문에서는 식 (6)으로 주어지는 Gaussian 함수를 RBF로 사용하였다. [13]에서 Park과 Sandberg는 RBFN이 매우 우수한 비선형 함수 근사 능력을 가지고 있음을 증명하였다.

Cha와 Kassam은 [7]에서 이러한 실수 RBFN을 복소수로 확장시킨 다음의 그림 4와 같은 CRBFN을 제안하였다.

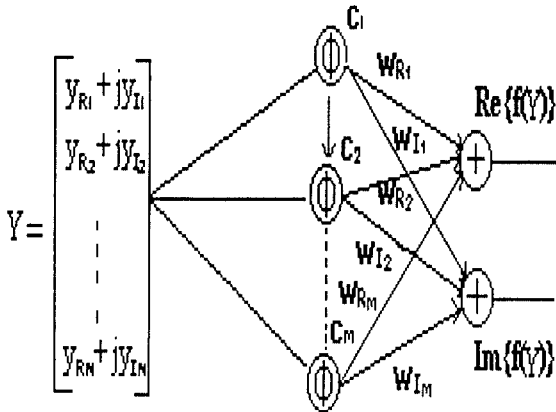


그림 4. CRBFN(complex radial basis function network)[7].
Fig. 4 CRBFN(complex radial basis function network)[7].

CRBFN에서는 각 센터 c_m 과 연결 강도 w_m 가 모두 복소수이며, 복소수 입력과 각 센터와의 거리인 L_2 -norm 역시 복소수 벡터에 대한 연산으로 정의되고, 하나의 RBF의 출력은 위의 식 (6)과 같은 실수 값을 가진다. 전체 시스템의 출력을 복소수로 만들기 위하여 각 RBF 뉴런의 출력과 전체 시스템의 출력 사이의 연결 강도 w_m 는 실수부 w_{rm} 과 허수부 w_{im} 의 두 부분을 함께 가져 하나의 RBF 당 결국 두개의 연결 강도를 가진다. 따라서 CRBFN은 N 차원의 복소수 입력 열 벡터(우리의 경우에 있어 비선형 채널을 통과하여 등화기에 입력되는 신호) $y \in C^N$ 에 대해 다음과 같은 연산으로 하나의 복소수를 출력한다.

$$f(y) = \sum_{m=1}^H (w_{rm} + jw_{im}) \phi(\|y - c_m\|) \\ = \sum_{m=1}^H (w_{rm} + jw_{im}) e^{-\|y - c_m\|^2/\sigma_m^2} \quad (7)$$

여기서

$$\|y - c_m\|^2 \equiv (y - c_m)^{T*} (y - c_m) \quad (8)$$

으로 정의되고 첨자 ' T^* '는 복소수 공액 전치(complex conjugate transpose) 행렬을 뜻한다.

3.2 CRBFN을 위한 학습 알고리즘

CRBFN 내에서 연결 강도 $\{w_m\}$, RBF의 센터 벡터 $\{c_m\}$, 분산 $\{\sigma_m^2\}$ 를 학습을 통하여 결정하여야 한다. 이를 위해 [7]에서는 다중계층 퍼셉트론(multi-layered perceptron)에 널리 사용되고 있는 지도 학습(supervised learning) 방법인 backpropagation 알고리즘[12] 형태의 학습 알고리즘을 사용한다. 하지만 이 알고리즘은 다중 계층으로 구성된 파라미터들(상위 계층 $\{w_m\}$ 과 하위 계층 $\{c_m\}, \{\sigma_m^2\}$)에 대한 오차의 역전파가 필요하며, 이에 따라 학습의 속도가 느린 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 단점을 제거하기 위해 무지도 학습(unsupervised learning) 방법인 k-means clustering[14]과 지도 학습 방법인 LMS(least mean square) 알고리즘[12]을 결합한 실수 데이터에 대한 Moody-Darken의 알고리즘[8]을 복소수 데이터에 대해 확장, 제안한다.

제안된 알고리즘은 먼저 센터 $\{c_m\}$ 를 결정하기 위해

표 1. 본 논문에서 디지털 위성 통신 채널의 모델링에 사용된 Volterra kernel[2, 3].

Table 1. The Volterra kernels used for modeling of a digital satellite communication channel considered in this paper[2, 3].

Linear Part		
$H_0^{(1)} = 3.4 + j 0.381$	$H_{222}^{(3)} = 0.074 - j 0.026$	$H_{20000}^{(5)} = 0.059 - j 0.033$
$H_1^{(1)} = 0.052 + j 0.006$	$H_{300}^{(3)} = -0.384 + j 0.136$	$H_{22222}^{(5)} = -0.053 + j 0.030$
$H_2^{(1)} = -0.048 - j 0.005$	$H_{303}^{(3)} = -0.033 + j 0.029$	$H_{30000}^{(5)} = 0.349 - j 0.197$
$H_3^{(1)} = 0.178 + j 0.020$	$H_{09000}^{(5)} = 3.92 - j 2.21$	$H_{30030}^{(5)} = 0.118 - j 0.066$
$H_{000}^{(3)} = -4.926 + j 1.741$	$H_{10000}^{(5)} = -0.69 + j 0.388$	$H_{0000000}^{(7)} = -1.14 + j 0.764$
$H_{100}^{(3)} = 0.388 - j 0.137$	$H_{10010}^{(5)} = 0.236 - j 0.133$	$H_{1000000}^{(7)} = 0.309 - j 0.207$
$H_{101}^{(3)} = -0.230 + j 0.081$	$H_{11010}^{(5)} = 0.070 - j 0.066$	$H_{1000100}^{(7)} = -0.106 + j 0.072$
$H_{111}^{(3)} = -0.105 + j 0.037$	$H_{11011}^{(5)} = 0.074 - j 0.042$	$H_{3000000}^{(7)} = -0.107 + j 0.072$
$H_{200}^{(3)} = -0.056 + j 0.020$	$H_{11111}^{(5)} = 0.039 - j 0.022$	$H_{3000300}^{(7)} = -0.043 + j 0.029$
3rd Order Nonlinearity		
$H_{001}^{(3)} = 0.194 - j 0.068$	$H_{00010}^{(5)} = -0.460 + j 0.259$	$H_{11110}^{(5)} = 0.049 - j 0.028$
$H_{003}^{(3)} = -0.192 + j 0.068$	$H_{00020}^{(5)} = 0.039 - j 0.022$	$H_{30000}^{(5)} = 0.059 - j 0.033$
$H_{110}^{(3)} = -0.115 + j 0.041$	$H_{00000}^{(5)} = 0.233 - j 0.131$	$H_{0000100}^{(7)} = 0.231 - j 0.156$
$H_{130}^{(3)} = -0.041 + j 0.015$	$H_{11000}^{(5)} = 0.118 - j 0.066$	$H_{0000300}^{(7)} = -0.081 + j 0.054$
		$H_{1100000}^{(7)} = -0.053 + j 0.036$
5th Order Nonlinearity		
	$H_{00011}^{(5)} = 0.039 - j 0.022$	

지 보여준다[2, 3]. 여기서 우리가 다루고 있는 위성 통신 채널은 1차부터 5차까지의 홀수 차수 Volterra kernel들만을 이용하여 잘 묘사됨을 나타낸다. 입력 신호가 위의 식 (3)으로 주어지 비선형 채널을 통과하는 경우 출력 신호는 현재의 입력 신호뿐만 아니라 채널의 기억성 때문에 이전 신호들의 영향도 포함되며, 결국 출력의 성상도(constellation)는 비선형 왜곡되어 산란된 군집(cluster)들로 이루어진다. 다음 그림 3은 본 논문에서 사용되는 4-PSK 변조된 입력 심벌에 대해 4탭 메모리와 1차부터 5차까지의 홀수 차수 Volterra kernel을 이용하여 모델링 할 때의 채널 출력 성상도의 한 예를 나타내고 있다.

III. CRBFN(Complex Radial Basis Function Network)을 이용한 등화기의 설계

등화기를 이용한 비선형 디지털 위성 통신 채널의 보상은 일반적으로 비선형 매핑 문제로 인식할 수 있

다. 우리가 고려하는 PSK 변조 방식에서 각 심벌을 복소수로 표현하므로 복소수 공간 사이의 비선형 매핑을 효율적으로 수행할 수 있는 등화기의 설계가 필요하다. 본 장에서는 이러한 복소수 비선형 매핑 문제를 해결하기 위해 CRBFN(complex radial basis function network)[7]을 이용하며 이를 위해 새로운 학습 알고리즘을 제안한다.

3.1 CRBFN(Complex Radial Basis Function Network) [7]

RBF(radial basis function)는 그 함수의 중심(혹은 센터)에서 가장 큰 값을 갖고 센터에서 멀어질수록 0으로 단조감소(monotonically decreasing)하는 함수이다. 일반적인 N 차원의 실수 입력 벡터 y 에 대해 H 개의 RBF로 구성된 중간 은닉층(hidden layer)을 갖는 RBFN(radial basis function network) $f: R^N \rightarrow R$ 은 다음 식으로 정의된다[7, 8, 12].

표 2. 본 논문에서 사용된 k-means clustering 알고리즘.

Table 2. A k-means clustering algorithm used in this paper.

<p>Parameters: Let a training set of L input vectors $T \equiv \{y^1, \dots, y^L\}$, the number H of hidden layer RBF's and a stopping criterion $\epsilon_{th} \geq 0$ be given.</p> <p>Initialization: Discrete time index $n \leftarrow 0$. Randomly select H input vectors from T and assign them to H initial centers $c_m(n)$. $\epsilon \leftarrow$ some number larger than ϵ_{th}.</p> <p>Algorithm: begin while ($\epsilon > \epsilon_{th}$) Assign H sets $C_m(n) \equiv \{c_m(n)\}$. begin for p from 1 to L $m = \arg \min_{j=1, \dots, H} \ y^p - c_j(n)\$ and $C_m(n) \leftarrow C_m(n) \cup \{y^p\}$. end for $c_m(n+1) \leftarrow$ average of elements in $C_m(n)$. $\epsilon \leftarrow \sum_{j=1}^H \ c_j(n+1) - c_j(n)\$. $n \leftarrow n + 1$. end while</p>
--

k-means clustering 방법을 이용한다. 이 방법으로 센터들을 결정한 후 이들을 고정하고 아래에서 기술될 적절한 방법으로 분산을 구한 후 학습 데이터에 대해 LMS 알고리즘의 일반화된 형태의 알고리즘을 이용하여 연결 강도 $\{w_m\}$ 를 적응적으로 조정하게 된다. 제안된 학습 알고리즘을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

3.2.1 k-means clustering 알고리즘을 이용한 센터의 결정

우리가 고려하는 M -ary PSK에서 입력을 N 차원 벡터로 표현할 경우, 가능한 최대 입력의 경우 수는 M^N 개이며 이들에 대한 완벽한 매핑을 위해서 최대 M^N 개의 센터를 사용하면 된다. 하지만 이러한 지수적인 개수의 증가는 비효율적이며, 따라서 적절한 개수의 센터를 가지고 입력들의 다양한 통계적 특성을 근집화하는 k-means clustering과 같은 알고리즘이 필요하다. 본 논문에서 사용되는 알고리즘은 다음 표 2와 같다.

3.2.2 Radial basis function의 분산 결정

위의 방법으로 각 RBF의 센터 c_m 이 결정, 고정된 후 본 논문에서는 각 RBF의 분산 σ_m^2 을 해당 RBF의 센터와 가장 가까운 다른 센터와의 거리를 이용하여 결정한다. 즉 센터의 결정이 끝난 후 다음 식에 의해 분산이 결정된다.

$$\sigma_m^2 = \min_{j \neq m} \|c_m - c_j\|^2 \quad (m = 1, \dots, H) \quad (9)$$

3.2.3 LMS 알고리즘을 이용한 연결 강도의 결정

각 RBF의 센터와 분산이 결정, 고정된 후, 학습 데이터를 이용하여 은닉층 RBF의 출력과 전체 시스템의 출력 뉴런 사이의 연결 강도 w_m 을 적응적으로 개선한다. 이산 시간(혹은 반복수)을 n 이라 하고 이 때의 입력을 $y(n)$, 목표 출력을 $d(n)$ 라 할 때 이 값과 시스템의 실제 출력과의 오차는 $e(n) = f(y(n)) - d(n)$ 이 된다. 이 때 순시자승오차(instantaneous squared error) $\|e(n)\|^2$ 를 평균자승오차의 근사값으로 하여 LMS 알고리즘을 적용하면 연결 강도의 개선식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Delta w_m(n) &= -\frac{\mu}{2} \frac{\partial \|e(n)\|^2}{\partial w_m(n)} = \mu e(n) \phi(\|y(n) - c_m\|) \\ &= \mu(d(n) - f(y(n))) e^{-\|y(n) - c_m\|/\sigma_m^2} \quad (m = 1, \dots, H) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 μ 는 학습의 수렴 속도와 안정성을 결정하는 학습률(learning rate)이다.

IV. 컴퓨터 모의실험 결과

컴퓨터 모의실험을 위하여 입력 심벌로서 4-PSK

(혹은 QPSK) 변조 방식을 이용하여 랜덤하게 발생시킨 신호가 사용되었으며, 이렇게 발생된 입력 심벌들을 4 메모리 탭, 5차까지의 비선형성을 갖는 식 (2)와 표 1로 주어진 Volterra 급수를 이용하여 모델링된 비선형 통신 위성 채널을 통과한 후, 이 비선형 왜곡된 신호들에 다양한 SNR(signal-to-noise-ratio)에 따라 부가성 백색 Gaussian 잡음을 첨가하였다.

CRBFN 등화기의 입력 벡터 크기 N 은 3으로 하였고 각 벡터는 $(y(n-2), y(n-1), y(n))$ 으로 이루어지며, 이 입력 벡터에 대한 등화기의 목표 출력 $d(n)$ 으로는 원래의 4-PSK 신호의 2탭 지연된 $y(n-2)$ 를 사용한다. 이는 채널의 기억성에 의해 입력 심벌 $x(n-2)$ 가 영향을 미치는 신호가 $y(n-2), y(n-1), y(n)$ 이기 때문이다.

등화기 내 RBF의 수 H 는 30개를 사용하였다. 센터의 결정을 위한 k-means clustering 알고리즘에서 사용되는 파라미터인 ϵ_{th} 는 0으로 하였으며, 이는 모든 센터가 변화하지 않을 때까지 clustering 알고리즘을 적용함을 의미한다. 연결 강도의 개선을 위한 LMS 알고리즘의 학습률 μ 는 0.05로 하였다. 학습 데이터의 수는 1,000개이며 300 epoch만큼 학습하도록 하였으며, 테스트를 위해서는 별도로 랜덤하게 만들어진 1,000,000개의 데이터를 이용하였다. 학습이 얼마나 빨리 수렴하는가를 보기 위해 학습 중의 평균자승오차(mean squared error, MSE)의 변화를 관찰하였으며, 등화기의 성능은 테스트 데이터를 이용하여 여러 SNR에 대해 심벌오율(symbol error rate, SER)을 계산하여 4-PSK의 이론적인 SER과 비교하였다.

CRBFN의 결과는 적용형 p th order inverse Volterra 필터를 사용한 등화기의 결과와 비교되었다. Schetzen은 p 차 역시스템 이론에서 Volterra 모델로 나타내어진 비선형 시스템의 역시스템을 p 차 Volterra 필터를 사용하여 구현할 수 있음을 보였으며[10], 본 논문서와 같이 비선형 채널을 Volterra 급수로 모델링 하였을 때 이에 대한 적용형 p th order inverse Volterra 필터 등화기의 입력-출력 관계는 아래와 같이 구해진다.

$$z(n) = C_{(p)} [y(n)]$$

$$= \sum_{k=1}^{\frac{p+1}{2}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \dots \sum_{n_{k-1}=0}^{N-1} C_{n_1, \dots, n_{k-1}}^{2k-1} y(n-n_1) \dots$$

$$y^*(n-n_{k+1}) \dots y^*(n-n_{2k-1}) \quad (11)$$

여기서 N 은 등화기 $C(p)$ 의 메모리 탭수, $y(n)$ 와 $z(n)$ 은 각각 등화기 입력과 출력 심벌을 나타낸다. 시스템의 목표 응답을 $d(n)$ 이라 할 때 오차는 $e(n) = d(n) - z(n)$ 이 되고, 순시자승오차 $\|e(n)\|^2$ 를 최소로 하도록 $C(p)$ 의 계수를 구하기 위하여 LMS 알고리즘의 일반화된 형태를 적용하면 계수 개선식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Delta C_{n_1, \dots, n_{k-1}}^{2k-1}(n) &= \frac{\mu}{2} \frac{\partial \|e(n)\|^2}{\partial C_{n_1, \dots, n_{k-1}}^{2k-1}(n)} \\ &= \mu e(n) y(n-n_1)^* y(n-n_2)^* \dots \\ &\quad y(n-n_{k+1}) \dots y(n-n_{2k-1}) \quad (12) \end{aligned}$$

여기서 μ 는 학습률이며, 본 논문에서는 부가되는 잡음에 따라 $\mu = 10^{-6}$ 에서 10^{-9} 까지의 값을 이용하였다. 이 보다 큰 학습률의 경우는 Volterra 필터의 학습이 이루어지지 않고 발산하여 사용치 못했다.

다음 그림 5는 4-PSK 신호가 비선형 위성 통신 채널을 통과한 후의 정상도를 나타내며, 채널의 비선형성에 의해 각 신호의 위상이 심하게 틀어지며 크기도 왜곡이 생기게 됨을 알 수 있다. 특히 그림에서 알 수 있듯이 신호의 크기가 증폭되어 원래의 크기인 1보다 커졌음을 알 수 있다.

다음 그림 6과 7은 각각 해당되는 학습 알고리즘에 의해 CRBFN과 Volterra 필터 등화기를 학습 시 학습 데이터에 대한 MSE의 변화를 여러 SNR의 경우에 대해 dB 단위로 도시하며, CRBFN이 Volterra 필터의 경우에 비교해 볼 때 매우 빠르게 수렴함을 알 수 있다.

이러한 빠른 학습 수렴 속도뿐만 아니라 CRBFN은 각 학습 반복 당 계산량의 측면에서도 매우 적은 계산량만을 필요로 한다. 이를 위해 다음 표 3은 제안된 CRBFN의 학습에 필요한 계산량(복소 곱셈수)를 보여주고 있다. 여기서 L 은 학습 데이터의 개수, H 는 센터의 개수, N 은 입력 벡터의 크기를 나타낸다.

CRBFN의 학습은 크게 (i) k-means clustering (표 2)을 이용한 H 개 센터의 결정, (ii) 센터 결정 후의 H 개 분산의 결정(식 (9)), 그리고 (iii) 각 학습 데이터를

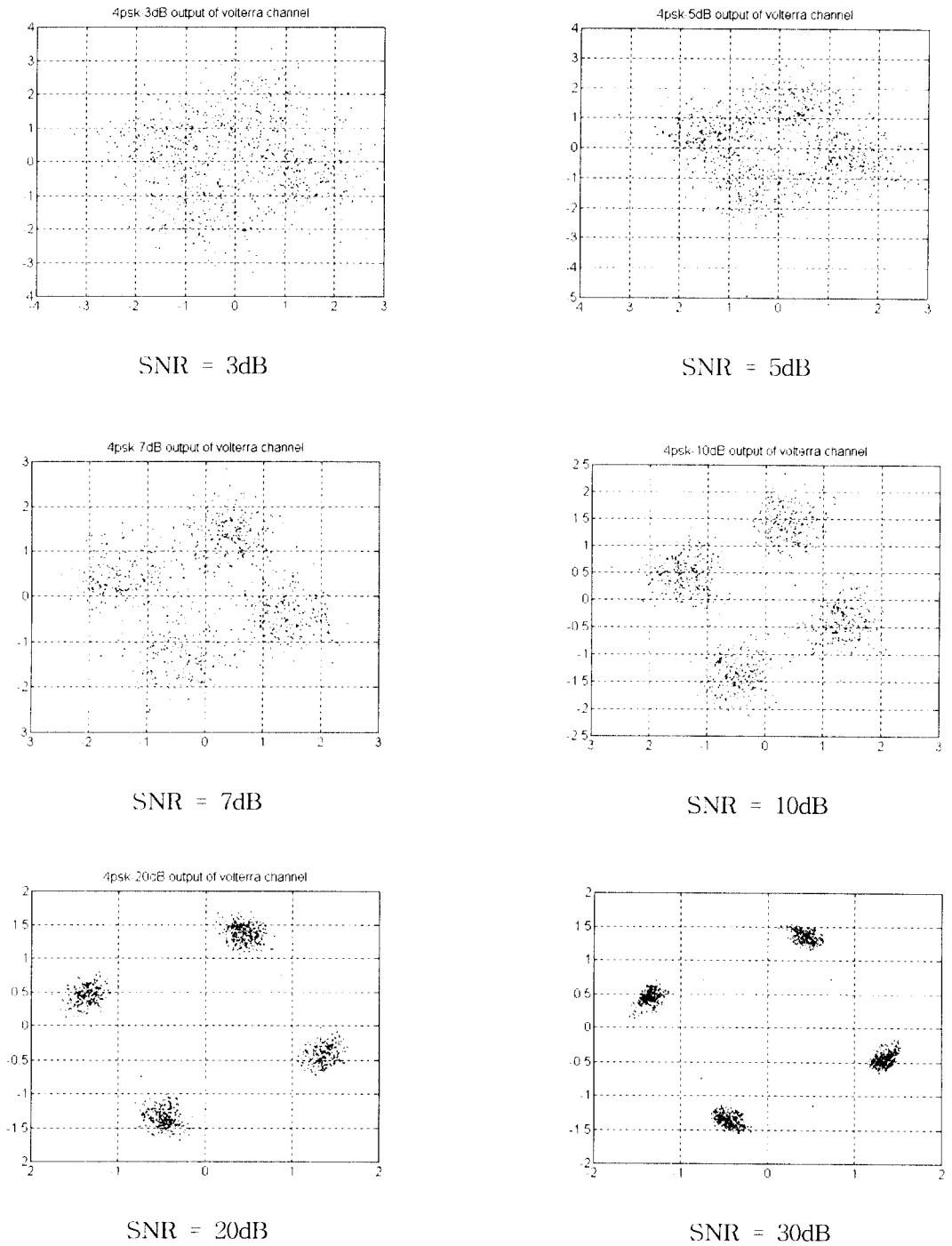


그림 5. 4-SPK 신호가 비선형 위성 통신 채널을 통과한 후의 성상도.

Fig. 5 Constellations of nonlinear satellite communication channel outputs for 4-PSK signals.

표 3. 학습에 필요한 복소 곱셈수의 비교.

Table 3. Comparison of numbers of complex-valued multiplications for the training.

등화기	복소 곱셈수		비 고
CRBFN	센터의 결정	$n_k \equiv L \cdot H \cdot N$	k-means clustering 1회 반복당
	분산의 결정	$n_s \equiv \frac{H(H-1)}{2} \cdot N$	-
	연결 강도의 개선	$n_{wf} \equiv (N+2) \cdot H$ $n_{wb} \equiv (N+3) \cdot H$	하나의 학습 데이터 에 대해 LMS 알고리 즘 적용시
p 차 Volterra 필터	연결 강도의 개선	$n_{vf} \equiv \sum_{k=1}^{p+1} N^{(2k-1)} \cdot (2k-1)$ $n_{vb} \equiv \sum_{k=1}^{p+1} N^{(2k-1)} \cdot (2k)$	하나의 학습 데이터 에 대해 LMS 알고리 즘 적용시

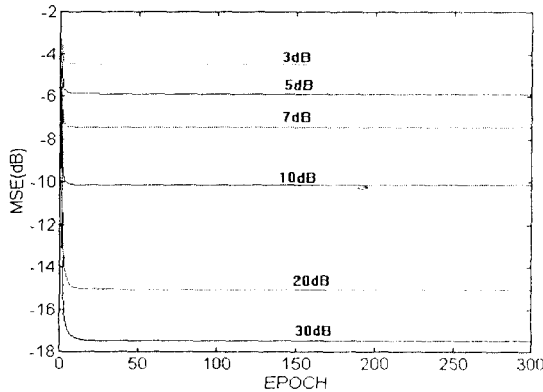


그림 6. CRBFN 등화기의 4-PSK 학습 데이터에 대한 MSE의 변화.

Fig. 6 MSE learning curves for 4-PSK training data equalized by the CRBFN.

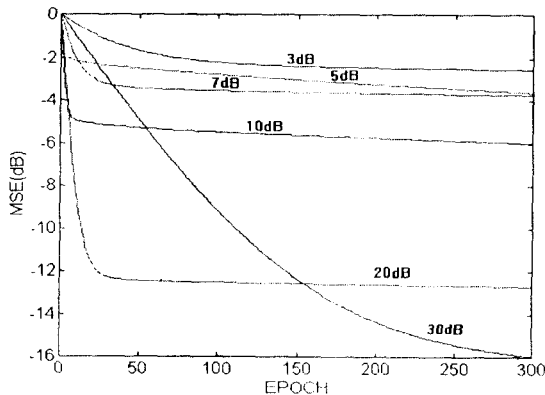


그림 7. Volterra 필터 등화기의 4-PSK 학습 데이터에 대한 MSE의 변화.

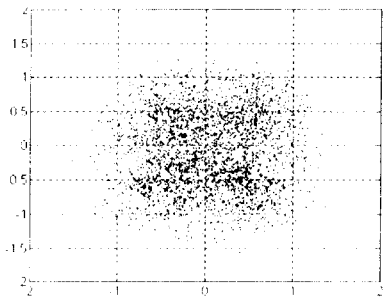
Fig. 7 MSE learning curves for 4-PSK training data equalized by the Volterra filter.

이용한 LMS 알고리즘에 의한 H 개 연결 강도의 개선 (식 (10))으로 구성된다. 여기서 센터와 분산의 결정은 연결 강도의 개선 전에 계산되어 결정 후 고정된다. 표 3에서 k-means clustering의 경우는 표 2의 알고리즘을 1회 반복하는데 필요한 복소 곱셈수 n_k 를 나타내고, LMS 알고리즘의 경우는 하나의 학습 데이터를 이용한 개선(1 iteration)에 필요한 복소 곱셈수 $n_w \equiv n_{wf} + n_{wb}$ 를 나타내며, 여기서 n_{wf} , n_{wb} 는 각각 feedforward pass와 backward pass에 필요한 복소 곱셈수이다. 따라서 실제 학습에 소요된 전체 복소 곱셈수 n_{CRBFN} 은 다음 식과 같이 계산될 수 있다.

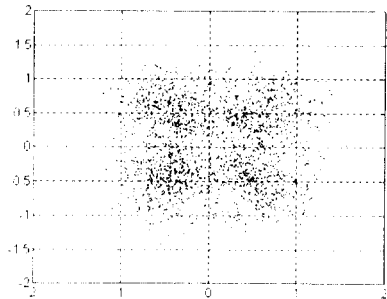
$$n_{CRBFN} = n_k \cdot e_k + n_s + n_w \cdot L \cdot e_w \quad (13)$$

여기서 e_k 는 k-means clustering이 수렴할 때까지의 반복 횟수, e_w 는 LMS 알고리즘을 이용하여 수렴할 때까지 소요된 epoch 수(1 epoch = L iterations)를 나타낸다.

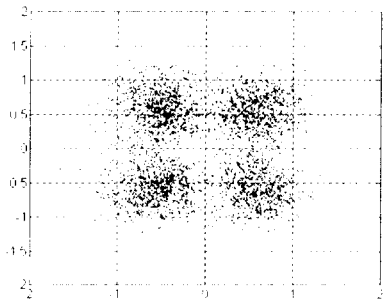
표 3에서는 비교를 위하여 p 차 Volterra 필터의 학습에 필요한 복소 곱셈수 역시 나타내고 있다. 이 경우는 식 (12)의 LMS 알고리즘에 의하여 하나의 학습 데이터를 이용한 연결 강도의 개선에 필요한 복소 곱셈수 $n_v \equiv n_{vf} + n_{vb}$ 를 나타내고 있으며, 여기서 앞서 유사하게 n_{vf} , n_{vb} 는 각각 feedforward pass와 backward pass에 필요한 복소 곱셈수이며, $N^{(2k-1)}$ 은 $(2k-1)$ 차 Volterra kernel의 갯수를 나타낸다. 따라서 e_v 가 수렴할 때까지 소요된 epoch 수를 나타낸다고 할 때 이 경우의 실제 학습에 소요된 전체 복소 곱셈수 $n_{Volterra}$



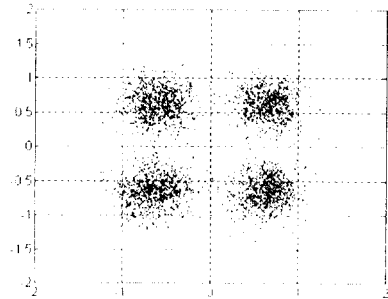
SNR = 3dB



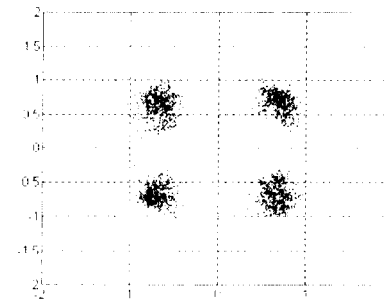
SNR = 5dB



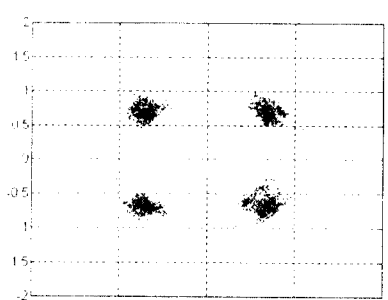
SNR = 7dB



SNR = 10dB



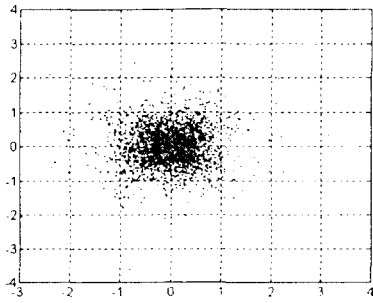
SNR = 20dB



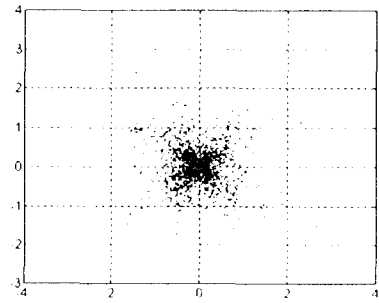
SNR = 30dB

그림 8. CRBFN을 사용하여 등화된 4-PSK 테스트 데이터의 정상도.

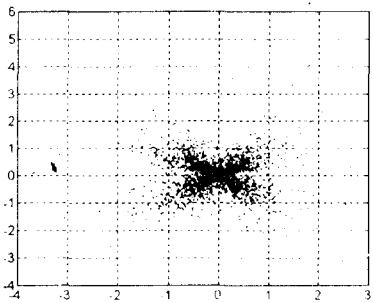
Fig. 8 Constellations for 4-PSK test data equalized by the CRBFN.



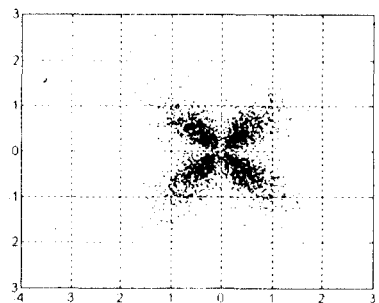
SNR = 3dB



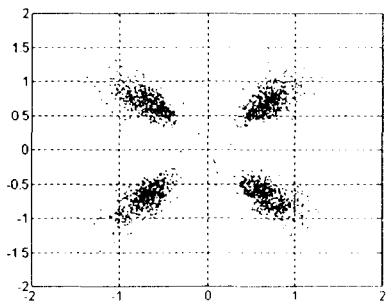
SNR = 5dB



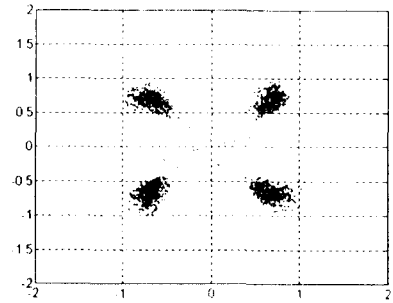
SNR = 7dB



SNR = 10dB



SNR = 20dB



SNR = 30dB

그림 9. Volterra 필터를 사용하여 등화된 4-PSK 테스트 데이터의 성상도.

Fig. 9 Constellations for 4-PSK test data equalized by the Volterra filter.

을 계산하면 다음 식과 같다.

$$n_{Volterra} = n_v \cdot L \cdot \ell_v \quad (14)$$

본 논문에서 $N = 3, H = 30, L = 1,000$ 이므로 CRBFN의 경우 $n_k = 90,000, n_s = 1,305, n_w = 330$ ($n_{wf} = 150, n_{wb} = 180$)의 복소 곱셈이 이루어진다. 이에 반해 본 논문에서 사용된 5차 ($p=5$) Volterra 필터의 경우 $N^{(1)} = 3, N^{(3)} = 27, N^{(5)} = 243$ 으로서 $n_v = 2,871$ ($n_{vf} = 1,299, n_{vb} = 1,572$)이 됨을 알 수 있다. CRBFN의 경우 k-means clustering에 의한 센터의 결정은 평균적으로 29회 반복 후 종료되었는데, 이것은 표 3의 계산량의 산출에 근거할 때 Volterra 필터 LMS 알고리즘의 1 epoch 보다는 적으며, 또한 CRBFN LMS 알고리즘의 7 epoch 정도에 해당된다.

앞서 표 3에서의 단위 반복당의 적은 계산량과 그림 6, 7의 빠른 수렴 결과로부터 k-means clustering을 포함하여도 CRBFN은 Volterra 필터의 경우 보다 매우 빠른 학습이 이루어짐을 쉽게 알 수 있으며, 이는 시뮬레이션을 통해서도 관찰된 결과이다. 결국 여기서 우리는 제안된 CRBFN이 학습 시 매우 빠른 수렴 속도를 보이며, 이에 따라 온라인 등화기에의 적용 시 좋은 성능을 보일 수 있음을 암시함을 알 수 있다.

다음 그림 8과 9는 각각 CRBFN과 Volterra 필터를 사용하여 등화된 테스트 데이터 신호들의 정상도를 여러 SNR에 대해 도시하며, CRBFN을 이용하였을 때가 좀 더 원래의 입력 심벌들의 정상도 위치($e^{\pm j\pi/4}, e^{\pm j3\pi/4}$)에 가까이 군집되는 것을 알 수 있다. 특히 잡음이 강한 경우에도 CRBFN이 Volterra filter와 비교할 때 위상의 변화 뿐 아니라 크기도 원래 신호대로 더 가까이 줄어듦을 알 수 있다.

위 그림 8, 9의 정상도와 그림 6, 7의 학습 곡선을 고려할 때 이는 제안된 CRBFN의 학습 수렴 특성이 우수함을 나타내는 결과라 할 수 있다. 즉 학습에 사용된 오차 척도가 원래의 심벌 위치와 등화 후의 심벌 위치 사이의 평균자승오차(mean squared error)로 정의되므로 그림 6, 7에서와 같이 수렴 후의 CRBFN의 평균자승오차가 Volterra 필터의 경우보다 적다는 사실은 CRBFN의 정상도가 Volterra 필터 보다 나음을 의미하며, 결국 그림 8, 9의 정상도가 이를 뒷받침한다 할 수 있다.

다음 그림 10은 CRBFN과 Volterra 필터 각각에 의해 등화된 테스트 데이터를 이용하여 계산된 SER을 10 dB 가량의 SNR 까지에 대하여 도시하며, 표 4는 1,000,000개 테스트 데이터에 대해 10, 20, 30 dB에서의 심벌 오차의 갯수를 나타낸다. 두 등화기 모두 그림에서 점선으로 표시된 이론적인 4-PSK의 SER에 근접하는 좋은 성능을 보여주며, 특히 SNR이 30 dB인 경우는 하나의 오차도 검출되지 않는 좋은 성능을 보인다. 그림 8, 9에서와는 달리 SER 측면에서 CRBFN과 Volterra 필터가 비슷한 성능을 보이는 이유는 4-PSK의 오차 결정 영역이 2차원 평면의 하나의 사분면으로서 비교적 넓기 때문이다. 4-PSK의 이론적인 SER은 다음의 식 (15)로 주어진다[9].

$$SER = \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{SNR}{2}} \right) \quad (15)$$

여기서 SNR은 dB로 표시하지 않은 신호 전력과 잡음 전력의 단순한 비이며, $\text{erfc}(\cdot)$ 은 다음과 같이 정의되는 상보오차함수(complementary error function)이다.

$$\text{erfc}(u) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty \exp(-y^2) dy \quad (16)$$

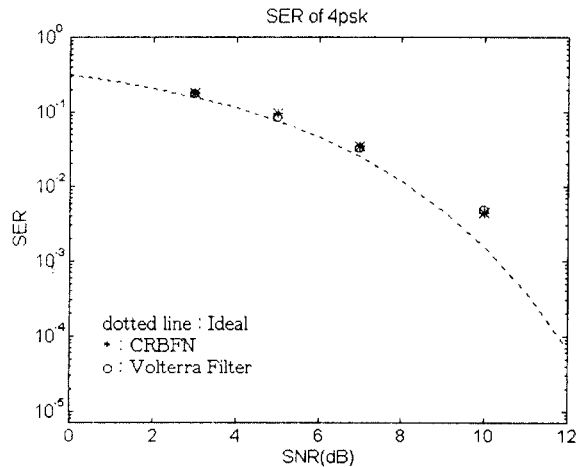


그림 10. CRBFN과 Volterra 필터를 사용하여 등화된 4-PSK 테스트 데이터의 SER.
Fig. 10 SERs for 4-PSK test data equalized by the CRBFN and Volterra filter.

표 4. 심벌 오차 성능 비교

Table 4. Comparison of symbol error performance.

	총 1,000,000개 테스트 데이터 중 심벌 오차의 계수		
	SNR = 10dB	SNR = 20dB	SNR = 30dB
CRBFN	4,480	15	0
Volterra 필터	4,738	7	0

V. 결 론

본 논문에서는 디지털 위성 통신 시스템에서 위성 내 TWT(traveling wave tube)에 의해 생기는 비선형성을 보상해 주기 위해 CRBFN(complex radial basis function network)를 이용한 적응적 등화기를 설계하고, 이 등화기의 성능을 4-PSK 변조 신호에 대해 적응형 Volterra 필터와 비교하였다. 성능 비교의 척도로 삼은 심벌오율(symbol error rate, SER)의 측면에서 보면 설계된 등화기가 4-PSK의 이론적인 SER에 근접하는 비교적 우수한 성능을 보여줌을 알 수 있었다. 또한 본 논문에서는 CRBFN의 학습 알고리즘으로 Moody-Darken의 k-means clustering 알고리즘과 LMS 알고리즘을 결합한 학습 알고리즘을 복소수로 확장하여 제안하였으며, 이 학습 알고리즘을 사용하므로써 매우 적은 계산량으로 빠른 수렴이 이루어짐을 역시 보였다.

앞으로의 연구 방향으로서 본 논문에서와 같은 오프라인 학습 과정을 바탕으로 하여 온라인 형태의 등화기를 설계하고 본 논문의 방법과 성능을 비교해 보아야 하며, 이에 덧붙여 미리 신경회로망의 구조를 정하여 학습을 하는 대신 학습과 함께 신경회로망의 구조도 변화 시켜 나가는 점진형(incrementally constructive) 알고리즘의 개발 및 이용 역시 의의가 있다 하겠다.

참 고 문 헌

1. A. A. M. Saleh, "Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of TWT amplifier," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.9, No.11, pp. 1715-1720, 1981.
2. S. Benedetto and Biglieri, "Nonlinear equalization of digital satellite channels," *IEEE Jour. Sel. Areas*

in Commun., Vol.1, No.1, pp.57-62, 1983.

3. E. Biglieri, S. Barberis and M. Catena, "Analysis and compensation of nonlinearities in digital transmission systems," *IEEE Jour. Sel. Areas in Commun.*, Vol.6, No.1, pp.42-51, 1988.
4. 이제식, 조용수, 임용훈, 윤대회, "고출력 증폭기의 비선형성 보상을 위한 메모리를 갖는 적응 데이터 사진 왜곡기," 한국통신학회논문지, 제19권, 제4호, pp.669-678, 1994.
5. C. Eun and E. J. Powers, "Utilization of neural network signal processing in the design of a predistorter for a nonlinear telecommunication channel," *Proc. IEEE Int'l Conf. Neural Net.*, Vol. 6, pp.3582a-3586, Orlando, Florida, 1994.
6. A. Gutierrez and W. E. Ryan, "Performance of adaptive Volterra equalizers on nonlinear satellite channels," *Proc. IEEE Int'l Conf. Commun.*, Vol.1, pp.488-492, Seattle, Washington, 1995.
7. I. Cha and S. A. Kassam, "Channel equalization using adaptive complex radial basis function networks," *IEEE Jour. Sel. Areas in Commun.*, Vol.13, No.1, pp.122-131, 1995.
8. J. E. Moody and C. Darken, "Fast learning in networks of locally-tuned processing units," *Neural Comput.*, Vol.1, No.2, pp.281-294, 1989.
9. S. Haykin, *Communication Systems*, Third Ed., John Wiley & Sons, 1994.
10. M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theory of Nonlinear System*, John Wiley & Sons, 1980.
11. 임용훈, 조용수, 윤대회, 차일환, "비선형 시스템의 왜곡 보상을 위한 비선형 적응 프리필터," 대한전자공학회논문지, 제32-B권, 제7호, pp. 61-67, 1995.
12. S. Haykin, *Neural Networks*, Macmillan College Publishing Company, 1994.
13. J. Park and I. W. Sandberg, "Universal approximation using radial-basis-function networks," *Neural Comput.*, Vol.3, pp.246-257, 1991.
14. C. A. Micchelli, "Interpolation of scattered data: distance matrices and conditionally positive definite functions," *Constructive Approx.*, Vol.2, pp. 11-22, 1986.

신 요 안(Yoan Shin)

정회원

현재: 숭실대학교 전자공학과 조교수

한국통신학회 논문지 제20권 제12호 참조



윤 병 문(Byung-Moon Yoon) 정회원

1969년 3월 24일생

1995년 2월: 숭실대학교 전자공학과(공학사)

1995년 3월~현재: 숭실대학교 대학원 전자공학과 석사과정 재학중

※관심분야: 디지털 통신 시스템, 신경회로망 응용



임 영 선(Young-Son Lim) 정회원

1974년 2월 19일생

1996년 2월: 숭실대학교 전자공학과(공학사)

1996년 3월~현재: 숭실대학교 대학원 전자공학과 석사과정 재학중

※관심분야: 제어 시스템, 신경회로망 응용