

## LMLE 알고리즘을 이용한 OFDM 수신기 설계 및 분석

正會員 李 宗 烈\*, 鄭 榮 謨\*\*, 李 商 郁\*

## Design and Analysis of OFDM Receiver Employing LMLE Algorithm

Jong Youl Lee\*, Young Mo Chung\*\*, Sang Uk Lee\* *Regular Members*

## 요 약

본 논문에서는 시간 선택성 다경로 페이딩 채널 상에서 OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 신호를 수신할 수 있는 수신기를 제안하였다. 최적 수신을 위하여 LMLE(linear maximum likelihood estimation) 알고리즘을 이용하여 OFDM demultiplexing 신호로부터 실제 전송된 심볼을 추정하였다. 또한 테일러 근사를 이용하여 비트 오류 확률의 하한을 해석적으로 구하였다. 시간 선택성 페이딩 채널 상에서 OFDM 신호를 matched 필터로 수신하는 경우에는 인접 채널간의 cross-talk 현상으로 인하여  $10^{-1}$  이하의 에러율을 얻을 수 없으나, 본 논문에서 제안하는 수신기를 사용하는 경우에는 15dB의 SNR에서 약  $10^{-4}$  정도의 에러율을 얻을 수 있다. 또한, 제안하는 수신기는 subchannel의 수와 채널의 경로의 증가에 따른 성능저하가 거의 나타나지 않음을 확인할 수 있었다.

## ABSTRACT

In this paper, a new receiver is proposed for the detection of the OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) signals in the time-selective multipath fading channel. For the optimal detection, we estimate the transmitted symbols from OFDM demultiplexing signal using the LMLE(linear maximum likelihood estimation) algorithm. Also, in this paper, the lower bound for BER(bit error rate) using Taylor series approximation is provided. If the matched filter is used for the OFDM receiver in the time-selective multipath fading channel, it is known that the SER(symbol error rate) is always greater than  $10^{-1}$ , due to the cross-talk between adjacent channels. But, the proposed receiver provides of SER with 15dB SNR. Also, it is found that for the receiver implemented using the LMLE algorithm, the performance is shown to be not affected by the increase of the number of subchannel and channel path.

\*서울대학교 공과대학 전기공학부  
School of Electrical Engineering, Seoul National Univ.

\*\*한성대학교 정보전산학부  
School of Information and Computer Eng. Hansung Univ.  
論文番號:96011-0109  
接受日字:1996年 1月 9日

## I. 서 론

OFDM(orthogonal frequency division multiplexing)은 대역효율의 관점에서 효과적인 변조기법으로 Chang [1]에 의해 최초로 제안되었다. 잘 알려진 FDM(frequency division multiplexing)과 OFDM 사이의 차이점은 OFDM에서는 각 부채널(subchannel)의 스펙트럼 사이에 중첩을 허용함으로써 최적의 대역효율을 얻을 수 있다는데 있다. 중첩의 문제는 부반송파(sub-carrier)간의 직교성을 보장함으로써 해결이 가능하며, Darlington[2]과 Weinstein[3]등에 의해 이러한 문제가 많이 연구되어 왔다.

또다른 OFDM의 주요한 장점중의 하나는 다경로 페이딩 채널 상에서 최적의 성능을 얻을 수 있는 변조기법이란 것이다. 다경로 페이딩에 의해 발생하는 인접 심볼간의 간섭(ISI: intersymbol interference)은 보호구간(guard interval)이라는 약간의 시간간격을 전송심볼 사이에 삽입함으로써 제거할 수 있다. 보호구간의 길이는 채널의 다경로 전송에 의한 지연(multipath spread) 보다 크게 보장되어야 한다. 그러나, 보호구간에 의해 인접 심볼간의 간섭은 제거될 수 있으나, 다경로 페이딩 채널 상에서 발생하는 intrasymbol interference와 시간 선택성 페이딩 채널 상에서 발생할 수 있는 interchannel interference는 OFDM 변조기법 자체만으로는 제거할 수 없다. 따라서 수신단에서는 이러한 간섭을 제거할 수 있는 장치가 필요하게 된다.

OFDM 기법으로 전송된 신호는 AWGN(additive white Gaussian noise) 채널에서 matched 필터를 이용하여 최적으로 수신이 가능하다. 그러나, 페이딩 채널인 경우에는 matched 필터를 이용하여 수신하는 경우 상당히 높은 에러율이 발생하게 된다. 다경로 페이딩 채널 상에서 발생하는 intrasymbol interference는 파일럿 심볼을 이용하여 채널을 정확히 추정함으로써 제거할 수 있으며, 이 경우 최적의 수신을 할 수 있음이 알려져있다[4]. 그러나, 채널이 한 심볼주기 안에서 시간에 따라 변화하는 시간 선택성 페이딩 채널의 경우에는 intrasymbol interference 뿐만 아니라 interchannel interference가 발생함으로써 상당히 심한 성능의 열화가 초래된다. 또한, 이 경우에는 파일럿 심볼을 이용하더라도 최적으로 심볼을 검출할 수 없다. 따라서, 시간 선택성 페이딩 채널의 경우에 이리

한 성능의 열화를 개선하기 위해서는 AWGN 채널 및 slow 페이딩 채널의 경우와는 다른 방법으로 신호를 검출하는 기법이 필요하다.

시간 선택성 페이딩 채널 상에서 OFDM 수신기를 제안한 Santella[5]는 일정시간 간격마다 부채널의 수와 동일한 파일럿 심볼을 전송함으로써 전송신호의 위상을 보정하는 방법을 사용하였다. 그러나, [5]에는 단일경로 채널에 관한 결과만 제시되어 있으며, 다경로 채널은 고려되고 있지 않다. 또한 interchannel interference 성분을 전혀 제거하지 못하고, 모두 가우시안 잡음으로 처리했다는 문제점이 있다. 따라서, 본 논문에서는 다경로 페이딩 채널 상에서 interchannel interference를 제거할 수 있는 새로운 방법을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2절에서는 시간 선택성 페이딩 채널에서 OFDM 신호의 구조를 살펴본다. 다음 3절에서는 LMLE(linear maximum likelihood estimation) 알고리즘을 이용한 최적의 수신기 구조를 제시하고, 4절에서는 단일경로 시간 선택성 페이딩 채널을 대상으로 LMLE 알고리즘을 이용하여 수신한 경우 에러율을 구한다. 5절에서는 해석결과를 분석 고찰하고, 마지막 6절에서는 결론을 제시한다.

## II. 시스템의 개요

### 2.1 시간 선택성 다경로 페이딩 채널

본 장에서 사용되는 채널의 모델은 백색 가우시안 잡음이 더해진 시간 선택성 다경로 페이딩 채널이다. 시간 선택성 페이딩 채널은 전송되는 심볼의 한 주기 안에서 채널의 특성이 변화하는 시변 선형 필터로 고려할 수 있다. 따라서 채널의 임펄스 응답  $C(t, \tau)$ 는 일반적으로 다음과 같이 표현할 수 있다[6].

$$C(t, \tau) = \sum_{i=0}^p \alpha_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \delta(\tau - \tau_i(t)) \quad (1)$$

위 식에서  $\alpha_i(t)$ 와  $\tau_i(t)$ 는  $i$ 번째 경로의 진폭변화와 시간지연을 나타내는 랜덤프로세스이다. 채널을 시불변 선형필터로 모델링할 수 있는 slow 페이딩 채널의 경우에는  $\alpha_i$ 와  $\tau_i$ 는 랜덤변수로 가정할 수 있다. 또한 채널 임펄스 응답  $C(t, \tau)$ 는 복소 가우시안 페이딩 프로세스가 되고,  $C(t, 0) \equiv C(t)$ 로 나타내면  $C(t, \tau)$ 의 spaced-time 상관함수(correlation function)는 다음과

같이 정의할 수 있다[6].

$$R(\Delta t) = E[C(t)C^*(t + \Delta t)] \quad (2)$$

일반적으로  $R(\Delta t)$ 는 다음과 같은 관계를 가진다[7].

$$R(\Delta t) = \sigma_g^2 J_0(2\pi f_d \Delta t) \quad (3)$$

위 식에서  $\sigma_g^2$ 은 채널의 분산율,  $f_d$ 는 도플러 주파수를 의미하며  $J_0(\cdot)$ 는 0차 베셀함수를 나타낸다.

### 2.2 OFDM 시스템

전송 심볼열을  $x_k$ 라하고 부채널의 수를  $N$ 이라 할 때, OFDM 변조된 전송신호  $s(t)$ 는 다음과 같다.

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi f_k t}, \quad t \in [0, NT] \quad (4)$$

여기서,  $T$ 는  $x_k$ 의 심볼주기가 되며, 편의상 보호구간은 존재한다고 가정한다. 그리고,  $f_k$ 는  $k$ 번째 부채널의 중심 주파수로  $\frac{k}{NT}$ 의 값을 가지며,  $f_k$ 은 각 부채널간의 주파수 차이를 나타낸다. 만약  $s(t)$ 를  $iT$  시간마다 표본화한다면,  $s(iT) \equiv s_i$ 는 다음과 같이  $N$  point IDFT 연산을 통하여 얻을 수 있다.

$$s_i = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j \frac{2\pi}{N} ki} \quad (5)$$

OFDM 송신부의 블럭선도는 그림 1에 제시되어 있다.

채널 임펄스 응답이  $C(t, \tau)$ 인 시간 선택성 다경로 페이딩 채널을 통하여  $s(t)$ 가 전송되는 경우 수신신호

$r(t)$ 는 일반적으로 다음과 같이 주어진다[8].

$$r(t) = C(t, \tau) * s(t) + n(t) \quad (6)$$

여기서  $*$ 는 convolution 연산을 의미하고,  $n(t)$ 는 가산 백색 가우시안 잡음으로  $N_0/2$ 의 전력 스펙트럼 밀도를 갖는다. 만약  $s(t)$ 가 OFDM 변조된 신호라면  $r(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r(t) = \sum_{i=0}^{\rho} \alpha_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} s(t - \tau_i(t)) + n(t) \\ = \sum_{i=0}^{\rho} \alpha_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi f_k (t - \tau_i(t))} + n(t) \quad (7)$$

수신단에서  $j$ 번째 부채널의 신호를 얻기 위해서는 수신된 신호에  $j$ 번째 부반송파의 주파수를 곱하여 적분한다. 만약 신호를 표본화하여 처리한다면 송신부의  $N$ -point IDFT와 반대로  $N$ -point DFT 연산을 수행하여야 한다. 이러한 연산을 거친 후의 출력을 demultiplexing 신호  $z_j$ 라 하면, 다음과 같이 표현된다.

$$z_j = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sum_{i=0}^{\rho} \int_0^T \alpha_i(t) e^{-j2\pi (f_k + f_c) \tau_i(t)} e^{j2\pi (f_k - f_c) t} dt + v_j \quad (8)$$

위 식에서 가우시안 잡음에 의한 항인  $v_j$ 는 다음과 같다.

$$v_j = \frac{1}{T} \int_0^T n(t) e^{-j2\pi f_c t} dt \quad (9)$$

여기서  $n(t)$ 는 가우시안 분포를 가지므로, 가우시안의

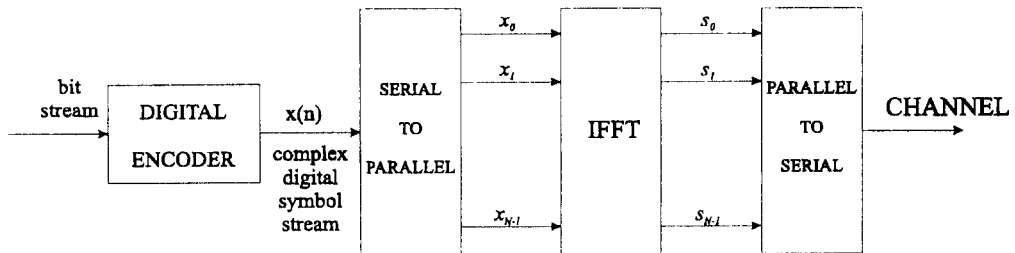


그림 1. OFDM 송신부의 블럭선도

적분인  $v_j$  역시 가우시안이 된다. 또한,  $v_j$ 의 correlation은 다음과 같이 계산되므로

$$E[v_i v_j^*] = \frac{N_0}{2} \delta(i - j) \quad (10)$$

$v_j$ 는 분산이  $N_0/2$ 인 i.i.d.(identically independent distributed) 가우시안 확률변수가 된다.

### III. LMLE 알고리즘을 이용한 최적의 수신기 설계

식(8)은 전송 심볼열  $x_k$ 가 특정한 필터를 통과하여 나온 출력이  $z_j$ 라는 것을 보여준다. 만일 그 필터를  $H(m, n)$ 이라 하고,  $H(m, n)$ 을 다음과 같이 정의하면

$$H(m, n) \equiv \frac{1}{T} \sum_{i=0}^p \int_0^T \alpha_i(t) e^{-j2\pi(f_c + f_i)t + j\phi_i(t)} e^{j2\pi(f_c - f_n)t} dt \quad (11)$$

식(8) 다음과 같이 행렬을 이용하여 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(0, 0) & H(0, 1) & \cdots & H(0, N-1) \\ H(1, 0) & H(1, 1) & \cdots & H(1, N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H(N-1, 0) & H(N-1, 1) & \cdots & H(N-1, N-1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(12)의 각행렬을 순차적으로  $Z, H, X, V$ 로 나타내면 식(12)는 다음과 같이 표현된다.

$$Z = HX + V \quad (13)$$

측정값  $Z$ 를 통하여 실제값  $X$ 를 추정하는 방식은 제어 및 통신분야에서 상당히 많이 연구되어 왔다[9, 10]. 그 가운데서  $Z$ 의  $X$ 에 대한 조건부 확률을 최대로 하는 추정치  $\hat{X}$ 을 취하는 방식을 maximum likelihood estimation(MLE)이라 한다. 즉 MLE는  $Z$ 의 확률밀도함수를  $f_Z$ 라 정의했을 때, likelihood function  $f_{Z/X}$ 를 최대로 하는  $\hat{X}$ 를 찾는 것이고, 이러한  $\hat{X}$ 는 다음 식으로부터 구할 수 있다[11].

$$\frac{\partial f_{Z/X}(z/X)}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}} = 0 \quad (14)$$

만일  $Z$ 가 식(13)과 같이  $X$ 에 선형적으로 종속되어 있다면, 이 경우를 linear maximum likelihood estimation(LMLE)이라 한다.  $V$ 를 error covariance 행렬을  $R$ 로 갖는 가우시안 잡음으로 가정할 경우  $V$ 의 확률밀도 함수는 다음과 같다.

$$f_V(v) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p |R|}} \exp\left(-\frac{1}{2} v^T R^{-1} v\right) \quad (15)$$

그러므로, likelihood function은  $f_V(v)$ 의 이동된 형태를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{Z/X}(z/X) &= f_V(z - HX) \\ &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p |R|}} \exp\left(-\frac{1}{2} (z - HX)^T R^{-1} (z - HX)\right) \end{aligned} \quad (16)$$

식(14)와 식(16)을 이용하여 최적의 추정치  $\hat{X}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{X} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} Z \quad (17)$$

만일 행렬  $H$ 가  $N \times N$ 의 형태이고,  $H$ 의 역행렬이 존재한다고 가정하면, 식(17)은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\hat{X} = H^{-1} Z \quad (18)$$

식(18)로 부터  $\hat{X}$ 의 각 원소는  $H^{-1}$ 의 한 행과  $Z$ 의 각 원소간의 선형조합으로 계산됨을 알 수 있다. 따라서, 부채널의 수  $N$ 이 증가하는 경우에는  $Z$ 의 원소수가 증가하므로 선형조합에 포함되는 잡음의 원소도 증가한다. 따라서  $H$ 를 일반적인 임의의 행렬이라 가정한다면 위 알고리즘을 이용하는 경우에 부채널의 수  $N$ 이 증가함에 따라 잡음의 크기가 증가하여 에러율이 증가하는 현상을 보인다. 그러나, 실제로  $H$ 를 실제적인 채널의 모델을 기반으로 구하게 되면 이러한 현상은 나타나지 않는다. 다음 4절에서 채널의 모델을 주파수 비선택성 채널로 가정한 경우에 이러한 사

실을 보다 자세히 설명한다.

#### IV. 제안한 수신기의 에러확률 분석

##### 4.1 주파수 비선택성 페이딩 채널

채널을 주파수 비선택성 페이딩 채널로 가정한다면, 식(6)의 수신신호  $r(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r(t) = C(t)s(t) + n(t) \quad (19)$$

여기서  $C(t)$ 는 채널의 진폭과 위상성분을 모두 포함하고 있는 임펄스 응답으로 spaced-time 상관함수는 식(3)과 같이 주어진다고 가정한다.

OFDM 수신단에서는 전송된 심볼을  $T$ 시간마다 표본화하므로, 시간  $iT$ 에 표본화된 수신신호  $r_i$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r_i = C_i \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi \frac{ki}{N}} + n_i, \quad (0 \leq i \leq N-1) \quad (20)$$

위식에서 편의상  $C_i \equiv C(iT)$ ,  $n_i \equiv n(iT)$ 로 표현한다. 그러므로,  $r_i$ 를 입력으로 하는 N-point DFT 연산을 통하여 demultiplexing 심볼  $z_j$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} z_j &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r_i e^{-j2\pi \frac{ij}{N}} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \left( \sum_{i=0}^{N-1} C_i e^{j2\pi \frac{k-i}{N} i} \right) + \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} n_i e^{-j2\pi \frac{ij}{N}} \end{aligned} \quad (21)$$

만일  $z_j$ 의 각 성분을 다음과 같이 정의한다면

$$\begin{cases} H(k, j) \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} C_i e^{j2\pi \frac{k-i}{N} i} \\ v_j \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} n_i e^{-j2\pi \frac{ij}{N}} \end{cases} \quad (22)$$

demultiplexing 심볼  $z_j$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$z_j = \sum_{k=0}^{N-1} H(k, j) x_k + v_j \quad (23)$$

식(23)은 식(8)의 특별한 형태로서,  $H(k, j) = H(k-j)$ 을 만족한다. 만약,  $H((k-j) \bmod N)$ 을  $h_{|(k-j) \bmod N|}$ 으로 나타내면 식(23)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{N-1} \\ h_{N-1} & h_0 & \cdots & h_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1 & h_2 & \cdots & h_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

식(24)에서 제시된 바와 같이 주파수 비선택성 채널에서 행렬  $H$ 는 circulant matrix로 표현된다. 또한, circulant matrix의 역행렬을 구하면, 역시 circulant matrix가 된다[12]. 식(24)로부터,  $X$ 의 추정치  $\hat{X}$ 은 식(18)에 주어진 LMLE 알고리즘을 이용하여 구할 수 있으며  $\hat{X}$ 의 각 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{x}_1 \\ \vdots \\ \hat{x}_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & \cdots & g_{N-1} \\ g_{N-1} & g_0 & \cdots & g_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_1 & g_2 & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

이 식에서  $g_k$ 는  $H$ 의 역행렬  $G$ 의 각 원소이고, 행렬  $G$ 는 circulant matrix가 된다. 식(25)로부터

$$\hat{x}_k = x_k + \sum_{j=0}^{N-1} g_{|(N-k+j) \bmod N|} v_j \quad (26)$$

로 주어지며,  $\sum_{j=0}^{N-1} g_{|(N-k+j) \bmod N|} v_j$ 는 가우시안 잡음에 상수가 곱해져 더해진 형태이므로 가우시안 잡음이 된다. 그러므로, 식(10)에 의해  $E[|v_j|^2] = N_0/2$ 가 되고,  $v_j$ 는 i.i.d. 이므로,

$$E[|\sum_{j=0}^{N-1} g_{|(N-k+j) \bmod N|} v_j|^2] = \sum_{j=0}^{N-1} E[|g_j|^2] \frac{N_0}{2} \quad (27)$$

가 된다. 따라서, 식(27)이 전체 가우시안 잡음의 분산이 되고, 이 값이 에러율을 결정하게 된다.

##### 4.2 가우시안 잡음의 분산

행렬이 circulant matrix인 경우 DFT와 IDFT 연산을 이용하여 역행렬을 구할 수 있다[12]. 만일 행렬  $H$ 의 한 행의 원소들을  $h(n)$ 이라 하면,  $h(n)$ 의 DFT는

다음과 같이 계산된다.

$$H[k] = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) W_N^{kn}, \quad (W_N = e^{-j \frac{2\pi}{N}}) \quad (28)$$

이때, 행렬  $H$ 의 역행렬  $G$ 의 한 행은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[H^{-1}]_{0, n} = [G]_{0, n} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{H[k]} W_N^{-kn} \quad (29)$$

이 식에서  $[G]_{0, n}$ 는  $G$ 의 0행  $n$ 열의 원소를 의미한다.

한편, 행렬  $H$ 의 한 행의 DFT는 식(22)와 식(28)에 의하여 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} H[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) W_N^{kn} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} C_i \sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi \frac{(k-i)}{N} n} = C_k \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 한 신호의 에너지 합과 그 신호를 DFT 한 후의 에너지 합의 관계는 Parseval's relation에 의해 구할 수 있다[11]. 따라서,  $h(n)$ 의 에너지 합은  $H[k]$ 를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E\left[\sum_{n=0}^{N-1} |h(n)|^2\right] = E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |H[k]|^2\right] = E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |C_k|^2\right] \quad (31)$$

마찬가지로  $G$ 의 한 행의 원소를  $g(n)$ 이라 하면,  $g(n)$ 의 에너지 합은 식(29)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{n=0}^{N-1} |g(n)|^2\right] &= E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{|H[k]|^2}\right] \\ &= E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{|C_k|^2}\right] \end{aligned} \quad (32)$$

따라서, 식(26)의 전체 가우시안 잡음의 에너지를  $\sigma^2$ 이라 한다면,  $\sigma^2$ 은 식(27)과 식(32)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma^2 = E\left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{|C_k|^2}\right] \frac{N_0}{2} \quad (33)$$

$C_k$ 는 i.i.d. 복소 가우시안 랜덤변수이므로, 다음과

같이 두개의 가우시안 랜덤변수  $X_k$ 와  $Y_k$ 의 합으로 나타낼 수 있다. 이때,  $X_k$ 와  $Y_k$ 는 모두 평균이 0, 분산이  $\sigma_c^2$ 인 랜덤변수로 가정한다.

$$C_k = X_k + jY_k \quad (34)$$

랜덤변수  $|C_k|^2$ 을  $Z$ 로 치환하면, 랜덤변수  $Z$ 는 두개의 가우시안 확률변수  $X_k$ 와  $Y_k$ 의 제곱의 합의 형태이므로 자유도 2의 chi-square 분포를 갖는다[6]. 식(3)과 chi-square 분포의 특성에 의해  $Z$ 의 평균과 분산은 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} E[Z] = E[|C_k|^2] = \sigma_c^2 = 2\sigma_c^2 \\ \sigma_z^2 = 4\sigma_c^4 \end{cases} \quad (35)$$

또한, 식(33)의 값을  $Z$ 를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma^2 = E\left[\frac{1}{Z}\right] \frac{N_0}{2} \quad (36)$$

만일 확률변수  $Y$ 를  $Y = g(X)$ 로 정의하였을 때,  $g(X)$ 가 포물선형태의 함수라면,  $Y$ 의 평균은

$$E[Y] \approx g(\eta) + g''(\eta) \frac{\sigma_x^2}{2} \quad (37)$$

와 같이 근사적으로 구할 수 있다[13]. 식(37)에서  $\eta$ 는  $X$ 의 평균을 나타낸다.  $g(Z) = \frac{1}{Z}$ 이라 정의하면  $\frac{1}{Z}$ 의 평균은

$$E\left[\frac{1}{Z}\right] = \frac{1}{\eta} = \frac{\sigma_z^2}{\eta^2} \quad (38)$$

이 되고,  $\eta = 2\sigma_c^2$ ,  $\sigma_z^2 = 4\sigma_c^4$ 이므로,  $E\left[\frac{1}{Z}\right]$ 의 평균은 다음과 같다.

$$E\left[\frac{1}{Z}\right] = \frac{1}{\sigma_c^2} = \frac{2}{\sigma_c^2} \quad (39)$$

따라서, 식(33)의  $\sigma^2$ 은 최종적으로 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{\sigma_g^2} \quad (40)$$

만일  $x_k$ 를  $\{-d, d\}$ 의 한 원소라 하면, 해석적인 에러율은 다음과 같다.

$$P_{analytic} = Q\left(\frac{d\sigma_g}{\sqrt{N_0}}\right) \quad (41)$$

위식에서  $Q(\cdot)$ 은 다음과 같이 정의되는 함수이다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (42)$$

그러나,  $N_0/\sigma_g^2$ 은 해석적으로 구할 수 있는 최소의 분산으로 실제 잡음의 분산은 이 값보다는 크게 나타난다. 따라서, 실제 에러율은 증가하게 되고, 다음과 같은 하한을 가진다.

$$P_{real} \geq Q\left(\frac{d\sigma_g}{\sqrt{N_0}}\right) \quad (43)$$

### V. 계산결과 및 검토

모의실험에 사용된 변조기법은 4QAM과 OFDM이 결합된 방식이다. 그림 2는  $H$ 의 각 원소를  $-1$ 에서  $1$ 의 범위에서 임의로 발생시킨 경우에  $N$ 의 크기에 따른 에러율을 보여준다. 가로축은 신호 대 잡음비(SNR)를 dB로 나타낸 것이고, 세로축은 심볼 에러율을 상

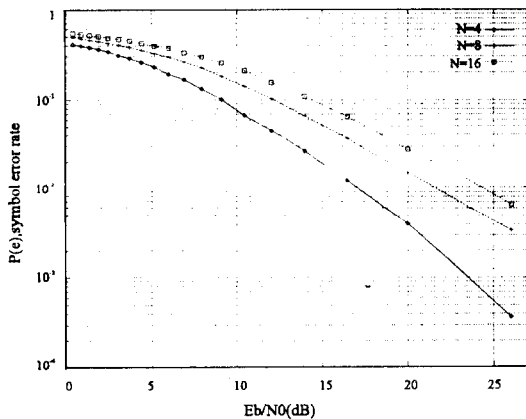


그림 2. 행렬  $H$ 의 크기 변화에 따른 lmlle 알고리즘의 성능 평가(변조기법: 4QAM + OFDM)

용로그단위로 나타낸 것이다. 부채널의 수는 4, 8, 16을 대상으로 하였다. 결과적으로 3절에서 설명한 바와 같이 부채널의 수, 즉  $N$ 이 증가함에 따라 에러율이 증가하는 현상을 보인다. 그러나, 실제로 행렬  $H$ 의 각 원소는 임의로 발생하지 않는다. 일반적으로 주파수 비선택성 페이딩 채널의 경우  $H(m, n)$ 은 식(22)의 형태를 가진다. 이 경우 전체 가우시안 잡음의 분산은 식(36)에 제시된 바와 같이  $N$ 과는 무관하게 주어진다. 그림 3은 주파수 비선택성 채널에서 채널수에 따른 에러율의 변화를 보여준다. 채널수가 8, 16인 경우를 대상으로 하였으며, 채널수의 증가에 따른 에러율의 증가현상은 없다. 이 그림은 몬테카를로 모의실험을 통하여 얻은 결과로써, 식(36)에서 유도된 잡음의 분산은  $N$ 의 크기와는 무관함을 입증한다.

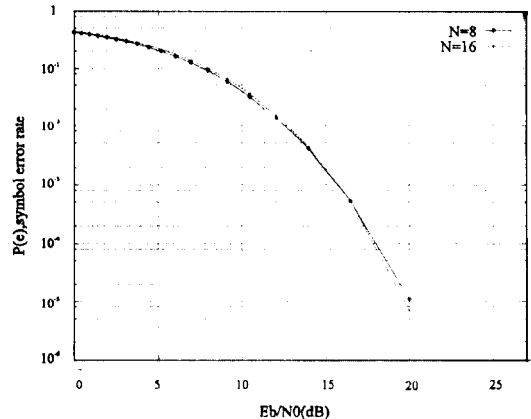


그림 3. 주파수 비선택성 채널에서 채널수에 따른 에러율의 변화(변조기법: 4QAM + OFDM)

그림 4는 LMLE 알고리즘을 이용하여 수신하였을 때 해석적으로 구한 결과와 몬테카를로 모의실험을 통하여 구한 결과를 비교 제시하고 있다. 채널은 시간 선택성, 주파수 비선택성 페이딩 채널로 대상신호는 4QAM이다. 수신기의 성능을 보다 객관적으로 비교하기 위하여 AWGN 채널에서의 결과와 시간 선택성 페이딩 채널에서 matched 필터로 수신한 경우의 결과를 동시에 제시하였다. Matched 필터로 수신한 경우의 결과는 Santella[5]의 방식을 이용하였으며  $f_d T$ 의 값이 0.05와 0.01인 두 가지 경우를 대상으로 하였

다.  $f_d$ 는 도플러 주파수[6]를 의미하며,  $T$ 는 심볼주기를 의미한다.  $f_d T$ 의 값이 작을수록 채널의 시간선택성은 줄어들고, 따라서 수신단에서의 에러율 또한 감소하게 된다. 그 다음 그래프는 LMLE 알고리즘을 이용하여 수신한 경우 몬테카를로 모의실험을 통하여 구한 결과이다. 채널의 분산을 의미하는  $\sigma_g$ 는 정규화된 값으로 1로 가정하였다. 식(41)을 통하여 구한 해석적인 결과보다 에러율이 다소 높게 나타남을 알 수 있다. 이는 테일러 근사시 제거된 항들에 의한 오차에 기인한다고 판단된다. 그 사실은 식(43)에서 이미 입증된 바 있다. Matched 필터를 사용하는 경우와는 달리 15dB의 SNR에서 약  $10^{-4}$  정도의 에러율을 얻을 수 있다.

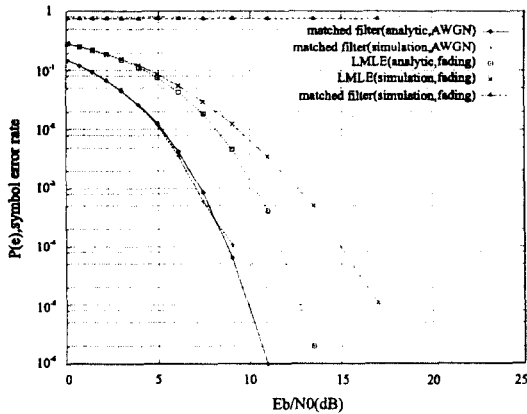


그림 4. LMLE 알고리즘을 이용한 수신기의 성능(변조기법: 4QAM + OFDM)

그림 5에는 two-ray 페이딩 채널에서의 결과와 주파수 비선택성 페이딩 채널에서의 결과를 비교하고 있다. Two-ray 페이딩 채널은 주경로와 부경로로 구성되는데, 본 실험은 두경로의 전력이득은 동일하다고 가정한다. Two-ray 페이딩 채널인 경우는 해석적으로 에러율을 구하기는 상당히 어려우므로, 몬테카를로 실험을 통하여 결과를 제시하였다. 두경우에 에러율에는 큰 차이가 없는 것을 확인할 수 있었다. 따라서, LMLE 알고리즘을 이용한 수신기는 만일 채널을 정확히 추정한다면 경로의 수와는 상관없이 일정한 성능을 얻을 수 있게 된다.

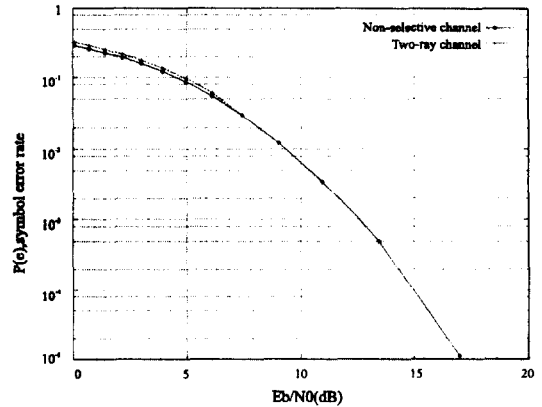


그림 5. 경로수에 따른 에러율의 변화(변조기법: 4QAM + OFDM)

## VI. 결 론

본 논문에서는 시간 선택성 페이딩 채널상에서 OFDM 신호를 최적으로 수신할 수 있는 수신기를 제안하였다. 시간 선택성 페이딩 채널상에서 OFDM 신호를 수신할 때 기존의 matched 필터나 파일럿 심볼을 이용하는 것은 부적당한 것으로 알려져있다. 따라서, 여기서는 채널을 정확히 추정했다고 가정을 한 후 LMLE 알고리즘을 이용하여 진송 심볼을 추정하는 방식을 이용하였다. 주파수 비선택성 페이딩 채널의 경우에는 채널의 에너지가 chi-square 분포를 갖는다는 특성과 테일러 근사를 이용하여 에러율의 하한을 계산하였다. 실제로 모의실험결과는 테일러 근사시 발생하는 오차로 인하여 해석적으로 구한 에러율보다는 높게 나타남을 확인하였다. 또한 일반적으로 LMLE 알고리즘을 적용하는 경우와는 달리 부채널의 수와는 무관하게 동일한 성능을 얻을 수 있었으며, 채널의 경로수에 따른 성능의 저하도 나타나지 않았다.

## 참 고 문 헌

1. R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45, pp. 1775-1796, Dec. 1966.



2. S. Darlington, "On digital single-sideband modulators," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-17, pp. 409-414, Aug. 1970.
  3. S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-19, pp. 628-634, Oct. 1971.
  4. L. J. Cimini, "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, pp. 665-675, July. 1985.
  5. Giovanni Santella, "Bit error rate performances of M-QAM orthogonal multicarrier modulation in presence of time-selective fading," Proceedings ICC'95, pp. 1683-1688, 1995.
  6. J. G. Proakis. *Digital Communications*. New York, NY: McGraw-Hill, 1989.
  7. Christian Schlegel, "Trellis coded modulation on time-selective fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 1617-1627, Feb. 1994.
  8. Justin C-I Chuang, "The effect of time delay spread on portable radio communication channels with digital modulation," *IEEE Trans. Commun.*, SAC-5, pp. 879-889, June. 1987.
  9. F. L. Lewis. *Optimal Estimation*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1986.
  10. H. L. Van Trees. *Detection, Estimation, and Modulation theory. Part I*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1968.
  11. A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer. *Discrete-time Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
  12. A. K. Jain. *Digital Image Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1986.
  13. A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. New York, NY: McGraw-Hill, 1984.
- 
- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| <p>李宗烈(Jong Youl Lee)<br/>한국통신학회논문지 제21권 9호 참조</p> <p>鄭榮謨(Young Mo Chung)<br/>한국통신학회논문지 제21권 9호 참조</p> <p>李商郁(Sang Uk Lee)<br/>한국통신학회논문지 제21권 9호 참조</p> | <p>정회원</p> <p>정회원</p> <p>정회원</p> |
|---|----------------------------------|