

論文 97-22-3-14

# APD를 사용하는 광통신 시스템 수신기에서 심벌간 간섭을 고려할 경우 타이밍 지터에 대한 새로운 해석

正會員 신 요 안\*, 은 수 정\*\*, 김 부 균\*

## A New Analysis on Timing Jitters in APD Receivers of Optical Communication Systems When Considering Intersymbol Interferences

Yoan Shin\*, Soo-Jeong Eun\*\*, Boo-Gyoun Kim\* Regular Members

※본 논문은 1996년도 기초전력공학공동연구소 전력기술 기초연구(번호 : 96-038) 지원의 결과임.

### 요 약

본 논문에서는 APD(avalanche photodiode)를 사용하는 강도변조/직접검파 디지털 광통신 시스템 수신기에서 심벌간 간섭(intersymbol interference)을 최소화하면서 잡음을 감소시키기 위해 raised cosine 필스 세이핑 필터(pulse shaping filter)를 사용하는 경우에 있어, 타이밍 지터(timing jitter)에 의한 수신기의 성능 열화를 해석하는 새로운 방법을 제안한다. 제안 방법은 pin diode를 사용하는 수신기에 대해 우리가 이미 제안한 해석 방법을 APD의 multiplication factor와 이에 의한 산단잡음의 영향을 고려하여 확장한 방법이다. 제안된 방법에서 우리는 타이밍 지터의 확률 분포를 Gaussian으로 가정할 경우에 있어 타이밍 지터에 의한 근사적인 전력 폐널티를 해석적으로 유도하고, 기존의 해석에 의한 전력 폐널티와 비교하였다. 제안된 해석 방법은 타이밍 지터가 수신기 성능을 더욱 심각하게 제한하는 것을 보여주며, 또한 타이밍 지터가 있는 경우 수신기 감도를 최적으로 해주는 APD의 multiplication factor가 기존의 해석 방법 보다 작아짐을 보여준다.

### ABSTRACT

In this paper, we propose a new method to analyze the performance degradation by timing jitters in the APD

\*승실대학교 전자공학과

\*\*한화전자정보통신(주)

論文番號:97071-0221

接受日字:1997年 2月 21日

(avalanche photodiode) receivers of intensity modulation/direct detection digital optical communication systems where raised cosine pulse-shaping filters are used to reduce the effect of noise while minimizing intersymbol interferences. The proposed analytical method is an extension of an analytical method we have already developed for pin diode receivers, and incorporates the effects of APD's multiplication factor and resulting shot noise. Using the proposed analytical method, we derive an approximated power penalty due to timing jitters based on an assumption of Gaussian distribution for timing jitters, and compare with that of the conventional analytical method. The results obtained from the proposed analytical method show that conventional analytical methods underestimate the influence of timing jitters on the receiver performance. The results also show that APD's multiplication factor which optimizes receiver sensitivity is smaller than that obtained by the conventional analytical method.

## I. 서 론

OOK(on-off keying) 변조 방식[1, 2]을 사용하는 강도 변조/직접검파(intensity modulation/direct detection) 디지털 광통신 시스템에서, 수신기 내 클럭 복구 회로의 불완전성에 기인한 타이밍 지터(timing jitter 혹은 sampling-time jitter)의 영향으로 수신기에서는 eye diagram 등에 의해 정해지는 각 펄스의 이상적인 표본값에서 벗어난 값들을 표본화하게 된다. 타이밍 지터의 영향에 의해 변화되는 표본화 전류를  $\Delta i_j$ 라 하면  $\Delta i_j$ 는 타이밍 지터  $\Delta t$ 의 함수가 된다. 이 때,  $\Delta t$ 와  $\Delta i_j$ 는 불규칙성 때문에 일반적으로 확률 변수(random variable)로 표현되며, 수신기에 새로운 잡음 메커니즘으로 작용하게 된다[1].

일반적인 광통신 시스템 수신기에서 심벌간 간섭(intersymbol interference)을 최소화하면서 잡음의 영향을 줄이기 위해, raised cosine 펄스 형태[1, 2, 3, 4]의 입펄스 응답을 갖는 펄스 세이핑 필터(pulse shaping filter)를 주로 사용한다. OOK 변조를 고려하고 pin diode를 사용한다 할 때, 이러한 필터에 의하여 수신기의 결정 회로로 입사되는 신호는 비트 “1”的 경우 다음 식 (1)과 같이 최대 값이  $I_1$ 인 raised cosine 펄스로, 그리고 비트 “0”的 경우  $I_0 \equiv 0$ 으로 간주 될 수 있다[1, 3, 4].

$$\frac{I_1}{2} (1 + \cos(\pi Bt)), \quad -T \leq t \leq T \quad (1)$$

여기서,  $B \equiv 1/T$ 는 신호의 전송 속도, 그리고  $t = -T, 0, T$ 는 각각 이전 비트, 현재 비트, 다음 비트의 이상적인 표본화 시간에 해당한다. Multiplication factor

가  $M(>1)$ 인 APD(avalanche photodiode)를 사용하는 경우, 비트 “1”은 단순히 위 식 (1)의  $M$ 배로, 그리고 비트 “0”은 OOK 변조를 고려하면 역시  $I_0 \equiv 0$ 이 된다.

위 식으로부터, 이웃 비트들이 현재 비트에 간섭을 끼치기는 하나, 이상적인 표본화 시점에서는 이들의 값이 0으로서 아무런 간섭을 끼치지 않음을 알 수 있다. 하지만, 타이밍 지터 등에 의해 이러한 이상적인 표본화 시점을 벗어나는 경우 이웃 비트들의 값이 0에서 벗어나며 따라서 현재 비트의 결정에 영향을 미치게 된다.

APD를 광검출기로 사용하는 강도변조/직접검파 광통신 수신기에서는, pin diode를 사용하는 경우와는 달리 열잡음(thermal noise) 이외에도 산탄잡음(shot noise)의 영향을 무시할 수 없게 된다. 이 때 기존 해석 방법에서, 열잡음, 산탄잡음 그리고 타이밍 지터에 의한 지터잡음을 모두 고려하고 이들의 발생이 각기 독립적이라 가정할 경우, 시스템의 성능을 나타내는  $Q$ -파라미터  $Q_j$ 와 비트오율(bit error rate)  $P_E$ 는 다음과 같이 표현된다[1, 5].

$$Q_j = \frac{I_{1j} - I_{0j}}{\sigma_{1j} + \sigma_{0j}} = \frac{M(I_1 - \langle \Delta i_j \rangle)}{(\sigma_i^2 + \sigma_s^2 + \sigma_j^2)^{1/2} + \sigma_T} \quad (2)$$

$$P_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Q_j}{\sqrt{2}}\right) \quad (3)$$

여기서,  $\operatorname{erfc}(\cdot)$ 는 상보오차함수(complementary error function)로서 아래와 같이 정의된다[1].

$$\operatorname{erfc}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty \exp(-y^2) dy \quad (4)$$

위에서,  $M(>1)$ 은 APD의 multiplication factor,  $\sigma_{ij}^2$ ,  $\sigma_{0j}^2$ 는 각각 비트 “1”과 “0”일 때 잡음의 분산,  $\sigma_s^2$ ,  $\sigma_z^2$ ,  $\sigma_j^2$ 는 각각 열잡음, 산탄잡음, 지터잡음의 분산,  $\langle \Delta i_j \rangle$ 는  $M=1$ 일 경우 지터잡음에 의한 비트 “1” 전류  $I_1$ 의 감소량의 평균을 나타내며,  $I_{1j} = M(I_1 - \langle \Delta i_j \rangle)$ ,  $I_{0j} = I_0 \equiv 0$ 는 OOK 변조된 비트 “1”과 “0”에 대한 표본화 전류를 각각 나타낸다.

우리는식(2)로부터, 기존 해석 방법에서는 타이밍 지터의 영향을 비트 “1”에 대해서만 고려하였음을 알 수 있다. 즉, 타이밍 지터에 의한 표본값  $I_{1j}$ 과  $I_{0j}$ 를 고려할 때, 전류 변동분  $\langle \Delta i_j \rangle$ 가 비트 “1”에 대한 이상적인 표본값  $I_1$ 에서만 빼짐을 알 수 있다. 하지만 raised cosine 필터와 같은 펄스 세이핑 필터를 사용할 경우, 앞서 언급된 대로 타이밍 지터에 의한 이웃 비트들의 영향을 무시할 수 없으며, 비트 “0”에 대해서도 이웃 비트가 “1”일 경우 간섭의 영향이 나타나게 된다. 결국, 기존 방법에서는 타이밍 지터의 영향을 해석할 때, 이웃 비트들과 이들이 유발하는 심벌간 간섭을 전혀 고려하지 않고 단지 하나의 비트만을 분석하였다는 것을 알 수 있다.

이러한 기존 해석 방법의 문제점을 파악하여, 우리는 pin diode를 사용하여 열잡음이 주된 잡음 메커니즘인 강도변조/직접검파 시스템에 대해 심벌간 간섭의 영향을 고려한 새로운 타이밍 지터 해석 방법을 제안하고, 새로운 해석 방법을 이용하여 타이밍 지터에 의한 전력 폐널티(power penalty)를 해석적으로 유도하였으며, 타이밍 지터의 영향이 기존의 해석 방법 보다 더욱 심각할 수 있음을 보였다[6]. 이러한 연구 결과를 바탕으로, 본 논문에서는 APD를 사용하는 강도변조/직접검파 광통신 시스템 수신기에서 심벌간 간섭을 고려한 새로운 타이밍 지터 해석 방법을 제안한다. 앞서 언급된 대로, APD를 사용하는 수신기에서는 열잡음 외에 산탄잡음의 영향 역시 고려하여야 하며, 따라서 pin diode의 경우에 비교하여 좀 더 복잡한 해석이 요구된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다: 먼저 2 장에서는 1 장의 논의를 바탕으로 하여, 타이밍 지터의 확률 분포를 Gaussian으로 가정할 경우 이에 의한 전력 폐널티를 기존 해석 방법에 따라 유도한다. 3 장에서는 새로운 해석 방법의 이론적인 배경을 제시하고, 이러한 결과를 바탕으로 타이밍 지터에 의한 전력 폐널티의

해석식을 유도한다. 4 장에서는 기존의 해석 방법과 본 제안 방법에 의해 유도된 전력 폐널티를 비교하며, 마지막으로 5 장에서 결론을 맺도록 한다.

## II. 기존 해석 방법에서 타이밍 지터에 의한 전력 폐널티

타이밍 지터  $\Delta t$ 가 평균이 0이고 표준 편차가  $\tau/2$ 인 아래 식(5)와 같은 Gaussian p.d.f.(probability density function)를 갖는 확률 변수라 하자.

$$p(\Delta t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \tau/2} \exp\left(-\frac{2\Delta t^2}{\tau^2}\right) \quad (5)$$

이 때 타이밍 지터가 상당히 작다면(즉,  $B\tau \ll 1$ ), 식(2)에 있는 타이밍 지터  $\Delta t$ 에 의한 표본화 전류의 변동분  $\Delta i_j$ 를 아래의 식과 같이 근사할 수 있다[1, 3].

$$\Delta i_j = I_1 - \frac{I_1}{2} (1 + \cos(\pi B \Delta t)) \approx \frac{\pi^2 B^2 \Delta t^2 I_1}{4} \quad (6)$$

이 때,  $\Delta i_j$  역시 확률 변수로 표현되며, 이의 p.d.f.는 식(5)와 (6), 그리고 함수 관계가 있는 두 확률 변수들의 p.d.f. 변환식[7]을 이용하면

$$p(\Delta i_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \Delta i_j I_1 \phi}} \exp\left(-\frac{\Delta i_j}{2\phi^2 I_1}\right) \quad (7)$$

이 된다[6]. 여기서, 편의상 타이밍 지터의 영향을  $\phi \equiv \frac{\pi B \tau}{4}$  라 하였다.

식(2)로 주어진  $Q$ -파라미터  $Q$ 에서, 우리가 고려하는 잡음의 분산  $\sigma_i^2$ ,  $\sigma_s^2$ ,  $\sigma_z^2$ 과  $M=1$ 일 경우 지터잡음에 의한 비트 “1” 전류  $I_1$ 의 감소량의 평균  $\langle \Delta i_j \rangle$ 는, 암전류(dark current)의 영향을 무시할 경우 다음과 같이 표현된다[1, 3, 4, 5]:

$$\sigma_i^2 = (4k_B T / R_L) F_n \Delta f \quad (8-1)$$

$$\sigma_s^2 = 4qM^2 F_A R \overline{P_{rec}} \Delta f \quad (8-2)$$

$$\sigma_z^2 = M^2 \cdot \text{var}(\Delta i_j) = 2M^2 \phi^4 I_1^2 \quad (8-3)$$

$$\langle \Delta i_j \rangle = \phi^2 I_1 \quad (8-4)$$

여기서,  $k_B$ 는 볼츠만 상수(Boltzmann constant),  $T$ 는 절대 온도(K),  $R_L$ 은 수신기의 부하 저항(Ohm),  $F_n$ 은 수신기 내 증폭기 잡음 지수(amplifier noise figure),  $\Delta f$ 는 수신기 내 증폭기와 필터의 대역폭에 의해 결정되는 실효 잡음 대역폭(effective noise bandwidth) (Hz),  $q$ 는 전자 전하량,  $F_A$ 는 APD의 과잉 잡음 계수(excessive noise factor),  $R$ 은 수신기 응답도(receiver responsivity) (Ampere/Watt),  $P_{rec}$ 는 수신 평균 전력(Watt)을 나타낸다. 식 (8-3)과 (8-4)는 식 (7)의 p.d.f를 이용하여 구한 결과이며[6], 특히 식 (8-3)에서는  $\Delta i_j$ 가  $M=1$  일 경우 지터잡음에 의한 비트 “1” 전류  $I_1$ 의 감소량을 의미하므로,  $M>1$ 인 경우의 분산인  $\sigma_j^2$ 은  $\text{var}(\Delta i_j)$ 보다  $M^2$ 배 증가된다는 사실을 이용하였다.

수신단에서 타이밍 지터에 의하여 비트 “1”的 경우 파형의 최대값보다 작은 전류를 랜덤하게 표본화하게 되며, 이로부터 신호대잡음비(signal-to-noise ratio)가 감소하게 되고, 기준 비트오율을 유지하기 위해서는 감소된 신호대잡음비를 보상하기 위하여 신호의 크기를 높여 주어야 한다. 이때의 전력의 증가치를 전력 페널티(power penalty)[1, 3, 4, 5, 6]라 한다.

여기서 우리는, pin diode를 사용하고 열잡음만이 존재하는 경우에 필요한 수신 평균 전력  $\overline{P_{rec}}(M=1, \sigma_s = 0, \phi = 0) \equiv \overline{P_{rec}}(1, 0, 0)$ 을 기준으로 하여, APD의 경우에 multiplication factor  $M$ , 산탄잡음의 분산  $\sigma_s^2$ , 그리고 타이밍 지터  $\phi$ 를 모두 고려할 때 필요한 전력 페널티를 유도하기로 한다. 이 때, 전류와 수신 평균 전력의 관계식인  $I_1 = 2R\overline{P_{rec}}$ , 기준이 되는 pin diode의 경우 열잡음만이 존재할 때  $Q_j = Q \equiv I_1/2\sigma_t$ 이어야 한다는 조건[1], 그리고 식 (8)을 식 (2)에 대입하여 산탄잡음과 지터잡음의 영향을 고려한 전력 페널티  $\delta_j$  (dB)를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta_j &\equiv 10 \log_{10} \frac{\overline{P_{rec}}(M, \sigma_s, \phi)}{\overline{P_{rec}}(1, 0, 0)} \\ &= 10 \log_{10} \left[ \frac{\frac{C_2 Q}{2\sigma_t} + \frac{1}{M} (1 - \phi^2)}{(1 - \phi^2)^2 - \phi^4 Q^2} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

여기서, 편의상  $C_2 \equiv 2qF_A\Delta f$ 로 정의하였다.

위 식에서 알 수 있듯이, APD를 사용하는 경우 만약 열잡음이 우세하여  $\sigma_t \gg C_2 Q$ 이고 지터잡음이 없다

면 (즉,  $\phi = 0$ ), 전력 페널티  $\delta_j$ 는

$$\delta_j = -10 \log_{10} M \quad (10-1)$$

가 되고, 이는 APD의 multiplication factor  $M$ 이 증가 할수록 수신기의 성능이 향상됨을 의미한다. 이러한 결과는, 열잡음이 pin diode나 APD에 대해 동일하며 따라서 산탄잡음과 지터잡음을 무시할 경우 APD에서 신호가 증폭되는 비율인  $M$ 만큼 신호대잡음비가 증가하기 때문이다. 일반적인 pin diode를 사용하는 경우  $M=1$ 이다.

또한, 산탄잡음을 무시할 수 없고 지터잡음만 없다면 전력 페널티  $\delta_j$ 는

$$\delta_j = 10 \log_{10} \left[ \frac{C_2 Q}{2\sigma_t} + \frac{1}{M} \right] \quad (10-2)$$

가 된다.

마지막으로, 열잡음이 산탄잡음에 비해 충분히 크거나 지터잡음은 무시할 수 없다면, 전력 페널티  $\delta_j$ 는 아래와 같이 구해진다.

$$\delta_j = 10 \log_{10} \left[ \frac{(1 - \phi^2)/M}{(1 - \phi^2)^2 - 2\phi^4 Q^2} \right] \quad (10-3)$$

위에서 pin diode의 경우 ( $M=1$ )는 참고 문헌 [1]에서의 결과와 같고,  $M>1$ 이면 지터잡음에 대한 전력 페널티를  $M$ 배만큼 감소시키는 효과를 가져온다. 하지만, APD를 사용하는 광통신 수신기에서는 산탄잡음과 지터잡음을 열잡음과 함께 무시할 수 없기 때문에 열잡음만 고려한 이상적인 성능에서 떨어지게 되며, 결국 식 (9)는 기존의 해석 방법에서의 전력 페널티에 대한 일반적인 식이라 할 수 있다.

한편, APD의 과잉 잡음 계수는  $F_A = k_A M + (1 - k_A)$  ( $2 - 1/M$ ) ( $k_A$ 는 이온화 계수비)[1]로서  $M$ 에 대한 증가 함수이기 때문에, 위 식 (9)에서  $M$ 이 클수록  $C_2 = 2qF_A\Delta f$ 가 증가하게 되며, 따라서 전력 페널티를 최적으로(즉, 최소화) 해주는  $M$ 이 존재하게 된다.

### III. 제안 해석 방법에서 타이밍 지터에 의한 전력 페널티

I 장에서 언급된 것과 같이 일반적인 강도변조/직접

점과 광통신 시스템 수신기에서는 펠스 세이핑 필터를 사용하며, 타이밍 지터의 영향으로 이상적인 표본화 시간에서 벗어나 신호를 표본화 할 경우 이웃 비트들의 간섭을 무시할 수 없게 된다. 식 (2)로 표현되는 기존의 해석 방법에서는 비트 “0”的 경우에는 타이밍 지터의 영향을 무시하였으나, 실제 타이밍 지터에 의해 이상적인 표본화 시간을 벗어나는 경우 이웃 비트들의 간섭이 발생하며, 따라서 이웃 비트의 상태에 따라 비트 “0”에서도 타이밍 지터의 영향이 발생할 수 있게 된다.

수신기 내 결정 회로로 입사되는 raised cosine 펠스가 식 (1)에서처럼 직전 비트와 다음 비트에만 영향을 나타낸다고 가정하고, 비트열(bit train) “ijk” ( $i, j, k \in \{0, 1\}$ )가 우리가 관심 있는 현재 비트가 “j”, 그 이전 비트가 “i”, 그 이후 비트가 “k”임을 의미한다고 하자. 우리는 참고 문헌 [6]에서, pin diode의 경우에 있어 식 (1)로 표현되는 raised cosine 펠스 형태의 비트열을 “000”, “001”, …, “111”과 같은 8 가지의 경우로 나누어 타이밍 지터에 의한 이웃 비트들의 영향을 고려하였다. 다음 그림 1은 우리가 고려하는 8 가지 비트열을 나타낸다.

이러한 8 가지 비트열에 대한 비트오율은 비트열 “000”과 “111”, “100”과 “011”, “101”과 “010”, 그리고 “001”과 “110”的 4 가지 비트열 조합을 각기 고려하면 아래의 식과 같이 표현된다[6].

$$P_E = \frac{1}{8} \left\{ erfc\left(\frac{Q_{j,1}}{\sqrt{2}}\right) + erfc\left(\frac{Q_{j,2}}{\sqrt{2}}\right) + erfc\left(\frac{Q_{j,3}}{\sqrt{2}}\right) + erfc\left(\frac{Q_{j,4}}{\sqrt{2}}\right) \right\} \quad (11)$$

여기서, 각 비트의 발생은 상호 독립이라 가정하였고,  $Q_{j,1}$ 은 비트열 “000”과 “111”,  $Q_{j,2}$ 은 비트열 “001”과 “110”,  $Q_{j,3}$ 은 비트열 “101”과 “010”, 그리고  $Q_{j,4}$ 은 비트열 “100”과 “011”에 의해 결정된다. Multiplication factor  $M$ 과 산탄잡음의 영향을 고려하여 APD에 대해 이들  $Q$ -파라미터들을 표현하면 다음과 같다(참고 문헌 [6]의 식 (8) 참고).

$$Q_{j,\ell} \equiv \frac{I_{1j,\ell} - I_{0j,\ell}}{\sigma_{1j,\ell} + \sigma_{0j,\ell}}$$

$$= \frac{M(I_1 - 2\langle \Delta i_{j,\ell} \rangle)}{(\sigma_i^2 + \sigma_s^2 + \sigma_{j,\ell}^2)^{1/2} + (\sigma_i^2 + \sigma_{j,\ell}^2)^{1/2}}, \quad (\ell = 1, 2, 3, 4) \quad (12)$$

위에서,  $I_{1j,\ell} \equiv M(I_1 - \langle \Delta i_{j,\ell} \rangle)$ 과  $I_{0j,\ell} \equiv M(I_0 + \langle \Delta i_{j,\ell} \rangle)$   $= M\langle \Delta i_{j,\ell} \rangle$ 은 각각  $\ell$ 번째 비트열 조합에서 비트 “1”과 “0”에 대한 표본화 전류,  $\sigma_{1j,\ell}^2$ 과  $\sigma_{0j,\ell}^2$ 는 각각 열잡음, 산탄잡음, 지터잡음 모두를 고려할 때  $\ell$ 번째 비트열 조합에서 비트 “1”과 “0”에 대한 잡음의 분산을 나타낸다. 또한  $\langle \Delta i_{j,\ell} \rangle$ 과  $\sigma_{j,\ell}^2$ 은  $\ell$ 번째 비트열 조합에 대한 지터잡음의 평균과 분산을 나타내며, 각 조합에 대하여 각기 계산되어야 한다. 하지만, 참고 문헌 [6]에서 유도된 pin diode에 대한 결과와 위의 식 (12)는 APD의 multiplication factor  $M$ 과 산탄잡음의 영향을 제외하면 동일하다. 따라서, 우리는 pin diode의 경우에 대한 결과(참고 문헌 [6], 식 (25)-(30))를 그대로 사용할 수 있다.

기존 해석 방법에 의한 식 (2)와 본 제안 방법에 의한 식 (12)와의 큰 차이는, 본 제안 방법에서는 비트 “1”뿐이 아니라 비트 “0”에 대해서도 심벌간 간섭에 기인한 타이밍 지터의 영향을 고려하였다는 점이다. 즉, 식 (2)에서는  $I_{0j} = 0$ 이나 식 (12)에서는  $I_{0j,\ell} = M\langle \Delta i_{j,\ell} \rangle$ 이 된다. 또한, 그림 1의 각 중첩 파형으로부터 알 수 있듯이, 각 비트열 조합에서 타이밍 지터는 현재 비트 “1”에 대해서는 신호의 감소(또는 0)를 그리고 현재 비트 “0”에 대해서는 신호의 증가(또는 0)를 유발하며, 이러한 신호의 감소와 증가는 파형의 대칭성에 의해  $M\langle \Delta i_{j,\ell} \rangle$ 로 서로 같다.

그림 1의 중첩 파형에서 역시 알 수 있듯이, 비트열 조합 “000”과 “111”的 경우( $\ell=1$ ) 타이밍 지터가 발생하여도 이상적인 전류값  $I_1$ 과  $I_0$ 을 표본화하므로 지터에 의한 잡음이 발생하지 않는다. 또한, 중첩 파형의 대칭성으로부터 비트열 조합 “001”과 “110” ( $\ell=1$ )에 대한 타이밍 지터의 영향과 비트열 조합 “100”과 “011” ( $\ell=4$ )에 대한 영향은 동일하다. 마지막으로, 비트열 조합 “101”과 “010” ( $\ell=3$ )에 대한 타이밍 지터의 영향이 가장 크며[6], 이는 식 (8-3) 및 (8-4)와 같이 주어진다.

이러한 사실로부터 비트열 조합 “101”과 “010”에 대한 값인  $\langle \Delta i_{j,3} \rangle$ 와  $\sigma_{j,3}^2$ 가 식 (11)의 비트오율을 결정

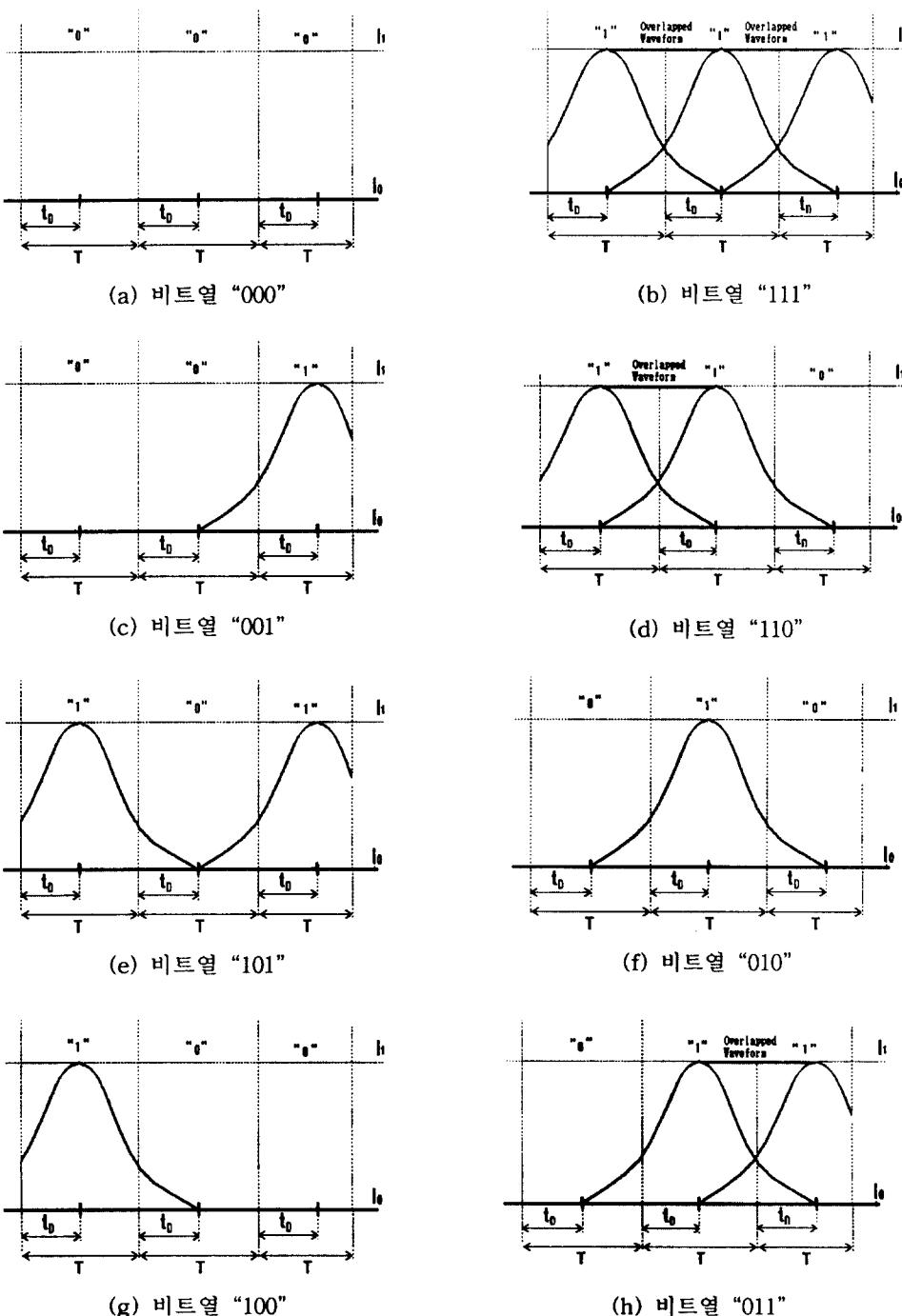


그림 1. 비트열 “ $ijk$ ”의 여러 조합 ( $i$ =이전 비트,  $j$ =현재 비트,  $k$ =다음 비트).

Fig. 1 Possible combinations of bit trains “ $ijk$ ” ( $i$ =previous bit,  $j$ =current bit,  $k$ =next bit).

하는 주된 항이라 근사할 수 있으며[6], 이러한 근사에 의하여 비트오율  $P_E$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$P_E \approx \frac{1}{8} \operatorname{erfc} \left( \frac{Q_{j,3}}{\sqrt{2}} \right) \quad (13)$$

위와 같은 가정은  $P_E$ 가 우리가 흔히 고려하는 값(예를 들어,  $10^{-9}$  이하)일 때, 근사하지 않은 경우와 거의 유사하다[6].

위와 같은 가정과 식 (8-3), (8-4), (12)를 이용하여 전력 페널티  $\delta_j$  (dB)를 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \delta_j &\equiv 10 \log_{10} \frac{P_{\text{rec}}(M, \sigma_s, \phi)}{P_{\text{rec}}(1, 0, 0)} \\ &= 10 \log_{10} \left[ \frac{\frac{C_2 Q}{2 \sigma_t} + \Delta^{1/2}}{(1 - 2\phi^2)^2 - 8\phi^4 Q^2} \right] \quad (14) \end{aligned}$$

위 식에서  $\Delta \equiv \frac{1}{M^2} [(1 - 2\phi^2)^2 - 8\phi^4 Q^2] + \frac{2Q^4 \phi^4 C_i^2}{(1 - 2\phi^2)^2 \sigma_t^2}$

이다.

식 (14)로부터, 만약 산탄잡음에 비해 열잡음이 우세하고 지터잡음이 없다면,

$$\delta_j = -10 \log_{10} M \quad (15-1)$$

으로 기존의 방법에 의한 해석식 (10-1)과 같다.

또한, 지터잡음은 없으나 산탄잡음은 무시할 수 없다면

$$\delta_j = 10 \log_{10} \left[ \frac{C_2 Q}{2 \sigma_t} + \frac{1}{M} \right] \quad (15-2)$$

으로, 역시 기존의 방법에 의한 해석식 (10-2)와 같아짐을 알 수 있다.

만약 열잡음이 산탄잡음에 비해 충분히 크나 지터잡음은 무시할 수 없다면,

$$\delta_j = 10 \log_{10} \left[ \frac{1}{M((1 - 2\phi^2)^2 - 8\phi^4 Q^2)^{1/2}} \right] \quad (15-3)$$

과 같고, pin diode의 경우 ( $M = 1$ ) 우리가 보인 결과(참고 문헌 [6], 식 (39))와 동일하다. 일반적으로 APD를 사용할 경우 pin diode를 사용할 경우보다 수신기

감도(receiver sensitivity)의 향상을 가져오지만, 열잡음에 비해 산탄잡음이 지나치게 크다면 pin diode의 경우보다 성능이 더 나빠질 수도 있다.

#### IV. 기존 해석 방법과 제안 해석 방법에서 타이밍 지터에 의한 전력 페널티의 비교

다음 그림 2와 3은 기존의 해석 방법에 의한 전력 페널티(식 (9))와 제안된 해석 방법에 의한 전력 페널티

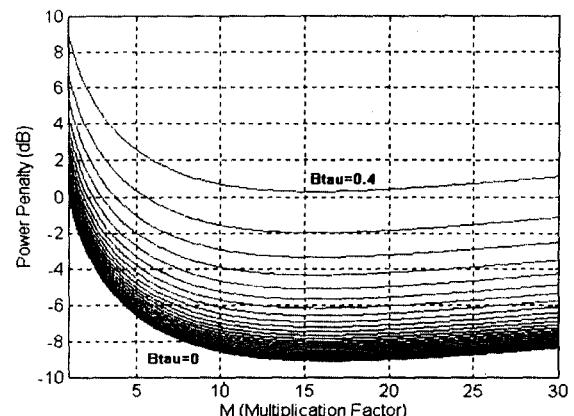


그림 2. 기존의 해석 방법에 의한 전력 페널티 ( $B\tau$ 는 0에서 0.4까지 0.01씩 증가).

Fig. 2 Power penalties obtained by the conventional analytical method ( $B\tau$  increases from 0 to 0.4 by 0.01).

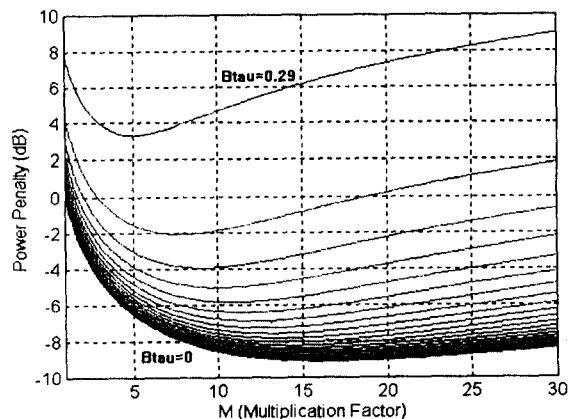


그림 3. 제안된 해석 방법에 의한 전력 페널티 ( $B\tau$ 는 0에서 0.29까지 0.01씩 증가).

Fig. 3 Power penalties obtained by the proposed analytical method ( $B\tau$  increases from 0 to 0.29 by 0.01).

티(식 (14))를 도시한다. 여기서 각 그림은 APD의 multiplication factor  $M$ 의 변화에 따른 전력 폐널티  $\delta_j$  (dB)의 변화를 도시하며, 사용된 전형적인 파라미터들은 다음과 같다[1]:

$$Q = 6, k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}, T = 300 \text{ }^\circ\text{K}, R_L = 1,000 \Omega, \\ F_n = 1, \Delta f = 10^9 \text{ Hz}, q = 1.6 \times 10^{-19}, k_A = 0.7, R = 1 \text{ A/W}$$

위 그림들로부터 알 수 있듯이 제안된 해석 방법은 타이밍 지터에 의한 수신기 성능 열화가 더욱 심각함을 보여준다. 예를 들어, 기존의 해석에서는 타이밍 지터  $B_T$ 가 0.4일 때 최적의  $M$ 에서 전력 폐널티가 약 0.5 dB인 반면, 제안된 해석 방법에 의하면  $B_T$ 가 0.29 일 때 최적의  $M$ 에서 전력 폐널티가 약 3.5 dB이다. 또한 제안된 해석 방법에 의한 최적의  $M$ 은 타이밍 지터가 증가할수록 작아지며, 이 값은 기존의 방법보다 작음을 알 수 있다. 이러한 결과와 유사한 결과가 참고 문헌 [4]에 보고되었으며, 이것은 수신기 설계 시 타이밍 지터의 영향을 고려할 경우 최적의  $M$ 을 작게 할 필요가 있음을 의미한다.

## V. 결 론

본 논문에서는 APD(avalanche photodiode)를 사용하는 강도변조/직접검파 디지털 광통신 시스템 수신기에 타이밍 지터가 미치는 영향을 해석하는 새로운 방법을 제안하고, 타이밍 지터에 의한 전력 폐널티를 해석적으로 유도하였다. 제안 방법은 pin diode를 사용하는 수신기에 대해 우리가 이미 제안한 해석 방법 [6]을 APD의 multiplication factor  $M$ 과 이에 의한 산단잡음의 영향을 고려하여 확장한 방법이다. 본 논문의 해석 결과는 pin diode를 사용할 경우와 마찬가지로 APD의 경우에 있어서도 타이밍 지터가 수신기에 심각한 성능 열화를 유발함을 보이며, 수신기 감도를 최적으로 해주는  $M$ 이 타이밍 지터가 있을 경우 작아짐을 보여준다. 이는 수신기의 설계 시 타이밍 지터의 영향을 고려할 경우 최적의  $M$ 을 약간 작게 할 필요가 있음을 의미한다고 할 수 있다. 본 논문의 결과는 타이밍 지터의 확률분포가 Gaussian이라는 가정에서 유도되었으며, uniform 분포에 대해서도 유사한 해석 방법을 적용할 수 있다. 앞으로 추후 과제로서 본 논

문의 이론적 결과와 실제 시스템의 실험 데이터를 비교, 분석하는 연구가 필요하리라 본다.

## 참 고 문 헌

1. G. P. Agrawal, *Fiber Optic Communication Systems*, John Wiley & Sons, 1992.
2. B. Sklar, *Digital Communications-Fundamentals and Applications*, Prentice-Hall, 1988.
3. G. P. Agrawal and T. M. Shen, "Power penalty due to decision-time jitter in optical communication systems," *Electron. Lett.*, Vol.22, pp.450-451, 1986.
4. K. Schumacher and J. J. O'Reilly, "Power penalty due to jitter on optical communication systems," *Electron. Lett.*, Vol.23, pp.718-719, 1987.
5. T. M. Shen, "Power penalty due to decision-time jitter in receivers using avalanche photodiodes," *Electron. Lett.*, Vol.22, pp.1043-1045, 1986.
6. 은수정, 신요안, 김부균, "강도변조/직접검파 광통신 수신기에서 심벌간 간섭을 고려할 경우 타이밍 지터에 의한 전력 폐널티 해석," *한국통신학회논문지*, 제21권, 제4호, pp.1077-1088, 1996년 4월.
7. A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 2nd Ed., McGraw-Hill, 1984.

신 요 안(Yoan Shin)

정회원

현재: 숭실대학교 전자공학과 조교수  
한국통신학회논문지 제20권 제12호 참조

은 수 정(Soo-Jeong Eun)

정회원

1997년 2월: 숭실대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

현재: 한화전자정보통신(주) 전송연구그룹 연구원  
한국통신학회논문지 제20권 제12호 참조

김 부 균(Boo-Gyoun Kim)

정회원

현재: 숭실대학교 전자공학과 부교수 및 Univ. of California, Santa Barbara 방문연구원  
한국통신학회논문지 제20권 제12호 참조