

# 위성 통신 채널의 비선형성 보상을 위한 CPSN (Complex Pi-sigma Network) 신경회로망 등화기

正會員 진 근 식\*, 윤 병 문\*\*, 신 요 안\*

## CPSN (Complex Pi-sigma Network) Equalizer for the Compensation of Nonlinearities in Satellite Communication Channels

Keun-Sik Jin\*, Byung-Moon Yoon\*\*, Yoan Shin\* *Regular Members*

※본 논문은 한국과학재단 1995년도 핵심전문연구과제 (번호 : 951-0913-064-2)의 지원 결과임

### 요 약

디지털 위성 통신 채널은 중계 위성 내에서 사용되는 고출력 증폭기인 traveling wave tube의 비선형 포화 특성과 송신단/수신단 선형 필터들의 영향으로 메모리를 갖는 비선형 특성을 나타낸다. 본 논문에서는 여러 입력 변수들에 대한 효율적인 형태의 다항식을 사용하므로써 빠른 수렴, 적은 계산량 등과 같은 장점을 갖는 고차 (higher-order) 신경회로망인 pi-sigma network을 복소수 영역으로 확장한 complex pi-sigma network (CPSN)을 제안하고, 이를 이용하여 디지털 위성 통신 채널의 비선형성을 보상하는 등화기를 설계하였다. 제안된 CPSN은 Volterra 급수로 모델링된 비선형 채널과 잡음에 의해 왜곡된 QPSK 복소 입력 심벌들에 대한 등화에 이용되었으며, 컴퓨터 모의실험 결과 우수한 등화 성능 및 기존의 Volterra 필터와 같은 고차 모델에 비교해 매우 빠른 수렴 특성 및 적은 계산량을 가짐을 확인하였다.

### ABSTRACT

Digital satellite communication channels have nonlinearities with memory due to saturation characteristics of

\*숭실대학교 전자공학과

\*\*LG 정보통신

論文番號:97035-0127

接受日字:1997年 1月 27日

traveling wave tube amplifier in the satellite and transmitter/receiver linear filters. In this paper, we propose a network structure and a learning algorithm for complex pi-sigma network (CPSN) and exploit CPSN in the problem of equalization of nonlinear satellite channels. The proposed CPSN is a complex-valued extension of real-valued pi-sigma network that is a higher-order feedforward network with fast learning while greatly reducing network complexity by utilizing efficient form of polynomials for many input variables. The performance of the proposed CPSN is demonstrated by computer simulations on the equalization of complex-valued QPSK input symbols distorted by a nonlinear channel modeled as a Volterra series and additive noise. The results indicate that the CPSN shows good equalization performance, fast convergence, and less computations as compared to conventional higher-order models such as Volterra filters.

### I. 서론

위성 통신을 이용한 고속 데이터 전송 시스템은 위성 통신 채널의 비선형성에 의해서 많은 제약을 받는다. 이러한 채널의 비선형성은 인공위성 내 고출력 증폭기인 traveling wave tube (TWT)의 비선형성으로부터 기인하는 것으로 알려져 있다[1]. 이는 고출력 신호를 얻기 위해 증폭기를 포화 영역에서 동작시킴에 의해 발생한다. 즉, 인공위성의 제한된 전력을 가지고 fade margin을 증가시키기 위해서는 TWT를 포화 영역에서 동작시켜야 하므로 그에 따른 비선형성에 의한 신호 왜곡은 피할 수 없게 된다[1-3]. 따라서 이러한 비선형성을 보상하기 위해 송신단에서 사전왜곡기 (predistorter)를 이용하거나, 수신단에서 등화기 (equalizer)를 이용하여야 한다. 이러한 비선형 채널의 보상을 위해 기존의 선형 필터를 사용한 사전왜곡기나 등화기를 적용할 경우 채널 자체의 비선형성 때문에 적절한 결과를 얻을 수 없으며, 따라서 최근에는 Volterra 필터나 신경회로망과 같이 비선형 매핑 (nonlinear mapping)이 가능한 알고리즘을 이용한 적응 등화기나 사전왜곡기에 대한 연구 결과가 활발히 보고되고 있다[2-6].

참고 문헌 [7]에서 제안된 pi-sigma network (PSN)은 여러 개의 입력 변수들에 대해 효율적인 형태의 다항식 (polynomial)을 사용하는 고차 (higher-order) 신경회로망[8] 모델이다. PSN은 이러한 특별한 구조의 다항식을 사용하므로써 Volterra 필터[2-4, 9]와 같은 기존의 고차 모델들의 단점인 많은 수의 모델 내 계수와 계산량을 획기적으로 감소시킬 수 있다.

본 논문에서는 이러한 PSN을 복소수 형태로 확장한 complex pi-sigma network (CPSN)을 제안하고 이

를 위한 학습 알고리즘을 유도하여, 이를 Volterra 급수로 모델링된 비선형 위성 통신 채널과 잡음에 의해 왜곡된 QPSK (quadri-phase shift keying) 복소수 입력 심벌들에 대한 등화에 적용하고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2 장에서는 Volterra 급수를 이용한 디지털 위성 통신 채널의 모델링에 대해 논의하고, 3장에서는 CPSN의 구조와 이의 학습 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 CPSN과 기존의 고차 모델인 Volterra 필터를 비선형 위성 통신 채널의 등화에 적용한 컴퓨터 모의실험 결과를 제시하며, 마지막 5장에서 결론을 맺도록 하겠다.

### II. 비선형 위성 통신 채널의 모델링

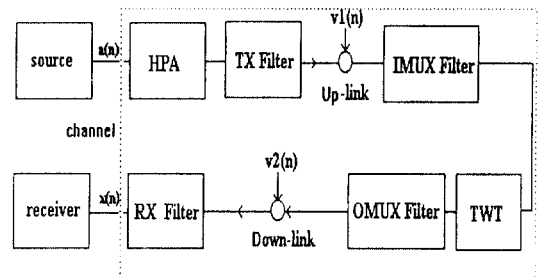


그림 1. 디지털 위성 통신 시스템의 구성[2-3].  
Fig. 1 A block diagram of a digital satellite communication system[2-3].

일반적인 디지털 위성 통신 시스템의 구성은 그림 1과 같다[2-3]. 여기서, 위성 내 TWT는 무기역성 (memoryless)이고, 주파수에 독립적인 성질을 가지며, 정규화된 입력 신호의 진폭  $r$ 에 대해 다음과 같은 비

선형 진폭/진폭 응답  $A(r)$ 과 진폭/위상 응답  $\phi(r)$ 을 나타낸다[1-3].

$$A(r) = \frac{2r}{1+r^2}, \phi(r) = \frac{\pi}{6} \frac{2r^2}{1+r^2} \quad (1)$$

다음 그림 2는 이러한 TWT의 비선형 특성 곡선을 나타내고 있다.

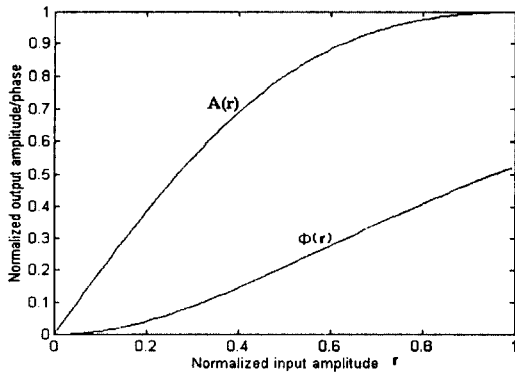


그림 2. TWT의 비선형 특성 곡선[1-3].

Fig. 2 Nonlinear characteristics of the TWT[1-3].

디지털 위성 통신 채널은 고출력 증폭기와 송신단/수신단 선형 필터를 포함한 대역 제한된 채널로 볼 수 있다[2]. 특히 중계 위성 내의 증폭기인 TWT와 송신단/수신단 필터의 영향으로 전체 채널은 메모리가 있는 비선형 채널이 되며,  $M$ -ary PSK (phase shift keying) 디지털 변조 방식[10]에 대해 이러한 채널의 복소수 기저대역 (baseband) 입력-출력 심벌간의 관계를 Volterra 급수를 이용하여 다음 식과 같이 등가 이산 시스템으로 표현 할 수 있다[2-3].

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n_1} \dots \sum_{n_{2k-1}} a(n-n_1) \dots a(n-n_k) \dots a^*(n-n_{k+1}) a^*(n-n_{2k-1}) H_{n_1, \dots, n_{2k-1}}^{(2k-1)} + v_2(n) \quad (2)$$

$$a(n) = e^{j\theta_n} = e^{j \frac{2\pi(i_n + 1/2)}{M}} \quad (i_n = 0, \dots, M-1) \quad (3)$$

여기서,  $n$ 은 이산 시간,  $a(n)$ 은  $M$ -ary PSK 변조된 채널 입력 심벌,  $x(n)$ 은 비선형 채널을 통과하여 수신기에 입사되는 심벌을 나타내고,  $v_2(n)$ 은 down-link에서

의 부가성 백색 Gaussian 잡음을 나타낸다. 일반적으로 송신단 up-link 증폭기 (그림 1의 “HPA”)의 출력이 크고 선형 영역에서 동작이 가능하므로 이 증폭기와 up-link 잡음의 영향은 무시하였다. 또한, 여기서  $2k-1(k=1, \dots)$ 은 채널의 비선형성 정도를 나타내는 비선형 시스템의 차수를 말하며, 첨자  $n_1, \dots, n_{2k-1}$ 은 채널의 메모리 길이 (탭수)를,  $H_{n_1, \dots, n_{2k-1}}^{(2k-1)}$ 은 이산 채널을 형성하는 복소수 Volterra kernel의  $(2k-1)$ 차 계수를 나타낸다. 입력 신호가 위의 식 (2)로 주어진 비선형 채널을 통과하는 경우, 출력 신호는 현재의 입력 신호뿐만 아니라 채널의 기억성 때문에 이전 신호들의 영향도 포함되며, 결국 출력의 성상도 (constellation)는 비선형 왜곡되어 산란된 군집 (cluster)들로 이루어진다. 그림 3은 SNR (signal-to-noise ratio)  $E_b/N_0$ 가 27dB 일 때, QPSK 신호가 참고 문헌 [2-3]에서 주어진 4 메모리 탭, 1, 3, 5차의 Volterra 급수로 모델링된 비선형 위성 통신 채널을 통과한 후의 성상도를 나타내며, 채널의 비선형성에 의해 각 신호의 위상이 심하게 틀어지며 크기도 왜곡이 생기게 됨을 알 수 있다.

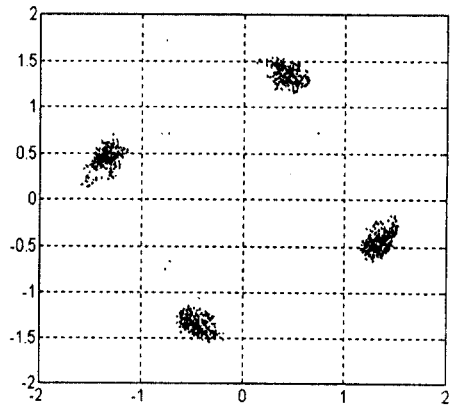


그림 3. QPSK 신호가 비선형 위성 통신 채널을 통과한 후의 성상도 예 ( $E_b/N_0 = 27$ dB).

Fig. 3. A constellation of nonlinear satellite communication channel outputs for QPSK signals. ( $E_b/N_0 = 27$ dB).

### III. Complex Pi-sigma Network (CPSN)

등화기를 이용한 비선형 디지털 위성 통신 채널의 보상은 일반적으로 비선형 매핑 문제로 인식할 수 있

다. 우리가 고려하는 PSK 변조 방식에서 각 심벌을 복소수로 표현하므로 복소수 공간 사이의 비선형 매핑을 효율적으로 수행할 수 있는 등화기의 설계가 필요하다. 본 장에서는 이러한 복소수 비선형 매핑 문제를 해결하기 위해 pi-sigma network (PSN)을 복소수 형태로 확장한 complex pi-sigma network (CPSN)과 이를 위한 새로운 학습 알고리즘을 제안하고자 한다.

### 3.1 Pi-sigma Network (PSN)

PSN[7]은 하나의 은닉층 (hidden layer)을 갖는 feedforward 구조의 고차 (higher-order) 신경회로망이다. 여기서, “고차”라는 의미는 다중계층 퍼셉트론 (multi-layered perceptron)[8]과 같은 일반적인 신경회로망이 여러 입력 변수들의 선형 결합을 취하고 이에 대해 sigmoid[8]와 같은 비선형성을 이용하여 전체적으로 비선형 함수를 구현하는데 반해, 입력 변수들의 고차항으로 구성되는 다항식을 이용하여 비선형 함수를 구현하는 신경회로망 구조를 의미한다. 이러한 고차 신경회로망 모델의 대표적인 예로서 Volterra 필터 [2-4, 9]와 기능적으로 동일한 higher-order processing unit (HPU)[11] 그리고 sigma-pi unit[12] 등이 있다. 이들 모델들은  $N$ 개 실수 입력 변수에 대한  $K$ 차 다변수 (multivariate) 다항식을 구현하는데 있어, 먼저 입력들의 곱 (Pi)으로 고차 항들을 구성하고 이들을 합 (Sigma)하여 다항식을 형성한다. 이러한 기존의 고차 모델들과는 달리, PSN은  $N$ 개 입력들의 선형 결합 (Sigma)들을  $K$ 개 구성 후 이들의 곱 (Pi)을 출력으로 한다. 즉,  $K$ 차 PSN의 출력  $y$ 는 아래의 식과 같이 주어진다.

$$y = \sigma \left( \prod_{k=1}^K \left( \sum_{i=1}^N w_{ik} x_i + w_{0k} \right) \right) \quad (4)$$

위 식 (4)에서,  $x_i (i=1, \dots, N)$ 는 입력,  $w_{ik}$ 와  $w_{0k}$ 는 학습에 의해서 변화되는 뉴런간 연결 강도 및 바이어스,  $\sigma(\cdot)$ 는 sigmoid나 선형 함수와 같은 적절한 뉴런 활성화 함수이다. 식 (4)에서 필요한 연결 강도 (바이어스 포함)의 수는 모두  $(N+1)K$ 가 되며, 이는 일반적인 Volterra 필터 등에 요구되는 연결 강도의 수인  $\sum_{i=0}^K \binom{N+i-1}{i} = \binom{N+K}{K}$ 보다 월등히 적다[4, 7].

PSN을 위한 학습 알고리즘으로는 LMS (least mean square) 알고리즘[13]의 변형된 형태를 사용한다. 일반적인 고차 모델과는 달리 PSN은 출력층에서 곱셈 연산자를 사용하므로, 동시에 식 (4)의 모든  $w_{ik}$ 와  $w_{0k}$ 를 변화시킬 경우 우리가 원하는 gradient 방향을 취할 수 없게 된다. 이의 해결을 위해 제안된 “비동기 (asynchronous)” LMS 알고리즘[7]은 하나의 학습 데이터에 대해 하나의 선형 결합에 있는 연결 강도 (고정된  $k$ 에 대한  $w_{ik}$ 와  $w_{0k}$ )만을 LMS 알고리즘을 사용하여 변화시키고, 이 변화된 연결 강도를 이용하여 동일한 학습 데이터에 대해 다른 선형 결합의 연결 강도를 변화시키며, 이런 과정을  $K$ 개의 선형 결합의 연결 강도가 변화될 때까지 반복한다. 여기서 출력층에서는 선형 결합들의 곱셈 연산만을 수행하기 때문에, 실제 이 모델 내에서 학습을 통하여 변화시켜주는 것은  $w_{ik}$ 와  $w_{0k}$ 들뿐이며, 따라서 실제 이 모델은 연결 강도의 측면에서 단일 계층 구조로서 매우 빠른 수렴 특성을 보인다.

PSN은 식 (4)에 의해  $N$ 개 입력 변수에 대한  $K$ 차 다변수 다항식 내의 “모든” 계수를 생성한다는 점을 특기할 만 하다. 이것이 가능한 이유는 일반적인 다항식 내의 모든 항들의 계수가 식 (4)의  $w_{ik}$ 와  $w_{0k}$ 의 적절한 합과 곱으로 표시될 수 있기 때문이며, 이 점이 바로 PSN이 매우 적은 연결 강도를 가질 수 있는 이유가 된다. 따라서 식 (4)로 표현되는 PSN 내의 연결 강도들은 HPU (혹은 Volterra 필터) 내의 계수들과는 달리 상호 독립적이지 않으며, 이런 의미에서 “수학적” 표현 능력의 측면에서 PSN은 어느 정도 HPU의 제한적인 구현 (constraint realization)이 된다. 이러한 수학적 근사 능력을 만족시키기 위해, 참고 문헌 [14]에서 PSN에 기초한 ridge polynomial network이 제안되기도 하였다. 하지만 실제 응용의 측면에 있어, HPU의 경우는 일반적으로 너무 많은 계수 때문에 Weierstrass의 다항식 근사 정리[15] 등에 의해 수학적으로 보장된 근사 능력과는 달리 제대로 학습이 이루어지지 않는 경우가 흔히 관찰되며, 또한 학습이 매우 느리다는 단점이 있다. 이에 반해, PSN은 효율적인 비선형 함수의 구현과 적은 연결 강도 및 비동기 LMS 학습 알고리즘에 의한 빠른 수렴과 같은 장점을 가져, 실제 ATM에서 비디오 신호를 위한 동적 대역폭 할당[16], 제어[17], Boolean 함수 구현[18],

문자 인식[19], 화자 인식[20], 로봇용 보정기[21], 얼굴 인식[22] 등의 분야에서 널리 성공적으로 사용되고 있다.

### 3.2 Complex Pi-sigma Network(CPSN)

본 절에서는 위에서 기술된 PSN을 디지털 위성 통신 시스템에서 사용되는 복소수 데이터를 다루기 위해 복소수 영역으로 확장한 complex pi-sigma network (CPSN)을 제안한다. 다음 그림 4는  $N$ 개의 복소수 입력,  $K$ 개의 은닉층 뉴런, 그리고 하나의 출력층을 갖는 CPSN의 기본적인 구조를 나타내고 있다. 여기서 은닉층은 입력과 (학습에 의해 변화되는) 연결 강도를 곱한 값들을 선형 결합하는 층이며, 출력층은 은닉층의 출력 값들을 모두 곱하는 구조로 구성되어 있다.  $N$ 개의 복소수 입력을  $x_i (i=1, \dots, N)$ 라 할 때,  $k$ 번째 은닉층 뉴런의 복소수 출력  $h_k$ 는 식 (5)와 같으며, 출력층에서의 계산을 위해서 실수부  $h_k^R$ 과 허수부  $h_k^I$ 로 구분한다.

$$h_k = \sum_{i=1}^N w_{ik} x_i + w_{0k} \equiv h_k^R + jh_k^I \quad (5)$$

여기서,  $j \equiv \sqrt{-1}$  이고 위 첨자 “R”과 “I”를 각각 해당 복소수의 실수부와 허수부라 할 때  $w_{ik} \equiv w_{ik}^R + jw_{ik}^I$  는 복소수 입력  $x_i$ 에서  $k$ 번째 은닉층으로의 복소수 연결 강도,  $w_{0k} \equiv w_{0k}^R + jw_{0k}^I$  는 복소수 바이어스이다. 이 때 복소수 출력  $y$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\text{net}^R \equiv \prod_{k=1}^K h_k^R, \text{net}^I \equiv \prod_{k=1}^K h_k^I \quad (6)$$

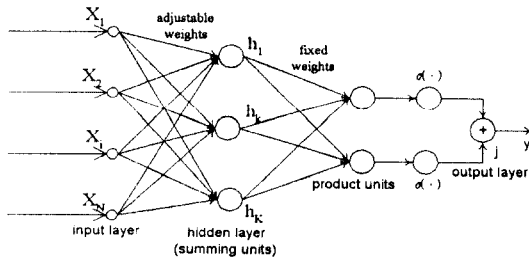


그림 4. 하나의 복소수 출력 뉴런을 갖는 complex pi-sigma network (CPSN).

Fig. 4 A complex pi-sigma network (CPSN) with one complex output neuron.

$$y = \sigma(\text{net}^R) + j\sigma(\text{net}^I) \quad (7)$$

식 (6)과 (7)에서  $\text{net}^R$ 과  $\text{net}^I$ 는 각각 실수이며,  $\sigma(\cdot)$ 는 실수 입력-출력 특성을 갖는 일반적인 sigmoid 함수로서 본 논문에서는 다음 식 (8)과 같은 hyperbolic tangent 함수를 사용한다.

$$\sigma(u) \equiv \frac{1 - e^{-u}}{1 + e^{-u}} \in (-1, +1) \quad (8)$$

### 3.3 CPSN을 위한 학습 알고리즘

CPSN 내의 복소수 연결 강도  $w_{ik}$ 와 바이어스  $w_{0k}$ 의 학습을 위한 학습 알고리즘은 다음과 같다. 하나의 학습 데이터에 대해 주어진 복소수 목표 출력 (desired output)을  $d$ 라 하고, 신경회로망의 복소수 실제 출력이  $y$ 일 때, 둘 사이의 오차를  $e = d - y$ 라 하면 순시자승오차(instantaneous squared error)는 다음과 같이 정의된다.

$$E \equiv \frac{1}{2} |e|^2 = \frac{1}{2} e e^* = \frac{1}{2} (d - y) (d^* - y^*) \quad (9)$$

편의상  $x_0 \equiv 1$ 이라 할 때,  $k$ 번째 은닉층 뉴런과 연결된  $(N + 1)$ 개의 연결 강도 (바이어스 포함)  $w_{ik} = w_{ik}^R + jw_{ik}^I (i=0, 1, \dots, N)$ 이 개선을 위해 선택되었다고 하자. 이 때 이들을 위한 개선식은 참고 문헌 [7]의 비동기 LMS 알고리즘 형태의 알고리즘을 적용하면 다음과 같다. 먼저 실수부의 경우,

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ik}^R} = \frac{1}{2} \frac{\partial (d - y)}{\partial w_{ik}^R} (d^* - y^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial (d^* - y^*)}{\partial w_{ik}^R} (d - y) \quad (10)$$

가 되며, 여기서

$$\begin{aligned} \frac{\partial (d - y)}{\partial w_{ik}^R} &= \frac{\partial (d - y)}{\partial y} \left( \frac{\partial \sigma(\text{net}^R)}{\partial \text{net}^R} \frac{\partial \text{net}^R}{\partial h_k^R} \frac{\partial h_k^R}{\partial w_{ik}^R} \right. \\ &+ j \left. \frac{\partial \sigma(\text{net}^I)}{\partial \text{net}^I} \frac{\partial \text{net}^I}{\partial h_k^I} \frac{\partial h_k^I}{\partial w_{ik}^R} \right) \\ &= - \left( \sigma'(\text{net}^R) \prod_{\ell \neq k} h_\ell^R x_i^R + j \sigma'(\text{net}^I) \prod_{\ell \neq k} h_\ell^I x_i^I \right) \end{aligned} \quad (11-1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (d^* - y^*)}{\partial w_{ik}^R} &= \frac{\partial d^*}{\partial w_{ik}^R} - \frac{\partial y^*}{\partial w_{ik}^R} \\ &= - \left( \frac{\partial \sigma(\text{net}^R)}{\partial \text{net}^R} \frac{\partial \text{net}^R}{\partial h_k^R} \frac{\partial h_k^R}{\partial w_{ik}^R} - j \frac{\partial \sigma(\text{net}^I)}{\partial \text{net}^I} \frac{\partial \text{net}^I}{\partial h_k^I} \frac{\partial h_k^I}{\partial w_{ik}^R} \right) \end{aligned}$$

$$= -(\sigma'(\text{net}^R) \prod_{\ell \neq k} h_{\ell}^R x_i^R - j \sigma'(\text{net}^I) \prod_{\ell \neq k} h_{\ell}^I x_i^I) \quad (11-2)$$

으로 유도된다. 따라서, 연결 강도의 실수부를 위한 개선식은 아래와 같이 구해진다.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ik}^R} = -(\sigma'(\text{net}^R) x_i^R (d-y)^R \prod_{\ell \neq k} h_{\ell}^R + j \sigma'(\text{net}^I) x_i^I (d-y)^I \prod_{\ell \neq k} h_{\ell}^I) \quad (12-1)$$

유사한 방법으로 연결 강도의 허수부를 위한 개선식은 다음 식과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ik}^I} = -(\sigma'(\text{net}^R) x_i^I (d-y)^R \prod_{\ell \neq k} h_{\ell}^R - j \sigma'(\text{net}^I) x_i^R (d-y)^I \prod_{\ell \neq k} h_{\ell}^I) \quad (12-2)$$

결국 학습율을  $\eta$ 라 할 때, 이산(discrete) 반복 시간  $n+1$ 에서의 연결 강도  $w_{ik}(n+1)$ 를 위한 개선식은 아래와 같이 구해진다.

$$\Delta w_{ik}^R = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ik}^R}, \Delta w_{ik}^I = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ik}^I} \quad (13-1)$$

$$\begin{aligned} w_{ik}^R(n+1) &= w_{ik}^R(n) + \Delta w_{ik}^R \\ w_{ik}^I(n+1) &= w_{ik}^I(n) + \Delta w_{ik}^I \end{aligned} \quad (13-2)$$

실제 학습은 위에서 구해진 식 (13)을 사용하여 참고 문헌 [7]과 같이 비동기 방법을 적용하여 수행된다. 즉, 하나의 학습 데이터에 대해, 먼저 하나의 연결 강도 집합 ( $w_{0j}, w_{1j}, \dots, w_{Nk}$ )를 선택한 후 식 (13)을 이용하여 개선하고, 이에 따른 새로운 출력값이 계산되며 오차값 역시 새로이 결정된다. 다시 또 다른 연결 강도 집합을 선택하여 “동일한 학습 데이터에 대해” 같은 과정을 마지막 연결 강도 집합이 개선될 때까지 반복한다. 이렇게 모든 연결 강도 집합이 개선된 후에 새로운 학습 데이터가 적용되어 새로운 반복 (iteration)이 시작된다.

#### IV. 컴퓨터 모의실험

컴퓨터 모의실험을 위하여, 입력 심벌로서 QPSK 변조 방식을 이용하여 랜덤하게 발생시킨 신호들이 사용되었으며, 이렇게 발생된 입력 심벌들을 2장에서

언급한 4 메모리 탭, 1, 3, 5차의 Volterra 급수를 이용하는 비선형 통신 위성 채널 모델[2-3]을 통과시킨 후, 이 비선형 왜곡된 신호들에 다양한 SNR ( $E_b/N_0 = 0 \sim 30\text{dB}$ )의 백색 Gaussian 잡음을 첨가하였다.

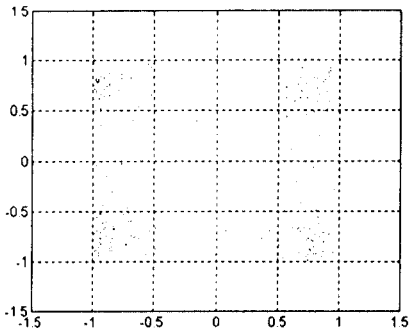
CPSN 등화기의 입력 벡터 크기  $N$ 은 3으로 하였고, 매 이산 시간  $n$ 마다 각 복소수 입력 벡터는  $x = (x(n-2), x(n-1), x(n))$ 으로 취하였으며, 이 입력 벡터에 대한 등화기의 목표 출력  $d(n)$ 은 채널의 기억성을 고려하여 원래의 QPSK 신호  $a(n-2)$ 를 사용하였다. CPSN 등화기 내 은닉층 뉴런의 개수  $K$ 는 2와 3 (즉, 2차 혹은 3차 다항식), 학습율  $\eta = 0.1$ 로 정하였으며, 1,000개 학습 데이터와 1,000,000개의 테스트 데이터를 이용하여 성능을 평가하였다. 제안된 CPSN의 결과는 1, 3, 5차 Volterra kernel을 이용하는 5차 Volterra 필터 등화기와 1, 3차 Volterra kernel을 이용하는 3차 Volterra 필터 등화기 결과와 비교되어 그림 5부터 10까지에 도시되었다. Volterra 필터의 학습에는 LMS 형태의 알고리즘[4, 6]이 사용되었다.

그림 5부터 8까지는 비선형 채널과 다양한 SNR ( $E_b/N_0$ )의 잡음에 의해 왜곡된 채널 출력 심벌들을 2차와 3차의 CPSN과 3차와 5차의 Volterra 필터를 이용하여 등화한 후의 출력 정상도를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이, 제안된 CPSN에 의해 등화된 신호들의 정상도가 Volterra 필터의 경우에 비해 원래의 심벌 위치 ( $e^{\pm j\pi/4}, e^{\pm j3\pi/4}$ )에 더욱 근접함을 알 수 있다.

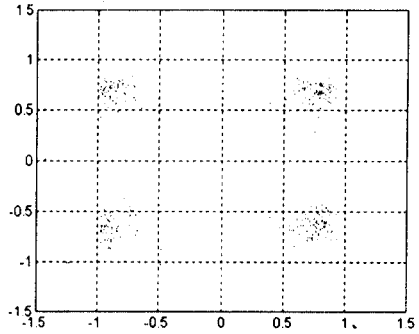
그림 9는 두 등화기의 학습 시 평균자승오차 (mean squared error, MSE)의 변화를 도시한 학습 곡선 (learning curve)이며, 우리가 고려한 다양한 잡음 환경에 대해 CPSN의 경우는 모두 3 epoch 정도에서 빠르게 수렴하지만, Volterra 필터의 경우는 대부분 수십 epoch 이상에서야 수렴함을 알 수 있다. 이뿐 아니라 최종 수렴한 오차 값이 CPSN의 경우가 훨씬 우수함을 알 수 있다.

그림 10은 1,000,000개의 테스트 데이터를 이용하여 계산된 비트오율 (bit error rate, BER)을 약 10dB 가량의  $E_b/N_0$ 까지에 대하여 (1,000,000개의 데이터로 테스트할 수 있는  $\text{BER} \approx 10^{-6}$  정도까지의 경우) 도시하고 있다. 이 그림에서 실선은 QPSK의 이론적인 비트오율로서 다음 식 (14)로 주어진다[10].

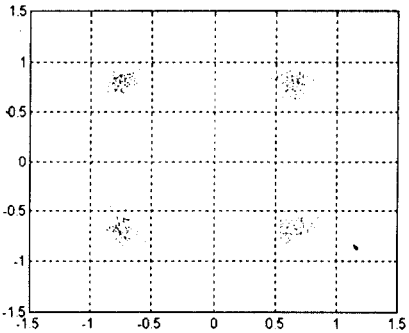
$$\text{BER} = \text{erfc}(\sqrt{E_b/N_0}) \quad (14)$$



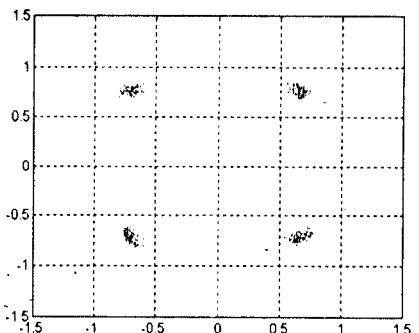
(a)  $E_b/N_0 = 5\text{dB}$



(b)  $E_b/N_0 = 10\text{dB}$



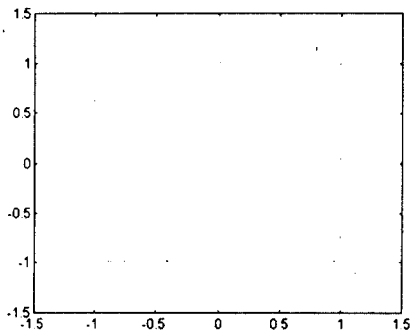
(c)  $E_b/N_0 = 15\text{dB}$



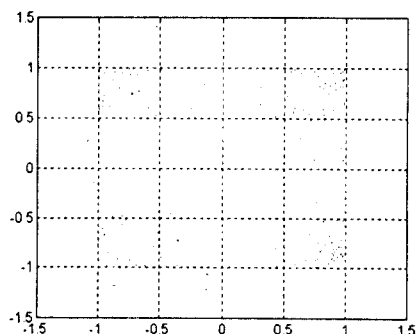
(d)  $E_b/N_0 = 30\text{dB}$

그림 5. 2차 CPSN을 사용하여 등화된 QPSK 테스트 데이터의 성상도.

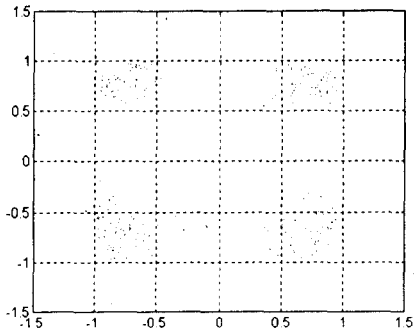
Fig. 5 Constellations for QPSK test data equalized by the 2nd order CPSN.



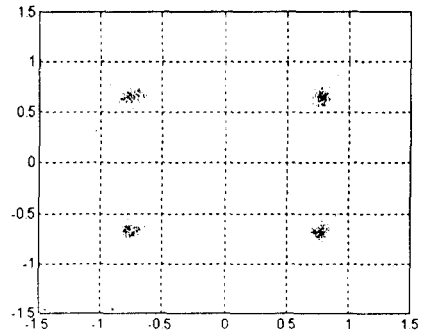
(a)  $E_b/N_0 = 5\text{dB}$



(b)  $E_b/N_0 = 10\text{dB}$



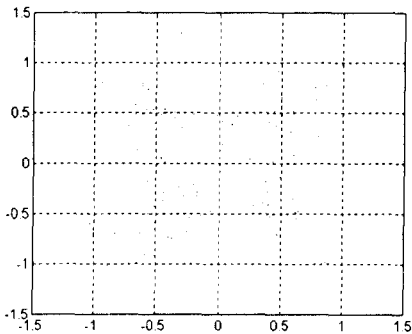
(c)  $E_b/N_0 = 15\text{dB}$



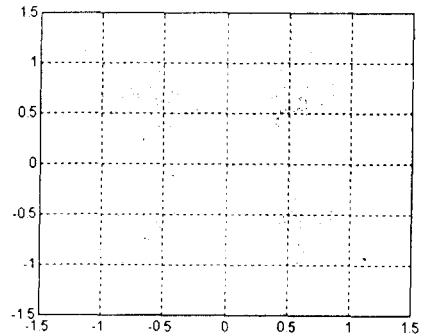
(d)  $E_b/N_0 = 30\text{dB}$

그림 6. 3차 CPSN을 사용하여 등화된 QPSK 테스트 데이터의 성상도.

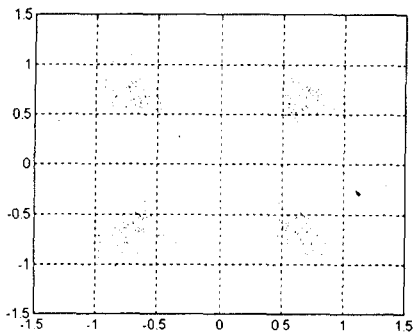
Fig. 6 Constellations for QPSK test data equalized by the 3rd order CPSN.



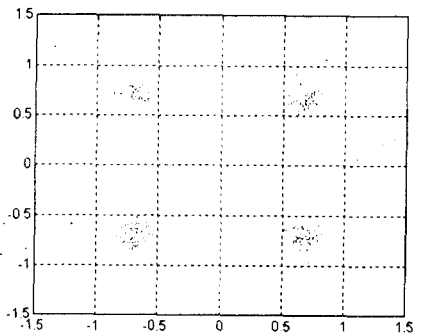
(a)  $E_b/N_0 = 5\text{dB}$



(b)  $E_b/N_0 = 10\text{dB}$



(c)  $E_b/N_0 = 15\text{dB}$



(d)  $E_b/N_0 = 30\text{dB}$

그림 7. 3차 Volterra 필터를 사용하여 등화된 QPSK 테스트 데이터의 성상도.

Fig. 7 Constellations for QPSK test data equalized by the 3rd order Volterra filter.



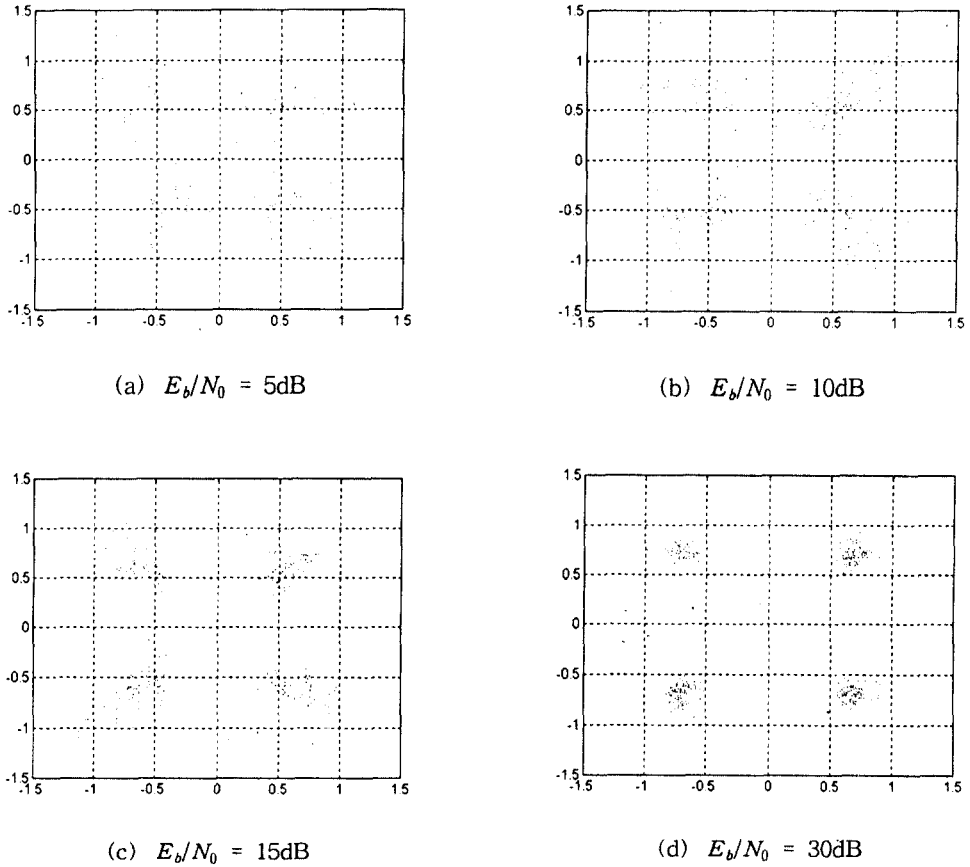
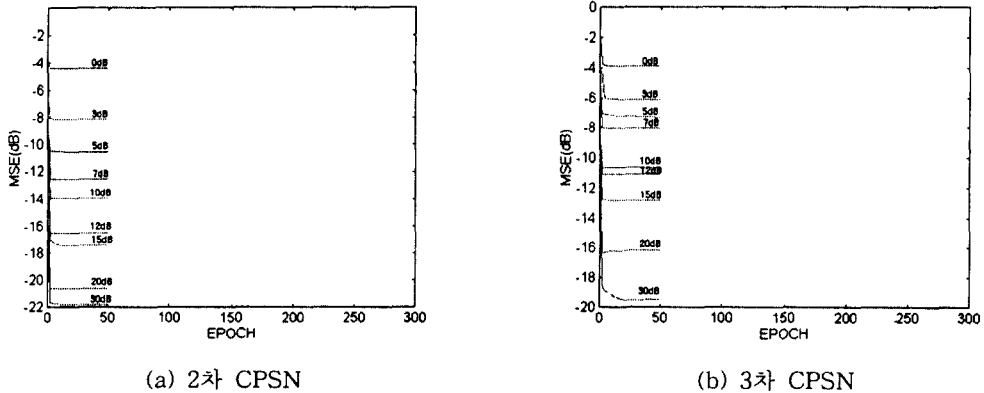
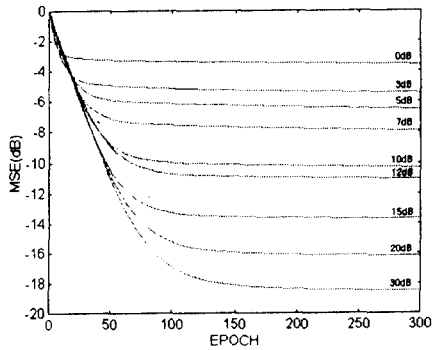


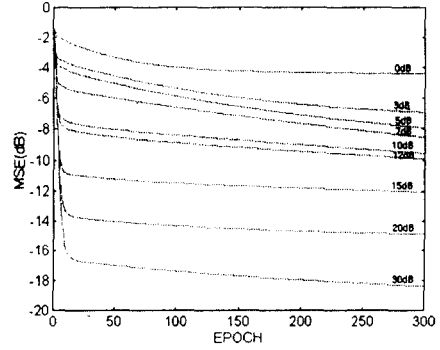
그림 8. 5차 Volterra 필터를 사용하여 등화된 QPSK 테스트 데이터의 정상도.

Fig. 8 Constellations for QPSK test data equalized by the 5th order Volterra filter.





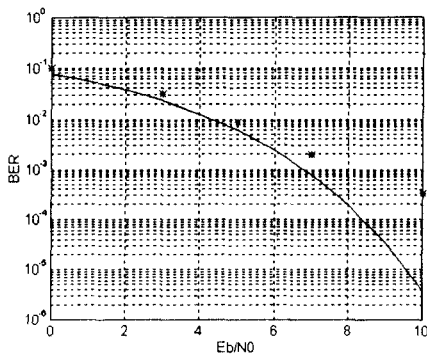
(c) 3차 Volterra 필터



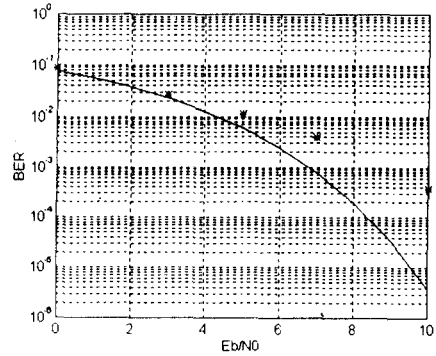
(d) 5차 Volterra 필터

그림 9. CPSN과 Volterra 필터 등화기의 QPSK 학습 데이터에 대한 MSE 학습 곡선.

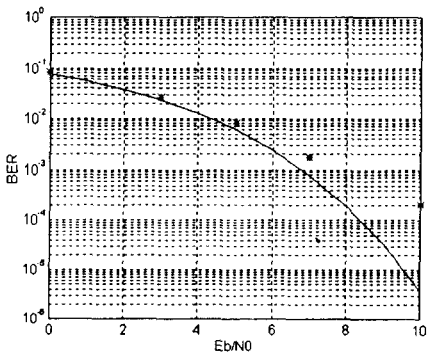
Fig. 9 MSE learning curves for QPSK training data equalized by CPSN and Volterra filter.



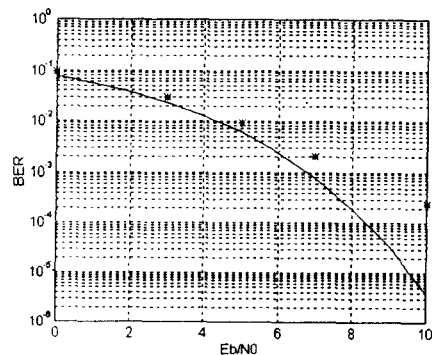
(a) 2차 CPSN



(b) 3차 CPSN



(c) 3차 Volterra 필터



(d) 5차 Volterra 필터

그림 10. CPSN과 Volterra 필터를 사용하여 등화된 QPSK 테스트 데이터의 BER 곡선(\*= 실제 등화 결과, 실선=비선형성이 없는 채널에 대한 이론값).

Fig. 10 BER curves for QPSK test data equalized by CPSN and Volterra filter (\*= actual equalization results, solid line = theoretical results for channels without nonlinearity)

표 1. Volterra 필터와 CPSN의 계산량 비교

Table 1. Comparison on the computational complexity of CPSN and Volterra filter.

	일회 반복(iteration)당 실수 곱셈수	본 논문 경우 실제값
Volterra 필터(3차)	$\frac{p+1}{2} \cdot 4 \cdot \sum_{k=1}^{2k-1} N^{(2k-1)} \cdot (4k-1)$	800
Volterra 필터(5차)		4980
CPSN(2차)	$2K(4NK + N + 1)$	112
CPSN (3차)		240

여기서,  $E_b/N_0$ 는 dB로 표시하지 않은 SNR이며,  $erfc(\cdot)$ 은 다음 식 (15)와 같이 정의되는 상보오차함수 (complementary error function)이다.

$$erfc(u) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} e^{-y^2} dy \quad (15)$$

그림에서 알 수 있듯이, 두 등화기 모두 매우 유사한 등화 성능을 보여주며 이론적인 비트오율에 근접하는 좋은 성능을 보여준다. 또한, 두 등화기 모두  $E_b/N_0 = 20\text{dB}$  이상에서는 1,000,000개의 테스트 데이터 중 하나의 비트 오차도 발생하지 않았다. 그림 5부터 8까지와는 달리 비트오율 측면에서 CPSN과 Volterra 필터가 비슷한 성능을 보이는 이유는 QPSK의 오차 결정 영역이 2차원 평면의 하나의 사분면으로서 비교적 넓기 때문이라고 할 수 있다.

표 1에서는 비교를 위하여 CPSN과 Volterra 필터의 학습에서 일회 반복 (iteration) 당 필요한 실수 곱셈수를 각각 나타내고 있다. 이 표는 하나의 학습 데이터를 이용한 출력 계산 (forward pass)과 해당 학습 알고리즘을 이용한 연결 강도의 개선 (backward pass)에 필요한 실수 곱셈수를 모두 나타내고 있다. CPSN의 경우, 3.3 절에서 기술된 비동기 LMS 알고리즘에 의해  $K$ 개의 모든 연결 강도 집합이 개선될 때의 결과를 나타낸다. 또한 Volterra 필터의 경우,  $p$ 는 사용된 Volterra kernel의 최고 차수이며,  $N^{(2k-1)}$ 은  $(2k-1)$ 차 Volterra kernel  $C_{n_1, \dots, n_{2k-1}}^{(2k-1)}$ 의 개수를 나타낸다. 본 논문에서는 아래 식 (16)과 같은 Volterra 필터의 일반적인 표현식에 존재하는 중복된 Volterra kernel들을 제거하여 사용함으로써 실제 필요한 항들의 개수를 감소시켰으며, 이에 따라 계산하면 3차 ( $p=3$ )

Volterra 필터의 경우  $N^{(1)}=3$ ,  $N^{(3)}=18$ 이고, 5차( $p=5$ )의 경우는  $N^{(1)}=3$ ,  $N^{(3)}=18$ ,  $N^{(5)}=55$ 이다.

$$y(n) = \sum_{k=1}^{\frac{p+1}{2}} \sum_{n_1=0}^{N-1} \dots \sum_{n_{2k-1}=0}^{N-1} C_{n_1, \dots, n_{2k-1}}^{(2k-1)} x(n-n_1) \dots x^*(n-n_{k+1}) \dots x^*(n-n_{2k-1}) \quad (16)$$

이 표로부터 우리는 동일 차수에 대해 제안된 CPSN이 상당히 적은 계산량만이 필요함을 알 수 있으며, 사용되는 입력 벡터의 크기와 다항식 차수가 증가할수록 이들 사이의 차이는 더욱 커지게 된다. 실제 학습이 종료될 때까지의 계산량은 표에서 주어진 일회 반복 당 계산량에 사용된 학습 데이터 수 그리고 수렴까지의 epoch 수 등을 곱하여 추정할 수 있다. 실제로 그림 9에서 CPSN의 수렴 특성이 월등히 뛰어난 것을 쉽게 알 수 있으며, 이러한 논의와 표 1로부터 우리는 학습에 필요한 계산량은 CPSN이 Volterra 필터에 비해 수백배 가량 적음을 알 수 있고 이는 모의실험 과정에서 실제 관찰된 결과이다.

## V. 결 론

본 논문에서는 빠른 수렴, 적은 양의 계산량 등과 같은 장점을 갖는 고차 신경회로망인 pi-sigma network을 복소수로 확장한 complex pi-sigma network(CPSN)을 제안하고 이에 대한 학습 알고리즘을 유도하였다. 제안된 CPSN은 Volterra 급수에 의해 모델링된 비선형 위성 통신 채널과 잡음에 의해 왜곡된 QPSK 심벌에 대한 등화에 이용되었으며, 우수한 등화 성능과 기존의 Volterra 필터와 같은 고차 모델에 비해 매

우 빠른 수렴 특성 및 적은 계산량을 가짐을 확인하였다.

본 모의실험에서 사용된 비선형 채널 모델은 1, 3, 5차의 Volterra kernel을 이용하며, 이는 채널에 3차와 5차 고차 항으로 표현되는 비선형성들이 존재함을 의미한다. 하지만, 3차 Volterra 필터를 이용한 결과와 5차 필터를 이용한 결과는 큰 차이가 없으며, 이는 비선형성의 대부분이 3차 항들이라는 사실을 나타낸다 (참고 문헌 [2]의 표 1 혹은 [6]의 표 1 참고). 또한, 2차 CPSN의 결과 역시 3차의 경우와 유사하게 좋은 것을 알 수 있으며, 따라서 추후 연구 과제로서 채널에 대한 해석 및 64-PSK 등과 같이 더욱 복잡한 변조 방식에 대한 추가적인 실험을 통해 이러한 결과에 대한 정량적인 분석이 이루어져야 할 것으로 생각된다.

### 참 고 문 헌

1. A. A. M. Saleh, "Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of TWT amplifier," *IEEE Trans. Commun.*, Vol.9, No.11, pp.1715-1720, 1981.
2. S. Benedetto and E. Biglieri, "Nonlinear equalization of digital satellite channels," *IEEE Jour. Sel. Areas in Commun.*, Vol.1, No.1, pp.57-62, 1983.
3. E. Biglieri, S. Barberis and M. Catena, "Analysis and compensation of nonlinearities in digital transmission systems," *IEEE Jour. Sel. Areas in Commun.*, Vol.6, No.1, pp. 42-51, 1988.
4. A. Gutierrez and W. E. Ryan, "Performance of adaptive Volterra equalizers on nonlinear satellite channels," *Proc. IEEE Int'l Conf. Commun.*, Vol.1, pp.488-492, Seattle, Washington, 1995.
5. C. Eun and E. J. Powers, "Utilization of neural network signal processing in the design of a predistorter for a nonlinear telecommunication channel," *Proc. IEEE Int'l Conf. Neural Networks*, Vol.6, pp.3582a-3586, Orlando, Florida, 1994.
6. 신요안, 윤병문, 임영선, "Complex radial basis function network을 이용한 비선형 디지털 위성 통신 채널의 등화," 한국통신학회논문지, 제21권, 제9호, pp. 2456-2469, 1996년 9월.
7. J. Ghosh and Y. Shin, "Efficient higher-order neural networks for classification and function approximation," *Int'l Jour. Neural Syst.*, Vol.3, No.4, pp.323-350, 1992.
8. S. Haykin, *Neural Networks-A Comprehensive Foundation*, IEEE Press, 1994.
9. M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theory of Nonlinear System*, John Wiley & Sons, 1980.
10. B. Sklar, *Digital Communications-Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 1988.
11. C. L. Giles and T. Maxwell, "Learning, invariance and generalization in a high-order neural network," *Applied Optics*, Vol.26, pp.4972-4978, 1987.
12. J. McClelland and D. Rumelhart, *Parallel Distributed Processing Vol.1*, MIT Press, 1987.
13. B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice Hall, 1985.
14. Y. Shin and J. Ghosh, "Ridge polynomial networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol.6, pp.610-622, May 1995.
15. W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, 3rd Ed., McGraw-Hill, 1976.
16. S. Chong, S.-Q. Li and J. Ghosh, "Predictive dynamic bandwidth allocation for efficient transport of real-time VBR video over ATM," *IEEE Jour. Sel. Areas in Commun.*, Vol.13, pp.12-23, January 1995.
17. K. Iwata, J. Ghosh and Y. Shin, "Time optimal control using pi-sigma networks," *Proc. IEEE Int'l Conf. Neural Networks*, Vol.1, pp.545-551, San Francisco, California, March 1993.
18. Y. Shin and J. Ghosh, "Realization of Boolean functions using binary pi-sigma networks," in *Intell. Eng. Syst. through Artificial Neural Networks*, C. H. Dagli, R. T. Kumara and Y. C. Shin (Eds.), AMSE Press, pp.205-210, 1991.
19. Y. Shin, J. Ghosh and D. Samani, "Computationally efficient invariant pattern classification with higher-order pi-sigma networks," in *Intell. Eng. Syst. through Artificial Neural Networks 2*,

- C. H. Dagli, L. I. Burke and Y. C. Shin (Eds.), AMSE Press, pp.379-384, 1992.
20. H. B. D. Sorensen and U. Hartmann, "Pi-sigma and hidden control based self-structuring models for text-independent speaker recognition," *Proc. Int'l Conf. Acoustics, Speech and Signal Proc.*, Vol.1, pp.537-540, Minneapolis, Minnesota, April 1994.
21. X. L. Zhong, J. M. Lewis and H. Rea, "Neuro-accuracy compensator for industrial robots," *Proc. IEEE Int'l Conf. Neural Networks*, Vol.5, pp.2797-2802, Orlando, Florida, July 1994.
22. R. Foltyniewicz and A. Cichocki, "Higher order neural networks with wavelet preprocessing for face recognition," *Proc. World Congress on Neural Networks*, Vol. 2, pp.919-922, San Diego, California, September 1996.



진 근 식(Keun-Sik Jin) 정회원  
1996년 2월: 숭실대학교 전자공학과 졸업(공학사)  
1996년 9월~현재: 숭실대학교 대학원 전자공학과(석사과정)  
※관심분야: 이동통신 시스템, 신경회로망 응용

윤 병 문(Byung-Moon Yoon) 정회원  
1997년 2월: 숭실대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
현재: LG 정보통신(주) 중앙연구소 이동통신연구단 연구원  
한국통신학회논문지 제21권 제9호 참조

신 요 안(Yoan Shin) 정회원  
현재: 숭실대학교 전자공학과 조교수  
한국통신학회논문지 제20권 제12호 참조