

# LMSE 해석 및 부분블록 특징에 근거한 고속 프랙탈 부호화

正會員 金 祥 鉉\*, 金 南 哲\*

## Fast Fractal Coding Based on LMSE Analysis and Subblock Feature

Sang Hyun Kim\*, Nam Chul Kim\* *Regular Members*

### 요 약

본 연구에서는 LMSE 해석 및 부분블록 특징에 근거하여 고속 프랙탈 부호화하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법에서는 프랙탈 근사화의 LMSE 해석에 근거하여 스케일링 파라미터를 계산하고 각 정의역블록의 탐색여부를 결정하며, 부분블록 특징에 근거하여 등장변환(isometry) 파라미터를 추출한다. 제안한 방법의 효율성을 조사하기 위하여 제안한 방법과 기존 Jacquin 알고리즘의 성능 및 부호화 계산량 등을 비교 분석하였다. 실험결과로부터 제안한 방법이 PSNR 측면에서 기존 Jacquin 알고리즘과 비교해서 화질의 저하 없이 부호화 시간은 약 1/7로 감소 시킴을 알 수 있었다.

### ABSTRACT

In this paper, we propose a fast fractal coding method based on LMSE analysis and subblock feature. In the proposed method, scaling parameter is calculated and whether search for each domain block should be done or not is determined based on the LMSE analysis of fractal approximation, and isometry parameter is chosen based on subblock feature. To investigate the efficiency of the proposed method, we compared it with Jacquin's method on image quality and encoding time. Experimental results show the proposed method yields nearly the same performance as that of Jacquin method in PSNR, and its encoding time is reduced by about 1/7 times.

### I. 서 론

프랙탈 영상 압축기법은 영상내 자기유사성의 관계를 특징한 고정점을 가지는 축소변환으로 표현함으로써 영상을 부호화한다. Barnsley[1, 2]는 이러한 프랙

탈 기하이론을 이용하여 반복축소 변환에 의한 영상 부호화 방법을 최초로 제안하였고, Jacquin[3-5]은 이 방법을 일정한 크기의 블록으로 나누어진 영상에 적용한 블록기반 프랙탈 부호화기를 제안하였다.

이러한 블록단위 프랙탈 부호화는 영상을  $M \times M$  크기의 블록들로 나누고, 치역블록이라 불리는 이들 블록단위로 부호화를 한다. 이때, 같은 영상에서 정의역블록이라고 불리는 더 큰 크기( $2M \times 2M$ )의 블록들

\*慶北大學校 電子·電氣工學部  
論文番號:96342-1029  
接受日字:1996年 10月 29日

을 가져와 축소변환(contract transform)시켜 주어진 한 지역블록의 근사화를 시도한다. 어떠한 정의역블록 및 어떠한 축소변환 파라미터(스케일링, 등장변환 파라미터 등)가 최적의 근사화가 되는지 탐색으로 찾게 되는데, 이러한 탐색에 일반적으로 많은 시간이 소요된다.

먼저, 축소변환 파라미터 중 스케일링을 계산하는 과정을 살펴보면 Jacquin은 지역블록을 평탄/중간/에지블록으로 분류한 후 중간블록에 대해서는 미리 양자화된 스케일링(scaling)들을 모두 적용해 보고 최소의 에러를 내는 스케일링을 최적의 값으로 결정하고, 에지블록에 대해서는 지역블록과 정의역블록 각각을 밝고 어두운 두 가지 영역으로 영역분할하여 두 영역 사이의 차를 구한 후 차의 비를 양자화하는 방법을 이용하였다. 그리고, Fisher[6, 7], Zhang[8]등은 LMSE (least mean square error)의 측면에서 지역블록에 대한 정의역블록의 최적의 스케일링을 계산하였다. 이러한 방법들로 최적의 스케일링을 결정하기 위해서는 영역분할 또는 LMSE 계산에 필요한 상관계수를 구하기 위하여 탐색범위내의 모든 정의역블록에 대해 블록 비교를 해야함으로써 많은 처리시간이 필요하다.

다음, 각 지역 블록에 대한 최적의 정의역블록을 찾는 방법들로는 지역블록과 정의역블록을 특성에 따라 분류하여 동일 특성으로 분류된 정의역블록만을 탐색함으로써 블록탐색의 효율을 향상시키는 방법들이 있다. 대표적으로 Jacquin은 앞에서 설명한 것과 같이 블록을 세 가지 부류로 분류하여 사용하였고, Fisher는 블록들을 4개의 부분블록으로 나누고 각 부분블록의 평균과 분산의 분포형태에 따라 블록을 분류하였다. 이러한 방법들은 같은 부류의 블록들만 탐색함으로써 부류에 관계없이 모든 블록들을 탐색하는 방법에 비해 MSE측면에서 복원화질이 저하되는 단점이 있다.

그리고, 등장변환의 파라미터를 추출하는 방법으로는 다음과 같은 Jacquin 및 Fisher의 방법이 있다. 먼저, Jacquin의 방법은 8가지 가능한 모든 변환을 직접 적용한 후 최적의 변환을 결정한다. 이 방법은 많은 계산량이 필요하지만 우수한 복원영상을 얻을 수 있다. 그리고, Fisher의 방법은 앞서 언급된 블록분류 자체에 방향성 정보가 있어 Jacquin방법과 같은 별도의 비교가 필요없는 반면에 탐색범위가 해당 부류 내로 제한되어 Jacquin방법에 비해 화질이 저하된다.

본 연구에서는 프랙탈 근사화의 LMSE 해석에 근거한 스케일링 계산 및 정의역블록의 탐색여부 결정, 그리고 국부특징에 근거한 등장변환의 파라미터 추출을 수행함으로써 고속으로 부호화하는 방법을 제안하였다. 먼저, 스케일링의 계산에서는 지역블록과 정의역블록의 분산을 이용하여 계산할 수 있는 비용함수(cost function)를 정의하고, 이를 최소로 하는 스케일링 인자를 찾는다. 다음 정의역블록의 탐색여부를 결정하는 방법은 다음과 같다. 주어진 지역블록에 대해 탐색범위내의 정의역블록들과의 MSE를 조사하는 대신에 비용함수의 값을 기준으로 각 정의역블록의 탐색 여부를 결정한다. 여기서, 정의역블록의 탐색 여부를 결정하는 분담값은 프랙탈 근사화의 LMSE해석에 근거해서 지역블록의 분산에 비례하게 설정하였다. 끝으로, 에지블록들의 등장파라미터는 지역블록과 탐색대상 정의역블록의 부분블록 국부평균들을 추출하여 계산하였다. 제안한 방법의 효율성을 조사하기 위하여 제안한 방법들을 적용한 Jacquin방법과 기존 Jacquin 방법의 성능을 비교하였다. 실험결과 제안한 방법이 PSNR 측면 기존 Jacquin 방법에 비해 화질 저하가 거의 없으면서 부호화 속도면에서 우수한 성능을 보임을 알 수 있었다.

## II. 프랙탈 부호화의 LMSE기반 해석[6-8]

프랙탈 부호화는 콜라주 정리에 근거하여 주어진 전송률에서 원 영상  $x$ 와 재생영상  $x_r$ 와의 거리(또는 MSE)  $d(x, x_r)$ 를 최소화하기 위해서, 원 영상  $x$ 와 콜라주 영상  $\tau(x)$ 와의 거리  $d(x, \tau(x))$ 를 최소화하도록 하는 축소변환  $\tau$ 를 찾는 일을 한다. 그런데, 실제 영상 내에는 일반적으로 성질이 다른 여러 가지 형태의 프랙탈 물체들이 공존하므로, 이를 효과적으로 부호화하기 위하여 축소변환  $\tau$ 는 다음과 같이  $N$ 개의 축소변환  $\tau_i$ 들의 콜라주로 이루어진 것으로 간주한다.

$$\tau = \bigcup_{i=0}^N \tau_i \tag{1}$$

여기서, 각  $\tau_i$ 들은 그림 1에서와 같이 편의상  $M \times M$  크기(예:  $8 \times 8$ )의 블록  $R_i$ 들을 서로 겹침이 없이 발생시키는 것으로 간주한다. 그리고, 지역블록  $R_i$ 를 근사화 할 때의  $\tau_i$ 는 다음과 같은 affine 변환의 일종으로

구성된다고 가정한다.

$$\tau_i(D_j) = \alpha \cdot I(S(D_j)) + t \quad (2)$$

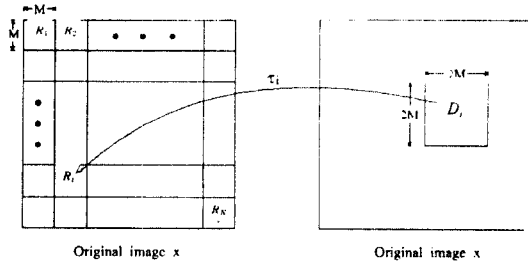


그림 1. 치역블록의 구성과 정의역블록의 탐색  
Fig. 1 Construction of range blocks and search for domain blocks.

여기서 \$D\_j\$는 \$i\$번째 치역블록에 대한 탐색영역내의 \$j\$번째 정의역블록(크기 \$2M \times 2M\$)을 나타내며, \$S\$는 \$1/2 \times 1/2\$로 블록을 축소하는 것을 나타내고, \$I\$는 등장 변환, \$\alpha\$는 스케일링, \$t\$는 밝기변이(luminance shift)를 나타낸다. 따라서, 실제 부호화에서는 주어진 치역블록 \$R\_i\$에 대해서 어떤 정의역블록 \$D\_j\$로부터 축소되고 어떤 \$I\$ 변환과 어떤 스케일링 \$\alpha\$ 및 밝기변이 \$t\$에 의해 생성된 \$\tau\_i(D\_j)\$와의 거리 \$d(R\_i, \tau\_i(D\_j))\$, 즉 MSE가 최소가 되는지를 BMA의 전영역 탐색(full search)과 같은 방식으로 찾아 이 때의 \$D\_j\$의 위치, \$I\$의 종류, \$\alpha\$ 및 \$t\$의 크기에 관한 정보(\$\tau\_i\$)를 수신 측으로 전송한다. 그림 2는 실제 영상에 대하여 주어진 하나의 치역블록에 대하여 MSE를 최소화 하는 정의역블록을 찾는 과정을 나타낸 것이다.



그림 2. 프랙탈 부호화에서의 정의역블록 탐색  
Fig. 2 Search for domain blocks in fractal encoding.

치역블록 \$R\_i\$의 프랙탈 근사화를 LMSE 측면에서 해석하기 위하여, 앞의 (2)식에 근거하여 정의역블록 \$D\_j\$로부터 affine변환된 \$\tau\_i(D\_j)\$에 대한 MSE를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} MSE(i; j) &= \langle (R_i - \tau_i(D_j))^2 \rangle \\ &= \langle \{R_i - (\alpha C_j + t)\}^2 \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, \$\langle f(x, y) \rangle = \frac{1}{M \times M} \sum\_{x=1}^M \sum\_{y=1}^M f(x, y)\$이고, \$M \times M\$는 치역블록의 크기이고 \$C\_j\$는 축소·등장변환된 정의역블록 \$C\_j = I(S(D\_j))\$이다. (3)식에서 스케일링 \$\alpha\$를 상수로 간주하고 \$MSE(i; j)\$를 최소로 하는 밝기변이를 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$t(i; j) = \langle R_i \rangle - \alpha \langle C_j \rangle \quad (4)$$

이식을 (3)식에 대입하여 스케일링 \$\alpha\$에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$MSE(i; j, \alpha) = \sigma^2_{R_i} + \alpha^2 \sigma^2_{C_j} - 2\alpha \rho_{R_i C_j} \sigma_{R_i} \sigma_{C_j} \quad (5)$$

여기서, \$\sigma^2\_{R\_i}\$ 및 \$\sigma^2\_{C\_j}\$는 각각 치역블록과 축소된 정의역블록의 분산을 나타내고, \$\rho\_{R\_i C\_j}\$는 \$\rho\_{R\_i C\_j} = \frac{\langle R\_i C\_j \rangle - \langle R\_i \rangle \langle C\_j \rangle}{\sigma\_{R\_i} \sigma\_{C\_j}}\$로 주어지는 상관계수를 나타낸다. (5)식의 \$MSE(i; j)\$를 최소로 하는 스케일링을 구하면 다음과 같이 주어진다[6-8].

$$\alpha_{opt}(i; j) = \rho_{R_i C_j} \frac{\sigma_{R_i}}{\sigma_{C_j}} \quad (6)$$

이때의 최소 평균자승오차는 (6)식을 (5)식에 대입함으로써 다음과 같이 주어진다.

$$LMSE(i; j) = \sigma^2_{R_i} - \alpha^2_{opt}(i; j) \sigma^2_{C_j} \quad (7-a)$$

$$= (1 - \rho^2_{R_i C_j}) \sigma^2_{R_i} \quad (7-b)$$

(7-b)식으로부터 치역블록 \$R\_i\$를 프랙탈 부호화 하는 경우에 대한 최소 평균자승 오차의 특성을 알 수 있다. 먼저, 치역블록의 최소 평균자승 오차는 치역블록의 분산에 비례하고, 치역블록과 정의역블록 사이의

상관계수가 크면 작고, 작으면 커지는 관계를 가짐을 알 수 있다. 즉, 주어진 치역블록에 대한 최소 평균자승 오차는 치역블록과 정의역블록 사이의 상관계수만으로 한계가 결정된다. 따라서, 영상 내에 프랙탈적인 자기유사성이 많이 존재하지 않는다면, 비트율에 관계없이 이미 부호화의 한계가 결정되어 있으므로 비트율이 높은 경우에는 프랙탈 부호화는 효과적인 방법이라고 할 수 없다.

(7-b)식에 의하면, (3)식을 최소로 하는 최적의 프랙탈 부호화는 치역블록과 정의역블록 사이의 상관계수가 가장 큰 정의역블록을 탐색하고, 그때의 스케일링  $\alpha$ , 밝기변이  $t$ , 정의역블록  $D_j$ 의 위치 및 등장변환  $I$ 의 종류 등을 전송하는 것이다. 그러나, 치역블록과 정의역블록 사이의 상관계수를 조사하는 데는 많은 계산량이 필요하다.

프랙탈 부호화를 효율적으로 수행하는 방법 중에서 대표적인 방법으로 Jacquin의 방법[3-5]이 있다. 먼저 영상을  $M \times M$  크기의 치역블록으로 나눈다. 다음이 치역블록은 부모블록이라고 불리는데, 이들을 부호화한 후 MSE가 큰 블록들은  $M/2 \times M/2$  크기의 자식 치역블록들로 분할하여 개별적으로 다시 부호화를 하는 구조를 가지고 있다. 이 방법에서는 블록의 특성에 따라 치역블록 및 정의역블록을 평탄블록, 중간블록, 에지블록의 3가지 부류로 분류하여 각 부류마다 각기 다른 방법으로 부호화함으로써 효율적으로 비트할당을 하였다. 먼저, 평탄 치역블록에서는 치역블록의 평균만을 부호화한다. 그리고, 중간 치역블록에서는 중간 정의역블록만을 탐색하여 최선의 스케일링  $\alpha$ , 밝기변이  $t$ , 정의역블록  $D_j$ 의 위치를 부호화하고, 에지 치역블록에서는 에지 정의역블록만을 탐색하여 최선의 스케일링  $\alpha$ , 밝기변이  $t$ , 정의역블록  $D_j$ 의 위치 외에 등장변환  $I$ 의 종류까지 부호화한다. 여기서, 정의블록의 탐색은 치역블록과 정의역블록 사이의 상관계수를 조사하는 대신에 MSE를 조사하여 이루어진다. 이때, 중간 치역블록에 대해서는 미리 양자화된 스케일링  $\alpha_k (k=1, 2, \dots, K)$ 들을 (3)식에 대입하여 MSE를 조사하고, 그 중 가장 작은 MSE를 나타내는 스케일링 파라미터를 현재 정의역블록에 대한 최선의 양자화된 스케일링  $\alpha_s$ 로 결정하고, 에지 치역블록에 대해서는 치역과 정의역블록을 밝고 어두운 두가지 영역으로 분할하고, 두 영역간의 생동폭

(dynamic range)의 비를 양자화함으로써 최선의 스케일링  $\alpha_s$ 를 결정한다.

$$\alpha_s = \begin{cases} \arg \min_k \{MSE(i; j, \alpha_k)\} & \text{for } \textit{midrange} \\ Q\left(\frac{d_{R_i}}{d_{D_j}}\right) & \text{for } \textit{edge} \end{cases} \quad (8)$$

여기서,  $Q(\cdot)$ 는 양자화를,  $d_{R_i}$  및  $d_{D_j}$ 는 각각 치역 및 정의역블록의 생동폭을 나타낸다. 다음, 최선의 양자화된 스케일링  $\alpha_s$ 를 (3)식에 대입하여 MSE가 가장 작은 정의역블록  $D_j$ 를 탐색하여

$$\tau_i^* = \arg \min_j \{MSE(i; j, \alpha_s)\} \quad (9)$$

그때의 스케일링 및 밝기변이, 등장변환 파라미터 그리고, 정의역블록의 위치 등의  $\tau_i^*$ 를 전송한다.

### III. 제안된 고속 프랙탈 부호화

본 절에서는 Jacquin의 프랙탈 부호화에서 세 부분을 수정하여 고속으로 수행할 수 있는 방법을 제안하였다. 첫째는 치역블록과 정의역블록 사이의 스케일링 인자를 결정하는 것에 관한 방법이고, 둘째는 현재 부호화 하고자 하는 치역블록에 대해서 정의역블록의 탐색대상을 같은 부류 내로 제안하지 않되 그 탐색여부를 효과적으로 결정하는 방법이다. 그리고, 셋째는 에지블록 부류에 대한 정의역블록 탐색시 치역 및 정의역블록의 방향성을 계산하는 것에 관한 방법이다.

#### 1. 스케일링 인자계산

제안된 스케일링 인자계산 방법에서는 주어진 치역블록  $R_i$ 과 정의역블록  $C_j$ 에 대하여,  $K$ 개의 양자화된 스케일링 인자들을 하나하나 대입하여 (3)식을 최소로 하는 것을 최선의 스케일링 인자로 정하지 않는다. 대신 치역블록과 정의역블록의 분산을 이용하여 계산할 수 있는 비용함수(cost function)를 정의하고, 이를 최소로 하는 스케일링 인자를 찾는다. 본 논문에서 사용한 비용함수는 (7-a)식과 같은 형태를 갖으며, 다음과 같이 주어진다.

$$COST(i; j, \alpha_k) = \begin{cases} \sigma^2_{R_i} - \alpha_k^2 \sigma^2_{C_i}, & \text{if } \alpha_k < \frac{\sigma_{R_i}}{\sigma_{C_i}} \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

여기서, 스케일링  $\alpha_k$ 가  $\frac{\sigma_{R_i}}{\sigma_{C_i}}$  보다 클 때는 비용함수의 값이 음수가 되는데, 이 경우 스케일링  $\alpha_k$ 가 최선의 스케일링에서 멀어진 것으로 판단하여 탐색에서 제외시키고자 비용함수의 값을 “ $\infty$ ”로 대치하였다. 그리고, 앞에서 정의된 비용함수들에 미리 양자화된 스케일링 값  $\alpha_k$ 들을 대입하여 최소 비용을 낼 때의 스케일링을 현재 정의역블록의 스케일링 인자  $\alpha_s$ 로 결정한다.

$$\alpha_s = \arg \min_k \{COST(i; j, \alpha_k)\} \quad (11)$$

Fisher 등[6-8]의 방법에서는 실제 상관계수를 구하여 (6)식으로부터 최적의 스케일링을 계산한 후 그 값을 양자화한다. 그런데, (6)식으로 스케일링 인자를 계산하기 위해서는 지역블록과 정의역블록 사이의 상관계수의 계산이 필요하다. 그리고, Jacquin의 방법에서는 앞에서 설명한 바와 같이 지역블록의 특징에 따라 각각 다르게 스케일링 인자를 계산하였는데, 이 방법은 중간블록의 경우는 각 스케일링에 대해 프렉탈 근사화를 해야하고, 에지블록인 경우 영역분할을 하여야하기 때문에 계산량이 많이 필요하다. 반면에, 제안된 방법에서는 하나의 정의역블록에 대해 블록들끼리의 상관계수 계산이나 MSE 조사 없이 (11)식만을 양자화된 스케일링의 개수만큼 (11)식만을 반복 계산하면 되므로 처리시간을 단축시킬 수 있다.

## 2. 정의역블록의 탐색여부 결정

Jacquin의 프렉탈 부호화에서 정의역블록 탐색은 지역과 같은 부류의 탐색범위 내에 있는 모든 정의역블록에 대하여 지역블록과의 MSE를 조사하여 가장 작은 MSE를 나타내는 정의역블록을 찾고 그때의 스케일링 및 밝기변이, 등장변환 파라미터 그리고, 정의역블록의 위치 등의  $\tau_i^*$ 를 구하는 과정이다. 본 연구에서는 탐색대상이 되는 모든 정의역블록들과의 MSE를 조사하는 대신에, (10)식에서 정의된 비용함수를 조사하여 탐색여부를 결정하고, 탐색해야 하는 블록에 대해서만 MSE를 조사하여  $\tau_i^*$ 를 구한다. 이때, 이러한 조건부 탐색에 의한 성능저하를 보상하기 위하

여 정의역블록의 탐색대상을 같은 부류 내로 제한하지 않고 탐색범위 내에 있는 모든 정의역블록에 대하여 탐색여부를 결정하였다.

제안된 방법을 구체적으로 설명하면 다음과 같다. 먼저, 탐색범위내의 모든 정의역블록에 대하여 비용함수가 문턱값  $TH$ 보다 작은 정의역블록들에 대해서만 MSE를 조사하여 MSE가 가장 작은 정의역블록을 찾고 그때의 최소 MSE (MMSE)와 스케일링 및 밝기변이, 등장변환 파라미터 그리고, 정의역블록의 위치 등의  $\tau_i^*$ 를 저장한다. 그리고, 이러한 방법으로 탐색이 잘 되지 않아서 MMSE가 미리 정해진 MSE에 대한 문턱값  $TH_{MSE}$  (Jacquin 알고리즘에서 부모블록을 자식블록들로 분할할 것인지를 결정짓는 문턱값)보다 큰 경우 비용함수에 대한 문턱값을 2배 증가시켜 보다 넓은 범위에 대해서 앞의 과정을 반복 수행하였다. 제안한 정의역블록의 탐색 과정을 pseudo code로 나타내면 다음과 같다.

procedure domain block search( $TH$ : threshold value)

$MMSE := 0$

for  $j := 1$  to  $J$

    if  $COST(i; j, \alpha_s) < TH$

        block search()

if  $MMSE \geq TH_{MSE}$

$TH := 2 TH$

for  $j := 1$  to  $J$

    if  $COST(i; j, \alpha_s) < TH$

        block search()

{The output is  $\tau_i^*$ }

procedure block search()

if  $MMSE > MSE(i; j, \alpha_s)$

$MMSE := MSE(i; j, \alpha_s)$

$\tau_i^* := \tau_i(D_j)$

{end of block search}

여기서,  $J$ 는 탐색범위내에 있는 정의역블록의 총 개수이다. 그리고, 비용함수에 대한 문턱값  $TH$ 은 (7-b)식에서 프렉탈 근사화의  $LMSE$ 가 지역블록의 분산  $\sigma^2_{R_i}$ 에 비례한다는 사실에 근거해서 다음과 같이 설정하였다.

$$TH = C * \sigma^2_{R_i} \tag{12}$$

여기서, C는 비례상수이다. 이 문턱값은 지역블록의 분산 크기에 따라 그 값이 변하므로 지역블록의 특성에 따라 적응적으로 조절되는 효과를 갖고 있다. 제안된 스케일링 계산방법과 탐색여부 결정의 구성도는 그림 3과 같다.

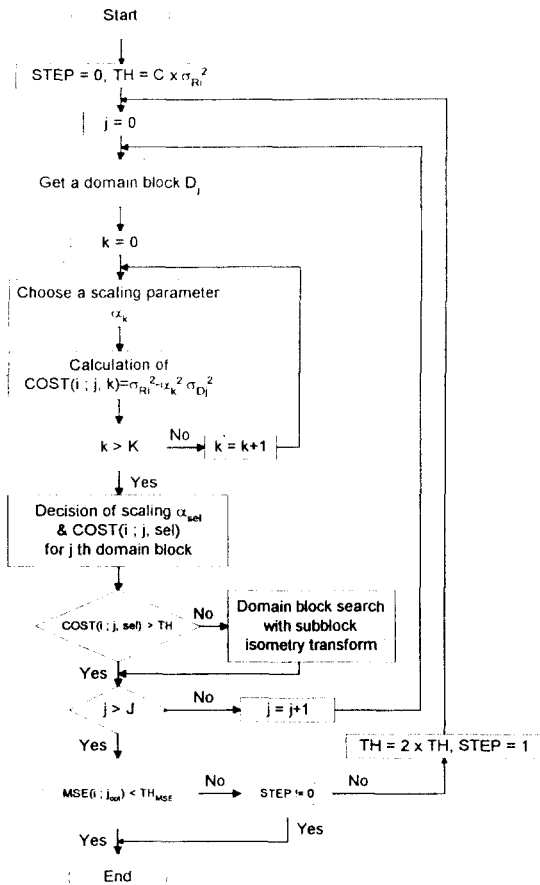


그림 3. 제안된 스케일링 계산 및 정의역블록 탐색여부 결정 방법

Fig. 3 Proposed method of scaling calculation and decision of domain block search.

기존 Fisher나 Jacquin의 정의역블록 탐색방법에서는 블록분류에 따라 지역블록과 동일 부류에 속한 정의역블록들만 탐색한다. 조사된 바에 의하면 지역블

록과 다른 부류에서도 정의역블록들이 최선의 것으로 선택되는 것으로 나타났다. 제안한 방법에서는 정의역블록의 탐색대상을 같은 부류 내로 제한하지 않음으로써 그렇지 않은 경우보다 계산량은 다소 증가 하더라도 조건부 탐색에 의한 성능저하가 다소 보상 되도록 하였다.

### 3. 등장변환 파라미터의 계산

Jacquin의 프랙탈 부호화에서 에지블록의 부호화는 등장변환을 이용하여 지역블록에 대한 최적의 정의역블록을 탐색한다. 여기서, 등장변환의 파라미터를 찾기 위해 모든 정의역블록들을 회전 또는 반전 변환시켜 지역블록과 비교하는 일은 프랙탈 부호화에서 많은 시간이 필요한 작업이다. 본 연구에서는 이러한 등장변환 파라미터를 추출하는데 필요한 탐색의 계산량을 줄이기 위하여 그림 4와 같이 지역 및 정의역블록을 4개의 부분블록으로 나눈 후 각 부분블록들의 평균을 취하여 부분블록의 평균으로 2x2 블록을 구성하고, 2x2 블록들끼리 비교하는 방법을 사용하였다. 그림에서 부분블록의 평균  $m_i$ 는 다음과 같이 계산한다.

$$m_i = \frac{4}{M \times N} \sum_{(x, y) \in S_i} f(x, y) \tag{13}$$

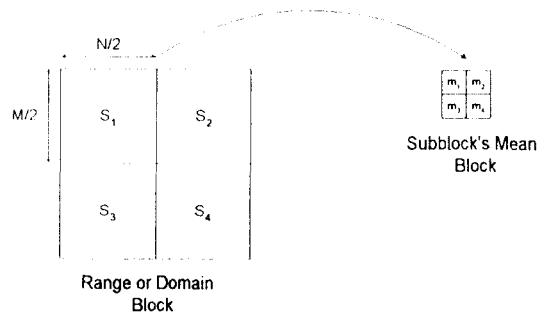


그림 4. 부분블록의 평균을 이용한 2x2 블록 구성

Fig. 4 Construction of 2x2 block by subblock means.

제안된 방법에서는 그림 4와 같이 정의역블록의 부분블록 평균으로 구성된 2x2 블록을 지역블록의 부분블록 평균으로 구성된 2x2 블록에 최적으로 근사화되도록 하는 등장변환 파라미터를 찾고, 구해진 등장변환의 파라미터를 사용하여 원래의 해상도에서 지역

블록에 대해서 최적의 정의역블록을 탐색한다. 그리고, 추가적으로 정의역블록의 탐색시 MSE를 계산할 때 현재까지 누적된 오차가 이전까지의 다른 정의역블록 탐색시 계산된 최소의 MSE보다 큰 경우 비교를 중지하는 조건문을 두어 불필요한 계산을 줄였다.

Jacquin의 프랙탈 부호화에서는 등장변환의 파라미터를 찾기 위해 모든 정의역블록들을 회전 또는 반전 변환시켜 지역블록과 비교하였고, Fisher의 프랙탈 부호화에서는 부블록의 평균 및 분산을 이용한 블록 분류 자체에 방향성 정보를 가지고 있어서 동일 방향의 블록들만을 비교한다. 반면 제안된 방법은 부블록의 평균으로 구성된 지역과 정의역블록 사이의 MSE를 조사하여 등장변환을 찾는 구조로 부블록의 방향성만으로 등장변환을 결정하는 Fisher의 방법보다는 다소 정확한 등장변환을 얻을 수 있다.

#### 4. 계산량 비교

제안된 방법의 기존 Jacquin 방법에 대한 계산량 측면에서 효율성을 조사하기 위하여 두 방법의 블록 비교 횟수를 수식적으로 비교할 수 있다.

먼저, Jacquin 프랙탈 부호화의 계산량을 구하면 다음과 같다. Jacquin의 세 가지 부류(에지블록, 중간블록, 평탄블록)중 블록비교가 필요한 부류는 에지와 중간블록 뿐이므로 이 두 가지 블록 종류에 대해서 블록비교 횟수를 계산한다. 여기서, 부모블록에 비례한 자식블록의 계산량은 크기의 비에 따라 약 1/4정도의 계산량이 필요하다고 가정하면 블록비교 횟수의 계산식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{중간: } C_m &= 4P_{mR} \left(\frac{M}{R}\right)^2 2^4 2^4 P_{mD}, \\ &+ 4 \frac{1}{4} P_{mR} \left(\frac{2M}{R}\right)^2 2^5 2^5 P_{mD}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{에지: } C_e &= 8P_{eR} \left(\frac{M}{R}\right)^2 2^4 2^4 P_{eD}, \\ &+ \frac{1}{4} 8P_{eR} \left(\frac{2M}{R}\right)^2 2^5 2^5 P_{eD}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{합계: } C_J &= C_m + C_e \\ &= (P_{mR}P_{mD} + 4P_{mR}P_{mD} + 2(P_{eR}P_{eD} + 4P_{eD}P_{eD})) \\ &\left(\frac{M}{R}\right)^2 2^{10} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $P_{mR}$ ,  $P_{mR}$ 는 각각 영상 내에서 중간블록으로 분류된 부모와 자식 지역블록들의 확률이고,  $P_{eR}$ ,  $P_{eR}$ 는 각각 에지블록으로 분류된 부모와 자식 지역블록들의 확률이다. 다음,  $P_{mD}$ ,  $P_{mD}$ 와  $P_{eD}$ ,  $P_{eD}$  각각 중간블록, 에지블록으로 분류된 정의역블록들의 확률이다. 그리고, 4는 중간블록에서 최적의 양자화된 스케일 찾기 위해 필요한 비교횟수이고, 8은 에지블록에서 등장변환 파라미터를 찾기 위해 필요한 비교횟수이다.  $R$ 는 부모 지역블록 크기,  $M$ 는 영상의 크기이다. 그리고, Jacquin 방법에서 탐색되는 정의역블록의 위치 정보를 나타내기 위하여 부모블록의 경우 각 방향으로 4비트가 할당되고 자식블록의 경우 각 방향으로 5비트가 할당되므로 탐색되는 정의역블록의 총 개수는 부모블록은  $2^4 \times 2^4$ 개 자식블록은  $2^5 \times 2^5$ 개가 된다.

다음, 제안된 방법의 블록비교 횟수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{중간: } C_m &= P_{mR} \left(\frac{M}{R}\right)^2 2^4 2^4 P_{imm}, \\ &+ \frac{1}{4} P_{mR} \left(\frac{2M}{R}\right)^2 2^5 2^5 P_{imm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{에지: } C_e &= 1.5P_{eR} \left(\frac{M}{R}\right)^2 2^4 2^4 P_{ine}, \\ &+ \frac{1}{4} 3P_{eR} \left(\frac{2M}{R}\right)^2 2^5 2^5 P_{ine}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_P &= C_m + C_e \\ &= (P_{mR}P_{imm} + 4P_{mR}P_{imm} + (1.5P_{eR}P_{ine} + 3 \cdot 4P_{eR}P_{ine})) \\ &\left(\frac{M}{R}\right)^2 2^8 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $P_{imm}$ ,  $P_{imm}$ 는 각각 제안된 방법의 중간블록으로 분류된 부모와 자식 지역블록이 탐색범위 내에서 블록비교를 할 횟수를 확률로 나타낸 값이고,  $P_{ine}$ ,  $P_{ine}$ 는 각각 에지블록으로 분류된 지역블록의 블록비교를 할 확률이다. 그리고, 1.5 및 3은 에지블록을  $2 \times 2$ 블록으로 줄여서 비교하는 경우 부모 및 자식블록의 회전 및 반전에 필요한 계산량이다. (14)와 (15)식으로부터 제안된 방법과 Jacquin 방법의 블록비교 횟수의 비를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{C_J}{C_P} = \frac{4(P_{mR}, P_{mD}, + 4P_{mR}, P_{mD}, + 2(P_{eR}, P_{eD}, + 4P_{eR}, P_{eD},))}{(P_{mR}, P_{imR}, + 4P_{mR}, P_{imR}, + (1.5P_{eR}, P_{ine}, + 12P_{eR}, P_{ine},))} \quad (16)$$

(16)식에서 중간블록의 비율이 에지블록보다 작거나 비슷한 경우에 전체 계산량에서 에지블록의 계산량이 큰 비중을 가지고 있으므로 중간블록에 대한 계산량을 무시하면 다음과 같이 간소화할 수 있다.

$$\frac{C_J}{C_P} \cong \frac{8(P_{eR}, P_{eD}, + 4P_{eR}, P_{eD},)}{1.5P_{eR}, P_{ine}, + 12P_{eR}, P_{ine},} \quad (17)$$

#### IV. 실험 결과 및 고찰

본 연구에서 제안한 방법의 효율성을 조사하기 위하여 제안한 알고리즘과 기존 Jacquin 알고리즘의 성능을 실험적으로 비교하였다. 실험영상으로는 8비트 256×256 Lena 및 Girl 영상을 사용하였다. 그리고 실험에 사용된 기기는 IBM-PC 586 60MHz 호환기종이다.

먼저, 그림 5는 실험에 사용된 영상 및 Jacquin방법에 의한 블록분류 결과를 도시하고 있다. 그림에서 (a), (c)는 실험에 사용된 원래 영상이고, (b), (d)는 Jacquin이 사용한 분류알고리즘에 의해 분류된 결과이다. 여기서 밝은 부분은 평탄영역, 중간밝기 부분은 중간영역, 가장 어두운 부분은 에지 영역을 각각 나타낸다. 그림으로부터 실험에 사용된 Lena 영상은 에지블록이 가장 많이 있고, 중간블록과 평탄블록이 비슷하게 분포하는 반면에 Girl 영상은 중간블록이 많이 있고, 그 다음 에지블록이 있는데 평탄블록은 거의 없는 영상들임을 알 수 있다. 따라서, 분류결과 실험에 사용된 두 영상의 특징으로는 Lena 영상은 밝기 변화가 심한 영상이고, Girl 영상은 큰 밝기 변화는 없지만 영상전체에서 완만한 변화성분을 가진 영상이라고 말할 수 있다.

다음, 이러한 특징을 가진 영상들에 대해 제안한 방법과 Jacquin 알고리즘의 계산량 비를 이론적으로 비교하였다. 표 1은 (16)식을 이용하여 두 방법의 계산량을 비교할 때 필요한 파라미터들을 나타낸다. 이러한 값을 사용하여 (16)식으로 두 방법에 대한 블록 비교 횟수의 비를 구하면 제안한 방법이 Jacquin 방법에 비해 계산량이 Lena 영상에서 0.15, Girl 영상에

서 0.15로 줄어들음을 알 수 있다. 그리고, 제안한 방법과 Jacquin 알고리즘과의 실제 성능을 PSNR과 부호화 시간 측면에서 비교하였는데 결과는 표 2와 같다. 이때 사용된 비례상수는 C=0.28로 하였다. 표 2의 결과로부터 제안한 방법에 의해 PSNR적인 측면에서 Lena 영상에서의 화질 저하는 0.11dB이고, Girl 영상에서의 화질 저하는 0.22dB로써 두 영상에 대해 화질 저하는 매우 적음을 알 수 있다. 뿐만 아니라, 주관적 화질면에서도 화질의 저하가 거의 발생하지 않는 것으로 나타났다. 그리고, 부호화 시간 측면에서 Lena 영상과 Girl 영상 모두에 대해 0.15 정도로 계산 시간이 감소됨을 알 수 있다.

계산량 감소에 대한 제안된 방법의 각 방안들의 기여도를 분석하기 위하여 각 방안을 단계적으로 적용하여 부호화 시간을 조사한 결과는 표 3과 같다. 표 3에서 방법 1은 기존 Jacquin의 방법에 제안된 스케일링 파라미터 계산 방안을 적용하는 방법이고, 방법 2

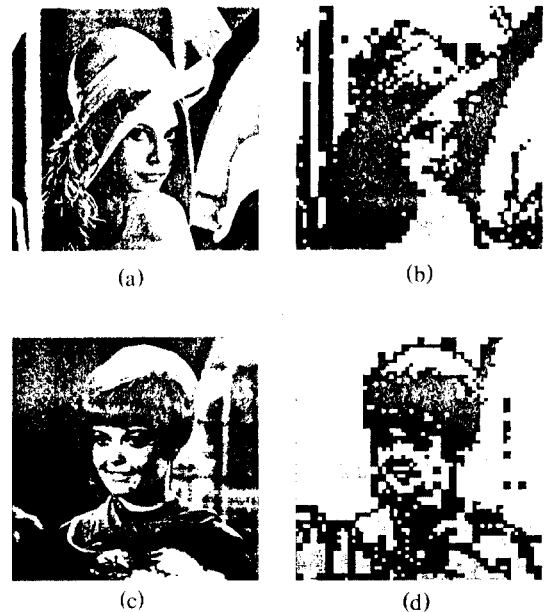


그림 5. 실험 영상 및 이들 영상에 대한 블록 분류 결과: (a) Lena 영상, (b) Lena 영상의 블록분류 결과, (c) Girl 영상, (d) Girl 영상의 블록분류 결과

Fig. 5 Test images and block classified results for test images : (a)Original Lena, (b)Block classified result for Lena, (c)Original Girl, (d)Block classified result for Girl.



는 여기에 제안된 탐색여부 결정 방안까지 추가한 것이다. 방법 3은 제안된 등장변환의 파라미터 추출을 추가한 것이다. 표에서 계산량의 비율은 Jacquin 방법에 대한 각 방법의 계산량 비를 나타내고 있다. 표로부터 제안된 방법들 중에서 속도를 향상시키는데 기여가 큰 방안 순으로 정리하면 등장변환의 파라미터 추출, 정의역블록 탐색여부 결정, 스케일링 계산을 알 수 있다.

또한, 제안한 방법에서 정의역블록 탐색대상을 Jacquin 방법에서와 같이 치역블록과 같은 부류로 제한하여 실험을 수행한 결과, 부호화 시간은 약 1/8로 되고 성능저하는 Lena영상의 경우 0.65dB, Girl 영상의 경우 0.53dB 정도 되는 것으로 나타났다. 이러한 사실은 제안된 방법에서 정의역블록 탐색시 탐색대상을 제한을 두지 않음으로써, 부호화 시간은 그렇지 않은 경우보다 다소 증가하여 약 1/7이 되었으나 성능저하는 0.2dB 이내로 한정시킬 수 있었음을 보여준다.

표 1. (16)식의 각종 파라미터들의 값 및 계산량 비율의 이론적 비교

Table 1. Values of various parameters in (16) and theoretical comparison of the ratio of computational loads.

Parameters	Lena		Girl	
	Jacquin	Proposed	Jacquin	Proposed
Parent edge block probability[%]	0.58		0.41	
Child edge block probability[%]	0.32		0.19	
Parent midrange block probability[%]	0.27		0.49	
Child midrange block probability[%]	0.07		0.08	
Parent edge block search region[%]	0.71	0.37	0.72	0.44
Child edge block search region[%]	0.53	0.25	0.46	0.21
Parent midrange block search region[%]	0.23	0.19	0.36	0.23
Child midrange block search region[%]	0.27	0.19	0.30	0.18
The ratio of computational loads	0.15		0.15	

표 2. 제안한 방법과 Jacquin의 방법 부호화 성능 비교

Table 2. Performance comparison of the proposed method and Jacquin's method.

Images	Lena		Girl	
	Jacquin	Proposed	Jacquin	Proposed
PSNR[dB]	28.67	28.56	31.62	31.40
CPU time[sec]	964	137	658	97
Time ratio	0.14		0.15	
Bit-rate[bpp]	0.83		0.70	

표 3. 제안된 방법의 부호화 계산량 분석

Table 3. Analysis of encoding time in the proposed method.

Method	Lena		Girl	
	Time	Time ratio to Jacquin method	Time	Time ratio to Jacquin method
Jacquin method	964[sec]	1.00	658[sec]	1.00
Method 1	787[sec]	0.82	515[sec]	0.78
Method 2	386[sec]	0.40	263[sec]	0.40
Method 3	137[sec]	0.14	97[sec]	0.15

Method 1 : proposed scaling

Method 2 : proposed scaling + domain search

Method 3 : proposed scaling + domain search + subblock isometry

## V. 결 론

본 연구에서는 프랙탈 근사화의 LMSE 해석 및 부블록 특징에 근거하여 스케일링, 정의역블록의 탐색 여부 결정, 등장변환 파라미터의 추출 등을 수행함으로써 고속으로 부호화를 하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법의 스케일링 파라미터 결정 및 정의역블록의 탐색여부를 결정은 프랙탈 근사화 수식의 LMSE 적인 해석에 근거하여 수행하였고, 에지블록에 대해서는 부블록 평균으로 축소된 치역 및 정의역블록을 이용하여 등장변환 파라미터를 계산하였다. 제안한 방법의 효율성을 조사하기 위하여 제안한 방법과 기존 Jacquin 알고리즘의 성능을 비교 분석하였다. 실험 결과로부터 제안한 방법의 경우 PSNR 측면 뿐만 아니라 주관적 화질면에서도 기존의 Jacquin 알고리즘과 비교하여 성능의 큰 저하 없이 부호화 시간이 약 1/7로 감소됨을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press., Boston 1988.
2. M. F. Barnsley, L. P. Hurd, *Fractal Image Compression*, AK Peters, Ltd. Wellesley, 1992.
3. A. E. Jacquin, "Fractal image coding: A review," *Proc. IEEE*, vol. 81, No. 10, Oct. 1993.
4. A. E. Jacquin, "Fractal image coding based on a theory of iterated contractive image transformations," *SPIE VCIP'90*, vol. 1360, pp. 227-239, 1990.
5. A. E. Jacquin, "A fractal theory of iterated Markov operators with applications to digital image coding," Ph.D. dissertation, Georgia Tech., Atlanta, 1989.
6. Y. Fisher, *Fractal Image Compression: Theory and Application*, Springer-Verlag, New York, 1995.
7. Y. Fisher, E. W. Facobs and R. D. Boss, "Iterated transform image compression," Naval Ocean Systems Center Technical Report 1408, Apr. 1991.
8. Z. Zhang, "Hybrid fractal image coding method," *SPIE VCIP'96*, vol. 2727, pp. 1360-1366, 1996.
9. 김상현, 김남철, "Affine 변환 특성을 이용한 고속 프랙탈 부호화," 제9회 신호처리합동학술대회 논문집, 1996년 10월.

金 祥 鉉(Sang Hyun Kim)

정희원

1968년 6월 12일생

1991년 2월: 경북대학교 전자공학과(공학사)

1993년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과(공학석사)

1993년 3월~현재: 경북대학교 대학원 전기 및 전자공학과 박사과정

※주관심분야: 영상압축 및 영상처리

金 南 哲(Nam Chul Kim)

정희원

1955년 7월 29일생

1978년 2월: 서울대학교 전자공학과(공학사)

1980년 2월: 한국과학원 전기 및 전자공학과(공학석사)

1984년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사)

1991년 8월~1992년 8월: 미국 Syracuse대학 전기 및 전산공학과 객원교수

1984년 4월~현재: 경북대학교 전기 및 전자공학과 교수

※주관심분야: 영상압축, 영상처리 및 컴퓨터비전