

# 구속 조건을 사용한 공액 경사법에 의한 정칙화 반복 복원 처리

正會員 김 승 목\*, 홍 성 용\*\*, 이 태 흥\*\*\*

## Regularized Iterative Image Restoration by using method of Conjugate Gradient with Constraint

Seung Moog Kim\*, Sung Yong Hong\*\*, Tae Hong Lee\*\*\* *Regular Members*

### 요 약

공액 경사법을 이용한 정칙화 반복 복원 방법에 관하여 논하였다. 기존의 반복 복원 방법에 비하여, 공액 경사법을 이용한 반복 복원 방법은 초선형적인 속도로 해에 수렴한다는 장점을 지닌다. 그러나, 이와 같은 성질로 인해 잡음과 흐려짐현상으로 훼손된 영상을 복원하는 과정에서 잡음의 증폭이나 파문 현상과 같은 결함을 갖게 된다. 본 논문은 구속 조건을 적용한 정칙화 공액 경사법을 제안한다. 정칙화 공액 경사법에 정칙화 구속 조건과 정칙화 면수를 적용함으로써, 영상에서 윤곽 부분의 평활화없이 파문 현상을 감소시킬 수 있을 뿐 아니라, 가산 잡음의 증폭을 억제할 수 있다는 장점을 지닌다. 실험 결과를 통하여 기존의 정칙화 반복 복원 방법에 비해 본 논문에서 제안한 방법이 수렴비에 우수함을 증명하였다.

### ABSTRACT

This paper proposed a regularized iterative image restoration by using method of conjugate gradient. Compared with conventional iterative methods, method of conjugate gradient has a merit to converge toward a solution as a super-linear convergence speed. But because of those properties, there are several artifacts like ringing effects and the partial magnification of the noise in the course of restoring the images that are degraded by a defocusing blur and additive noise. So, we proposed the regularized method of conjugate gradient applying constraints. By applying the projection constraint and regularization parameter into that method, it is possible to suppress the magnification of the additive noise. As a experimental results, we showed the superior convergence ratio of the proposed method compared with conventional iterative regularized methods.

\*영남대학교 전기전자공학부  
 \*\*대구전문대학 전자계산학과  
 \*\*\*영남대학교 전기전자공학부  
 論文番號:97123-0401  
 接受日字:1997年 4月 1日

## I. 서 론

잡음과 흐려짐에 의해 훼손된 영상을 반복 처리 방법에 의해 복원할 수 있다. 기존의 방법에 비해 반복 처리 방법은 복원 과정에서 영상을 흐려지게 하는 점 확산 함수(point spread function)의 역행렬을 직접 구할 필요가 없는 것이 장점이다. 복원과정을 관찰함으로써 최적의 복원 상태를 구할 수 있을 뿐 아니라, 원 영상에 대한 사전 지식을 적용하여 잡음의 증폭이나 복원 과정에서 발생할 수 있는 복원 오차를 제어할 수 있는 구속 변수(constraint)를 적용할 수 있다.

그러나 기존의 반복 복원의 경우, 잡음이나 점 확산 함수에 의해 약조건(ill-condition)이나 특이점(singularity)의 문제에 직면했을 경우 잡음의 증폭이나 심각한 복원 오차에 의해 복원 영상의 질의 저하를 초래하게 된다. 이러한 경우, 정칙화 이론을 반복 복원 과정에 적용함으로써 약조건이나 특이점에 의한 오차를 억제할 수 있다.

정칙화 이론은 Tikhonov[5]와 Miller[6] 등에 의해 제안되어진 것으로서, Hunt[7] 등은 구속 조건을 적용한 최소 자승법(constrained least squares estimate)에 의한 훼손된 영상의 복원에 관한 알고리즘을 제안하였고, Biemond[8] 등은 Jacobi 방법에 정칙화 이론을 적용함으로써, 과분 현상(ringing effect)에 의한 복원 오차를 감소시키는 방법을 제안하였으며, Katsagelos [9] 등은 인간의 시각 체계(Human visual system)를 고려한 정칙화 항을 정칙화 반복 복원에 적용함으로써 복원 효과를 증대하는 방법을 제안하였다.

그러나 이와 같은 방법은 반복 복원시 약조건 등의 문제에 직면하였을 경우, 수렴 속도가 느려지거나 잘못 추정된 정칙화 구속 조건의 영향으로 인해 복원 오차와 잡음의 증폭을 초래하는 문제점이 있다. 그러므로, Biemond[4] 등은 반복 복원시 수렴 속도를 가속화하기 위한 방법으로, 정칙화 이론을 적용한 급경 강하법(steepest descent method)과 공액 경사법(conjugate gradient method) 등을 제안하였다.

정칙화된 공액 경사법은 복원 과정에서 구속 조건을 적용함으로써 기존의 정칙화 반복 복원 방법에 비해, 초선형적인 수렴 속도를 갖는다는 장점이 있으나, 방향 벡터들이 공액(conjugacy)의 성질을 만족하지 못하거나 국부적으로 심각한 잡음의 증폭을 초래할

경우, 오히려 기존의 방법보다도 악화된 복원 영상을 추정하게 된다. 또, 기존의 방법보다도 과분 현상이 더욱 심각하게 된다는 단점이 있다.

본 논문에서는, 잡음의 증폭을 억제하기 위한, 구속 조건을 이용한 정칙화 공액 경사법을 제안한다. 이 방법은 구속 조건을 복원 영상의 각 화소별로 추정하여 적용함으로써 평면에서의 잡음의 증폭 뿐만 아니라 유클리드의 복원 효과를 향상시킬 수 있다는 장점을 지닌다. 또, 볼록(convex)의 성질을 만족하는 정칙화 변수를 매 반복당 추정하여 적용함으로써, 복원효과를 증대할 수 있다.

이 방법을 잡음이 섞인 비축점에 의해 흐려진 영상에 적용함으로써, 제안한 방법의 우수성을 입증하였다.

본 논문은 2절에 공액 경사법에 의한 정칙화 반복 복원을, 3절에 구속 조건을 적용한 공액 경사법에 의한 정칙화 반복 복원을, 4절에 각각의 방법에 대한 실험 결과에 관하여 각각 논하였다.

## II. 공액 경사법에 의한 정칙화 반복 복원

영상은 움직임(motion)과 비축점(defocusing), 대기 산란(atmospheric turbulence)과 같은 선형적인 흐려짐과 백색 가우시안 잡음(white gaussian noise)과 같은 가산 잡음에 의해 훼손될 수 있는데, 선형적이고 위치 불변(space-invariant)한 영상 복원에서 이러한 훼손된 영상은

$$g(i, j) = h(i, j) * f(i, j) + n(i, j) \quad (1)$$

과 같이 나타내어진다. 단,  $i, j$ 는 공간 좌표이고  $h(i, j)$ 는 공간 불변한 점 확산 함수(point spread function)이다. 식(1)과 같이 훼손된 영상으로부터 원영상을 복원하는 방법중 역여파기(inverse filter)를 이용한 방법은 점 확산 함수  $h(i, j)$ 의 역함수를 식(1)에 컨벌루션하는 것이다. 이러한 역여파기에 의해 복원된 영상을 주파수 영역으로 표시하면

$$\begin{aligned} \hat{F}(\omega_1, \omega_2) &= \frac{G(\omega_1, \omega_2)}{H(\omega_1, \omega_2)} \\ &= F(\omega_1, \omega_2) + \frac{N(\omega_1, \omega_2)}{H(\omega_1, \omega_2)} \end{aligned} \quad (2)$$

과 같다. 단,  $G, H, F, N$ 은 각각 훼손된 영상, 점 확산 함수, 원영상, 잡음을 공간 주파수 영역에서 표현한 것이고,  $\omega_1, \omega_2$ 는 공간 주파수 영역의 좌표이다. 식(2)와 같이 복원된 영상의 복원 오차는

$$\begin{aligned} \|\hat{F}(\omega_1, \omega_2) - F(\omega_1, \omega_2)\| &= \left\| \frac{N(\omega_1, \omega_2)}{H(\omega_1, \omega_2)} \right\| \\ &= \sqrt{\sum_{\omega_1, \omega_2} \left| \frac{N(\omega_1, \omega_2)}{H(\omega_1, \omega_2)} \right|^2} \end{aligned} \quad (3)$$

과 같이 주어지는데, 이와 같이 역행렬에 의해 복원된 영상의 경우 약조건에 의해 큰 잡음 오차가 발생하게 된다. 특히, 고주파 영역에 존재하는 잡음의 증폭에 의해 복원 영상이 심각하게 훼손되어진다.

반복 처리 방법중, 수렴 속도를 더욱 향상시키기 위하여 최적화 방법(optimization method)중의 하나인 공액 경사법을 사용할 수 있다. 이 방법이 갖는 장점 중의 하나는 수렴 속도가 초선형적(superlinear)이라는 것으로서, 만약 절사(rounding off) 오차와 같은 산술 연산 상의 오차가 발생하지 않는다고 가정하면 한정된 반복 횟수내에 해에 수렴할 수 있는 장점을 지닌다. 또, 산술 연산 상의 오차를 고려하더라도 다른 반복 처리 방법에 비해 우수한 수렴 속도를 갖는다.

영상 복원시 발생 가능한 복원 오차

$$\Phi(\hat{f}_k) = \|g - H\hat{f}_k\|^2 + \alpha \|C\hat{f}_k\|^2 \leq 2\epsilon^2 \quad (4)$$

를 최소화하기 위해 Miller의 정칙화 이론을 적용했을 경우 공액 경사법 알고리즘은

$$\begin{aligned} r_k &= -\frac{1}{2} \nabla_{f_k} \Phi(\hat{f}_k) = -(H^T H + \gamma C^T C) \hat{f}_k + H^T g \\ p_k &= r_k + \beta_k p_{k-1} \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \alpha_k p_k \end{aligned} \quad (5)$$

과 같다.

공액 경사법에서는 매 반복횟수당  $\beta$ 의 값을 최적화하여 수렴 속도를 향상시킬 수 있다.  $\alpha_k$ 의 최적 값은 목적 함수  $\Phi(\hat{f}_k + \alpha_k p_k)$ 를 최소화함으로써 구할 수 있으며, 변수  $\beta_k$ 와  $\alpha_k$ 의 값은

$$\beta_k = \frac{\|r_k\|^2}{\|r_{k-1}\|^2} \quad (6)$$

$$\alpha_k = \frac{r_k^T p_k}{\|H p_k\|^2 + \gamma \|C p_k\|^2} \quad (7)$$

이다.

최적화 이론에 근거한 공액 경사법은 반복 복원 방법으로는 매우 효율적이거나, 부가적인 기억 용량 등으로 인해, 구속 조건이나 공간 변화 복원 방법(spatially variant restoration method)을 적용하기가 어렵다는 단점도 있다. 또한, 공액 경사법이 갖는 빠른 수렴 속도로 인해 비선형적인 구속 조건을 직접 적용하기가 어렵기 때문에, 이러한 구속 조건을 적용하기 위한 여러 가지 방법이 제안되고 있다. 그러나 이러한 방법들은 복잡한 계산에 의한 계산량의 증가, 영상의 성질 등에 대한 구속 조건의 강한 종속성과 같은 단점을 갖는다.

구속 조건  $P$ 를 적용할 경우 식(5)의 복원해는

$$\hat{f}_{k+1} = P[\hat{f}_k + \alpha_k p_k] \quad (8)$$

과 같다. 많은 반복 처리 방법에 있어서, 구속 조건을 반복 처리 알고리즘에 적용하고 있으며, 반복 처리 알고리즘의 최적화에는 매우 큰 영향을 미칠 수 있다. 단, 구속 조건을 적용하지 않을 때와 비교할 경우, 변수  $\beta_k$ 와  $\gamma_k$ 의 값을 구하는 과정이 복잡해진다는 단점이 있다.

구속 조건을 적용하였을 경우, 최적화된 변수  $\alpha_k$ 의 값은  $\alpha_k$ 에 대해  $\Phi(P[\hat{f}_k + \alpha_k p_k])$ 를 최소화하여

$$\alpha_k = \frac{(p_k, r_k)}{\|H^T P p_k\|_R^2 + \gamma \|C P p_k\|_S^2} \quad (9)$$

과 같은 최적의  $\alpha_k$  값을 구할 수 있다.

매 반복당 최적화된  $\alpha_k$ 를 사용함으로써  $\Phi(\hat{f}_k)$ 는 점진적으로 감소하게 되고 반복 복원 해는 수렴하게 된다.

공액 경사법은  $p_k$ 와  $r_k$ 를 계산하는 과정에서 최대 경사법에 비해 계산량이 증가하지만, 기타 반복 처리 방법에 비해 우월한 수렴 속도를 나타낸다.

### III. 구속 조건을 적용한 공액 경사법에 의한 정칙화 반복 복원

정칙화 이론을 적용한 기존의 공액 경사법에 의한 훼손된 영상의 복원의 경우, 정칙화 최대 경사법에 비해 약조건의 상황에 있어서도 수렴 속도가 향상된다는 장점이 있다. 그러나 공액 경사법에 있어서, 방향 벡터가 공액의 성질을 만족하지 않거나 과문 현상이나 잡음의 증폭이 발생할 경우 기존의 반복 복원 방법보다도 복원의 질이 저하된다.

공액 경사법에 의한 반복 복원시, 최적의 정칙화 변수의 값을 추정·영상의 복원에 적용함으로써, 복원 오차들을 억제할 수 있다. 그런데 실제 영상의 복원에 있어서, 훼손된 영상에 존재하는 잡음의 정확한 분산값을 추출하기란 불가능하므로 최적의 정칙화 값을 추정할 수 없다.

그러므로, 본 논문에서는 기존의 방법에서 발생 가능한 복원 오차를 억제하기 위해

$$\hat{f}_{k+1}(i, j) = (1 - P_k(i, j)) m_{f_k}^j(i, j) + P_k(i, j) \hat{f}_k(i, j) + P_k(i, j) \alpha_k p_k(i, j) \quad (10)$$

과 같이 구속 조건을 적용한 정칙화 공액 경사법을 제안한다. 단  $m_{f_k}^j(i, j)$ 은 화소  $(i, j)$ 에서의 복원 영상의 평균이다.

$P_k(i, j)$ 는  $k$ 번 반복 복원시 복원 영상에 있어서 평면과 윤곽부근에서의 잡음의 증폭을 억제하기 위하여 사용되어지는 구속 조건으로 분산값이 작은 평면 부분에서는 0에 근사하는 값을 갖고, 변화가 많은 윤곽에서는 1에 근사하는 값을 추정함으로써 반복 복원시 잡음의 증폭을 억제할 수 있다.

식(10)로 부터, 제안된 알고리즘은 평면 부분에서는  $P_k(i, j) \approx 0$ 이므로 반복 복원해는

$$\hat{f}_{k+1}(i, j) \approx m_{f_k}^j(i, j) \quad (11)$$

와 같이 평균값을 갖게 되어 평면에서의 잡음의 증폭을 억제할 수 있으며, 윤곽부분에서는  $P_k(i, j) \approx 1$ 이 되어

$$\hat{f}_{k+1}(i, j) \approx \hat{f}_k(i, j) + \alpha_k p_k(i, j) \quad (12)$$

이 되어 초선형적인 수렴 속도로 해에 수렴하게 된다.

제안한 방법을 이용하여 효율적인 반복 복원 영상을 추정하기 위하여, 복원 오차를 억제하면서 수렴 속도를 가속화하기 위해서는 매 반복마다 최적의 정칙화 변수  $\gamma_k$ 와 복원 영상의 각 화소당 최적의 구속 조건  $P_k(i, j)$ 의 값을 추정할 필요가 있다.

이러한 성질을 만족하는 구속 조건  $P_k(i, j)$  함수로서 국부 선형 최소 평균 자승 오차 (local linear minimum mean square error) 알고리즘[14]이 있다. 관측 영상이

$$g = f + n \quad (13)$$

과 같이 잡음에 의해서만 훼손되었다고 가정할 경우, 국부 선형 최소 평균 자승 오차 알고리즘은

$$\hat{f}_{LLMMSE}(i, j) = m_f^j(i, j) + \frac{\sigma_g^2(i, j) - \sigma_n^2}{\sigma_k^2(i, j)} (g(i, j) - m_g(i, j)) \quad (14)$$

과 같다. 단,  $\sigma_g^2(i, j)$ 과  $\sigma_n^2$ ,  $m_f$ ,  $m_g$ 는 각각, 관측 영상과 가산 잡음의 분산과 평균이다. 이러한 구속 조건은 영상 복원시 윤곽부근을 보존함과 동시에 평면에 존재하는 잡음을 평활화하는 특징을 갖는다. 화소  $(i, j)$ 에서의 국부 평균과 분산은

$$m_g(i, j) = \frac{1}{(2m+1)(2n+1)} \sum_{k=i-m}^{i+m} \sum_{l=j-n}^{j+n} g(k, l) \quad (15)$$

$$\sigma_g^2(i, j) = \frac{1}{(2m+1)(2n+1)} \sum_{k=i-m}^{i+m} \sum_{l=j-n}^{j+n} [g(k, l) - m_g(i, j)]^2$$

과 같이 추정할 경우, 식(13)으로 부터 관측 영상의 분산은 원영상의 분산과 잡음의 분산값의 합이므로, 잡음의 분산값보다 크거나 같은 값을 갖게된다. 그러므로 관측 영상의 분산은

$$\sigma_g^2(i, j) = \max[\sigma_n^2, \sigma_s^2(i, j)] \quad (16)$$

과 같이 함으로써, 관측 영상의 분산이 잡음의 분산보다 작은 경우를 방지한다. 위 함수를 적용함으로

$$\hat{f}_k(i, j) = m_g(i, j) + P(i, j) [g(i, j) - m_k(i, j)] \quad (17)$$

과 같이 가산 잡음이 평활화된 복원 영상을 구할 수

있다.

본 논문에서는 제안된 정칙화 공역 경사법에 의한 영상 복원시, 평면부근에서의 잡음의 증폭을 억제하기 위하여,

$$P(i, j) = \frac{\sigma_g^2(i, j) - \sigma_n^2}{\sigma_g^2(i, j)} \quad (18)$$

구속 조건 [14]를 적용하였고, 또, 정칙화 변수[13][15]

$$\gamma(\hat{f}) = \frac{\|g - H\hat{f}\|^2}{2\|g\|^2 - \|C\hat{f}\|^2} \quad (19)$$

를 각 반복 단계마다 추정하여 적용함으로써 반복 복원시 발생 가능한 잡음의 증폭과 복원 오차를 최소화한다.

#### IV. 실험 및 결과

256 x 256의 화소를 갖는 8 bit "cameraman"과 "lena"를 표준 영상으로 하였을 경우, 흐려짐 현상과 가산 잡음에 의해 훼손된 영상을 제안한 정칙화 공역 경사법과 기존의 정칙화 공역 경사법, "Jan Biemond" 등에 의해 제안된 정칙화 반복 복원 방법, 정칙화 쿼대 경사법으로 처리한 후, 그 결과를 비교·검토하여 제안한 방법의 우수성을 입증하였다.

훼손된 영상은 그림 1의 (b), (d)와 같이, 비춥점 흐려짐에 의해 흐려진 영상에 20dB의 백색 가우시안 잡음이 포함된 것으로서, 점 확산 함수는



(a)



(b)



(c)



(d)

그림 1. 원영상과 훼손된 영상.

Fig. 1. Original and degraded images.

- (a) Original "cameraman" image.
- (b) Noisy blurred image of (a) (20dB BSNR).
- (c) Original "lena" image.
- (d) Noisy blurred image of (c) (20dB BSNR).

$$h(u, v) = \frac{1}{49}, u, v = 0, \dots, 6 \quad (20)$$

과 같은 7 x 7의 크기를 갖는 비초점 흐려짐(defocus blur)을 사용하였다.

각 방법에 의한 복원 정도는

$$SNR \text{ improvement} = 10 \log_{10} \frac{\|f - g\|^2}{\|f - \hat{f}\|^2} \quad (21)$$

와 같이 신호 대 잡음 비의 개선도(SNR improvement)를 이용하여 측정하였다. 단  $f, \hat{f}, g$ 는 각각 원영상과 복원 영상, 훼손된 영상을 의미한다.

본 논문에서는

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

과 같은 2차원 라플라시안 여과기(laplacian filter)를 정칙화 연산자로 사용하였고, 복원 영상의 평균과 분산은

$$m_f^j(i, j) = \frac{1}{(2w_1 + 1)(2w_2 + 1)} \sum_{k=i-w_1}^{i+w_1} \sum_{l=i-w_2}^{i+w_2} \hat{f}(k, l) \quad (23)$$

$$\sigma_f^j(i, j) = \frac{1}{(2w_1 + 1)(2w_2 + 1)} \sum_{k=i-w_1}^{i+w_1} \sum_{l=i-w_2}^{i+w_2} [f(k, l) - m_f^j(i, j)]^2 \quad (24)$$

과 같이 7 x 7의 크기를 갖는 2차원 창을 이용하여 국부적으로 추정하였다.

식(23)과 같이 복원 영상에 대한 평균이 추정되었을 경우, 식(10)과 같이 본 논문에서 제안한 구속 조건을 적용한 공액 경사법에 의한 정칙화 반복 복원 알고리즘을 이용하여 훼손된 영상을 반복 복원하였다.  $P_k(i, j)$ 는 복원 영상의  $(i, j)$  화소에서의 구속 조건으로서, 식(18)과 같이 복원 영상의 국부 분산값과 복원 영상중 잡음의 영향이 배제된 국부 분산값과의 비로서 정의되어진다. 식(18)에서,  $\sigma^2 f_k(i, j) \gg \sigma_n^2$ 인 윤곽영역의 경우,  $P_k(i, j) \approx 1$ 이므로, 기존의 정칙화 공액 경사법에 의한 반복 복원과 유사한, 흐려진 윤곽부분의 복원을 구할 수 있을 뿐만 아니라,  $\sigma^2 f_k(i, j) \approx \sigma_n^2$ 과 같은 평면의 경우,  $P_k(i, j) \approx 0$ 이 되어, 잡음을 평

활화함으로써, 잡음의 증폭을 억제할 수 있다. 그림 2에 복원 화소의 밝기에 대한 구속 조건의 값을 표시하였다.

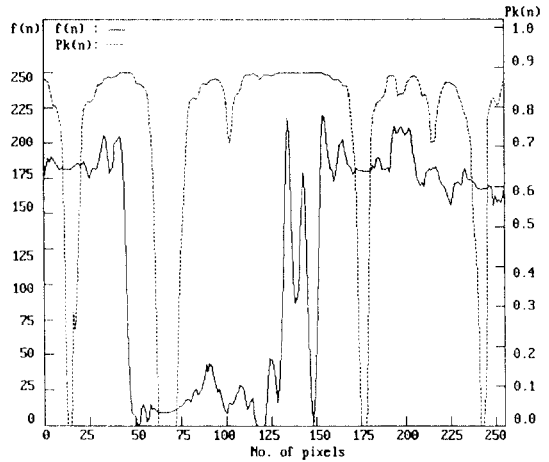


그림 2. 복원 영상의 밝기의 변화에 대한 구속 조건의 값의 변화.

Fig. 2. The variation of the constraint  $P_k(i, j)$  estimated from "cameraman" image.

$\alpha_k$ 는  $k$ 번 반복 복원시 해에 대한 수렴속도를 향상하기 위하여 적용되어 지는 것으로서, 식(7)과 같다. 식(7)에서,  $\alpha_k$ 가 불복 함수의 성질을 만족하는 최적의 값으로 추정되어 질 경우, 제안된 방법은 초선형적인 수렴 속도로 해에 수렴할 수 있다.

이와 같이 제안한 방법에 의해 복원된 복원 결과물 기준의 정칙화 공액 경사법[4] 및 정칙화 최대 경사법[4] 및 정칙화 반복 복원 방법[8]에 의한 복원 결과와 비교하였다. 단, 기존의 정칙화 반복 복원 방법에서 사용되어진 정칙화 변수의 값은  $\gamma = 0.01$ [8]을 적용하였으며, 기존의 정칙화 공액 경사법, 정칙화 최대 경사법에서 사용되어지는 정칙화 변수의 값은 실험적으로 반복 복원시 최적의 복원 결과를 나타내는  $\gamma = 0.1$ 로 하였다. 잡음의 증폭을 억제하기 위하여, 초기 조건은  $\hat{f}_0 = H^T g$ 을 적용하였다.

표 1, 2에 각 복원 방법에 대한 신호 대 잡음 비의 개선도를 나타내었다. 또, 반복 횟수에 대한 각 방법의 평균 자승 오차를 표 3, 4와 같이 비교하였다.

표 1. 20dB BSNR 훼손된 "cameraman" 영상에 대한 각 복원 방법의 신호 대 잡음 비의 개선도의 비교

Table 1. The comparison of the SNR Improvement between proposed method and the other conventional methods at the restoring of the 20dB BSNR degraded image of the original "cameraman".

No. of iteration	proposed method	regularized CGM	regularized SDM	regularized JM
1	0.44291	0.44548	0.44690	0.27780
2	0.66380	0.67522	0.68480	0.47139
3	0.82239	0.83793	0.82486	0.59771
4	0.92959	0.94650	0.92937	0.69357
5	1.01732	1.03315	1.00936	0.77077
10	1.26892	1.22416	1.18398	1.01450
20	1.45508	1.30676	1.19639	1.22330
30	1.51554	1.32439	1.22101	1.31063
40	1.54053	1.32820	1.23269	1.34954
50	1.55025	1.33106	1.23509	1.36458

※Proposed method: proposed regularized method of conjugate gradient with nonlinear projection operator.

Regularized CGM: conventional regularized method of conjugate gradient proposed.

Regularized SDM: conventional regularized method of steepest descent.

Regularized JM: conventional regularized iterative image restoration method.

표 2. 20dB BSNR 훼손된 "lena" 영상에 대한 각 복원 방법의 신호 대 잡음 비의 개선도의 비교

Table 2. The comparison of the SNR Improvement between proposed method and the other conventional methods at the restoring of the 20dB BSNR degraded image of the original "lena".

No. of iteration	Proposed method	Regularized CGM	Regularized SDM	Regularized JM
1	0.34973	0.35301	0.35408	0.166477
2	0.57859	0.59391	0.61315	0.397063
3	0.72111	0.73775	0.74370	0.537111
4	0.80552	0.81902	0.84132	0.634805
5	0.86883	0.88028	0.90697	0.708835
10	1.06533	1.02822	1.03372	0.910040
20	1.20555	1.07208	1.06349	1.034900
30	1.24180	1.06728	1.06932	1.062701
40	1.26101	1.06367	1.07046	1.068758
50	1.25947	1.06374	1.07062	1.070175

※Proposed method: proposed regularized method of conjugate gradient with nonlinear projection operator

Regularized CGM: conventional regularized method of conjugate gradient.

Regularized SDM: conventional regularized method of steepest descent.

Regularized JM: conventional regularized iterative image restoration method.

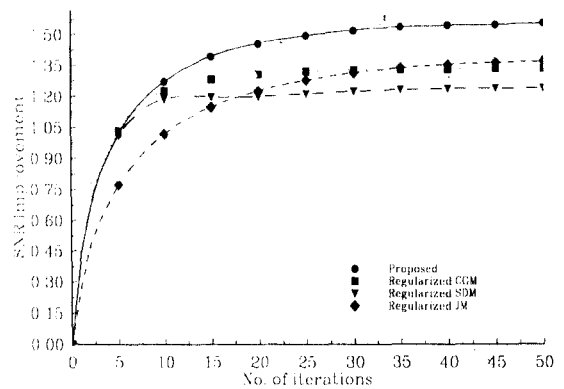


그림 3. 20dB BSNR 훼손된 "cameraman" 영상에서의 각 복원 방법에 대한 반복 횟수와 신호 대 잡음 비의 개선도의 비교.

Fig. 3. Comparison of the iteration number and the SNR improvement in each iterative restoration method at the restoration of the 20dB BSNR degraded image of the "cameraman".

Where, Proposed: proposed method.

Regularized CGM: Regularized conjugate gradient method.

Regularized SDM: Regularized steepest descent method.

Regularized JM: Regularized Jacobi method.

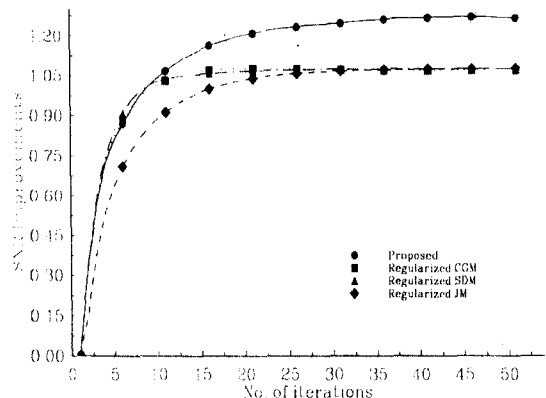


그림 4. 20dB BSNR 훼손된 "lena" 영상에서의 각 복원 방법에 대한 반복 횟수와 신호 대 잡음 비의 개선도의 비교.

Fig. 4. Comparison of the iteration number and the SNR Improvements in each iterative restoration method at the restoration of the 20dB BSNR degraded image of the original "lena".

Where, Proposed: proposed method  
 Regularized CGM: Regularized conjugate gradient method.  
 Regularized SDM: Regularized steepest descent method.  
 Regularized JM: Regularized Jacobi method.

위 결과로부터 본 논문에서 제안한 방법을 이용하여 복원한 결과가 기타 방법에 대한 복원 결과보다 빠른 수렴 속도를 갖는 등 우수함을 알 수 있다.

또, 각 방법으로 비슷한 크기의 20dB BSNR의 백색 잡음에 의해 훼손된 영상을 50회 반복 복원한 결과가 각각, 그림 5, 7과 같고, 이 결과에 대한 오차 영상이 그림 6, 8과 같다. 단, 오차 영상은

$$e_{i_k}(i, j) = 255 - \eta |f(i, j) - \hat{f}_k(i, j)| \quad (25)$$

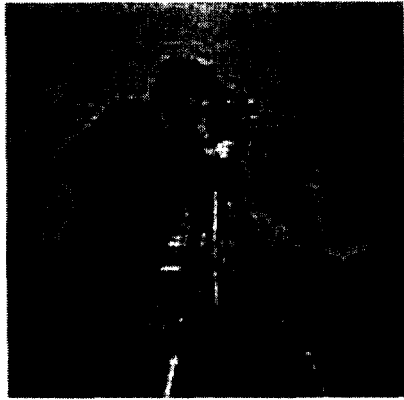
과 같이, 시각적으로 영상에 존재하는 오차를 구분하기가 용이하게 구성하였다. 단,  $\eta = 5$ 이다.

그림 6과 8의 오차 영상을 각각 비교해 보면, 복원 영상의 각 화소당 구속 조건  $P_k$ 를 적용한 제안한 방법에 의해 복원된 영상의 경우, 평면에서의 잡음의

증폭에 의한 복원 오차가 기타 방법에 의해 복원된 결과보다도 감소된 것을 알 수 있으며, 윤곽 부분의 경우도 우수한 복원 결과를 알 수 있다.







(e)

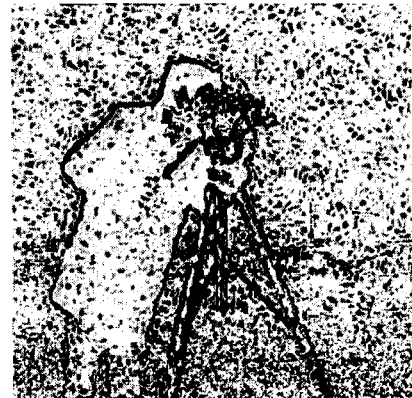


(b)

그림 5. 훼손된 "cameraman" 영상에 대한 각 복원 방법의 복원 결과의 비교.

Fig. 5. Restoration results for the "cameraman" image.

- (a) Noisy-blurred image having 20dB BSNR
- (b) Restored image by conventional regularized iterative image restoration method at  $\gamma = 0.01$  and  $\beta = 1$ .
- (c) Restored image by conventional regularized method of steepest descent at  $\gamma = 0.1$ .
- (d) Restored image by conventional regularized method of conjugate gradient at  $\gamma = 0.1$ .
- (e) Restored image by proposed regularized method of conjugate gradient with constraint.



(c)



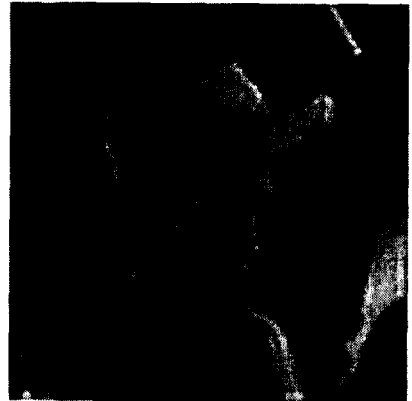
(a)



(d)



(c)



(b)

그림 6. 훼손된 "cameraman" 영상에 대한 각 복원 방법의 오차 영상의 비교.

Fig. 6. Error images of the restoration results for the "cameraman" image.

(a) Error image of the noisy-blurred image having 20dB BSNR.

(b) Error image of the restored image by conventional regularized iterative image restoration method at  $\gamma=0.01$  and  $\beta=1$ .

(c) Error image of the restored image by conventional regularized method of steepest descent at  $\gamma=0.1$ .

(d) Error image of the restored image by conventional regularized method of conjugate gradient at  $\gamma=0.1$ .

(e) Error image of the restored image by proposed regularized method of conjugate gradient with constraint.



(c)



(a)



(d)



(e)



(b)

그림 7. 훼손된 "lena" 영상에 대한 각 복원 방법의 복원 결과의 비교.

Fig. 7. Restoration results for the "lena" image.

- (a) Noisy-blurred image having 20dB BSNR.
- (b) Restored image by conventional regularized iterative image restoration method at  $\gamma = 0.01$  and  $\beta = 1$ .
- (c) Restored image by conventional regularized method of steepest descent at  $\gamma = 0.1$ .
- (d) Restored image by conventional regularized method of conjugate gradient at  $\gamma = 0.1$ .
- (e) Restored image by proposed regularized method of conjugate gradient with constraint.



(c)



(a)



(d)



(e)

그림 8. 훼손된 "lena" 영상에 대한 각 복원 방법의 오차 영상의 비교.

Fig. 8. Error images of the restoration results for the "lena" image.

- (a) Error image of the noisy-blurred image having 20 dB BSNR.
- (b) Error image of the restored image by conventional regularized iterative image restoration method at  $\gamma=0.01$  and  $\beta=1$ .
- (c) Error image of the restored image by conventional regularized method of steepest descent at  $\gamma=0.1$ .
- (d) Error image of the restored image by conventional regularized method of conjugate gradient at  $\gamma=0.1$ .
- (e) Error image of the restored image by proposed regularized method of conjugate gradient with constraint.

## V. 결 과

본 논문에서는 구속 조건을 적용한 정칙화 공액 경사법에 의한 잡음이 섞인 흐려진 영상의 복원 방법에 대하여 논의하였다.

정칙화 이론을 적용한 공액 경사법은 미반복 복원 방법에 비해, 원영상에 대한 사전 지식을 반복 복원 과정에 적용할 수 있을 뿐만 아니라, 기존의 반복 복원 방법에 비해 향상된 수렴 속도를 갖는다는 장점이 있다.

그러나 관측 영상이 가산 잡음과 흐려짐에 의해서 훼손되었을 경우, 훼손된 영상으로부터 정확한 잡음의 분산을 추정하는 것이 불가능하기 때문에, 최적의 정칙화 변수의 값을 추정할 수 없을 뿐 아니라, 기존의 공액경사법이 갖는 방향 벡터간의 공액 조건을 만족하지 못했을 경우, 파문 현상이나 잡음의 증폭에 의하여 복원 영상 품질의 심각한 저하를 초래하게 된다.

제안한 방법의 경우, 구속 조건을 적용함으로써 잡음의 분산과 신호의 분산의 값이 근사한 평면에 발생 가능한 잡음의 증폭에 의한 복원 오차를 억제할 수 있을 뿐 아니라, 신호의 분산이 잡음의 분산에 비해 월등히 큰 흐려진 윤곽 부분의 복원을 향상시킴으로써 기존의 정칙화 공액 경사법에 비해 향상된 수렴 속도를 가질 수 있다.

제안된 방법을 미숫점 점 확산 함수에 의해 흐려지고 20dB BSNR 백색 가우시안 잡음에 의해 훼손된 "cameraman"과 "lena" 영상에 적용하였을 경우, 기존의 방법보다 평균 자승 오차가 각각 23, 20정도 향상된, 우수한 복원 효과를 확인할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

1. H. C. Andrews and B. R. Hunt, *Digital Image Restoration*, Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall 1977.
2. J. S. Lim, *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice-Hall, 1990.
3. I. Pitas and A. N. Venetsanopoulos, *Nonlinear Digital Filters*, Kluwer Academic Publisher, 1990.
4. Reginald L. Lagendijk and Jan Biemond, *Iterative Identification and Restoration of Images*, Kluwer Academic Publisher, 1991.
5. A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin, *Solution of Ill-Posed Problems*, Washington, D.C.:V. H. Winston and Sons, 1977.
6. K. Miller, "Least-squares method for ill-posed problems with a prescribed bound," *SIAM J. Math Anal.*, vol. 1, pp. 52-74, Feb. 1970.
7. B. R. Hunt, "Application of Constrained least squares estimation to image restoration by digital computer," *IEEE Trans. on Computer* vol. C-22, pp. 805-812, 1973.

8. Reginald L. Lagendijk, Jan Biemond, and Dick E. Boeke, "Regularized Iterative Image Restoration with Ringing Reduction," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-36, no. 12, Dec. 1988.
9. Aggelos K. Katsaggelos, Jan Biemond, and Reginald W. Schafer, and Russell M. Mersereau, "A Regularized Iterative Image Restoration Algorithm," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, no. 4, April 1991.
10. M. Ibrahim Sezan, H. Joel Trussell, "Prototype Image Constraints for Set-Theoretic Image Restoration," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, no. 10, Oct. 1991.
11. M. Ibrahim Sezan and A. Murat Tekalp, "Iterative Image Restoration with Ringing Suppression using the Method of POCS," *IEEE ICASSP*, pp. 1300-1303, 1988.
12. Nikolas P. Galatsaggelos and Aggelos K. Katsaggelos, "Method for Choosing the Regularization Parameter and Estimating the Noise Variance in Image Restoration and Their Relation," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 1, no. 3, July 1992.
13. Moon Gi, Kang and Aggelos K. Katsaggelos, "Simultaneous Iterative Image Restoration and Evaluation of the Regularization Parameter," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 40, no. 9, Sept. 1992.
14. Shiaw-Shiang Jiang and Alexander A. Sawchuk, "Noise updating repeated Wiener filter and other adaptive noise smoothing filters using local image statistics," *Applied Optics*, vol. 25, no. 14, July 1986.
15. Moon Gi, Kang and Aggelos K. Katsaggelos, "General Choice of the Regularization Functional in Regularized Image Restoration," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 4, no. 5, May 1995.



金 承 默(Seung Moog Kim) 正會員  
 1963年 3月 19日生  
 1986年 2月:嶺南大學校 電子工學科 卒業  
 1990年 2月:嶺南大學校 大學院 電子工學科(工學碩士)  
 1995年 9月~現在:嶺南大學校 大學院 電子工學科 博士課程

1993年 9月~現在:慶北專門大學 電子通信科 專任講師  
 ※주관심분야:영상복원

洪 性 鏞(Sung Yong Hong) 正會員  
 第19卷 第9號 參照  
 1994年 8月:嶺南大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學博士)

1994年 3月~現在:大邱專門大學 電子計算學科 助教授  
 ※주관심분야:영상복원

李 泰 鴻(Tae Hong Lee) 正회원  
 第19卷 第9號 參照  
 1997年 2月:서울大學校 大學院 電子工學科 工學博士  
 1981年 3月~現在:嶺南大學校 電氣電子工學部 教授  
 ※주관심분야:신호처리, 영상복원