

최소평균절대값삼승 (LMAT) 적응 알고리즘: Part II. 알고리즘의 성능 평가

正會員 김 상 덕*, 김 성 수*, 조 성 호*

Least Mean Absolute Third (LMAT) Adaptive Algorithm: Part II. Performance Evaluation of the Algorithm

Sang Duck Kim*, Seong Su Kim*, Sung Ho Cho* *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 고차통계에 의한 적응알고리즘 가운데 오차의 평균절대값삼승 (LMAT)을 최소화하는 알고리즘과 이미 널리 사용되고 있는 경쟁 알고리즘의 성능을 서로 비교 평가하였다. 사용된 입력신호가 Gaussian 분포를 갖는다는 가정하에, LMAT 알고리즘의 정상상태 추정오차에 대한 평균자승특성 근사식을 유도하였다. 유도된 근사식은 컴퓨터 모의실험을 통하여 그 타당성을 검증하였다. LMAT 알고리즘 및 경쟁 알고리즘들이 정상상태에서 같은 값의 평균자승추정오차를 갖는 경우에 대하여 각 알고리즘의 수렴속도를 비교하였고, LMAT 알고리즘의 우수한 수렴성능을 알 수 있었다. 특히, 입력신호의 eigenvalue spread ratio 및 measurement noise power 등 환경이 변화함에도 불구하고 LMAT 알고리즘이 여전히 나은 특성을 보임을 알 수 있었다.

ABSTRACT

This paper presents a comparative performance analysis of the stochastic gradient adaptive algorithm based on the least mean absolute third (LMAT) error criterion with other widely-used competing adaptive algorithms. Under the assumption that the signals involved are zero-mean, wide-sense stationary and Gaussian, approximate expressions that characterize the steady-state mean-squared estimation error of the algorithm is derived. The validity of our derivation is then confirmed by computer simulations. The convergence speed is compared under the condition that the LMAT and other competing algorithms converge to the same value for the mean-squared estimation error

*한양대학교 전자공학과
論文番號:97224-0701
接受日字:1997年 7月 1日

in the steady-state, and superior convergence property of the LMAT algorithm is observed. In particular, it is shown that the LMAT algorithm converges faster than other algorithms even though the eigenvalue spread ratio of the input signal and measurement noise power change.

I. 서 론

고차통계에 의한 적응 알고리즘들[1] 가운데 평균절대값삼승(LMAT)을 최소화하는 알고리즘의 수렴특성에 대해서는 본 논문에 앞서 나온 Part I[2]에서 정량적인 분석을 하였다. Part I은 사용된 입력신호가 Gaussian 분포를 갖는다는 가정하에서 알고리즘의 평균자승추정오차와 필터계수의 평균 및 평균자승 특성에 대해 분석을 수행하였고, 이에 대한 관계식을 각각 유도하였다. 이론적으로 유도된 결과는 컴퓨터 모의 실험에 의하여 그 타당성을 검증하였고, 이론치와 실험치가 거의 일치함을 확인하였다.

이제 제안된 알고리즘이 기존의 경쟁 알고리즘들보다 어떤 환경에서 얼마만큼의 성능이 개선되었는지를 확인할 필요가 있다. 그렇게 하려면 무엇보다도 알고리즘간의 성능 비교를 위한 비교기준이 명백하여야 한다. 대개 적응 알고리즘들 간의 성능비교는 주어진 환경하에서 수렴속도나 수렴계수의 정확도로 우위를 가린다. 또한 실험환경을 바꾸어 가면서, 즉 primary 입력신호의 eigenvalue spread ratio가 커질수록 알고리즘의 성능변화가 다른 알고리즘보다 어떻게 강인한지의 여부도 그 알고리즘의 성능을 가늠할 수 있는 좋은 예라 하겠다.

본 논문에서는 정상상태에서 같은 값의 평균자승 특성을 가질 때 알고리즘들 간의 수렴성능을 비교하는 것으로 기준을 삼았다. 이 기준을 만족시키기 위해 먼저 기존의 LMS [3]나 sign [4], [5] 알고리즘에서 평균자승오차식이 유도된 것처럼 LMAT 알고리즘에서도 평균자승오차의 근사식을 유도할 필요가 있다. 그리하여 경쟁 알고리즘들 간의 평균자승오차가 같다는 조건을 만족하는 관계식을 만들고, 이 관계식을 만족하는 parameter값을 이용하여 성능비교를 한다면 정량적이고 공정한 결론을 얻을 수 있을 것이다.

이러한 이유로 본 논문에서는 LMAT 알고리즘의 평균자승오차의 근사식을 유도하여 수렴성능에 대한 이론적인 비교 평가를 수행하였고, 이를 컴퓨터 모의

실험을 통해 검증하였다. 또한 위와 같은 조건을 기준으로 입력신호의 eigenvalue spread ratio(또는 입력신호의 상관도)와 measurement noise power값을 바꾸어 가면서 LMAT알고리즘과 기존의 경쟁 알고리즘들 간의 평균 및 평균자승개념의 수렴속도를 비교하였고, 실험을 통해 LMAT 알고리즘의 성능이 더 우수함을 확인하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 다음 II절에서 LMAT 알고리즘의 평균자승오차의 근사식에 대한 수식유도와 경쟁 알고리즘들 간의 평균자승오차에 대한 관계식을 유도하였다. III절에서는 컴퓨터 모의실험을 통하여 유도된 관계식의 타당성을 검증하고, 다양한 환경에서 LMAT 알고리즘과 경쟁 알고리즘들 간의 성능비교를 수행하였다. 끝으로 IV절에서 결론을 맺는다.

II. LMAT 알고리즘의 평균자승에 대한 정상상태 수렴특성

LMAT 알고리즘에서 misalignment 벡터의 평균자승특성을 나타내는 관계식은 본 논문의 Part I에서 다음식과 같이 표현되었다.

$$K(n+1) \approx K(n) - 2\mu \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e(n) [K(n) R_{XX} + R_{XX}K(n)] + 3\mu^2 \sigma_e^2(n) [\sigma_e^2(n) R_{XX} + 3R_{XX}K(n) R_{XX}]. \quad (1)$$

이제 추정오차의 평균자승에 대한 정상상태의 근사치를 구하기 위해, 먼저 다음의 두 식을 정의하자.

$$A = Q^T R_{XX} Q = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N] \quad (2)$$

$$K'(n) = Q^T K(n) Q \quad (3)$$

여기서 행렬 Q 는 자기상관행렬 R_{XX} 를 diagonalize시키는 orthogonal matrix를 나타낸다. 위의 두 관계식을 식(1)에 적용하면,

$$K'(n+1) \approx K'(n) - 2\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)[K'(n)\Lambda + \Lambda K'(n)] - 3\mu^2\sigma_e^2(n)[\sigma_e^2\Lambda + 3\Lambda K'(n)\Lambda]. \quad (4)$$

를 얻는다.

한편 $k'_{ij}(n)$ 을 $K'(n)$ 행렬의 (i, j) 번째 값이라고 하면, 식(4)는

$$k'_{ij}(n+1) = \left[1 - 2\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)[\lambda_i + \lambda_j]\right]k'_{ij}(n) + 3\mu^2\sigma_e^2(n)[\sigma_e^2(n)\lambda_i\delta(i-j) + 3\lambda_i\lambda_jk'_{ij}(n)]. \quad (5)$$

과 같이 다시 쓸 수 있다. 식(5)에서 대각선 성분들만을 표현하면

$$k'_{ii}(n+1) = \left[1 - 4\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(n)\lambda_i + 9\mu^2\sigma_e^2(n)\lambda_i^2\right]k'_{ii}(n) + 3\mu^2\sigma_e^4(n)\lambda_i. \quad (6)$$

이다. 이때, Schwartz 부등식에 의해 모든 i, j, n 에 대하여 $k'_{ii}(n)k'_{jj}(n) \geq k'_{ij}(n)^2$ 과 같은 조건을 만족하므로, 만약 $k'_{ii}(n)$ 이 수렴하면 $k'_{ij}(n)$ 도 수렴하게 된다. 그러므로 정상상태의 $k'_{ii}(n)$ 은

$$k'_{ii}(\infty) = \left[1 - 4\mu\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma_e(\infty)\lambda_i + 9\mu^2\sigma_e^2(\infty)\lambda_i^2\right]k'_{ii}(\infty) + 3\mu^2\sigma_e^4(\infty)\lambda_i. \quad (7)$$

이 되며, 이를 정리하여 다음 두 식을 얻을 수 있다.

$$k'_{ii}(\infty) = \frac{3\mu\sigma_e^3(\infty)}{4\sqrt{\frac{2}{\pi}} - 9\mu\sigma_e(\infty)\lambda_i} \quad (8)$$

$$K'(\infty) = 3\mu\sigma_e^3(\infty) \left[4\sqrt{\frac{2}{\pi}}I_N - 9\mu\sigma_e(\infty)\Lambda\right]^{-1} \quad (9)$$

이제, 식(8), (9)를 이용하여 정상상태의 평균자승오차식을 구해보자. 본 논문의 Part I로부터

$$\begin{aligned} \sigma_e^2(\infty) &\approx \xi_{\min} + \text{tr}\{K'(\infty)\Lambda\} \\ &\approx \xi_{\min} + \sum_{i=1}^N \lambda_i k'_{ii}(\infty) \\ &\approx \xi_{\min} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e^3(\infty) \left| \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{1 - \frac{9}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e(\infty)\lambda_i} \right| \end{aligned} \quad (10)$$

을 얻을 수 있다. 여기서 만약 $K(n)$ 이 수렴하면 $\sigma_e^2(n)$ 도 수렴하게 됨을 상기하자.

식(10)의 마지막 항에서 모든 i 에 대하여 만약 $0 < \frac{9}{4}$

$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e(\infty)\lambda_i < 1$ 조건이 만족된다면 정상상태에서의 평균자승오차는

$$\begin{aligned} \sigma_e^2(\infty) &= \xi_{\min} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e^3(\infty) \sum_{i=1}^N \lambda_i \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{9}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e(\infty)\lambda_i\right)^m \end{aligned} \quad (11)$$

과 같이 다시 표현할 수 있다. 여기서 우리는 평균자승개념의 수렴을 위한 μ 값 선택 조건을 다음과 같이 얻을 수 있다. 즉,

$$0 < \mu < \frac{4}{9}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sigma_e(\infty)\text{tr}\{R_{XX}\}}. \quad (12)$$

실제 알고리즘 설계시 만약 상당히 작은 μ 값을 취한다면, 식(11)에서 마지막 더하기 항의 m 이 0과 1일 때만 의미가 있는 값들을 갖는다고 볼 수 있으며, 따라서

$$\begin{aligned} \sigma_e^2(\infty) &\approx \xi_{\min} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e^3(\infty) \\ &\quad \sum_{i=1}^N \lambda_i \left[1 + \frac{9}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e(\infty)\lambda_i\right] \\ &\approx \xi_{\min} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e^3(\infty)\text{tr}\{R_{XX}\} \\ &\quad + \frac{27}{16}\frac{\pi}{2}\mu^2\sigma_e^4(\infty)\text{tr}\{R_{XX}^2\} \end{aligned} \quad (13)$$

을 얻을 수 있다. 또한, 식(13)에서 우변의 마지막 항역시 μ 값이 상당히 작을 경우 무시할 수 있으므로,

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e^3(\infty)\text{tr}\{R_{XX}\} \quad (14)$$

와 같게 표현된다. 이를 다시 고쳐 쓰면

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \frac{\xi_{\min}}{1 - \frac{3}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mu\sigma_e(\infty)\text{tr}\{R_{XX}\}} \quad (15)$$

가 되며, 여기에 식(12)의 조건을 적용하여 다음을 얻는다.

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mu \sigma_e(\infty) \text{tr}(R_{XX}) \right\}^m \quad (16)$$

여기서도 식(13)에서와 마찬가지로 상당히 작은 μ 값을 취한다 했을 때 더하기 항의 처음 두개 항만을 근사적으로 취할 수 있으며, 따라서

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi_{\min} \mu \sigma_e(\infty) \text{tr}(R_{XX}) \quad (17)$$

과 같이 표현된다. 이제 $\alpha = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi_{\min} \mu \text{tr}(R_{XX})$ 라

놓고, 식(17)을 다시 쓰면

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \alpha \sigma_e(\infty) \quad (18)$$

이므로, 이 이차방정식을 풀어 양의 해를 취하고 그 해를 다시 제곱함으로써 다음을 얻는다.

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \frac{\alpha}{2} (\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4 \xi_{\min}}) \quad (19)$$

여기서도, 만일 μ 값이 충분히 작다면 정상상태에서의 평균자승오차식은 근사적으로

$$\begin{aligned} \sigma_e^2(\infty) &\approx \xi_{\min} + \alpha \sqrt{\xi_{\min}} \\ &= \xi_{\min} + \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi_{\min} \mu \text{tr}(R_{XX}) \sqrt{\xi_{\min}} \end{aligned} \quad (20)$$

와 같이 표현됨을 알 수 있다.

한편, LMS와 sign 알고리즘의 정상상태 평균자승오차식은 각각 다음과 같이 표현된다[4].

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \frac{\mu_{LMS}}{2} \xi_{\min} \text{tr}(R_{XX}) \quad (21)$$

$$\sigma_e^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \frac{\mu_{sign}}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\xi_{\min}} \text{tr}(R_{XX}) \quad (22)$$

여기서 μ_{LMS} 와 μ_{sign} 은 각각 LMS와 sign 알고리즘의 수렴상수를 나타낸다. LMS와 sign 알고리즘의 정상상태에 대한 평균자승오차값은

$$\mu_{sign} = \mu_{LMS} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\xi_{\min}} \quad (23)$$

일 경우 같은 값을 갖게 되며, 이 관계식에 의해 LMS 알고리즘 계수벡터의 평균특성은 sign 알고리즘에 비해 빠른 수렴속도를 갖는다는 것이 이미 알려져 있다[5].

이제, 이 같은비교를 LMAT 알고리즘에 대하여 수행하자. 식(20)과 식(21)을 이용하여, 정상상태에서 같은 평균자승오차값을 갖기 위한 LMAT 알고리즘의 수렴상수 μ_{LMAT} 와 μ_{LMS} 와의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다. 즉,

$$\mu_{LMAT} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\mu_{LMS}}{\sqrt{\xi_{\min}}} \quad (24)$$

이때 LMS와 LMAT 알고리즘에 대한 misalignment 계수벡터의 평균치는 각각 [5]와 [2]로부터

$$E\{V(n+1)\} = [I_N - \mu_{LMS} R_{XX}] E\{V(n)\} \quad (25)$$

$$E\{V(n+1)\} = \left[I_N - 2 \mu_{LMAT} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e(n) R_{XX} \right] E\{V(n)\} \quad (26)$$

주어져 있으므로, 식(24)를 식(26)에 대입하여 LMAT 알고리즘에 대한 misalignment 계수벡터의 평균치를 μ_{LMS} 값을 이용하여 표현하면

$$E\{V(n+1)\} = \left[I_N - \frac{8}{3\pi} \frac{\mu_{LMS}}{\sqrt{\xi_{\min}}} \sigma_e(n) R_{XX} \right] E\{V(n)\} \quad (27)$$

를 얻는다. 그러므로 식(25)와 식(27)을 비교한다면 LMS 및 LMAT 두 알고리즘의 평균특성에 대한 수렴속도

의 우위를 가릴 수 있다. 즉, 식(27)에서 $\frac{8}{3\pi} \frac{\sigma_e(n)}{\sqrt{\xi_{\min}}} =$

1인 조건을 만족하는 점 $\sigma_e(n) = \frac{3\pi}{8} \sqrt{\xi_{\min}}$ 을 분기점으로 하여 $\sigma_e(n) > \frac{3\pi}{8} \sqrt{\xi_{\min}}$ 일 경우에는 LMAT 알고리즘이 LMS 알고리즘 보다 수렴속도가 빠르고, $\sigma_e(n) < \frac{3\pi}{8} \sqrt{\xi_{\min}}$ 일 때는 LMAT 알고리즘이 LMS 알고리즘 보다 느린 경우라고 판단할 수 있다. 그러나 항상 $\sigma_e(n) > \sqrt{\xi_{\min}}$ 이고 $\frac{3\pi}{8}$ 은 1보다 약간 큰 값이므로, 많은 경우 $\sigma_e(n) > \frac{3\pi}{8} \sqrt{\xi_{\min}}$ 조건이 만족될 것으로 예상되며,

따라서 LMAT 알고리즘의 수렴속도가 LMS 알고리즘의 수렴속도 보다 전반적으로 우월하다고 말할 수 있겠다. 더욱이 평균자승오차값 $\sigma_e^2(n)$ 이 최소 평균자승오차값 ζ_{\min} 보다 매우 큰 경우에는 LMAT 알고리즘의 수렴 성능이 LMS 알고리즘의 수렴 성능보다 훨씬 좋을 수 있음을 알 수 있다. 특히, 대부분의 응용에서 알고리즘의 초기치는 임의로 선택되고 있으며, 이로 인해 초기 평균자승오차값은 커질 수 밖에 없는데, 이러한 경우 LMAT 알고리즘은 기존의 LMS 알고리즘 보다 우월한 수렴성능을 보일 것이다.

III. 모의실험 및 고찰

본 연구를 위한 모의실험은 세 가지 관점에서 시행되었다. 첫번째, 유도된 LMAT 알고리즘의 정상상태 수렴특성에 대한 관계식인 식(20)의 타당성을 모의 실험을 통해 검증하였다. 그리고 두번째, 같은 값의 평균자승특성을 갖는다는 조건하에 경쟁 알고리즘과 LMAT 알고리즘 간의 수렴속도를 비교 검증하는 실험을 하였다. 마지막으로, 환경의 변화에 따라 즉 eigenvalue spread ratio와 measurement noise power가 변할 때 어떤 알고리즘이 더 좋은 수렴특성을 보이는데에 대한 실험을 하였다.

실험에 사용된 primary 입력신호들은 다음과 같은 세가지 autoregressive(AR) process들로 모델링 되었다.

$$d_1(n) = \zeta_1(n) + 0.9d_1(n-1) - 0.1d_1(n-2) - 0.2d_1(n-3) \quad (28)$$

$$d_2(n) = \zeta_2(n) + 1.5d_2(n-1) - d_2(n-2) + 0.25d_2(n-3) \quad (29)$$

$$d_3(n) = \zeta_3(n) + 1.79d_3(n-1) - 1.9425d_3(n-2) + 1.27d_3(n-3) - 0.5d_3(n-4) \quad (30)$$

여기서, AR process의 입력 $\zeta_1(n)$, $\zeta_2(n)$, $\zeta_3(n)$ 은 모두 white Gaussian process로서, 평균이 0이고, primary 입력신호 $d_1(n)$, $d_2(n)$, $d_3(n)$ 의 power가 1이 되도록 그 분산값을 각각 선택하였다. 모든 모의실험은 시스템 인지 (system identification) 환경에서 수행되었다. 미지 시스템의 입력응답은

$$H_{opt} = [0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1]^T \quad (31)$$

과 같이 7차의 계수를 갖는 선형위상 시스템으로 모델링 하였다. 이때 primary 입력신호의 eigenvalue spread ratio는 대략 25.3, 185.8, 483.5 정도로 각각 주어 진다.

첫번째 실험에서는, 앞 절에서 유도한 정상상태에서의 평균자승특성을 나타내는 식(20)의 타당성을 검증하기 위하여, 세가지 primary 입력신호 $d_1(n)$, $d_2(n)$, $d_3(n)$ 에 대하여 그 이론치와 실험치 값을 비교하였으며, 그 결과를 표 1에 요약하였다. 여기서 실험치 값은 시뮬레이션 결과가 완전히 수렴한 이후의 1000개 샘플을 평균하여 얻었다. 표 1에서 볼 수 있듯이, 관계식이 유도될 때 몇 가지 가정과 근사식이 사용되었음에도 불구하고 정상상태에서의 평균자승특성에 대한 이론적 분석 결과는 그 실험치 값과 1.8% 오차 이내로 잘 들어 맞음을 알 수 있었다.

표 1. LMAT 알고리즘의 정상상태 평균자승오차 (식(20))의 이론치와 실험치 비교

	Eigenvalue spread ratio	μ 값	이론치	실험치	오차 (%)
Case # 1	1.0	0.01	0.010066	0.010205	1.38
Case # 2	25.3	0.01	0.010066	0.010208	1.41
Case # 3	185.8	0.01	0.010066	0.010241	1.74
Case # 4	483.5	0.01	0.010066	0.010228	1.60

두번째 실험은 같은 값의 평균자승특성을 갖을 때 LMAT 알고리즘과 LMS 및 sign 알고리즘 간의 수렴속도를 비교 검증을 위한 실험이다. 각 알고리즘에 사용된 수렴상수는 각각 $\mu_{LMAT} = 0.011$, $\mu_{LMS} = 0.002$, $\mu_{sign} = 0.00016$ 으로서, 이들은 식(23) 및 (24)를 기준으로 세 알고리즘이 정상상태에서 같은 평균오차자승 값을 갖도록 선택되었다. 입력신호는 eigenvalue spread ratio가 25.3으로 주어 진 식(28)을 선택하였다. 10,000 개의 샘플에 대해 40번의 독립적인 시뮬레이션을 통해, LMAT 알고리즘과 LMS 및 sign 알고리즘의 평균 및 평균자승 수렴특성을 구하였고, 이들을 각각 그림 1과 그림 2에 나타내었다. 평균 수렴특성은 필터계수 중 앞에서 부터 세개를 그렸다. 그림에서 볼 수 있듯이, 수렴속도는 예상하였던 대로 LMAT 알고

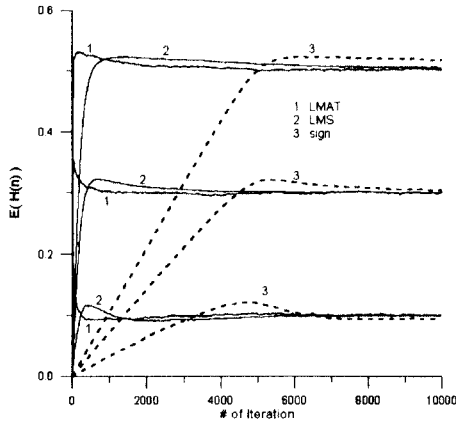


그림 1. LMAT 알고리즘의 평균특성에 대한 타 알고리즘과의 수렴성능 비교

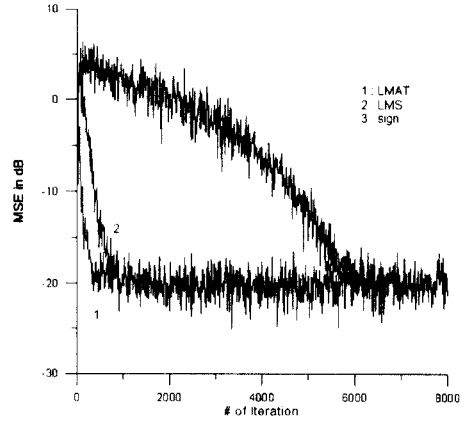


그림 4. 입력신호의 Eigenvalue spread ratio가 483.5일 때의 수렴성능 비교

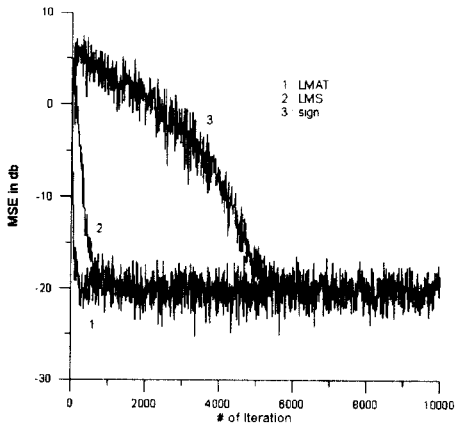


그림 2. LMAT 알고리즘의 평균자승특성에 대한 타 알고리즘과의 수렴성능 비교

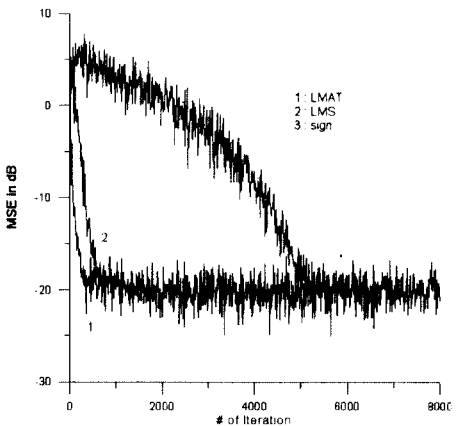


그림 3. 입력신호의 Eigenvalue spread ratio가 185.8일 때의 수렴성능 비교

리즘이 가장 빠르고, 그 다음 LMS, sign 알고리즘의 순으로 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

마지막으로, 두번째 실험과 동일한 환경에서 입력 신호의 eigenvalue spread ratio가 185.8, 그리고 483.5의 두단계로 변화함에 따른 평균자승오차의 수렴특성을 비교하였다. 역시 8,000개의 샘플에 대해 40번의 독립적인 시뮬레이션을 통한 통계적 평균치를 구하였고, 그 결과를 그림 3~그림 4에 각각 나타내었다. 이 그림들을 통해 입력신호의 eigenvalue spread ratio가 변화하더라도 LMAT 알고리즘이 다른 경쟁 알고리즘 보다 더 나은 수렴성능으로 동작함을 볼 수 있었다. 또한 실험을 통해 measurement noise power가 변화할 때에도 여전히 LMAT 알고리즘이 더 나은 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

IV. 결 론

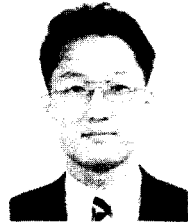
본 논문의 Part I에서 분석된 LMAT 알고리즘의 평균자승 특성을 근거로 LMAT 알고리즘의 수렴성능을 LMS 및 sign 알고리즘과 비교 평가하였다. 정상상태에서 평균자승특성이 같다는 조건 하에, 먼저 LMAT 알고리즘의 정상상태에 대한 평균자승 추정오차 근사식을 유도하였고, LMS 및 sign 알고리즘과의 수렴성능을 정량적으로 분석하였다. 유도된 관계식은 모의실험을 통하여 그 타당성을 검증하였다. 또한, 입력 신호의 eigenvalue spread ratio가 25.3 정도로 주어졌

을 때 세 알고리즘의 평균 및 평균자승 수렴특성을 비교하였고, LMAT 알고리즘이 다른 두 알고리즘 보다 더 좋은 성능을 갖음을 확인하였다. 마지막으로, 입력신호의 eigenvalue spread ratio 및 measurement noise power가 변화함에 따른 세 알고리즘의 수렴성능 변화 추이를 살펴 보았으며, LMAT 알고리즘이 여전히 가장 우수한 성능을 보임을 알 수 있었다. 따라서 LMAT 알고리즘은 LMS 알고리즘에 비해 보다 빠른 수렴속도가 요구되는 응용분야에 유용하게 쓰일 수 있으리라 생각된다.

현재, LMAT 알고리즘이 특별히 유용한 응용분야를 찾고 있으며, 다양한 입력신호에 대한 성능 검증 연구가 진행중이다.

참 고 문 헌

1. S.H. Cho and S.D. Kim, Adaptive Filters Based on the High Order Statistics, *Proceedings of IEEE Asia Pacific Conf. on Circuits and Systems*, pp. 109-112, Seoul, Korea, Nov 1996.
2. S.H. Cho, S.D. Kim, S.S. Kim, Least Mean Third (LMAT) Adaptive Algorithm: Part I. Mean and Mean-squared Convergence Properties, *한국통신학회논문지* accepted, Oct. 1997.
3. B. Widrow, et al., Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications, *Proc. of IEEE*, pp. 1692-1716, Dec. 1975.
4. S.H. Cho and V.J. Mathews, Tracking Analysis of the Sign Algorithm in Nonstationary Environments, *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-38, No. 12. pp. 2046-2057, Dec. 1990.
5. V.J. Mathews and S.H. Cho, Improved Convergence Analysis of Stochastic Gradient Adaptive Filters Using the Sign Algorithm, *IEEE Trans. on Acoust., Speech, and Sig. Proc.*, Vol. ASSP-35, No. 4. pp. 450-454, Apr. 1987.



김 상 덕(Sang Duck Kim) 정회원
 1969년 5월 20일생
 1993년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1996년 3월~현재: 한양대학교 대학원 전자공학과 석사과정
 ※주관심분야: 적응신호처리, 디지털 시스템 설계



김 성 수(Seong Su Kim) 정회원
 1970년 9월 19일생
 1996년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1996년 3월~현재: 한양대학교 대학원 전자공학과 석사과정
 ※주관심분야: 신호처리, DSP 시스템 설계, 무선통신 시스템



조 성 호(Sung Ho Cho) 정회원
 1960년 2월 21일생
 1982년 2월: 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)
 1984년 12월: University of Iowa 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학석사)
 1989년 8월: University of Iowa 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학박사)
 1989년 8월~1992년 8월: 한국전자통신연구소 부호기술팀 선임연구원
 1992년 9월~현재: 한양대학교 전자공학과 조교수, 부교수
 ※주관심분야: 신호처리, 적응필터, 디지털통신, 무선통신, 정보통신 시스템