論文 98-23-4-14

한 변조 직교수열에 알맞은 부호만들기

正會員 박 성 일*, 박 정 순*, 김 홍 길*, 박 소 령*, 송 익 호*

Generation of Codes for a Modulated Orthogonal Sequence

Seong Ill Park*, Jeongsoon Park*, Hong Gil Kim*, So Ryoung Park*,
Iickho Song* *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 직교수열의 하나인 수에히로 수열을 만드는 방법을 하나 제안한다. 이 방법에서는 정수합과 나머지방법만으로 부호수열을 만든다. 이 방법으로 만든 수열의 자기상관과 교차상관 특성을 살펴본다. 제안한 방법으로 만든 수열은 직교성을 가지며 교차상관의 수학적 하한을 만족시킨다.

ABSTRACT

In this paper, a code sequence generation method of the Suehiro sequence is suggested. In this method, a code sequence is generated only with integer sums and modular techniques. The auto-correlation and cross-correlation characteristics of the sequence generated by the method are investigated. The sequence generated by the suggested method has the orthogonality and satisfies the mathematical lower bound of the cross-correlation.

Ⅰ. 머리말

부호분할 다중접속 시스템에는 몇몇 부호수열이 쓰인다: 보기로 m-수열과 [1] 골드수열이 있다[2]. 그러나, 이 수열들은 상호채널간섭을 일으키며, 그 값은 $1/\sqrt{K}$를 넘는다. 여기서, K는 부호분할 다중접속시스템의 확산율이다. 이와 같은 시스템에서 상호채널간섭은 시스템의 성능을 얼마쯤 떨어뜨린다.

부호분할 다중접속 시스템에 알맞고 몇가지 좋은 성질을 가진 직교수열 하나가 [3]에서 제안되었다. 주기가 K일 때 그 수열의 자기상관함수는 K째 항을 빼고 0이고, 교차상관함수의 절대값은 $1/K$이다. 이 교차상관함수 절대값 $1/K$은 직교수열이 가질 수 있는 수학적으로 가장 작은 값이다. 그러나, 이 부호수열은 이산푸리에변환으로 만들기 때문에 만들기가 매우 복잡하다.

이 논문에서는 위상변조 정보심볼을 쓸 때 [3]에서 제안한 수열을 쉽게 만드는 방법을 생각한다. 먼저, 2절에서 정수합과 나머지방법만으로 그 수열을 만드는 법을 설명하고, 여러 쓰는이가 있을 때, 두 보기를 2.2에 보인다. 제안한 방법으로 만든 부호수열의 특성

*한국과학기술원 전기 및 전자공학과
論文番號:97108-0324
接受日字:1997年 3月 24日

을 3절에서 살펴 보고, 제안한 부호수열의 자기상관과 교차상관 특성을 살펴본다.

Ⅱ. 부호수열 만들기

2.1 만드는 방법

정보심볼을 b_i, $i=0, 1, 2, \dots, N-1$이라 하고, 정보심볼의 길이을 N이라 하며, 부호심볼을 s_l, $l=0, 1, 2, \dots, N^2-1$이라 하자. 그리고, $|s_l|^2=1$이라 하자. M진 위상변조 신호 별자리를 생각하고, 정보심볼값 집합

$$I=\{c_p \mid c_p=W_M^p,\ \ p=0, 1, 2, \dots, M-1\}, \tag{1}$$

이산푸리에변환 심볼값 집합

$$F=\{w_q \mid w_q=W_N^q; q=0, 1, 2, \dots, N-1\}, \tag{2}$$

그리고 부호심볼값 집합

$$C=\{d_k \mid d_k=W_L^k; k=0, 1, 2, \dots, L-1\} \tag{3}$$

을 생각하자. 여기서, L은 M과 N의 최소공배수이고

$$W_M=\exp\left[\frac{2\pi j}{M}\right] \tag{4}$$

이며, $j=\sqrt{-1}$이다. 곧, b_i의 값은 I의 원소이며, s_l의 값은 C의 원소이다.

다음과 같이 부호심볼을 만들자.

$$s_l=b_{P(l)}w_{R(mQ(l)P(l),\ N)}. \tag{5}$$

여기서, $R(\alpha, \beta)$는 α를 β로 나누었을 때의 나머지이고, $P(l)=R(l,\ N)$이며, $Q(l)$은 l을 N으로 나누었을 때의 몫이며, m은 사용자를 나타내는 지수이다(곧, 사용자마다 다른 수를 준다). 그러면, 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} s_l &= c_{J(P(l),\ b)}W_N^{R(mQ(l)P(l),\ N)} \\ &= W_M^{J(P(l),\ b)}W_N^{R(mQ(l)P(l),\ N)} \\ &= W_L^{R(J(P(l),\ b)\frac{L}{M}+R(mQ(l)P(l),\ N)\frac{L}{N},\ L)} \\ &= d_{R(J(P(l),\ b)\frac{L}{M}+R(mQ(l)P(l),\ N)\frac{L}{N},\ L)} \\ &= d_{V(l)}. \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, $J(i, b)$는 b_i값의 I에서의 지수이며 (곧, $b_i=c_k$이면 $J(i, b)=k$, $k=0, 1, \dots, M-1$이다),

$$V(l)=R\left(J(P(l),\ b)\ \frac{L}{M}\ +R(mQ(l)\,P(l),\ N)\ \frac{L}{N},\ L\right) \tag{7}$$

식 (6)과 (7)은 부호수열 (5)를 심볼 지수만 계산해서 얻을 수 있다는 것을 보여준다.

2.2 보 기

전송을 시작하기에 앞서서, 정보심볼을 뺀 모든 매개변수를 정할 수 있다. 그러므로, 정보가 정해지면, 더하기만으로 부호수열을 만들 수 있다. 보기로, 4진 위상변조 정보심볼을 쓰고, 한 부호 수열로 세 심볼을 보내며, 쓰는이가 둘일 때를 생각해 보자. 그림 1-3은 집합 I, F, C의 원소를 보여준다. 표 1과 2는 정보심볼이 $\{W_4^0,\ W_4^1,\ W_4^1\}$일 때, 부호수열 만들기를 보여 준다. 특히, 첫째 쓰는이의 부호수열 $\{s_l\}$은

$$\{W_{12}^{V(l)}\}_{l=0}^{8}=\{W_{12}^0, W_{12}^3, W_{12}^3, W_{12}^0, W_{12}^7, W_{12}^{11}, W_{12}^0, W_{12}^{11}, W_{12}^7\},$$

이고, 둘째 쓰는이의 부호수열은

$$\{W_{12}^{V(l)}\}_{l=0}^{8}=\{W_{12}^0, W_{12}^3, W_{12}^3, W_{12}^0, W_{12}^{11}, W_{12}^{71}, W_{12}^0, W_{12}^7, W_{12}^{11}\},$$

이다.

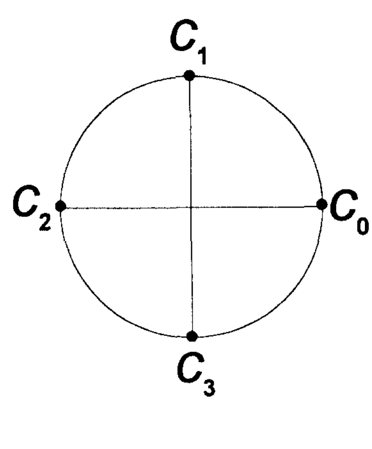

그림 1. $M=4$일 때 I의 원소

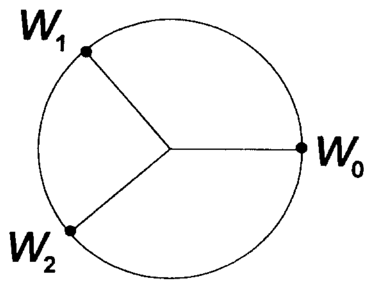

그림 2. $M=4$일 때 F의 원소

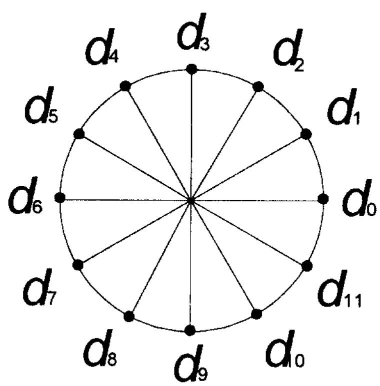

그림 3. $M=4$일 때 C의 원소

표 1. $m=1$, $M=4$, $N=3$, $L=12$ 일 때 부호 지수 만들기. 정보심볼은 $\{W_4^0, W_4^1, W_4^1\}$이다.

$m=1,\ M=4,\ N=3,\ L=12$					
l	$Q(l)$	$P(l)$	$J(P(l), b)$	$R(mQ(l)\,P(l), N)$	$V(l)$
0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	3
2	0	2	1	0	3
3	1	0	0	0	0
4	1	1	1	1	7
5	1	2	1	2	11
6	2	0	0	0	0
7	2	1	1	2	11
8	2	2	1	1	7

표 2. $m=2$, $M=4$, $N=3$, $L=12$ 일 때 부호 지수 만들기. 정보심볼은 $\{W_4^2, W_4^1, W_4^1\}$이다.

$m=2,\ M=4,\ N=3,\ L=12$					
l	$Q(l)$	$P(l)$	$J(P(l), b)$	$R(mQ(l)\,P(l), N)$	$V(l)$
0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	3
2	0	2	1	0	3
3	1	0	0	0	0
4	1	1	1	2	11
5	1	2	1	1	7
6	2	0	0	0	0
7	2	1	1	1	7
8	2	2	1	2	11

Ⅲ. 부호수열의 특성

푸리에변환 곱셈을 써서 [3], 제안한 방법으로 만든 부호수열의 자기상관과 교차상관을 살펴본다.

정의 1. $N\times N$ 이산푸리에변환 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$F_N=\frac{1}{\sqrt{N}}\ [W_N^{-ij}]. \tag{8}$$

여기서, $i,\ j=0,\ 1,\ \ldots,\ N-1$이다.

정의 2. 수열 $\{x_l\}$, $l=0,\ 1,\ \ldots,\ H$의 대각 행렬 $D(\{x_l\})$은 다음과 같이 정의한다.

$$D(\{x_l\})=\begin{bmatrix} x_0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & x_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & x_H \end{bmatrix}. \tag{9}$$

정의 3. 크기가 같은 두 행렬 $A=[a_{ij}]$와 $B=[b_{ij}]$의 원소곱은 다음과 같이 정의한다.

$$A * B=[a_{ij}b_{ij}]. \tag{10}$$

3.1 자기상관

먼저, [3]의 방법을 쓰면, 이 부호수열의 자기상관 AR은 다음과 같다.

$$AR = F_{N^2}^{-1}\{G(F_{N^2}S) * G(\overline{F_{N^2}S})\}, \tag{11}$$

여기서, $\overline{A}$는 A의 켤레복소수이고, $G(A)$는 A의 대각선 원소로 만든 열벡터이다.

이제, 다음과 같이 됨을 쉽게 알 수 있다.

$$F_{N^2}S = \frac{1}{N}\begin{bmatrix} W_{N^2}^0 & W_{N^2}^0 & W_{N^2}^0 & \cdots & W_{N^2}^0 \\ W_{N^2}^0 & W_{N^2}^{-1} & W_{N^2}^{-2} & \cdots & W_{N^2}^{-(N^2-1)} \\ W_{N^2}^0 & W_{N^2}^{-2} & W_{N^2}^{-4} & \cdots & W_{N^2}^{-(N^2-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{N^2}^0 & W_{N^2}^{-(N^2-1)} & W_{N^2}^{-2(N^2-1)} & \cdots & W_{N^2}^{-(N^2-1)(N^2-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & s_{N^2-1} \end{bmatrix} \tag{12}$$

그리고

$$G(F_{N^2}S = \frac{1}{N}\begin{bmatrix} W_{N^2}^0\ s_0 \\ W_{N^2}^{-1}\ s_1 \\ W_{N^2}^{-4}\ s_2 \\ \vdots \\ W_{N^2}^{-(N^2-1)(N^2-1)}\ s_{N^2-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{N}\ [W_{N^2}^{-l^2}\ s_l] \tag{13}$$

이다. 그러면

$$G(F_{N^2}S) * G(\overline{F_{N^2}S}) = \frac{1}{N^2}\ [W_{N^2}^{-l^2}\ s_l\ W_{N^2}^{l^2}\ \overline{s_l}] = \frac{1}{N^2}\ [|s_l|^2] \tag{14}$$

이다. 식 (11)과 (14)를 써서, 자기상관은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F_{N^2}^{-1}\{G(F_{N^2}S) * G(\overline{F_{N^2}S})\} = \frac{1}{N^2}\begin{bmatrix} \sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{0}|s_l|^2 \\ \sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{l}|s_l|^2 \\ \sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{2l}|s_l|^2 \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{(N^2-1)l}|s_l|^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{N}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

왜냐하면, $\sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{kl} = N^2\delta(k)$이기 때문이다.

식 (15)는 제안한 방법으로 만든 부호수열이 [3]에서 정의한 부호수열과 같은 자기상관과 직교성을 가짐을 뜻한다.

3.2 교차상관

이 절에서는 부호수열의 교차상관특성을 살펴 본다. $\{x_l\}$과 $\{y_l\}$을 두 쓰는이의 부호수열이라 하자. 그러면 교차상관 CR은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$CR = F_{N^2}^{-1}\{G(F_{N^2}A) * G(\overline{F_{N^2}B})\}. \tag{16}$$

여기서, $A = D(\{x_l\})$이고 $B = D(\{y_l\})$이다. 식 (12)-(15)에서와 비슷한 과정을 거치면 (16)에서 다음을 얻는다.

$$CR = \frac{1}{N^2}\ F_{N^2}^{-1}[W_{N^2}^{-l^2}\ x_l\ W_{N^2}^{l^2}\ \overline{y_l}] = \frac{1}{N^2}\ F_{N^2}^{-1}[x_l\ \overline{y_l}] = \frac{1}{N^3}\left[\sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{kl}\ x_l\ \overline{y_l}\right]. \tag{17}$$

이 열벡터의 k째 원소는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{N^3}\sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{kl}\, x_l\, \overline{y_l} \\
&= \frac{1}{N^3}\sum_{l=0}^{N^2-1} W_{N^2}^{k(NQ(l)+P(l))}\, c_{J(P(l),\,x)}\, \overline{c_{J(P(l),\,y)}}\, W_N^{(m_x-m_y)Q(l)P(l)} \\
&= \frac{1}{N^3}\sum_{P(l)=0}^{N-1} c_{J(P(l),\,x)}\, \overline{c_{J(P(l),\,y)}}\, W_{N^2}^{kP(l)} \\
&\qquad \sum_{Q(l)=0}^{N-1} W_N^{Q(l)\{k+P(l)(m_x-m_y)\}}.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

여기서, m_x와 m_y의 첨자 x와 y는 각각 첫째와 둘째 쓰는이를 나타내는 것이다. 식 (18)에서

$$
\sum_{Q(l)=0}^{N-1} W_N^{Q(l)\{k+P(l)(m_x-m_y)\}} = \begin{cases} N, & R(k+P(l)(m_x-m_y),\, N)=0\text{이면}, \\ 0, & \text{그 밖}. \end{cases}
\tag{19}
$$

식 (17)과 (19)를 써서 다음을 얻는다.

$$
CR = \frac{1}{N^2}\left[\sum_{P(l)=0}^{N-1} c_{J(P(l),\,x)}\, \overline{c_{J(P(l),\,y)}}\, W_{N^2}^{kP(l)} \right.
\left. \delta(R(k+P(l)(m_x-m_y),\, N))\right].
\tag{20}
$$

이제, $R(k+P(l)(m_x-m_y),\, N)=0$을 만족시키는 $P(l)$을 ϕ로 나타내면 k째 원소의 제곱 절대값은

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{N^4}\, c_{J(\phi,\,x)}\, \overline{c_{J(\phi,\,y)}}\, W_{N^2}^{k\phi}\, \overline{c_{J(\phi,\,x)}}\, c_{J(\phi,\,y)}\, W_{N^2}^{-k\phi} \\
&= \frac{1}{N^4}\, |c_{J(\phi,\,x)}|^2\, |c_{J(\phi,\,y)}|^2
\end{aligned}
\tag{21}
$$

이 된다.

집합 I의 원소는 크기가 늘 1이기 때문에, 식 (20)과 (21)에서 쓰는이 지수가 다른 두 수열의 교차상관의 절대값은 일정한 값 $1/N^2=1/K$이 됨을 볼 수 있다.

Ⅳ. 맺음말

이 논문에서는 수에히로가 제안한 직교수열을 쉽게 만드는 방법을 제안했다. 이 방법은 정수합과 나머지 방법으로 이루어 진다. 제안한 방법으로 만든 수열은 정보심볼로 변조된 뒤 직교성을 갖는다. 이 수열의 교차상관은 수학적 성질을 만족시키는 일정한 절대값을 갖는다.

참 고 문 헌

1. S. W. Golomb, "*Shift-Register Sequences*," San Francisco, CA: Holden-Day, 1967.
2. D. V. Sarwate and W. B. Pursley, "Cross-correlation properties of pseudo-random and related sequences," *Proc. IEEE*, vol. 68, pp. 593-619, May 1980.
3. N. Suehiro and M. Hatori, "Modulatable orthogonal sequences and their application to SSMA systems," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-34, pp. 93-100, January 1988.

박 성 일(Seong Ill Park) 정회원

1968년 5월 19일생

1986년 3월~1990년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학사

1991년 3월~1993년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사

1993년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

※주관심분야 : 이동통신, 레이다 신호처리

박 정 순(Jeongsoon Park) 정회원

1970년 11월 17일생

1992년 3월~1996년 2월 : 연세대학교 전파공학과 공학사

1996년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정

※주관심분야 : 이동통신, 통계학적 신호처리

김 홍 길(Hong Gil Kim) 정회원

1972년 7월 20일생

1991년 3월~1995년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 공학사

1995년 3월~1997년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 공학석사

1997년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정

※주관심분야 : 이동통신, 검파이론

박 소 령(So Ryoung Park) 정회원
1974년 11월 22일생
1993년 3월~1997년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학사
1997년 3월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사과정
※주관심분야 : 배열신호처리, 이동통신, 신호검파

송 익 호(Iickho Song) 정회원
1960년 2월 20일생
1978년 3월~1982년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사(준최우등)
1982년 3월~1984년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학석사
1984년 1월~1985년 8월 : 펜실베니아대학교 전기공학과 공학석사
1985년 9월~1987년 5월 : 펜실베니아대학교 전기공학과 공학박사
1987년 3월~1988년 2월 : 벨 통신연구소 연구원
1988년 3월~1991년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 조교수
1991년 9월~현재 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 부교수
1995년 1월~현재 : 한국통신학회 논문지 편집위원
1996년 1월~현재 : 한국음향학회 논문지 편집위원
1996년 1월~현재 : IEEE 선임회원
※주관심분야 : 통계학적 신호처리, 신호검파, 이동통신