

약한 신호 통신로에서 한 변조 직교수열의 잡음 줄임 특성

정희원 박 성 일*, 김 윤 회*, 김 홍 길*, 송 익 호*, 이 성 로**

Noise Reduction Characteristics of a Modulated Orthogonal Sequence Under Weak-Signal Communication Channels

Seong Ill Park*, Yun Hee Kim*, Hong Gil Kim*, Ickho Song*,
Seong Ro Lee** *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 한 직교수열의 고유 성질을 바탕으로 한 잡음 줄임 기법을 생각한다. 이 변조 직교부호는 N 정보 심볼로부터 (information symbol) 길이가 N^2 인 수열을 만든다. 먼저, 받은 심볼의 진폭을 써서 가장 작은 신호의 위치를 추정 한 다음, 제안한 방법으로 잡음을 줄인다. 컴퓨터 모의 실험을 써서 제안한 방법의 성능을 확인한다.

ABSTRACT

In this paper, we investigate a noise reduction scheme, based on the inherent characteristic of an orthogonal sequence. The modulated orthogonal code generates sequences of length N^2 from N information symbols. Using the amplitudes of the received symbols, we first estimate the location of the smallest amplitude noise. Then the noise is reduced by the suggested system. The performance of the scheme is confirmed by computer simulation results.

I. 머리말

부호분할 다중접속 시스템에는 m -수열과 골드수열과 같은 몇몇 수열이 쓰인다 [1]-[4]. 그러나, 이 수열들을 부호분할 다중접속 시스템에 쓰면 쓰는 이 사이의 간섭을 일으키는데, 그 값은 $1/\sqrt{N}$ 을 넘는다. 여기서, N 은 부호분할 다중접속 시스템의 확산율이다.

특히 쓰는 이 수가 K 일 때 쓰는 이 사이 간섭의 분산은 $(K-1)/3N$ 쯤이다. 그러므로, 이러한 수열을 쓰는 시스템에서 쓰는 이 사이 간섭은 시스템의 성능을 어느 정도 떨어뜨리고, 쓰는 이가 많아질수록 성능이 더욱 떨어진다.

한편, [5]에서 제안한 직교수열은 주기가 N 일 때, 자기상관의 절대값은 N 제항마다 $1/N$ 이고 그 밖에는 0이다. 이 값 $1/N$ 은 직교수열 자기상관의 수학적 한계값이다. 이 수열을 부호분할 다중접속 시스템에 쓰면 쓰는 이 사이의 간섭 신호를 다른 수열을 쓸 때 보다 작게 할 수 있다. 또한 이 수열은 받은 신호에

* 한국과학기술원 전기 및 전자공학과
** 목포 대학교 전자공학과
論文番號 : 98013-0112
接受日字 : 1998年 1月 12日

포함되어 있는 잡음의 크기를 줄일 수 있는 성질을 갖고 있다.

이 논문에서는 [5]에서 제안한 수열의 고유 성질을 바탕으로, 신호대잡음비가 작고 정보심볼의 절대값이 같을 때 쓸 수 있는 잡음 줄임 방법을 제안한다. 제안한 잡음 줄임 방법은 받은 심볼의 진폭을 써서 가장 작은 신호의 위치를 추정한 다음, 이 추정값과 수열의 고유 열개를 (eigenstructure) 써서 잡음을 줄이는 것이다. 컴퓨터 모의 실험을 써서 잡음의 확률밀도함수가 ϵ -혼합 잡음 확률밀도함수일 때와 코오시 (Cauchy) 확률밀도함수일 때 제안한 방법의 성능을 살펴 보고자 한다.

II. 시스템 모형

그림 1은 제안한 줄임 방법을 보여주는 블록도이다. 부호수열 발생기는 [5]에서 제안한 수열을 만들고 이 수열이 채널을 거치면서 잡음이 더해진다. 받은 신호를 정합 여파기와 빠른 푸리에 변환기를 (fast Fourier transformer) 거치게 한 다음, 진폭 추정기로 진폭이 가장 작은 받은 심볼을 추정한다. 끝으로 잡음 줄임기가 진폭 추정기 값과 수열의 고유 열개를 써서 잡음을 줄인다.

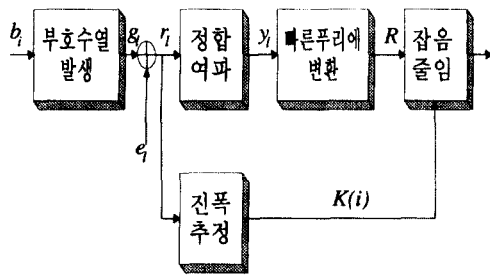


그림 1. 제안한 시스템의 블록도

정의 1. 몫 함수 Q 와 나머지 함수 R 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} Q(\alpha, \beta) &= q, \\ R(\alpha, \beta) &= r. \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, $\alpha = q\beta + r, 0 \leq r < \beta$, 그리고 $q \geq 0$ 이다. 앞으로 쓰기 쉽도록 $l_q = Q(l, N), l_r = R(l, N), n_q = Q(n, N), n_r = R(n, N), i_q = Q(i, N)$, 그리고 $i_r = R(i, N)$ 로 나타낸다.

정의 2. m 개 $N \times N$ 이산푸리에변환 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$F_{N,m} = [W_N^{-klm}]. \tag{2}$$

여기서, $W_N = \exp\left(\frac{2\pi j}{N}\right), j = \sqrt{-1}$ 이다.

수열은 다음과 [5] 같이 만들어진다. 정보심볼을 $b_i, i=0, 1, 2, \dots, N-1$ 이라 하자. 직교성을 유지하고 교차상관이 없으려면 b_i 의 절대값이 모두 같아야 한다 [6]. 부호수열 발생기의 출력 심볼 g_l 은

$$g_l = b_l W_N^{l_l m}, 0 \leq l \leq N^2 - 1 \tag{3}$$

이고, $m \geq 1$ 은 쓰느이를 나타내며 그 값은 쓰느이마다 다르다. 그러면, 받은 심볼은

$$r_l = g_l + e_l, 0 \leq l \leq N^2 - 1 \tag{4}$$

이며, e_l 은 잡음 심볼이다. 받은 심볼 r_l 은 계수가 다음과 같은 정합 여파기를 거친다.

$$p_l = W_N^{-l_l m}, 0 \leq l \leq N^2 - 1. \tag{5}$$

그러면, 정합 여파기의 출력은

$$\begin{aligned} y_l &= \sum_{i=0}^{N^2-1} g_{R(i-l, N^2)} p_i + \sum_{i=0}^{N^2-1} e_{R(i-l, N^2)} p_i \\ &= y_l^s + y_l^e, 0 \leq l \leq N^2 - 1 \end{aligned} \tag{6}$$

인데, 여기서 y_l^s 와 y_l^e 는 각각 신호와 잡음 성분의 정합 여파기 출력이다. 부록 (가)에서 볼 수 있듯이 정합 여파기 출력의 신호와 잡음 성분은

$$y_i^s = \begin{cases} N \sum_{i=0}^{N-1} b_i W_N^{-l,im}, & l_r=0 \text{ 이면,} \\ 0, & \text{그밖에,} \end{cases} \quad (7)$$

과

$$y_i^e = \sum_{i=0}^{N^2-1} e_i W_N^{-f_i(i,0)m} \quad (8)$$

이며, 여기서

$$f_i(i, l) = \begin{cases} (i_q + l_q)(i_r + l_r), & 0 \leq i_r + l_r \leq N-1 \text{ 일 때,} \\ (i_q + l_q + 1)(i_r + l_r), & N \leq i_r + l_r \leq 2(N-1) \text{ 일 때} \end{cases} \quad (9)$$

이다.

정합 여파기의 출력 행렬을 다음과 같이 정의하자.

$$Y = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{N-1} \\ y_N & y_{N+1} & \dots & y_{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{(N-1)N} & y_{(N-1)N+1} & \dots & y_{N^2-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

그러면, 빠른푸리에변환기 출력은

$$\begin{aligned} R &= F_{N,m}^{-1} Y \\ &= F_{N,m}^{-1} (Y^s + Y^e) \\ &= S + E \end{aligned} \quad (11)$$

이며, Y^s 는 Y 의 신호 성분, Y^e 는 Y 의 잡음 성분 이고, $S = F_{N,m}^{-1} Y^s$ 그리고 $E = F_{N,m}^{-1} Y^e$ 이다. 이들은 부록 (나)에 보인 것처럼

$$S = N^2 \begin{bmatrix} b_0 & 0 & \dots & 0 \\ b_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N-1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

와

$$E = [E_{kl}] = \left[N \sum_{n=0}^{N^2-1} e_n W_N^{-f_i(n,k)m} \delta(k-l-n_r) \right] \quad (13)$$

으로 쓸 수 있다. 여기서,

$$f_2(n, l) = \begin{cases} n_q(n_r + l), & 0 \leq l \leq N-1-n_r \text{ 일 때,} \\ (n_q+1)(n_r+l), & N-n_r \leq l \leq N-1 \text{ 일 때} \end{cases} \quad (14)$$

이다. 그러면, (11), (12)와 (13)에서 빠른푸리에변환기 출력은 다음과 같다.

$$R = N \begin{bmatrix} Nb_0 + E_{00} & E_{01} & \dots & E_{0,N-1} \\ Nb_1 + E_{10} & E_{11} & \dots & E_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Nb_{N-1} + E_{N-1,0} & E_{N-1,1} & \dots & E_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

III. 잡음 줄임 방법

식 (12)와 (15)에서 신호 성분은 R 의 첫째 열에만 있고 잡음 성분은 모든 열에 나타남을 알 수 있다.

이를 바탕으로 한 제안한 잡음 줄임 방법은 다음과 같다. 식 (3)과 (4)에서 볼 수 있듯이 수신 심볼 r_i 은 정보심볼 하나와 잡음심볼 하나로 이루어진다. 그러므로, 빠른푸리에변환기 출력의 첫째 열 원소는 한 정보 심볼 b_i 와 N 잡음성분 e_{nN+i} , $n=0, 1, \dots, N-1$ 로 이루어진다. 제안한 잡음 줄임 방법의 핵심은 행렬 R 의 행마다 가장 작은 진폭의 잡음을 뺀 나머지 모든 잡음 성분들을 없애는 것이다. 따라서, 먼저 R 의 행마다 가장 작은 잡음 성분을 추정해야 한다. 이와 같은 간단한 한 가지 방법은 진폭이 가장 작은 받은 심볼로 가장 작은 잡음 성분을 추정하는 것이다. 이와 같이 고른 받은 심볼이 늘 가장 작은 진폭의 잡음을 가지고 있지는 않으나, 신호대잡음비가 작을수록 이와 같은 방법으로 얻은 잡음 성분이 실제로 가장 작은 진폭일 확률이 커짐을 쉽게 알 수 있다.

이제, $K(i)$ 를 i 째 정보 심볼의 진폭 추정기 출력값이라 하자: 다시 말해서, 집합 $\{r_i, r_{N+i}, r_{2N+i}, \dots, r_{(N-1)N+i}\}$ 에서 진폭이 가장 작은 원소가 $(k+1)$ 째 원소 r_{kN+i} 라면, $K(i)=k$, $i=1, 2, \dots, N-1$ 이다. 다음과 같이 정의되는 선형 결합 c_i 를 생각해 보자.

$$\begin{aligned} c_i &= \sum_{q=1}^{N-1-i} E_{R(i+q, N)q} W_N^{K(i)qam} \\ &+ \sum_{q=N-i}^{N-1} E_{R(i+q, N)q} W_N^{((K(i)+1)q+i)m}. \end{aligned} \quad (16)$$

그러면, 이 선형 결합은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 c_i &= \sum_{q=1}^{N-1-i} N \sum_{n=0}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-n(i+q)m} W_N^{K(i)qm} \\
 &+ \sum_{q=N-i}^{N-1} N \sum_{n=0}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-(n+1)(i+q)m} W_N^{((K(i)+1)q+i)m} \\
 &= N \sum_{n=0}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-nim} \sum_{q=1}^{N-1-i} W_N^{(K(i)-n)mq} \\
 &+ N \sum_{n=0}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-nim} \sum_{q=N-i}^{N-1} W_N^{(K(i)-n)mq} \\
 &= N \sum_{n=0}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-nim} \sum_{q=1}^{N-1} W_N^{(K(i)-n)mq} \\
 &= N \left\{ (N-1) e_{K(i)N+i} W_N^{-K(i)im} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{n=0, n \neq K(i)}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-K(i)im} \right\}. \tag{17}
 \end{aligned}$$

이제 R 의 첫째 열의 i 제 원소 R_{i0} 에 c_i 를 더하면

$$\begin{aligned}
 R_{i0} + c_i &= N \left\{ Nb_i + \sum_{n=0}^{N^2-1} e_n \delta(i-n_r) \right\} + c_i \\
 &= N \left\{ Nb_i + \sum_{n=0}^{N-1} e_{nN+i} W_N^{-nim} \right\} + c_i, \tag{18} \\
 &= N^2 \left(b_i + e_{K(i)N+i} W_N^{-K(i)im} \right)
 \end{aligned}$$

을 얻을 수 있다. 식 (18)에서 알 수 있듯이, R 의 행마다 진폭이 가장 작은 잡음만이 더해진 정보심볼 하나씩만 남아 있다. 이것은 잡음 줄임기로 말미암아 신호대잡음비가 커졌음을 뜻한다. 다시 한번, 직관적으로 이 시스템이 신호대잡음비가 작은 환경에서 성능이 더 좋을 것임을 쉽게 알 수 있다.

IV. 모의실험 결과

이제, ϵ -혼합 잡음 확률밀도함수를 생각해 보자 [7].

$$f(x) = (1 - \epsilon)f_b(x) + \epsilon f_i(x). \tag{19}$$

여기서, ϵ 은 충격성 매개변수 또는 혼합 매개변수라 불리고, f_b 와 f_i 는 분산이 각각 σ_b^2 과 σ_i^2 이고 평균이 0인 정규 확률밀도함수이다. 모의실험 결과를 정량화할 수 있도록 잡음줄임이득

$$G = 10 \log_{10} \{ P_b / P_a \} \tag{20}$$

을 성능측도로 쓰자. 여기서, P_b 와 P_a 는 각각 잡음을 줄이기 전과 줄인 뒤의 잡음 세기이다.

그림 2는 잡음줄임이득과 충격성 매개변수를 보여 주고 있다. 이 그림에서 $N=3$, $\sigma_i^2/\sigma_b^2=100$, 신호대잡음비는 0, 2.5, 4.5, 7dB이고, 모든 점은 각각 몬테카를로 (Monte Carlo) 모의실험을 10000번 거쳐 얻었다. 이 그림에서는, [6]의 확률적 분석에서 예상할 수 있듯이, 신호대잡음비가 작을수록 이득이 커짐을 알 수 있다. 또, 눈여겨 볼만한 것은 충격성 매개변수의 값이 0.35쯤일 때 그 이득이 가장 크다는 것이다.

잡음줄임이득과 신호대잡음비의 관계를 뚜렷이 볼 수 있도록, 가로축을 바꾸어 그림 3에 다시 보였다.

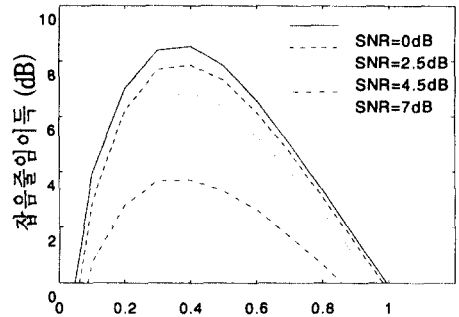


그림 2. $N=3$ 이고, $\sigma_i^2/\sigma_b^2=100$ 일 때 잡음줄임이득과 ϵ

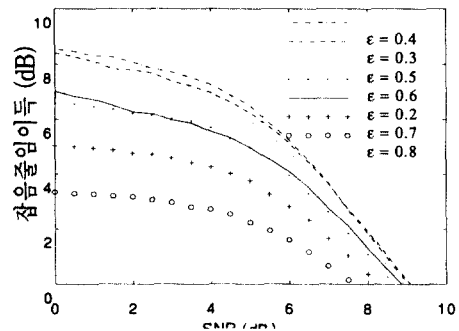


그림 3. $N=3$ 이고, $\sigma_i^2/\sigma_b^2=100$ 일 때 잡음줄임이득과 신호대잡음비

이 그림에서도 $N=3$ 이고 $\sigma_s^2/\sigma_b^2=100$ 이다. 신호대잡음비가 작고 ϵ -혼합 확률밀도함수의 충격성 매개 변수의 값이 중간값일 때 잡음줄임이득이 커짐을 쉽게 알 수 있다.

그림 4는 $N=6, 8, 10, 30, 60, 100$ 이고 잡음의 확률밀도함수가 다음과 같은 코오시 확률밀도함수일 때의 모의실험 결과를 나타낸다

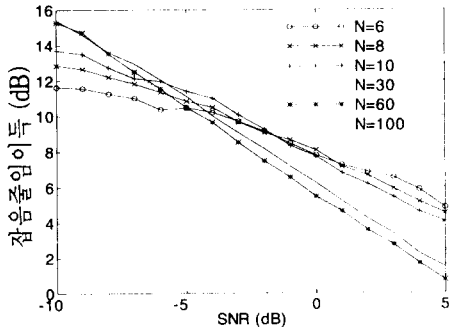


그림 4. 코오시 잡음에서의 잡음줄임이득과 신호대잡음비

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sigma} \frac{1}{x^2 + \frac{1}{\sigma^2}} \quad (21)$$

여기서, $1/\sigma^2$ 을 신호대잡음비로 썼다. 이 그림에서는 신호대잡음비가 작을수록 잡음줄임이득이 더 커짐을 알 수 있다. 상용 부호분할 다중접속 시스템의 대역 확장 이득이 100쯤이고 필요한 최소 신호대잡음비가 6dB이므로, 이 논문에서 제안한 잡음 줄임 방법은 실제 상황에 쓸 수 있다. 보기를 들어 $N=100$ 이고 잡음을 줄이기 전의 신호대잡음비가 -5dB일 때, 그림 4에서 볼 수 있듯이 이 논문에서 생각한 잡음줄임방법을 쓰면 신호대잡음비를 최소 필요값을 웃도는 10dB쯤으로 만들 수 있다.

V. 맺음말

이 논문에서는 한 직교수열에 알맞은 잡음 줄임 방법으로 그 직교수열의 고유성질을 쓴 방법을 제안하였다. 이 수열은 직교성이 있고 교차상관성이 좋으므로 부호분할 다중접속 시스템에 쓸 때 쓰는 이 사이

의 간섭 신호를 없앨 수 있다. 그리고 이 수열은 받은 신호에 포함되어 있는 잡음을 줄이는 성질이 있다. 제안한 방법은 먼저 받은 심볼의 진폭을 써서 가장 작은 신호의 위치를 추정하고 다음, 이 추정값과 그 수열의 고유 열개를 써서 잡음을 줄인다. 이와 같은 잡음 줄임 방법은 진폭이 가장 작은 잡음 수준으로 줄일 수 있다. 모의실험으로 신호대잡음비가 작을 때 성능이 좋다는 것을 확인하였다.

부 록 (가)

신호 성분의 정합 여파기 출력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_i^s &= \sum_{r=0}^{N^2-1} g_{R(i-l, N^2)} \hat{p}_r \\ &= \sum_{r=0}^{N^2-1} b_{R(i-l, N^2), N} W_N^{(Q(R(i-l, N^2), N)R(i-l, N^2), N) - i_r) m} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, $0 \leq i_q N + i_r - l \leq N^2 - 1$ 일 때, W_N 의 지수에서 m 을 생각하지 않으면

$$\begin{aligned} &Q(R(i-l, N^2), N) R(i-l, N^2), N) - i_r \\ &= Q(i_q N + i_r - l_q N - l_r, N) R(i_q N + i_r - l_q N - l_r, N) - i_r \end{aligned} \quad (23)$$

이다. 그런데,

$$\begin{aligned} &Q(i_q N + i_r - l_q N - l_r, N) \\ &= \begin{cases} i_q - l_q, & 0 \leq i_r - l_r \leq N-1 \text{ 일 때,} \\ i_q - l_q - 1, & -(N-1) \leq i_r - l_r < 0 \text{ 일 때} \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

이고

$$\begin{aligned} &R(i_q N + i_r - l_q N - l_r, N) \\ &= \begin{cases} i_r - l_r, & 0 \leq i_r - l_r \leq N-1 \text{ 일 때,} \\ i_r - l_r + N, & -(N-1) \leq i_r - l_r < 0 \text{ 일 때} \end{cases} \end{aligned}$$

이므로, (23)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q(i_q N + i_r - l_r N - l_r, N) R(i_q N + i_r - l_r N - l_r, N) - i_q i_r$$

$$= \begin{cases} -l_q i_r - l_r i_q + l_q l_r, & 0 \leq i_r - l_r \leq N-1 \text{ 일 때,} \\ -l_q i_r - l_r i_q + l_q l_r + l_r - i_r, & -(N-1) \leq i_r - l_r < 0 \text{ 일 때.} \end{cases} \quad (26)$$

이와 비슷한 방법으로 $-(N^2-1) \leq i_q N + i_r - l < 0$ 일 때 (22)의 W_N 의 지수에서 m 을 생각하지 않으면 (26)을 얻을 수 있다. 그러므로, (26)을 (22)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$y_i^s = \begin{cases} \sum_{i=0}^{N^2-1} b_{i,-l} W_N^{(-l_r i_r - l_r i_q + l_r l) m}, & 0 \leq i_r - l_r \leq N-1 \text{ 일 때,} \\ \sum_{i=0}^{N^2-1} b_{i,-l} W_N^{(-l_r i_r - l_r i_q + l_r l + l_r - i) m}, & -(N-1) \leq i_r - l_r < 0 \text{ 일 때.} \end{cases} \quad (27)$$

이제, (27)은 $0 \leq i_r - l_r \leq N-1$ 일 때

$$W_N^{l_r l, m} \sum_{i=0}^{N^2-1} b_{i,-l} W_N^{-l_r i, m} \sum_{i=0}^{N^2-1} W_N^{-l_r i, m} = N \sum_{i=0}^{N^2-1} b_i W_N^{-l_r i, m} \quad (28)$$

이고, $-(N-1) \leq i_r - l_r < 0$ 일 때 (l_r 이 0보다 크기 때문에) 다음과 같다.

$$W_N^{l_r l, m} \sum_{i=0}^{N^2-1} b_{i,-l} W_N^{-(l_r i_r + i) m} \sum_{i=0}^{N^2-1} W_N^{-l_r i, m} = 0. \quad (29)$$

식 (27), (28), (29)에서 (7)을 얻을 수 있다. 덧붙여, 위에서 보인 과정과 비슷한 과정을 거치면 (8)을 얻을 수 있다: 더 자세한 증명은 [6]에 나와 있다.

부 록 (나)

신호성분의 빠른푸리에변환기 출력은 다음과 같다.

$$S = F_{N,m}^{-1} Y^s = [S_0 : 0]. \quad (30)$$

여기서,

$$S_0 = [s_0 \ s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{N-1}]^T \quad (31)$$

이다. 그러면 S_0 의 $(p+1)$ 째 원소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s_p &= \sum_{q=0}^{N-1} W_N^{pqm} y_{qN} \\ &= N \sum_{q=0}^{N-1} W_N^{pqm} \sum_{i=0}^{N-1} b_i W_N^{-qim} \\ &= N \sum_{i=0}^{N-1} b_i \sum_{q=0}^{N-1} W_N^{(p-i)qm} \\ &= N \sum_{i=0}^{N-1} b_i N \delta(p-i) \\ &= N^2 b_p. \end{aligned} \quad (32)$$

식 (30), (31), (32)에서 (12)를 얻을 수 있다. 같은 방법으로 잡음 성분의 이산푸리에변환기 출력이 (13)임을 보일 수 있다: 더 자세한 증명은 [6]에서 볼 수 있다.

참 고 문 헌

1. T. Helleseth and T. Klove, "The number of cross-join pairs in maximum length linear sequences", IEEE Tr. Inform. Theory, vol. 37, pp. 1731-1733, Nov. 1991.
2. S. Boztas, R. Hammons, and P.V. Kumar, "4-phase sequences with near optimum correlation properties", IEEE Tr. Inform. Theory, vol. 38, pp. 1101-1113, May 1992.
3. T. Chang, I. Song, H.M. Kim, and S.H. Cho, "Cross-joins in de Bruijn sequences and maximum length linear sequences", IEICE Tr. Fundamentals, vol. E76A, pp. 1494-1501, Sep. 1993.
4. J.-S. No, K. Yang, H. Chung, and H.-Y. Song, "New construction for families of binary sequences with optimal correlation properties", IEEE Tr. Inform. Theory, vol. 43, pp. 1596-1602, Sep. 1997.
5. N. Suehiro and M. Hatori, "Modulatable orthogonal sequences and their application to SSMA systems", IEEE Tr. Inform. Theory, vol. 34, pp.

