

# 평균 영상 추정을 이용한 고속 프랙탈 영상 복원 알고리즘

正會員 文龍浩\*, 朴泰姬\*\*, 金在浩\*\*

## A Fast Fractal Decoding Algorithm using Averaged-Image Estimation

Yong Ho Moon\*, Tae Hee Park\*\*, Jae Ho Kim\*\* *Regular Members*

### 요 약

기존의 프랙탈 영상 복원 방식은 임의의 초기 영상에 대하여 주어진 횟수만큼 동일한 과정을 반복함으로써 영상을 복원한다. 그런데 이 방식은 초기 영상에 따라 수렴 속도가 달라져서 고속 복원에 문제를 야기한다. 이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 기존 방식이 DC 및 AC성분의 복원으로 분해될 수 있음을 이론적으로 보이고, 이를 기초로 두 단계로 구성되는 고속 복원 알고리즘을 제안한다. 첫 단계에서는 최적의 초기 영상으로 가정한 평균 영상을 추정한다. 그리고 마지막 단계에서는 추정된 영상을 초기 영상으로 하여 최종의 복원 영상을 얻는다. 모의 실험은 기존 1회 계산량의 15%만으로 첫 단계에서 평균 영상이 근사되어짐을 보인다. 그리고, 제안 방식이 다른 방식들보다 고속이며, 심지어 평균 영상을 초기 영상으로 이용한 기존 방식과 거의 동일한 성능을 지님을 보인다. 한편, 제안 방식은 고속의 복원을 위하여 압축 과정에 어떤 제약 조건도 부여하지 않으므로 다양한 압축 방식들에 의하여 생성된 압축 데이터에도 적용될 수 있다.

### ABSTRACT

In conventional fractal decoding procedure, the reconstructed image is obtained by a predefined number of iterations starting with an arbitrary initial image. Its convergence speed depends on the selection of the initial image. It should be solved to get high speed convergence. In this paper, we theoretically reveal that conventional method is approximately decomposed into the decoding of the DC and AC components. Based on this fact, we proposed a novel fast fractal decoding algorithm made up of two steps. The averaged-image considered as an optimal initial image is estimated in the first step. In the second step, the reconstructed image is generated from the output image obtained in the first step. From the simulations, it is shown that the output image of the first step approximately converges to the averaged-image with only 15% calculations for one iteration of conventional method. And the proposed method is faster than various decoding methods and evenly equal to conventional decoding with the averaged-image. In addition, the proposed method can be applied to the compressed data resulted from the various encoding methods because it does not impose any constraints in the encoding procedure to get high decoding speed.

\* 삼성전자 멀티미디어 연구소(중·연) 전임연구원

\*\* 부산대학교 전자공학과

論文番號 : 98049-0205

接受日字 : 1998年 2月 5日

## I. 서 론

Jacquin에 의하여 프랙탈 영상 압축 기법[1]이 처음 제안된 후로 다양한 연구가 수행되어져 왔다. 지금까지 발표되어 온 대부분의 연구들은 복원 과정보다는 압축 과정의 개선에 관한 것들이었다. 그런데 오늘날 점차 고속 프랙탈 영상 복원의 필요성이 증가하고 있다. 화상 전화 서비스, 화상 회의, VOD(Video on Demands)등의 Multi-Media 시스템과 CD-ROM 저장 시스템, 동영상 압축/복원 시스템 등의 응용 분야에 있어서 프랙탈 영상 압축 기법의 적용은 고속 복원 과정의 개발을 필요로 한다.

고정점 이론[2]에 근거한 프랙탈 영상 복원 방식은 압축 과정에서 구한 수축 변환을 임의의 초기 영상에 반복적으로 적용하는 일련의 과정이다. 이러한 복원 방식은 이론적인 측면에서는 큰 문제가 없으나 고속 복원을 수행하기 위해서는 몇 가지 개선의 여지를 지닌다[3]. 최근에 고속 프랙탈 영상 복원에 관한 몇가지 연구 결과들이 발표되었다. Baharav는 저해상도 영상에서 고해상도의 영상으로 계층적으로 복원하는 새로운 기법을 제안하였다[4]. Oien은 반복 복원이 필요없는 충분 조건을 제시하고 이를 이용한 고속 복원 방식을 제안하였다[5]. 그런데, 이 방식들은 압축 과정에서 정합 블록의 탐색을 제한하거나 특정한 수축 변환에만 복원 과정이 적용될 수 있는 등 일반적인 프랙탈 영상 압축 기법의 적용에 제약을 가져오는 단점을 지닌다. Kang[6]과 Hamzaoui[7]는 가우스-사이텔 기법과 유사한 고속 복원 알고리즘을 제안하였다. 그러나 이 방식에서는 초기 영상과 복원 횟수가 임의적으로 결정되는 문제를 여전히 지닌다. Moon[8]은 복원 과정에 수렴 척도를 도입하여 불필요한 복원을 없애고, 원 영상과 유사한 초기 영상을 추정함으로써 고속 복원을 시도하였다.

프랙탈 영상 복원 방식의 복원 속도가 초기 영상 설정에 의존한다는 사실은 일반적으로 잘 알려져 있다. 그런데 지금까지 최적의 초기 영상 설정에 관한 연구는 거의 미미하였다. Moon은 원 영상에서 각 치역 블록의 평균값들로 구성된 평균 영상을 고속 복원에 대한 최적의 초기 영상으로 간주하고, 압축 데이터만을 이용한 평균 영상 추정 알고리즘을 제안하였다[9]. 그런데, 이 방식은 오 추정되는 치역 블록이 많고 평균 영상을 초기 영상으로 한 경우보다 수렴 성능이 떨어

지는 단점을 지닌다.

본 논문에서는 최적의 초기 영상 추정을 통한 새로운 고속 프랙탈 영상 복원 알고리즘을 제안한다. 본 논문은 Moon[9]의 논문에서와 같이 복원할 각 치역 블록들에 대한 DC값들로 구성된 평균 영상을 최적의 초기 영상으로 간주한다. 평균 영상이 원 영상내의 치역 블록들에 대한 DC성분들로 이루어져 있으므로 고속의 수렴 속도를 보일 것이다. 그러나, 일반적인 압축 방식에 의하여 얻어진 압축 데이터는 각 치역 블록에 대한 평균값을 지니고 있지 않기 때문에 평균 영상은 복원단에서 이용되어질 수 없다. 따라서 제안 알고리즘의 첫 단계에서는 최적의 초기 영상을 얻기 위하여 전송된 압축 데이터만을 이용하여 평균 영상을 추정하고, 마지막 단계에서는 앞 단계에서 얻어진 추정 영상을 초기 영상으로 하여 최종의 복원 영상을 구한다. 본 논문에서는 기존 복원 방식에 대한 이론적 고찰을 통하여 제안 알고리즘의 타당성과 유효성을 증명한다. 그리고 모의 실험을 통하여 제안 방식에 의한 평균 영상 추정이 매우 효율적임을 보인다. 또한 평균 영상을 초기 영상으로 한 기존의 복원 방식과 기 제안된 고속 방식들과의 수렴 성능을 비교함으로써 제안 알고리즘의 우수성을 입증한다.

## II. 프랙탈 영상 복원에 관한 이론적 배경

프랙탈 영상 압축에 있어서, 압축 과정은 원 영상을 고정점(Fixed Point)으로 하는 수축 변환(Contractive Transform)을 구하는 것이다. 일반적으로 Complete Metric Space  $(F, d)$ 에 있어서 수축 변환  $\tau$ 는

$$\tau: F \rightarrow F$$

$$\exists s < 1, d(\tau(x), \tau(y)) < s \cdot d(x, y) \quad \text{for } x, y \in F \quad (1)$$

와 같이 정의되며 끌개(Attractor)라 불리는 유일한 고정점을 갖는다. 압축할 원 영상  $f_{org}$ 과 그 고정점  $\tau^\infty(f_0)$  간의 관계는 식(2)의 Collage 정리[1]로 알려져 있다.

$$d(f_{org}, \tau^n(f_0)) \leq \frac{1}{(1-s)} \cdot d(f_{org}, \tau(f_{org})) \quad (2)$$

Collage 정리에 근거한 프랙탈 영상 압축 과정은 식(2)의 우변을 최소로 하는 수축 변환을 구하기 위한

몇가지 단계들로 구성된다. 실제의 압축 방식은 원 영상을 지역 블록들로 분할하고 분할된 각 지역 블록에 대하여 정합 블록을 탐색함으로써 압축을 수행한다. 어떤 지역 블록  $R_i$ 에 대한 정합 블록 탐색에 있어서, 수축 변환의 스케일 파라메타  $s_i$ 와 오프셋 파라메타  $o_i$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$s_i = \frac{[\overline{R_i \cdot G(D_j)}] - \overline{R_i} \cdot \overline{G(D_j)}}{\sigma_D^2} \quad (3)$$

$$o_i = \overline{R_i} - s_i \cdot \overline{G(D_j)} \quad (4)$$

여기서,  $\sigma_D^2$ 와  $G(D_j)$ 는 정합 블록의 분산과 공간 수축된 정합 블록을 나타내고  $\overline{\phantom{x}}$ 는 평균값을 의미한다.

프랙탈 영상 복원 방식은 임의의 초기 영상에 전송된 수축 변환을 반복적으로 적용하여 수축 변환의 고정점을 구하는 단순한 과정이다. k번째 복원시  $B \times B$  크기의 지역 블록  $R_i^{(k)}$ 에 대한 복원 과정은 다음과 같이 표현된다.

$$R_i^{(k)} = s_i \cdot I \cdot G(D_j^{(k-1)}) + o_i \cdot 1_B \quad (5)$$

여기서,  $I$ 는 Isometry를 나타내며  $1_B$ 는 모든 화소값이 1인 지역 블록 크기의 평탄 블록을 나타낸다. 이와 같은 프랙탈 영상 복원 방식은 고정점 이론에 이론적 토대를 두고 있다. 어떤 수축 변환  $r$ 에 대하여 고정점 이론은 다음과 같이 표현된다.

$$X_p = r(X_p), X_p = \lim_{n \rightarrow \infty} r^n(X_o) \quad \text{for } X_p, X_o \in F \quad (6)$$

여기서,  $X_o, X_p$ 는 임의의 초기 영상과 고정점을 나타낸다. 식(6)의 고정점 정리는 어떤 수축 변환이 주어진 경우, 임의의 영상에 수축 변환을 반복 적용함으로써 그 변환의 고정점이 쉽게 얻어짐을 보여준다. 이와 같은 이유에서 기존 프랙탈 영상 복원 방식에서 복원 영상은 쉽게 구해진다.

그런데, 기존의 복원 방식에서는 비록 동일한 영상을 복원하는 경우라도 설정된 초기 영상에 따라 요구되는 복원 횟수가 달라진다. 이는 고정점 정리가 단순히 복원 영상의 수렴성만을 보장하고 초기 영상의 적

절한 선정에 관한 정보는 제공하지 못하기 때문이다. 즉, 어떤 초기 영상을 설정하는 것이 고속 복원에 적합한가에 대한 물음에 대하여 고정점 정리는 어떠한 실마리도 제공하지 못한다. 그림 1은 기존 복원 방식에 있어서 초기 영상 선정에 따른 수렴 그래프이다.

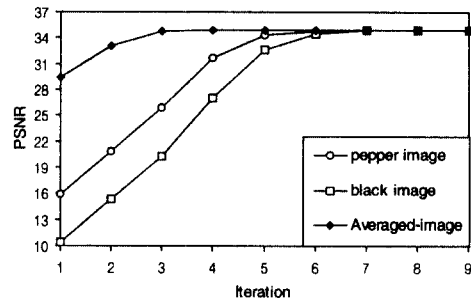


그림 1. 압축된 Lena영상에 대한 초기 영상에 따른 수렴 그래프.

Fig. 1 The convergence graphs for Lena image according to various initial images

여기서, 평균 영상은 각 지역 블록의 평균값을 알고 있다는 가정하에서 초기 영상으로 적용되었다. 따라서 평균 영상은 일반적인 복원 과정에서 초기 영상으로 이용될 수 없다. 그림 1은 기존 복원 방식의 초기 영상 의존성을 보여준다. 즉, 기존 방식에서 복원 속도가 초기 영상에 따라 달라짐을 보여준다. 이것은 기존 복원 방식이 고속 복원에 부적합함을 의미한다. 한편, 그림 1로부터 평균 영상을 초기 영상으로 한 경우에 가장 빠른 수렴 속도가 얻어짐을 알 수 있다. 평균 영상이 각 지역 블록들에 대한 DC 값들로 구성되었기 때문에 평균 영상을 초기 영상으로 이용할 경우 고속의 수렴이 이루어지는 것은 자명한 사실이다. 이와 같은 배경에서 평균 영상을 최적의 초기 영상으로 가정하는 것은 바람직할 것이다. 그러나 기존의 복원에서 평균 영상을 초기 영상으로 이용하기 위해서는 각 지역 블록의 평균값이 전송되어야 한다. 이것은 고속 복원을 수행하기 위하여 압축률이 감소되어야 함을 암시한다. 따라서, 압축 데이터만을 이용하여 평균 영상에 근사하는 초기 영상을 생성하는 기법의 개발이 필요하다.

### III. 제안 알고리즘

#### 1. DC복원과 AC복원

일반적으로 임의의 초기 영상을 이용하는 기존 복원 방식에서 DC와 AC 성분은 복원 횟수가 반복됨에 따라 동시에 복원되어진다. 그런데, 그림 1은 평균 영상을 초기 영상으로 한 복원이 다른 초기 영상들의 경우보다 고속의 수렴 속도를 지님을 보이고 있다. 원 영상과 복원 영상이 동일하다고 가정할 때, 평균 영상을 초기 영상으로 한 복원은 최종 복원 영상의 DC성분들이 미리 구해진 상태에서 AC성분들만을 복원하는 것으로 간주할 수 있을 것이다. 이것은 DC와 AC 성분을 개별적으로 복원한다면 수렴 속도가 향상되리라는 것을 암시한다. 따라서 기존의 복원 방식을 DC와 AC성분의 복원으로 분리하여 생각해 보는 것은 의미 있는 일이다. 이와 같은 배경하에서 식(5)의 기존 복원 방식을 DC와 AC성분으로 분해하면 다음과 같다.

$$R_i^{(k)} = \overline{R_i^{(k)}} 1_B + \overline{R_i^{(k)}} \quad (7)$$

$$= [o_i + s_i \cdot \overline{D_j^{(k-1)}}] 1_B + s_i \cdot I \cdot G(\overline{D_j^{(k-1)}})$$

여기서  $\overline{\quad}$ 는 블록의 AC성분을 나타낸다. 본 논문은 식(7)로부터 DC복원과 AC복원을 식(8)과 식(9)로 정의한다.

$$\overline{R_i^{(k)}} 1_B = [s_i \cdot \overline{D_j^{(k-1)}} + o_i] 1_B \quad (8)$$

$$\overline{R_i^{(k)}} = s_i \cdot I \cdot G(\overline{D_j^{(k-1)}}) \quad (9)$$

압축 과정에서 정의역 블록이 4개의 치역 블록만으로 구성되는 경우에 기존 복원 방식은 정의된 DC복원과 AC복원으로 분해된다. 즉, DC 복원과 AC복원은 서로 독립적으로 수행되어질 수 있다. 그러나 정합 블록이 몇몇의 치역 블록들과 부분적으로 겹쳐진 형태의 일반적인 압축 방식에서는 DC복원과 AC복원은 서로 독립적이지 않다. 즉, 전송된 압축 데이터로부터 독립적으로 DC성분과 AC성분의 복원을 수행할 수 없다.

그런데 식(5)의 기존 방식과 식(8)의 DC복원을 비교해 볼 때 두 수식이 서로 유사함을 알 수 있다. 두 수식에서  $s_i$ 는 서로 동일하고, 그 절대값이 1보다 작

으므로 복원 과정의 수렴 여부에 영향을 주지 않는다. 수렴 여부에 있어서, 두 수식의 차이는 기존 방식의 공간 축소(Spatial Contracted Operation)대신에 DC복원 방식에서 평균 기능(Averaging Operation)이 수행된다는 것이다. 그런데 어떤 임의의  $U, V$  블록에 대하여

$$d(\overline{U} 1_B, \overline{V} 1_B) \leq d(G(U), G(V)) \quad (10)$$

은 항상 성립한다[부록-A]. 이것은 어떤 두 블록에 대하여 평균 기능이 공간 축소보다 더 수축적이라는 것을 보여 준다. 이 사실은 식(8)로 정의된 DC복원 방식이 기존 복원 방식보다 수축적이므로 당연히 어떤 유일한 고정점을 지닌다는 것을 암시한다. 따라서, DC복원 방식이 어떤 고정점을 지니고 이 고정점이 평균 영상과 어떤 관계를 지니는지를 살펴보는 것은 매우 중요하다.

이를 위하여 본 논문은 DC복원 방식을 행렬 형식으로 표현한다. Jacquin과 Oien의 논문들[1],[5]은 식(5)의 기존 복원 방식을 행렬 수식으로 표현하여 특성을 해석하였다. 식(8)이 수식적으로 식(5)와 유사하므로 DC복원 방식을 다음과 같은 행렬식으로 표현하는 것은 무리가 없다.

$$Y^{(k)} = A \cdot Y^{(k-1)} + O \quad (11)$$

여기서,  $Y^{(k)}$ 는 k번째 복원 영상을 나타내고,  $A$ 는 DC복원 방식의 수축 변환을 나타내는 Linear Operator이다. 그리고  $O$ 는 각 치역 블록에 대응하는 오프셋 파라메타  $o_i$ 를 그 블록의 밝기값으로 설정되어진 영상이다. 오프셋 파라메타  $o_i$ 가 식(4)와 같이 계산되어진다는 사실로부터  $O$ 를 더 상세히 표현하면 다음과 같다.

$$O = \overline{R_f} - A \cdot X_f \quad (12)$$

여기서,  $\overline{R_f}$ 와  $X_f$ 는 평균 영상과 원 영상을 나타낸다. 식(11)과 식(12)로부터 식(13)은 쉽게 유도되어진다.[부록-B]

$$Y^{(k)} = \overline{R_f} + A^k \cdot (Y^{(0)} - X_f) + \left( \sum_{m=0}^{k-1} A^m \right) (\overline{R_f} - X_f) \quad (13)$$

여기서,  $Y^{(0)}$ 는 입의 초기 영상을 나타낸다. 식(13)에서 반복 횟수  $k$ 를 무한대로 보내면 DC복원 방식의 고정점  $Y_T$ 는 식(14)로 표현된다[부록-B].

$$Y_T = \overline{R_f} + (I - A)^{-1} A (\overline{R_f} - X_f) \quad (14)$$

식(14)로부터 우리는 DC복원 방식의 고정점이 평균 영상에 근사함을 알 수 있다. 본 논문은 이와같은 배경하에서 DC복원 방식을 이용하여 평균 영상을 추정하고, 추정된 영상을 초기 영상으로 하여 최종 복원 영상을 구하는 새로운 복원 알고리즘을 제안하고자 한다.

### 2. 제안 알고리즘

앞장에서 얻어진 이론적 결과를 토대로 본 논문에서는 두 단계로 구성된 새로운 프랙탈 영상 복원 알고리즘을 제안한다. 제안 알고리즘의 첫 단계에서는 평균 영상에 근사하는 초기 영상을 추정한다. 그리고 마지막 단계에서는 첫 단계에서 추정된 영상을 초기 영상으로 하여 최종의 복원 영상을 구한다.

평균 영상을 추정하는 첫 단계에서 서술한 DC복원 방식을 적용하는 것은 이론적으로 무리가 없다. 그러나, 식(8)의 DC복원 방식을 직접적으로 복원에 적용하는 것은 실제 계산량 측면에서 볼 때 적합하지 않다. DC 복원 방식은 각 지역 블록의 복원시 정합 블록의 평균값들을 매번 계산한다. 그런데, 이것은 기존 복원 방식에 비하여 많은 부가 계산량을 야기한다. 일반적으로 기존 복원 방식에서 1개의 화소당 4번의 덧셈과 2번의 곱셈이 소요된다. 그런데,  $B \times B$  크기의 지역 블록에 대하여 DC복원 방식에서는 1개의 화소당 4번의 곱셈과  $2/B^2$ 번의 덧셈이 소요된다. 따라서, DC복원 방식을 직접적으로 적용할 경우, 두 단계로 구성되는 제안 알고리즘은 오히려 기존 방식보다 많은 계산량을 필요로 하게 된다. 이같은 이유에서 본 논문에서는 평균 영상을 추정하기 위한 첫 단계를 식(15)와 같은 방식으로 변형한다.

$$\overline{D_j^{(k-1)}} = [(D_j^{(k-1)})_{0,0} + (D_j^{(k-1)})_{2B-1,0} + (D_j^{(k-1)})_{0,2B-1} + (D_j^{(k-1)})_{2B-1,2B-1} + (D_j^{(k-1)})_{B,B}] / 5$$

$$\overline{R_i^{(k)}} 1_B = [s_i \cdot \overline{D_j^{(k-1)}} + o_i] 1_B \quad (15)$$

식(15)는 식(8)에서의 정합 블록 평균 계산을 5개 화소 샘플들의 평균으로 대체한 것으로 각 지역 블록당 2번의 곱셈과 5번의 덧셈 연산을 수행한다. 이것은 기존 방식에 의하여 1개의 화소를 복원하는데 소요되는 계산량에 해당한다. DC복원 방식에서는 지역 블록내의 모든 화소들이 동일한 밝기값을 지닌다. 그리고 일반적으로 영상 데이터에서 블록간 평균값들에는 상관도가 매우 강하다고 알려져 있다. 따라서, 식(15)는 식(8)에 비하여 큰 오차를 가져오지 않을 것이다. 본 논문에서는 DC복원 방식과 식(15)의 변형 방식간의 성능을 실험적으로 비교할 것이다.

두 번째 단계는 식(15)의 방식에 의하여 얻어진 영상을 초기 영상으로 하여 기존 복원 방식을 적용함으로써 최종 복원 영상을 구한다. 최종 복원 영상을 얻기 위하여 식(9)의 AC복원 방식을 적용하는 것은 앞단에서 언급한 바와 동일한 맥락으로 많은 부가 계산량을 필요로 한다. 즉, 매 번 AC성분의 계산에 소요되는 계산량은 실질적인 이득을 가져오지 못한다. 또한 AC복원 방식의 적용은 첫 단계에서 발생하는 추정 오차를 보상할 수 없다. 따라서 본 논문은 두 번째 단계에서 기존의 복원 방식을 적용한다. 기존 복원 방식의 적용은 AC성분의 복원과 아울러 첫 단계에서의 추정 오차도 보상한다. 그림 2는 본 논문의 제안 알고리즘에 대한 순서도이다. 여기서 ITN은 복원 횟수이다.

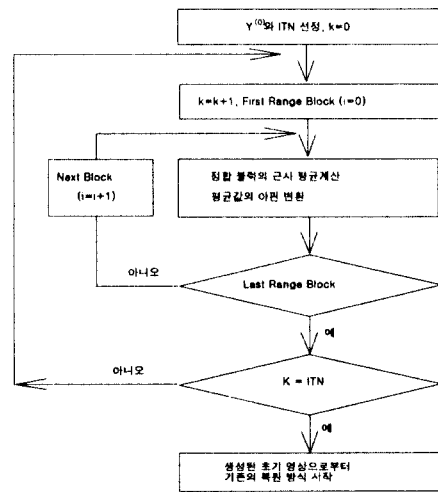
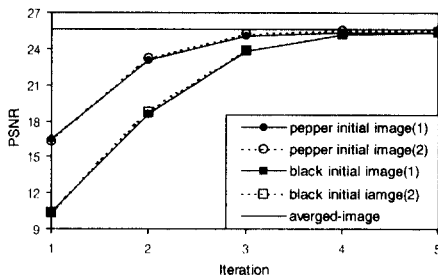


그림 2. 제안된 복원 알고리즘의 순서도.  
Fig. 2 Flow chart of the proposed decoding algorithm.

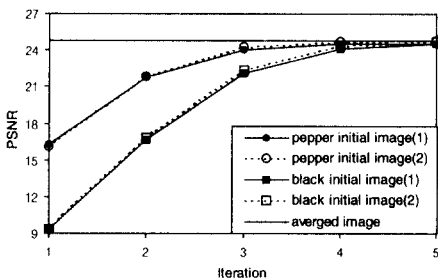
IV. 모의 실험 및 결과

본 논문에서는 512×512 흑백 영상인 Lena와 boat에 대하여 모의 실험을 수행하였다. 실험에서는 Jacqu-in의 압축 방식을 이용하여 두 영상을 각각 0.71bpp와 0.91bpp로 압축하였다. 이때 초기 치역 블록의 크기는 8×8로 하였고, 근사 정도에 따라 치역 블록을 4×4 크기로 분할하였다.

pepper와 black 영상을 초기 영상으로 하여 제안 알고리즘의 첫 단계를 적용했을 때, 평균 영상에 대한 성능을 조사하였다. 그림 3은 제안 방식의 첫 단계에서 평균 영상을 추정했을 때의 수렴 그래프이다.



(a) Lena



(b) boat

그림 3. 제안 알고리즘의 첫 단계에 의한 평균 영상 추정에 대한 수렴 그래프

Fig. 3 The convergence graphs for estimating the averaged-image by the first decoding step.

여기서, 평행한 실선은 평균 영상과 원 영상간의 PSNR을 나타낸다. 그리고 식(8)의 DC복원 방식과 제

안된 추정 방식에 의한 수렴 그래프는 각각 점선과 실선으로 표현되었다. 그림 3은 초기 영상에 관계없이 첫 단계의 결과 영상이 항상 평균 영상에 근사하게 수렴됨을 보여 준다. 이것은 앞장에서 논의한 첫 단계의 수렴성에 대한 실험적 예증이다. 앞에서 언급한 바와 같이 이렇게 얻어진 추정 영상은 두 번째 단계의 초기 영상으로 이용된다. 한편, DC복원 방식과 제안된 추정 방식에 의한 수렴 그래프들을 비교해 볼 때 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 이것은 제안 방식이 매우 효과적임을 암시한다.

제안된 추정 방식에 대한 효율성을 알아보기 위하여 소요된 계산량을 조사해 보았다. 표 1은 기존 복원 방식, DC복원 방식, 그리고 제안 방식에서의 화소당 계산량 비교이다.

표 1. 기존 복원 방식, DC복원 방식, 그리고 제안 방식에서 소요된 화소당 계산량 비교

Table 1. Comparison of the computations per pixel used in conventional decoding method, DC decoding method, and the first step of the proposed method

|      | 제안 방식의 첫 단계 (5회 복원) |             | 식(8)의 DC복원 방식 (5회 복원) |             | 기존 복원 방식 (1회) |             |
|------|---------------------|-------------|-----------------------|-------------|---------------|-------------|
|      | 덧셈 (/pixel)         | 곱셈 (/pixel) | 덧셈 (/pixel)           | 곱셈 (/pixel) | 덧셈 (/pixel)   | 곱셈 (/pixel) |
| Lena | 0.525               | 0.222       | 18.605                | 0.222       | 4             | 2           |
| boat | 0.659               | 0.279       | 17.283                | 0.279       | 4             | 2           |

표 1은 제안 방식에서 소요된 계산량이 기존 방식의 1회 복원 계산량에 약 15%에 불과함을 보여 준다. 따라서 제안된 추정 방식에서는 무시 가능할 만큼 작은 계산량이 소요된다고 생각할 수 있다. 반면에, DC복원 방식에서는 매우 많은 계산량이 소요되어진다. 그림 3과 표 1로부터 제안된 추정 방식이 초기 영상에 관계없이 매우 작은 계산량으로 평균 영상에 근사한다는 것을 알 수 있다. 그림 4는 그림 3의 제안 방식에 의하여 추정된 영상들이다.

그림 4는 제안 방식에 의한 추정시 오 추정된 블록이 거의 존재하지 않음을 보여준다. 그리고 영상의 대략적인 정보를 인간이 충분히 인지할 수 있을 만큼 영상의 화질이 양호하다. 이것은 제안된 추정 방식을 데이터 검색 시스템에 적용할 경우, 매우 작은 계산량



(a) Lena(25.3dB, 5회 복원)



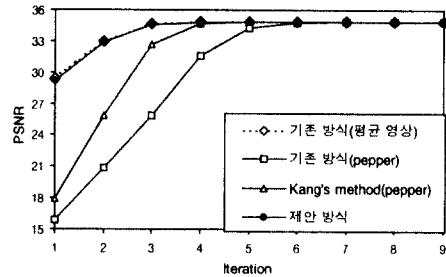
(b) boat(24.6dB, 5회 복원)

그림 4. 제안된 첫 단계에 의하여 추정된 출력 영상.  
Fig. 4 The output images generated by the first step of the proposed method.

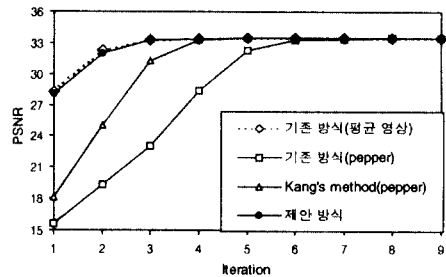
만므로 복원할 영상이 검색 대상인지를 판정할 수 있어서 검색 시간을 감소시킬 수 있을 것이다.

앞에서 추정된 영상을 초기 영상으로 한 경우에 대한 수렴 속도를 비교하는 것은 매우 중요하다. 그림 5는 평균 영상과 pepper 영상에 기존 방식을 적용한 수렴 그래프, pepper영상에 Kang의 방식[6]을 적용

한 수렴 그래프, 그리고 제안 방식에 의한 수렴 그래프를 보여준다.



(a) Lena



(b) boat

그림 5. 다양한 복원 방식들에 대한 Lena와 boat영상의 수렴 그래프.

Fig. 5 The convergence graphs for Lena and boat images according to various decoding methods

그림 5의 PSNR 변화를 비교해 볼 때, 추정된 평균 영상의 수렴 속도가 평균 영상의 수렴 속도와 거의 동일함을 알 수 있다. 또한, Kang의 수렴 그래프보다 수렴 속도가 훨씬 빠름을 쉽게 알 수 있다. 이것은 제안 방식에서 최종 복원 영상의 AC성분이 복원되어 짐과 아울러 첫 단계의 추정 오차가 효과적으로 보상됨을 암시한다. 이상의 결과들에서 볼 때, 첫 단계에서 어떤 초기 영상을 이용하는가 하는 것은 두 번째 단계에서의 복원 속도에 큰 영향을 미칠 수 없으며, 이때 소요되는 계산량은 전체 복원 계산량에 비해 매우 작다. 따라서 제안 알고리즘은 초기 영상 선정에

무관한 고속 복원 속도를 지닌다고 볼 수 있다.

**V. 결 론**

본 논문에서는 기존 복원 방식이 DC와 AC성분의 복원으로 근사적으로 분해될 수 있음을 이론적으로 입증하였다. 그리고 이같은 이론적 고찰을 토대로 두 단계로 구성된 새로운 프랙탈 복원 알고리즘을 제안하였다. 제안 알고리즘의 첫 단계에서는 최적의 초기 영상으로 가정한 평균 영상을 추정하고, 두번째 단계에서는 추정된 영상을 초기 영상으로 하여 최종 복원 영상을 구한다.

모의 실험으로부터, 기존 방식의 1회 복원 계산량의 15%에 해당하는 매우 작은 계산량으로 평균 영상에 근사하는 결과 영상이 제안 방식의 첫 단계에서 얻어 짐을 알 수 있었다. 그리고 얻어진 출력 영상의 화질을 살펴볼 때 오 추정된 부분이 다른 추정 방식[9]보다 매우 적었다. 첫 단계의 결과 영상을 초기 영상으로 한두번째 단계에서의 복원은 다른 방식들보다 매우 빠른 수렴 속도를 보였다. 더욱이 평균 영상을 초기 영상으로 적용한 기존 방식의 수렴 속도와 거의 동일하였다. 이 결과들은 제안 방식이 효율적으로 평균 영상을 추정하여 고속으로 영상을 복원함을 의미한다.

이와 같은 결과들은 제안 알고리즘이 기존 방식의 초기 영상 의존성을 극복할 수 있다는 것을 보여준다. 아울러 기존 복원 방식에서는 DC와 AC성분이 서로 혼합되어 동시에 복원되므로 고속의 수렴 속도를 얻기가 힘들다는 사실을 간접적으로 입증한다. 한편, 제안 알고리즘은 압축 과정에 어떠한 제약을 부여하지 않고서도 고속의 복원 영상을 얻을 수 있다. 즉, 제안 알고리즘은 고속 복원을 위하여 압축 과정을 변화시킬 필요가 없으므로 다양한 압축 방식에 의하여 얻어진 압축 데이터에도 우수한 복원 결과를 가져올 것이다.

**부 록**

**(A) DC 복원 방식의 수축성 증명**

일반적으로 모든 정의역 블록에 대하여 그 평균값과 수축 변환된 블록의 평균값은 서로 동일하다. 즉,  $2B \times 2B$  크기의 어떤 정의역 블록  $D$ 에 대하여 다음

수식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \frac{1}{4B^2} \sum_{i=0}^{2B-1} \sum_{j=0}^{2B-1} d_{i,j} \\ &= \frac{1}{B^2} \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \frac{d_{2i,2j} + d_{2i+1,2j} + d_{2i,2j+1} + d_{2i+1,2j+1}}{4} \\ &= \overline{G(D)} \end{aligned} \tag{A.1}$$

여기서,  $d_{ij}$ 는 정의역 블록내의 (i,j)번째 화소에 대한 밝기값을 나타낸다.

$\|\cdot\|_2$ 을  $l-2$  Norm이라 할때, 식(10)의 좌변은 식(A.2)와 같다.

$$\begin{aligned} d(\bar{U}_{1B}, \bar{V}_{1B}) &= \|\bar{U}_{1B}, \bar{V}_{1B}\|_2 = \frac{1}{B^2} \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} (u_{i,j} - v_{i,j})^2 \\ &= \frac{1}{B^2} \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} (\bar{U} - \bar{V})^2 \\ &= (\bar{U} - \bar{V})^2 \end{aligned} \tag{A.2}$$

여기서,  $u_{ij}$ 와  $v_{ij}$ 는 각각  $U, V$  블록내의 (i,j)번째 화소에 대한 밝기값들을 나타낸다. 식(A.2)는 식(A.1)을 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} (\bar{U}, \bar{V})^2 &= (\overline{GU} - \overline{GV})^2 \\ &= \left\{ \frac{1}{B^2} \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \left( \frac{u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1}}{4} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{B^2} \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \left( \frac{v_{i,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j+1} + v_{i+1,j+1}}{4} \right) \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{1}{B^4} \left( \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \left( \frac{u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1}}{4} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{v_{i,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j+1} + v_{i+1,j+1}}{4} \right) \right\}^2 \end{aligned} \tag{A.3}$$

식(A.3)에 Cauchy-Schwarz inequality를 적용하면 식(A.4)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} (\bar{U} - \bar{V})^2 &= \left\{ \frac{1}{B^4} \left( \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \left( \frac{u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1}}{4} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{v_{i,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j+1} + v_{i+1,j+1}}{4} \right) \right\}^2 \\ &\leq \frac{1}{B^4} B^2 \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \left( \frac{u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1}}{4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{v_{i,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j+1} + v_{i+1,j+1}}{4} \right)^2 \\ &= \frac{1}{B^2} \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{j=0}^{B-1} (G(D_{ij}) - G(D_{vi}))^2 \\ &= \|G(U), G(V)\|_2 \end{aligned} \tag{A.4}$$



식(A.2), 식(A.3), 그리고 식(A.4)로부터 본 문 의 식 (10)이 성립함을 쉽게 알 수 있다.

$$d(\bar{U} 1_B, \bar{V} 1_B) = \|\bar{U} 1_B, \bar{V} 1_B\|_2 \leq \|G(U) - G(V)\|_2 = d(G(U), G(V))$$

(B) DC 복원 방식의 고정점 유도

본 문에서 식(11)에 식(12)을 대입하면 아래와 같 이 표현된다.

$$Y^{(k)} = AY^{(k-1)} + O = AY^{(k-1)} + \bar{R}_f - AX_f = A(Y^{(k-1)} - X_f) + \bar{R}_f. \quad (B.1)$$

수식(B.1)에서 복원 회수 k에 1, 2, 3을 대입하면 다음과 같은 수식들이 얻어진다.

$$Y^{(1)} = A(Y^{(0)} - X_f) + \bar{R}_f. \quad (B.2)$$

$$Y^{(2)} = A(Y^{(1)} - X_f) + \bar{R}_f = A(Y^{(0)} - X_f) + A(\bar{R}_f - X_f) + \bar{R}_f. \quad (B.3)$$

$$Y^{(3)} = A(Y^{(2)} - X_f) + \bar{R}_f = A(Y^{(0)} - X_f) + (\sum_{m=0}^2 A^m)(\bar{R}_f - X_f) + \bar{R}_f. \quad (B.4)$$

이 수식들로부터 본문의 식(13)은 귀납적으로 쉽게 유도되어 질 수 있다.

$$Y^{(k)} = A^k(Y^{(0)} - X_f) + (\sum_{m=0}^{k-1} A^m)(\bar{R}_f - X_f) + \bar{R}_f.$$

수축 변환의 Linear Operator  $A$ 에 대하여 norm은 압축 과정에서 1보다 작게 설정되어 진다. 따라서 반복 횟수  $k$ 가 무한대로 접근할 때, 위 식의 우변에서  $A^k$ 는 0이 되고  $A$ 의 부분합은  $(I - A)^{-1} A$ 에 수렴한다. 그러므로 DC복원 방식의 고정점은 다음과 같 이 표현되어 진다.

$$Y_T = \bar{R}_f - (I - A)^{-1} A(X_f - \bar{R}_f).$$

## 참고 문헌

1. A. E. Jacquin, "Fractal Image Coding based on a Theory of Iterated Contractive Image Transformations", IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 1, No.1, Jan., 1992.
2. H. O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, *Chaos and Fractals-New Frontiers of Science*, Springer-Verlag, New York, 1992.
3. 문 용호, 김 형순, 손 경식, 김 윤수, 김 재호, "고속 프랙탈 복원 알고리즘", 한국 통신학회논문지, 제 21권, 제 3호, pp.564-575, 1996.
4. Z. Baharav, D. Malah, and E. Karnin, "Hierarchical Interpolation of Fractal Image Coding and Its Application to Fast Decoding", *Proc. Digital Signal Processing*, pp. 190-195, 1993.
5. G. E. Oien and S. Lepsoy, "Fractal-based Image Coding with Fast Decoder Convergence", *Signal Processing*, Vol. 40, pp. 105-117, 1994.
6. H. S. Kang and S. D. Kim, "A Fast Decoding Algorithm for Fast Convergence", *Optical Engineering*, Vol. 35, No. 11, pp. 3191-3198, Nov, 1996.
7. R. Hamzaoui, "A New Decoding Algorithm for Fractal Image Compression", *Electronics Letters*, Vol. 32, No. 14, pp. 1273-1274, 1996.
8. Y. H. Moon, K. R. Baek, Y. S. Kim, and J. H. Kim, "Fast Fractal Decoding Algorithm with Convergence Criteria", *Optical Engineering*, Vol. 36, No. 7, pp. 1992-1999, July, 1997.
9. 문 용호, 박 태희, 백 광렬, 김 재호, "고속 프랙탈 영상 복원을 위한 초기 영상 추정", 한국 통신학회, 제 22권, 2호, pp. 325-333, 1997.

감사의 글

본 논문이 나오기까지 많은 지원과 도움을 주신 부산대학교 컴퓨터 및 정보통신 연구소 관계자 여러분들께 감사드립니다.

