

맨체스터 코딩 기법과 differential 코딩 기법을 이용한 16-QAM과 QPRS 통신 시스템의 이동 무선 전송 채널에서의 오류율 분석

정회원 김 태 헌*, 하 덕 호**

Analysis of BER Performance of 16-QAM and QPRS by Differential and Manchester Coding Schemes over Mobile Communication Channel

Tae-heon Kim*, Deock-ho Ha** *Regular Member*

요약

본 논문에서는 레일리 페이딩 채널에서 16-QAM과 QPRS 통신 시스템의 비트 오류율 성능을 이론적으로 분석하고, 성능 개선을 위해 맨체스터 코딩 기법을 적용한 16-QAM 및 QPRS에 대한 통신 시스템을 모델링하고 이를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 분석한다. 아울러 이동 통신 환경에서 주요한 변수가 되는 스펙트럼 효율을 함께 분석한다. 그 결과 맨체스터 코딩 기법을 적용한 시스템에서는 BER은 개선 되었지만 스펙트럼 효율은 향상되지 않음을 보였다. 따라서 이에 대한 문제를 해결하기 위해 differential 코딩 기법을 적용한 또 다른 시스템을 모델링하고 이를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 분석한다. 그 결과 BER 개선과 스펙트럼 효율의 양 측면에서 개선됨을 보인다. 특히 코딩 기법을 적용하기 위해 새로운 신호점 배치를 고안하여 이를 시뮬레이션 시스템에 적용하였다.

ABSTRACT

We examine bit error rate (BER) improvement of two communication systems which are almost exclusively used for spectrally efficient applications, namely, quadrature-amplitude-modulation(QAM) and quadrature-partial-response system(QPRS) over Rayleigh fading channel. From the computer simulation the differential coded 16-QAM has better error performance than the conventional 16-QAM over Rayleigh fading channel. Manchester coding scheme is also introduced to compare performances over Rayleigh fading channel. Specifically, the spectral efficiency of differential coding scheme was better than that of manchester coding scheme. A new signal constellation of 16-QAM is devised to adapt the coding scheme.

1. 서론

대역폭이 제한된 이동 통신 환경에서는 레일리 페이딩 등의 요인에 따라 비트 오류율 성능의 열화를 가져오게 되어 오류 제어 기법이나 다이버시티 등의 비트 오류율 성능 개선 기법의 적용이 필연적

으로 되고 있다^[1]. 다이버시티 기법을 채용할 경우 이동국에 요구되는 하드웨어 중복성이나 특히 공간 다이버시티의 경우 기지국에 요구되는 큰 안테나 분리 공간 등에 기인하여 이동 통신 환경에 항상 적합하지 않을 수 있다. 따라서 본 논문에서는 스펙트럼 효율 면에서 강점을 지니는 16-QAM 및

* 부산경상대학교 사무자동화과 (hugerock@baesun.psk.ac.kr)

** 국립 부경대학교 정보통신공학과

논문번호 : 97045-0204, 접수일자 : 1997년 2월 4일

49-QPRS 통신 시스템에 맨체스터 코딩 기법과 differential 코딩 기법을 적용한 시스템을 각각 모델링하고 이를 레일레이 페이딩 채널에서 컴퓨터 시뮬레이션하여 그 성능을 분석하고자 한다.

한편, differential 코딩 기법은 디지털 정보가 위상에 포함되는 Phase-Shift Keying (PSK) 방식에 쉽게 응용할 수 있지만 진폭과 위상에 따라 디지털 정보가 포함되는 QAM방식에는 바로 적용할 수 가 없다^[2]. 따라서 본 논문에서는 새로운 신호점 배치 ($\pi/8$ -8PSK를 이용)를 고안하여 이를 이용하여 QAM에 differential 코딩 기법을 적용하였다. 한편, 8PSK의 신호점을 이용한 QAM의 differential 코딩 기법을 이용한 성능개선은 문헌^[3]에서 기 발표되었지만, 본 논문에서는 이를 보다 확장하여 QAM 및 QPRS에 적용하여 세부적으로 연구 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 II장에서는 맨체스터 코딩된 16-QAM 및 49-QPRS방식의 구성과 BER 분석을 시도하였고, III장에서는 differential 코딩된 16-QAM방식의 이론적 해석과 레일레이 페이딩 채널 환경에서의 BER 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 분석하였다. IV장에서는 스펙트럼 효율 면에서 세부적 비교, 검토를 기술하였으며, 마지막 V장에서 결론을 맺는다.

II. 맨체스터 부호화된 16-QAM 및 49-QPRS의 분석

1. 페이딩 환경하의 16-QAM의 BER 해석

이동무선 환경하에서 오류율을 검토하기 위하여 m-분포 모델^[4]을 도입한다. 일반적으로 m-분포 모델은 m=1일 때 레일레이 페이딩 현상을 나타내고, m=∞일 때는 페이딩이 없는 이상적인 경우를 나타낸다. 수신 신호 S의 포락선의 확률 밀도 함수 P(S)는 일반적으로 다음 식 (1)과 같이 된다.

$$P(S) = 2m^m \frac{S^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp(-mS^2) \quad (1)$$

여기서,

- Γ() : 감마 함수
- Ω/2 : 평균 반송파 전력
- Ω=R² : 페이딩 받은 신호의 평균 전력
- m : 페이딩 지수 이다.

레일레이 페이딩 환경에서 오류율 식은 식 (1)에

서 수신 신호의 진폭 S가 m=1일 때의 확률 밀도 함수 P(S)와 페이딩이 없는 경우의 오류 확률 P_{non}(e)를 S에 관하여 평균을 취하면 다음 식 (2)와 같이 구해진다^[5].

$$P(e) = \int_0^\infty P(S)P_{non}(e) dS \quad (2)$$

여기서,

- P(S) : 수신 신호의 포락선 S의 확률 밀도 함수
- P_{non}(e) : 페이딩 환경전의 오류식(단순 신호점 잡음에 의한 오류식)

$$P_{non}(e) = \int_{\frac{d_x}{2}}^\infty P(x) dx = \int_{\frac{d_x}{2}}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_c} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_c^2}\right) dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{d_x}{2\sqrt{2}\sigma_c}\right) \text{ 이다.}$$

그림 1에는 16-QAM의 신호점 분포 중 제 1 상한을 도시하였다. 동상과 직교 채널이 독립이라 하고, 페이딩을 받은 어떤 한 부호점의 부호 오류율을 P(X,Y)라 하면, 한 부호점의 오류율은 다음 식 (3)과 같이 동상 채널의 오류율 P(X)와 직교 채널의 오류율 P(Y)의 합으로 나타낼 수 있다.

$$P(X, Y) = P(X) + P(Y) \quad (3)$$

여기서, P(X) = I 채널의 오류율

P(Y) = Q 채널의 오류율 이다.

또한, 동상과 직교 채널에서 발생하는 오류는 같으므로 P(X)와 P(Y)는 식(1) 및 (2)에 따라 다음 식 (4)와 같이 된다.

$$P(X) = P(Y) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \operatorname{erfc}\left(\frac{|S_x - A_d|}{\sqrt{2}\sigma_c}\right) \frac{2m^m S_x^{2m-1}}{\Gamma(m)(A_x + d)^{2m}} \exp\left(-\frac{m S_x^2}{(A_x + d)^2}\right) dS_x + \frac{1}{2} \int_0^\infty \operatorname{erfc}\left(\frac{|(A_x + 2d) - S_d|}{\sqrt{2}\sigma_c}\right) \frac{2m^m S_x^{2m-1}}{\Gamma(m)(A_x + d)^{2m}} \exp\left(-\frac{m S_x^2}{(A_x + d)^2}\right) dS_x \quad (4)$$

여기서,

- (2x-1)d : 신호점간의 거리
- A_x = (2x-1)d - d
- S_x : 페이딩 받은 수신신호의 진폭
- σ_c² : 잡음의 평균 전력 이다.

이동 무선 환경에서 16-QAM의 이론적 오류식을 계산하기 위하여 왼쪽에 분포하는 신호점(d)과 바깥쪽에 분포하는 신호점(3d)을 독립적으로 고려하여야 한다. 그림 1에서 화살표 방향으로 표시한 것 처럼

안쪽에 분포하는 점은 양쪽으로 오류가 발생하고, 바깥쪽에 분포하는 점은 안쪽으로만 오류가 발생한다. 따라서 16-QAM의 안쪽에 분포하는 신호점의 오류율 P(1)과 바깥쪽에 분포하는 신호점에 대한 오류율 P(2)는 식 (5)와 같다. 식 (5)에서 P(1)의 전향은 신호점 d에서 좌측으로 오류가 발생할 확률이고, 후향은 우측으로 오류가 발생할 확률이다.

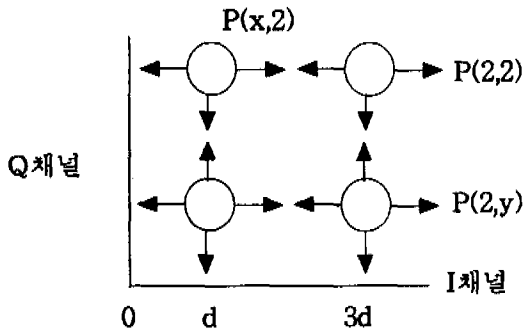


그림 1. 16-QAM의 신호점 분포
Fig. 1. Signal constellation of 16-QAM

$$\begin{aligned}
 P(1) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_G}{10}} R_1 \right) \frac{2m^m R_1^{2m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-mR_1^2) \right) dR_1 \\
 &+ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_G}{10}} |2-R_1| \right) \frac{2m^m R_1^{2m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-mR_1^2) \right) dR_1 \\
 P(2) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_G}{10}} |3R_2-2| \right) \frac{2m^m R_2^{2m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-mR_2^2) \right) dR_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서,

$$\rho_G = \frac{5d^2}{\sigma_c^2} ; \text{ 평균 반송파 전력대 잡음 전력의 비,}$$

$$R_1 = \frac{S_1}{d}, R_2 = \frac{S_2}{3d}$$

$\Gamma(m)$: 감마 함수 이다.

이상의 이론적인 계산을 시뮬레이션 결과와 함께 그림 2에 나타내었다. 그림 2에 나타난 바와 같이, 16-QAM을 이동 무선환경에 도입하면 오류율 성능이 저하되게된다. 그림 2에서 이론적 계산 결과와 시뮬레이션 결과간에는 약간의 차이를 보이는데 이것은 이론적 계산은 단지 수식을 이용한 이론적 결과이며 시뮬레이션 결과는 필터 특성과 전송상에 발생하는 잡음을 고려하여 시뮬레이션 하였기 때문에 약간의 차이를 보인다.

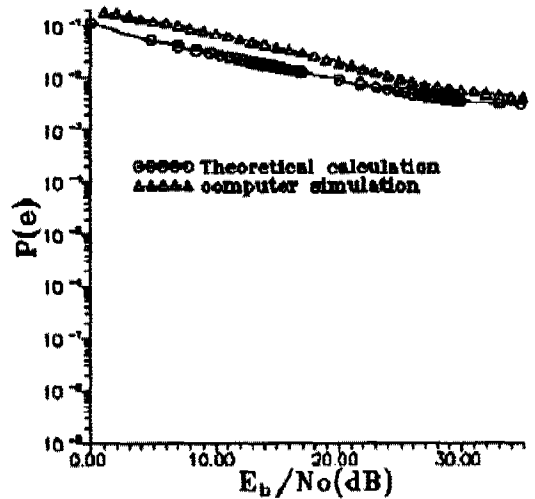


그림 2. 이론적 계산과 시뮬레이션 결과($f_c=40\text{Hz}$)
Fig. 2. Theoretical calculations and simulation result ($f_c=40\text{Hz}$)

2. 맨체스터 부호화된 16-QAM의 오류율 분석

1절에서 기술 한 바와 같이 16-QAM을 이동 무선환경에 도입하게 되면 이상적 채널에 비해 레일 레이 페이딩에 기인하여 오류율 성능이 열화된다. 이상의 문제점을 극복하기 위하여 본 절에서는 맨체스터 부호화 기법을 16-QAM에 도입하고, 이를 이동 무선환경에서 분석하도록 한다.

맨체스터 부호화된 16-QAM의 오류율 식은 식 (5)와 유사하게 다음 식 (6)과 같이 표현될 수 있다.

$$P(e) = \int_0^{\infty} P(S_{(M)}) P_{\text{non}(M)}(e) dS_{(M)} \tag{6}$$

여기서,

$P(S_{(M)})$: 맨체스터 부호화된 수신 신호의 포락선 S의 확률밀도 함수

$P_{\text{non}(M)}(e)$: 페이딩 환경 전의 맨체스터 부호에 의한 오류식 이다.

맨체스터 부호화된 각 신호점의 부호오류율은 식 (4)를 참조로 해서 구하면 다음 식 (7)과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 P_{(M)}(1) &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_G}{10}} |2S_1| \right) 2S_1 \exp(-S_1^2) dS_1 \\
 &+ \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\rho_G}{10}} |2-2S_1| \right) 2S_1 \exp(-S_1^2) dS_1
 \end{aligned} \tag{7}$$

동상 채널의 최외각 부호점인 $x=2$ 는 안쪽으로만 오

류가 발생하므로 $P_{(M)}(2)$ 는 식 (8)과 같고, 직교 채널의 오류식도 동일하게 전개된다.

$$P_{(M)}(2) = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\rho_G}{10}} |3S_2 - 2|\right) 2S_2 \exp(-S_2^2) dS_2 \quad (8)$$

여기서,

$$\rho_G = \frac{5d^2}{\sigma_G^2}, \quad S_{(M1)} = \frac{2R_{(M1)}}{d}, \quad S_{(M2)} = \frac{2R_{(M2)}}{3d}$$

ρ_G : 신호의 평균전력 대 잡음비

$2R_{(M) \text{ or } y}$: 맨체스터 부호화된 각 신호점이 페딩을 받은 수신신호의 진폭

$2d$: 신호점 간의 거리 이다.

부호점의 발생 확률을 고려한 이동 무선 채널에서 맨체스터 부호화된 16-QAM 오류식의 근사식 $P_{(16-QAM)}$ 은 식 (9)와 같다.

$$P_{(16-QAM)} = 4P_{rob}(1,1)P_{(M)}(1,1) + 4P_{rob}(1,2)P_{(M)}(1,2) + 4P_{rob}(2,1)P_{(M)}(2,1) + 4P_{rob}(2,2)P_{(M)}(2,2) \quad (9)$$

여기서,

$P_{rob}(\cdot)$: 부호점의 오류 발생 확률이다.

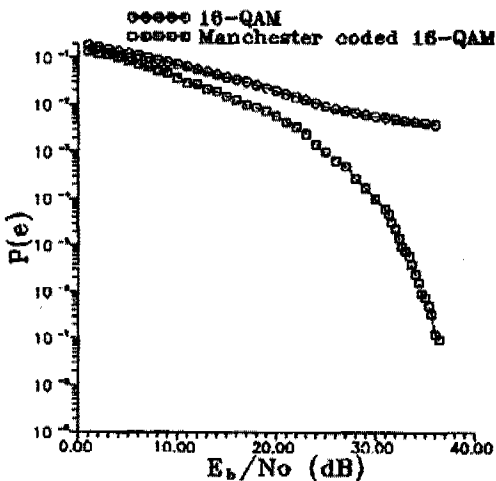


그림 3. 페이딩($f_d=40\text{Hz}$) 환경하의 16-QAM 및 맨체스터 부호화된 16-QAM의 오류율 시뮬레이션 결과
Fig. 3. BER simulation results of 16-QAM and Manchester coded 16-QAM over fading channel ($f_d=40\text{Hz}$)

그림 3은 페이딩 환경하에서 16-QAM의 오류율과 맨체스터 부호화된 16-QAM의 오류율을 각각 시뮬레이션 한 결과를 보여준다.

3. 맨체스터 부호화된 49-QPRS의 분석

이번에는 동일한 스펙트럼 효율을 갖는 16-QAM에 PR(Partial Response)필터를 적용하여 구성한 49-QPRS(Quadrature Partial Response System)의 오류율을 검토하기로 한다. 4-레벨의 16-QAM신호가 PR필터를 거치게 되면 7-레벨의 49-QPRS가 된다. 오류율 계산을 위해 다음 그림 4의 신호점 분포를 이용한다.

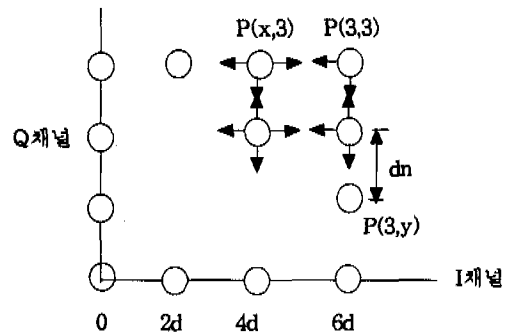


그림 4. 49-QPRS의 신호점 분포
Fig. 4. Signal constellation of 49-QPRS

49-QPRS의 원점과 최외각점을 제외한 오류식은 식 (7)과 (8)을 이용하여 구할 수 있으며 그 결과는 다음 식 (10)과 같다.

$$P_{(M)}(1) = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho_G} |2S_1 - 1|) 2S_1 \exp(-S_1^2) dS_1 + \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho_G} |3 - 2S_1|) 2S_1 \exp(-S_1^2) dS_1 \quad (10)$$

$$P_{(M)}(2) = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho_G} |4S_2 - 3|) 2S_2 \exp(-S_2^2) dS_2 + \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho_G} |3 - 4S_2|) 2S_2 \exp(-S_2^2) dS_2$$

여기서,

$$\rho_G = \frac{d^2}{2\sigma_G^2}, \quad S_{(M1)} = \frac{2R_{(M1)}}{2d}$$

$$S_{(M2)} = \frac{2R_{(M2)}}{4d}, \quad S_{(M3)} = \frac{2R_{(M3)}}{6d}$$

ρ_G : 신호의 평균 전력대 잡음 비

$2R_{(M) \text{ or } y}$: 맨체스터 부호화된 각 신호점이 페딩을 받은 수신 신호의 진폭

$2d$: 신호점 간의 거리

동상 채널의 최외각 부호화점 $x=3$ 은 안쪽으로부터

오류가 발생하므로 오류식과 원점에 대한 오류식은 다음 식 (11)과 같다.

$$P_{(M)}(3) = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho_G} |6S_3 - 5|) 2S_7 \exp(-S_3^2) dS_3$$

$$P_{(M)}(0) = \operatorname{erfc}(\sqrt{\rho_G}) \quad (11)$$

부호점의 발생확률을 고려한 레일레이 페이딩 환경에서 맨체스터 부호화된 49-QPRS의 오류식은 다음 식 (12)와 같이 근사화된다.

$$P_{(49-QPRS)}$$

$$= 4 \sum_{x=1}^2 \sum_{y=1}^2 P_{rob}(x, y) P_{(M)}(x, y) + 4 \sum_{x=1}^2 P_{rob}(x, 3) P_{(M)}(x, 3)$$

$$+ 4 \sum_{y=1}^2 P_{rob}(3, y) P_{(M)}(3, y) + 4 P_{rob}(3, 3) P_{(M)}(3, 3) \quad (12)$$

$$+ 2 \sum_{x=1}^2 P_{rob}(x, 0) P_{(M)}(x, 0) + 2 \sum_{y=1}^2 P_{rob}(0, y) P_{(M)}(0, y)$$

$$+ 2 P_{rob}(3, 0) P_{(M)}(3, 0)$$

$$+ 2 P_{rob}(0, 3) P_{(M)}(0, 3) + P_{rob}(0, 0) P_{(M)}(0, 0)$$

이상에서 구한 이론적인 계산과 시뮬레이션 결과를 그림 5에 나타냈으며 그림에서 알 수 있는 바와 같이 경감되지 않던 오류율이 상당히 개선되었음을 확인할 수 있다.

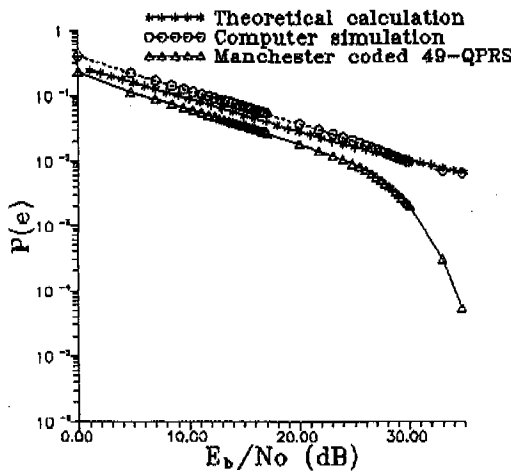


그림 5. 시뮬레이션 결과 ($f_d=40\text{Hz}$)
Fig. 5. Simulation result ($f_d=40\text{Hz}$)

III. 차동 부호화된 16-QAM의 BER 분석

맨체스터 부호화 기법을 도입하면 오류율이 상당히 개선되는 것을 II장에서 자세히 분석, 설명하였다. 그러나 이동통신의 주요 검토요소가 되는 스펙

트럼 효율면에서 분석하면 대역폭이 2배로 되면서 스펙트럼 효율이 반(2 b/s/Hz)으로 되게된다. 물론 동일한 스펙트럼 효율을 갖는 49-QPRS에 맨체스터 부호를 적용해도 동일한 결과가 된다(세부적 내용은 IV장 참고).

이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 스펙트럼 효율 (4 b/s/Hz)을 유지하면서 오류율 성능 개선을 피하기 위하여 차동 부호기법을 16-QAM에 도입한다.

차동 부호화 방식은 진폭의 변화는 없고 위상의 변화만을 이용하는 PSK(Phase Shift Keying)방식에 주로 이용되며, 전송되는 데이터는 현재 심볼과 다음 심볼의 위상차가 된다. 차동 부호를 적용함으로써 얻어지는 장점은 첫째, 잡음이 발생한 상황에서는 전압의 절대값으로 0과 1을 판별하는 것보다는 전압의 상대적인 변화값으로 0과 1을 구별하는 것이 용이하며, 둘째, 신호를 보내는 매체의 극성에 무관할 수 있다^[2].

한편, 차동부호를 적용하기 위해서는 진폭과 위상의 변화를 이용하는 기존의 16-QAM의 신호점 분포로는 적용하기가 어렵다. 따라서 8-PSK의 신호점 분포에서 위상을 $\pi/8$ 천이시켜 $\pi/8$ -8PSK 신호점 분포^[2]를 만든 다음 일정한 진폭비로 2개의 $\pi/8$ -8PSK를 생성시킨 그림 6과 같은 새로운 16-QAM 신호점 분포를 이용한다. 즉, 그림 6과 같은 새로운 신호점 분포를 만든 후 차동 부호를 적용하여 전송하고 수신단에서는 신호점 중 오류가 적은 것을 택하여 복구한다.

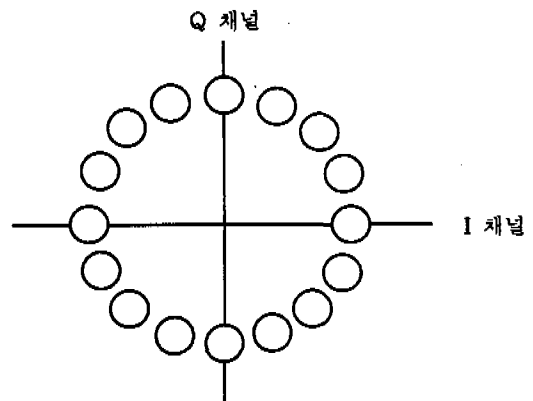


그림 6. $\pi/8$ -8PSK의 신호점 분포
Fig. 6. Signal constellation of $\pi/8$ -8PSK

오류율은 기존의 QAM 방식과는 달리 진폭과 위상을 별도로 검출하므로 전송되는 신호의 진폭과

위상에서 발생하는 오류율을 각각 취급하여야한다. 진폭이나 위상 중 하나라도 오류가 발생하면 그 심볼은 오류가 되고, 진폭과 위상을 찾는 두 과정이 독립이므로 심볼 오류 확률 P는 다음 식 (13)과 같이 두 과정에서 발생하는 오류 확률의 합이 된다⁶⁾.

$$P = 0.5P_a + 0.5P_e \quad (13)$$

위 식 (13)에서 P_a는 진폭에서 발생한 오류 확률을 나타내고, P_e는 위상에 오류가 발생했을 때의 오류율을 나타낸다. 왼쪽과 바깥 쪽 진폭의 전압비를 α라 하고, 안쪽 진폭의 전압 크기를 A라 두면, 진폭에서 발생한 오류율 P_a는 다음 식 (14)과 같이 된다.

$$P_a = Q\left(\frac{(\alpha-1)A}{2} / \sigma\right) \quad (14)$$

심볼 당 평균 에너지 $(E_s = \frac{(1+\alpha^2)A^2T_s}{2})$ 를 고려하면, P_a는 다시 다음 식 (15)과 같이 쓸 수 있다.

$$P_a = Q\left(\frac{(\alpha-1)}{2} \sqrt{\frac{E_s}{n_o} \frac{2}{(1+\alpha^2)}}\right) \quad (15)$$

위상의 변화에 따른 오류 확률 P_e는 PSK의 신호점 분포와 차동 검파를 이용했기 때문에 다음 식 (16)과 같이 근사적으로 구해진다.

$$P_e \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{n_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{M}\right)}\right) \quad (16)$$

전압비가 α이므로 안쪽 (E_{s1})과 바깥쪽 (E_{s2}) 진폭의 평균 전력은 식 (15)에서 구한 것과 같은 방법으로 다음 식 (17)과 같이 된다.

$$E_{s1} = \frac{2}{1+\alpha^2} E_s \quad E_{s2} = \frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2} E_s \quad (17)$$

차동 부호화 된 16-QAM을 차동 검파한 오류율식은 식 (15), (16) 그리고 (17)을 이용하여 식 (18)과 같이된다. 여기서 PSK의 신호점 분포를 이용했기 때문에 진폭성분은 한 성분만을 고려했고, 위상성분은 각 진폭에 분포하는 점의 위상이 각기 다르게 분포하므로 두 진폭에 분포하는 위상성분을 각각 고려하였다. P_{e1}은 안쪽의 진폭에 분포하는 신호점들의 오류율이고 P_{e2}는 바깥쪽 진폭에 분포한 신호점의 오류율이다. 여기서 P_{e1}과 P_{e2}는 식 (15)를 유도한 방법으로 식 (17)을 적용하여 구한다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}P_a + \frac{1}{2}P_e = \frac{1}{2}P_a + \frac{1}{4}P_{e1} + \frac{1}{4}P_{e2} \\ &= \frac{1}{2}Q\left(\frac{(\alpha-1)}{2} \sqrt{\frac{E_b}{3n_o} \frac{2}{(1+\alpha^2)}}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4}{(1+\alpha^2)} \frac{E_b}{3n_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4\alpha^2}{(1+\alpha^2)} \frac{E_b}{3n_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

본 논문에서는 오류율 성능이 좋은 차동 동기 검파를 하였기 때문에 식 (16)은 식 (19)과 같이 된다.

$$P_e \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{4E_s}{n_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{2M}\right)}\right) \quad (19)$$

차동 부호화된 16-QAM을 차동 동기 검파방식으로 검파하였을 때의 이론적인 오류율은 진폭 성분을 나타내는 식 (15)과 위상 성분의 오류율을 고려한 식 (19)을 고려하면 식 (20)과 같다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}Q\left(\frac{(\alpha-1)}{2} \sqrt{\frac{E_b}{3n_o} \frac{2}{(1+\alpha^2)}}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2}{(1+\alpha^2)} \frac{4E_b}{3n_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{16}\right)}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2\alpha^2}{(1+\alpha^2)} \frac{4E_b}{3n_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{16}\right)}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

그림 7은 이상에서 설명한 이동 무선 환경에서 차동 부호를 적용한 16-QAM의 이론적 오류율 계산과 실제 시뮬레이션 결과를 보여준다. 시뮬레이터는 Fortran으로 구현하였으며 몬테칼로 시뮬레이션을 행하였다. 그림 7에서 알 수 있는 바와 같이 오류율 성능이 상당히 개선되었음을 알 수 있다.

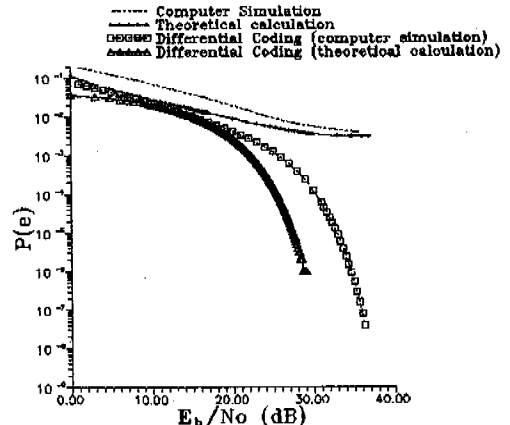


그림 7. 이동무선 환경에서 차동 부호를 적용한 경우의 시뮬레이션 결과
Fig. 7. BER simulation result of differential coded 16-QAM over mobile communication channel

IV. 스펙트럼 효율 고찰

이동 통신과 같이 주파수가 한정되어있는 경우 주파수를 효과적으로 사용하기 위해서는 스펙트럼 효율이 좋아야하므로 본 장에서는 차동 부호와 맨체스터 부호의 스펙트럼 효율을 비교 검토한다. 통상의 16-QAM의 이론적 스펙트럼 효율은 4 b/s/Hz 이다. 맨체스터 부호는 다음 식 (21)과 같이 신호를 표현할 수 있다^[7].

$$\begin{aligned} \text{1인 경우: } f_1(t) &= \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq T/2 \\ -A, & T/2 \leq t \leq T \end{cases} \\ \text{0인 경우: } f_2(t) &= -f_1(t) \end{aligned} \quad (21)$$

따라서 이상의 신호를 푸리에 변환하면

$$\begin{aligned} F_1(f) &= j \frac{2A}{\pi f} \sin^2\left(\frac{\pi f T}{2}\right) \\ F_2(f) &= -F_1(f) \end{aligned} \quad (22)$$

을 얻는다. 따라서 맨체스터 부호를 적용할 경우 전력 스펙트럼 밀도 식은 다음 식 (23)과 같다.

$$G(f) = \frac{1}{T} |F_1(f) - F_2(f)|^2 = CA^2 T_s \frac{\sin^4\left[\frac{\pi f T_s}{2}\right]}{\left\{\frac{\pi f T_s}{2}\right\}^2} \quad (23)$$

여기서,

CA^2 : 정규화된 전체 대역폭의 신호 전력

T_s : 베이스밴드 심볼 주기 이다.

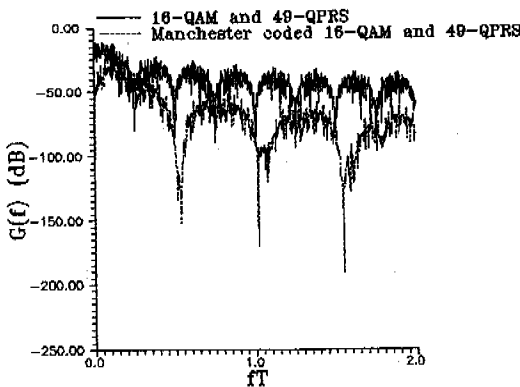


그림 8. 스펙트럼 효율 시뮬레이션 결과
Fig. 8. Simulation results of spectral efficiency

그림 8은 맨체스터 부호화된 16-QAM 및 49-QPRS의 스펙트럼 효율의 시뮬레이션 결과이다.

그림에서 알 수 있는 것과 같이 부호화하지 않은 통상의 시스템에 비해 스펙트럼 효율이 반으로 될 수 있다. 즉, 필터의 롤 오프 계수를 최대 스펙트럼을 얻을 수 있는 $\alpha = 0.0$ 으로 설정하였을 때, 50% 감소하게된다.

이와 같은 문제점이 있었기 때문에 스펙트럼 효율은 그대로 4b/s/Hz를 유지하면서 비트 오류율 성능을 개선시키기 위해 차동 부호를 도입하였다. 차동 부호는 NRZ파형이기 때문에 부호화하여도 대역폭이 증가하지 않아 스펙트럼 효율은 항상 일정한 값을 갖는다. 일반적인 NRZ파형의 전력스펙트럼 밀도식은 다음과 같다^[7].

$$G_Q(f) = A^2 T \left[\frac{\sin \pi f T_s}{\pi f T_s} \right]^2 \quad (24)$$

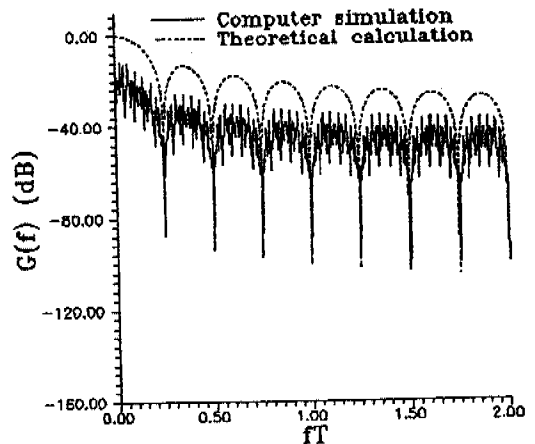


그림 9. 차동 부호화된 16-QAM의 스펙트럼 효율($\alpha=0.0$)
Fig. 9. Spectral efficiency of differential coded 16-QAM ($\alpha=0.0$)

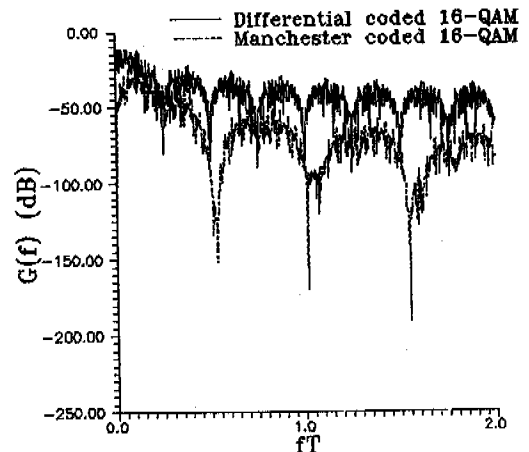


그림 10. 스펙트럼 효율 비교($\alpha=0.0$)
Fig. 10. Comparison of spectral efficiency ($\alpha=0.0$)

