DBpia

논문 99-24-5B-11 한국통신학회논문지 '99-5 Vol.24 No.5B

광 코드분할 다중접속을 위한 다중파장 광직교 코드 설계

정회원 이 쌍 수*, 서 승 우**, 오 병 권***

Multiwavelength Optical Orthogonal Code Design for Optical CDMA

Ssang-soo Lee*, Seung-woo Seo**, Byeong-kweon Oh*** *Regular Members*

요 약

이 논문은 광 코드분할 다중접속(CDMA)을 위한 다중파장 광직교 코드(MWOOC's)의 확장된 구현 기법을 제안한다. MWOOC는 (0,1)의 음이 아닌 펄스로 구성되는 2차원 코드로써, 다중파장이라는 부가적인 자유도를 가진다. 사용 가능한 광파장의 수를 m, 코드워드(Codeword)의 길이를 n, Hamming Weight를 ω, 상관도를 λ라고 할 때, 일반적인 (mn, ω, λ) MWOOC 설계기법을 제안한다. 이러한 설계기법을 바탕으로 ω가 소수이거나 4일 때, (mn, ω, 1) MWOOC를 생성한다. 제안된 방법은 사용 가능한 광파장의 수와 코드워드의 길이 사이에 제약조건이 없다. 특히, ω =3일 때, 생성된 MWOOC는 최적이라는 것을 보인다. 또한, 다른 광코드와의 성능 분석을 통하여, 제안된 MWOOC가 광섬유 상에서 낮은 데이터 손실률로 많은 사용자의 다중 접속을 가능하게 한다는 것을 보인다.

ABSTRACT

In this paper, we propose an extended construction method for Multiwavelength optical orthogonal codes (MWOOC's) which is applied to Optical CDMA. MWOOC's are two-dimensional codes consisting of (0,1) non-negative pulses with the additional degree of freedom caused by multiwavelengths. Given available wavelengths m, codeword length n, constant Hamming weight ω and correlation value λ, we present a generalized methodology for constructing (mn, ω, λ) MWOOC's. Especially, we construct (mn, ω, 1) MWOOC's when ω is a prime number or 4. The proposed construction method can be used without any constraint on the relationship between the number of available wavelengths and codeword length. We investigate the cardinality, the optimality, and the bit error rate of our method by comparing with other optical orthogonal codes with/without multiwavelengths. It is shown that the constructed MWOOC's enable much more users to transmit their data on a common fiber optic asynchronously at a lower bit error rate than previous optical orthogonal codes without multiwavelengths (OOC's).

I. 서 론

광코드에 대한 연구는 하나의 광섬유에 여러 사용자가 데이터를 비동기로 보낼 수 있게 하는 광 코드분할 다중접속 기술의 발전에서 비롯되었다[1]-[3]. 광 코드분할 다중접속을 위한 광코드를 생성함에 있어 두 가지 중요한 고려사항이 있다. 하드웨어 상에서 코드워드 길이가 주어질 때, 첫째는 Car-

* 서울대학교 전기공학부 컴퓨터통신 및 교환 연구실(lss2@snu.ac.kr) ** 좌동(sseo@plaza.snu.ac.kr)
*** 한국고등과학원연구원(bkoh@math.kias.re.kr)
논문번호 : 98450-1013, 접수일자: 1998년 10월 13일
※ 본 연구는 기초전력공학공동연구소를 통한 한국전력의 지원에 의해 수행된 것임(97-중-04).

www.dbpia.co.kr

dinality를 크게 하여 많은 사용자의 다중접속을 허용하는 것이고, 둘째는 낮은 데이터 손실률이다. 이러한 두 가지 고려사항을 개선하기 위해 많은 광직교 코드 설계기법이 제안되어 왔다 [4], [5]. 그 중에서도 특히, 혼합 CDMA+WDMA 방식 [6]과 MWOOC [7]는 다중파장이라는 부가적인 자유도를 사용하여 Cardinality와 데이터 손실률을 개선하였다. 혼합 WDMA+CDMA 방식은 1차원 코드워드를 사용하여 광 CDMA 네트워크 상에서 다중파장을 사용한다. 이 방식에서는 사용자 수가 적을 때, 이론적으로 에러 없이 전송하는 것이 가능하다. 그러나 다중파장을 고려할 때, Cardinality가 크지 않다. 사용 가능한 광파장의 수를 m, 코드워드의 길이를 n, Hamming Weight를 ω, 상관도를 1이라 할 때, $(nn, w, 1)$ MWOOC 설계기법이 제안되었다 [7]. 이 방식은 임의의 Hamming Weight에 대해 적용할 수 있으며, 같은 조건하에서 혼합 WDMA+CDMA 방식보다 많은 수의 코드워드를 생성할 수 있다. 그러나 이 방식은 상관도가 1이고 사용 가능한 광파장의 수와 코드워드의 길이가 같을 때에만 적용할 수 있으므로 생성된 MWOOC의 최대 코드워드 수는 제한된다. 한편, 본 논문에서는 간략한 표기를 위해 (nw, λ, λ) OOC와 $(mn, w, \lambda, \lambda)$ MWOOC 표기 대신에 각각 (nw, λ) OOC와 (mn, w, λ) MWOOC의 단축된 표기를 사용하기로 한다. $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ OOC와 $(mn, w, \lambda_a, \lambda_c)$ MWOOC에 대한 설명은 [1], [2], [7]등에 잘 기술되어 있다.

본 논문에서는, 사용 가능한 광파장의 수를 m, 코드워드의 길이를 n, Hamming Weight를 ω, 상관도를 λ라고 할 때, 일반적인 (mn, ω, λ) MWOOC 설계기법을 제안한다. 이 기법은 보다 광범위한 상관도를 고려한다는 점에서 기존의 MWOOC 설계기법과 다르다. 제안된 설계기법은 기존 논문 [7]과 달리 사용 가능한 광파장의 수와 코드워드의 길이 사이에 제약조건이 없으며, 상관도가 1 뿐만 아니라 1 보다 클 때에도 적용이 가능하다. 이러한 설계기법을 바탕으로 ω가 소수이거나 4일 때, $(mn, \omega, 1)$ MWOOC를 생성한다. MWOOC를 사용함으로써, 이전 코드에 비해 같은 전송 대역폭과 상관성 제약조건 하에서 비트 에러 손실률을 줄이고 코드워드는 많이 만들 수 있어서, 더 많은 사용자가 낮은 손실로 데이터 전송을 할 수 있도록 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2 장에서는 일반적인 (mn, ω, λ) MWOOC 설계기법이 제시된다. 3 장에서는 생성된 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC를 생성한다. 4 장에서는 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC의 성능을 1 차원의 $(mn, \omega, 1)$ WDMA+CDMA, 다중파장을 사용하지 않는 $(n, \omega, 1)$ OOC $(m = 1)$와 각각 비교하여 분석한다. 끝으로, 5 장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 일반적인 (mn, w, λ) MWOOC의 설계기법

이 장에서는 사용 가능한 광파장의 수를 m, 코드워드의 길이를 n, Hamming Weight를 w, 상관도를 λ 라고 할 때, (mn, w, λ) MWOOC를 설계하는 일반적인 방법을 제시한다. 그리고 다음 장에서는 제시된 (mn, w, λ) MWOOC의 일반적인 설계기법을 사용하여 $(mn, w, 1)$ MWOOC를 설계한다.

우선, 코드워드의 단축 표기인 위치 블록(Position Block)에 대해 정의한다. 코드워드의 길이가 n 일 때, n개의 칩(chip)이 존재한다. 코드워드의 첫 번째 칩의 위치색인을 0으로 하고, 임의의 칩에 해당하는 위치색인은 첫 번째 칩과의 지연값에 비례한다. 따라서, 위치색인은 첫 번째 칩에서 끝칩으로 갈수록 1씩 증가하여 끝칩의 위치색인은 $(n-1)$이 된다. 코드워드의 위치 블록은 펄스(Pulse)가 발생하는 칩의 위치색인의 집합으로 정의된다. 예를 들면, $a = (1,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0)$라고 하자. 그러면, a에 대응하는 위치 블록, a^b는 $a_0 = a_1 = a_4 = 1$이기 때문에 $(0,1,4)$이다.

위의 정의를 사용하여

$\{(x_{q,0}, x_{q,1}, \cdots, x_{q,w-1}) \mid q \in [0, s-1]\}$과

$\{(y_{r,0}, y_{r,1}, \cdots, y_{r,w-1}) \mid r \in [0, t-1]\}$을 각각

$(m, \lambda+2, \lambda)$ OOC와 $(n, \lambda+2, \lambda)$ OOC의 코드워드 집합에 대응하는 위치 블록의 집합이라고 하자. 여기서, s와 t는 다음과 같이 주어진다 [1], [3].

$$s \le \frac{(m-1)(m-2)\cdots(m-\lambda)}{w(w-1)(w-2)\cdots(w-\lambda)} \quad (1)$$

$$t \le \frac{(n-1)(n-2)\cdots(n-\lambda)}{w(w-1)(w-2)\cdots(w-\lambda)} \quad (2)$$

여기서, s와 t는 각각 (m, ω, λ) OOC와 (n, ω, λ) OOC에 속하는 코드워드의 최대 수(Cardinality)이며 Johnson Bound에 의해 상위값이 제한된다. $\Pi(x_{q,0}, x_{q,1}, \cdots, x_{q,w-1})$은

www.dbpia.co.kr

$(a_{q,0}, a_{q,1}, \cdots, a_{q,w-1})$의 순열 집합이라 하자. (m, ω, λ) OOC와 (n, ω, λ) OOC에 각각 대응하는 1차원의 위치 블록의 집합을 (mn, ω, λ) MWOOC에 해당하는 2차원의 위치 블록 집합으로 확장하기 위하여 다음과 같은 X_q를 각 $q \in [0, s-1]$에 대해 정의한다.

$$X_q \subset \prod(x_{q,0}, x_{q,1}, \cdots, x_{q,w-1}); \tag{3}$$

$$X_q = \{(x'_{k,q,0}, x'_{k,q,1}, \cdots, x'_{k,q,w-1}) \mid k \in [0, K-1],\ K \le \omega\}; \tag{4}$$

$$(x'_{0,q,0}, x'_{0,q,1}, \cdots, x'_{0,q,w-1}) = (x_{q,0}, x_{q,1}, \cdots, x_{q,w-1}). \tag{5}$$

A_q에 속하는 임의의 서로 다른 원소는 임의의 $i, j(\neq i) \in [0, K-1]$에 대해 다음과 같은 Intersection 성질을 만족한다.

$$(x'_{i,q,0}, x'_{i,q,1}, \cdots, x'_{i,q,w-1}) \odot (x'_{j,q,0}, x'_{j,q,1}, \cdots, x'_{i,q,w-1}) \le \lambda; \tag{6}$$

$$|X_q| \le \omega(\omega-1)\cdots(\omega-\lambda). \quad ([8]-[10]) \tag{7}$$

여기서, "$\odot$"은 Exclusive-NOR (또는 Equivalence) 연산자이다. 그러면, $k \in [0, K-1]$, $q \in [0, s-1]$, $l \in [0, m-1]$, $r \in [0, t-1]$이라 할 때, 위치 블록 집합인 W는 다음과 같이 구성된다.

$$W = W_0 \cup W_1 \cup W_2; \tag{8}$$

$$W_0 = \{((x_{k,q,0} \oplus l, y_{r,0}), (x_{k,q,1} \oplus l, y_{r,1}), \cdots, (x_{k,q,w-1} \oplus l, y_{r,w-1}))\}; \tag{9}$$

$$W_1 = \{((x_{q,0} \oplus l, 0), (x_{q,1} \oplus l, 0), \cdots, (x_{q,w-1} \oplus l, 0))\}; \tag{10}$$

$$W_2 = \{((l, y_{r,0}), (l, y_{r,1}), \cdots, (l, y_{r,w-1}))\}. \tag{11}$$

여기서, 각 쌍의 (v, h)은 2차원 코드워드를 matrix로 나타냈을 때, 좌상위 기준으로 이진수 1의 수직 변위와 수평 변위를 나타내고, "$\oplus$"는 두 수의 합에서 m으로 나누었을 때 나머지를 의미한다 (mod m).

이제, 위치 블록 집합인 W에 대응하는 코드워드 집합은 (mn, ω, λ) MWOOC임을 보인다. 우선, W에 속한 임의의 위치 블록에 대응하는 코드워드에 대하여, (mn, ω, λ) MWOOC의 Autocorrelation 제약조건을 만족함을 보인다. f, g, h를 각각 $f^p \in W_0$, $g^p \in W_1$, $h^p \in W_2$의 위치 블록에 대응하는 코드워드라고 하고, $a = (a_0, a_1, \cdots, a_{n-1})$을 위치 블록 $a^p = (y_{r,0}, y_{r,1}, \cdots, y_{r,w-1})$에 대응하는 (n, ω, λ) OOC의 코드워드라 하자. (n, ω, λ) OOC의 Autocorrelation 제약조건에 의해, $0 < \tau \le n-1$에 대해 다음의 수식이 성립한다.

$$R_{aa}(\tau) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j a_{j\oplus\tau} \le \lambda \tag{12}$$

그러면, $0 < \tau \le n-1$에 대해 다음의 수식이 성립한다.

$$R_{ff}(\tau) = \sum_{i=0}^{mn-1} \sum_{j=0}^{mn-1} f_{i,j} f_{i,j\oplus\tau} \le R_{aa}(\tau) \le \lambda, \tag{13}$$

$$R_{gg}(\tau) = \sum_{i=0}^{mn-1} \sum_{j=0}^{mn-1} g_{i,j} g_{i,j\oplus\tau} = 0 \le \lambda, \tag{14}$$

$$R_{hh}(\tau) = \sum_{i=0}^{mn-1} \sum_{j=0}^{mn-1} h_{i,j} h_{i,j\oplus\tau} = \sum_{j=0}^{mn-1} h_{l,j} h_{l,j\oplus\tau} = R_{aa}(\tau) \le \lambda, \tag{15}$$

여기서, $f_{i,j}$, $g_{i,j}$, $h_{i,j}$은 각각 f, g, h을 Matrix로 표현할 때, 좌상위를 기준으로 i번째 열과 j번째 행의 원소를 나타낸다. 그러므로, C에 속하는 모든 위치 블록에 대응하는 각 코드워드는 (mn, ω, λ) MWOOC의 Autocorrelation 제약조건을 만족한다.

두 번째, W에 속하는 위치 블록에 대응하는 임의의 서로 다른 두 코드워드가 (mn, ω, λ) MWOOC의 Cross-correlation 제약조건을 만족함을 보인다. 임의의 $i, j(\neq i) \in [0, \omega-1]$와 임의의 $l \in [0, m-1]$ 대해 $x_{q,i} \neq x_{q,j}$, $x_{q,i} \oplus l \neq x_{q,j} \oplus i$, $x'_{k,q,i} \oplus l \neq x'_{k,q,j} \oplus i$, 그리고 $y_{r,i} \neq y_{r,j}$ 이기 때문에 $0 \le \tau \le n-1$에 대해 다음의 수식이 성립한다.

$$R_{fg}(\tau) = R_{fh}(\tau) = R_{gh}(\tau) \le 1 \le \lambda \tag{16}$$

f, g는 각각 위치 블록 $f^p \in W_0$, $g^p \in W_0$에 해당하는 두 개의 서로 다른 코드워드라 하자. f^p, g^p은 다음과 같이 표시된다.

$$f^p = ((x'_{k,q,0} \oplus l, y_{r,0}), (x'_{k,q,1} \oplus l, y_{r,1}), \cdots, (x'_{k,q,w-1} \oplus l, y_{r,w-1})), \tag{17}$$

www.dbpia.co.kr

$$g^p = ((x_{k,q,0} \oplus l_g, y_{r,0}), (x_{k,q,1} \oplus l_g, y_{r,1}), \cdots, (x_{k,q,w-1} \oplus l_g, y_{r,w-1})) \quad (18)$$

$a = (a_0, a_1, \cdots, a_{n-1})$ $b = (b_0, b_1, \cdots, b_{n-1})$을 각각 위치 블록 $a^p = (y_{r,0}, y_{r,1}, \cdots, y_{r,w-1})$과 $b^p = (y_{r,0}, y_{r,1}, \cdots, y_{r,w-1})$에 해당하는 (n, ω, λ) OOC의 코드워드라 하자. $a \neq b$라고 하면, (n, ω, λ) OOC의 Cross-correlation 제약조건에 의해, $0 \le \tau \le n-1$에 대해 다음 수식이 성립한다.

$$R_{fg}(\tau) = \sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{w-1} f_{i,j} g_{i,j \oplus \tau} \le R_{ab}(\tau) \le \lambda \quad (19)$$

$a = b$라 하면, (n, ω, λ) OOC의 Autocorrelation 제약조건과 Intersection 성질에 의해, 다음 수식이 성립한다.

$$R_{fg}(0) = \sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{w-1} f_{i,j} g_{i,j} \le \max \{ \sum_{i=0}^{w-1} (x_{k,q,i} \oplus l_f) \odot (x_{k,q,i} \oplus l_g) \} \le \lambda, \quad (20)$$

$$R_{fg}(\tau) = \sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{w-1} f_{i,j} g_{i,j \oplus \tau} \le R_{ab}(\tau) \le \lambda \quad \text{for } 0 < \tau \le n-1. \quad (21)$$

이와 같은 방법을 각각 W_1과 W_2의 경우에 적용을 하면, (m, ω, λ) OOC와 (n, ω, λ) OOC의 상관도 제약조건에 의해 다음과 같은 결과를 쉽게 얻을 수 있다.

$$R_{fg}(\tau) \le \lambda \quad \text{for } f, g(\neq f) \in W_1 \text{ and } 0 \le \tau \le n-1, \quad (22)$$

$$R_{fg}(\tau) \le \lambda \quad \text{for } f, g(\neq f) \in W_2 \text{ and } 0 \le \tau \le n-1. \quad (23)$$

그러므로, Π에 속한 임의의 두 위치 블록에 대응하는 서로 다른 두 개의 코드워드는 (mn, ω, λ) MWOOC의 Cross-correlation 제약조건을 만족한다.

위에서 기술된 일반적인 방법은 (m, ω, λ) OOC와 (n, ω, λ) OOC가 구해질 수만 있다면, m, n, ω, λ의 값에 관계없이 (mn, ω, λ) MWOOC를 설계하는데 사용될 수 있다. 이전의 연구 결과 [8], [9]로부터, 특정한 경우에 있어서, Intersection 성질을 갖는 집합을 구하는 알고리듬을 알 수 있다. 본 논문에서는 광 코드분할 다중접속 시, 낮은 상관도 때문에 최소의 비트 에러 손실률(Bit Error Rate)을 가지는 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC를 설계하는데 중점을 두기로 한다.

Ⅲ. $(mn, w, 1)$ MWOOC 설계

이 장에서는 앞에서 제시된 (mn, w, λ) MWOOC의 일반적인 설계기법을 사용하여, ω가 소수(Prime Number)이거나 4인 경우에 대해서 $(mn, w, 1)$ MWOOC를 설계하며, 생성된 MWOOC의 Cardinality와 Optimality를 분석한다.

가. $(mn, \omega, 1)$ MWOOC 생성

$\{(x_{q,0}, x_{q,1}, \cdots, x_{q,w-1}) \mid q \in [0, s-1]\}$와 $\{(y_{r,0}, y_{r,1}, \cdots, y_{r,w-1}) \mid r \in [0, t-1]\}$을 각각 $(m, \omega, 1)$ OOC와 $(n, \omega, 1)$ OOC의 코드워드 집합에 해당하는 위치 블록 집합이라 하자. 임의의 i, $j(\neq i) \in [0, \omega-1]$와 $q \in [0, s-1]$에 대해 $x_{q,i} \neq x_{q,j}$임은 명백하다. 여기서, s와 t는 다음과 같이 제약된다 [1], [3].

$$s \le \frac{(m-1)}{w(w-1)}, \quad t \le \frac{(n-1)}{w(w-1)}. \quad (24)$$

우선, ω가 소수인 경우에는 앞에서 기술된 Intersection 성질을 갖는 X_q은 다음과 같이 주어진다 [8], [9].

1. $X_q \subset \Pi(x_{q,0}, x_{q,1}, \cdots, x_{q,w-1})$; (25)

2. $$X_q = \{(x_{q, f(0+i) \bmod \omega}, x_{q, f(1+i) \bmod \omega}, x_{q, f(2+i) \bmod \omega}, \cdots, x_{q, f(\omega-1+i) \bmod \omega}) \mid i \in [0, \omega-1], j \in [1, \omega-1]\}; \quad (26)$$

3. 임의의 i_1, $i_2(\neq i_1) \in [0, \omega-1]$ 또는 j_1, $j_2(\neq j_1) \in [1, \omega-1]$에 대해서,
$$\sum_{k=0}^{w-1} (x_{q,j_1(k+i_1) \bmod \omega} \odot x_{q,j_2(k+i_2) \bmod \omega}) \le 1; \quad (27)$$

4. $|X_q| = \omega(\omega-1)$. (28)

그러므로, 구해진 X_q를 (mn, ω, λ) MWOOC의 일반적인 설계기법인 수식 (8)-(11)에 적용하면, ω가 소수일 때, $(mn, \omega, 1)$ MWOOC의 코드워드 집합에 해당하는 위치 블록 집합인 Π를 구할 수 있다.

둘째, $\omega = 4$일 때, X_q는 임의의

www.dbpia.co.kr

$(x_{q,0}, x_{q,1}, x_{q,2}, x_{q,3})$, $q \in [0, s-1]$에 대해 다음과 같이 주어짐을 쉽게 알 수 있다.

$$\begin{aligned} X_q = \{ & (x_{q,0}, x_{q,1}, x_{q,2}, x_{q,3}), \\ & (x_{q,1}, x_{q,2}, x_{q,0}, x_{q,3}), \\ & (x_{q,2}, x_{q,3}, x_{q,0}, x_{q,1}), \\ & (x_{q,3}, x_{q,0}, x_{q,2}, x_{q,1}), \\ & (x_{q,0}, x_{q,2}, x_{q,3}, x_{q,1}), \\ & (x_{q,1}, x_{q,0}, x_{q,3}, x_{q,2}), \\ & (x_{q,2}, x_{q,0}, x_{q,1}, x_{q,3}), \\ & (x_{q,3}, x_{q,2}, x_{q,1}, x_{q,0}), \\ & (x_{q,0}, x_{q,3}, x_{q,1}, x_{q,2}), \\ & (x_{q,1}, x_{q,3}, x_{q,2}, x_{q,0}), \\ & (x_{q,2}, x_{q,1}, x_{q,3}, x_{q,0}), \\ & (x_{q,3}, x_{q,1}, x_{q,0}, x_{q,2}) \}, \end{aligned} \tag{30}$$

$$|X_q| = 4 \cdot 3 = 12. \tag{31}$$

마찬가지로, 구해진 X_q를 (mn, ω, λ) MWOOC의 일반적인 설계기법인 수식 (8)-(11)에 적용하면, $(mn, 4, 1)$ MWOOC의 코드워드 집합에 해당하는 위치 블록 집합인 W를 구할 수 있다. 다음 부분에서는 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC의 Cardinality와 최적성(Optimality)을 기술한다.

나. $(mn, \omega, 1)$ MWOOC의 Cardinality와 최적성(Optimality)

$(mn, \omega, 1)$ MWOOC에 속하는 코드워드의 최대 수인 Cardinality는 $W_0 \cap W_1 = W_0 \cap W_3 = W_2 \cap W_3 = \phi$이기 때문에, 다음과 같이 주어진다.

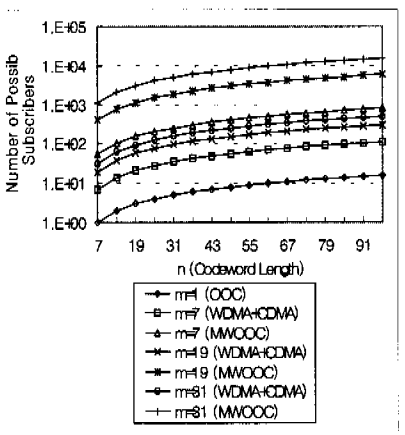


그림 1. $\omega = 3$일 때, Cardinality 비교

$$|W| = \sum_{i=0}^{s} |W_i| = mst|X_q| + ms + mt \tag{32}$$

그러므로, ω가 소수이거나 4인 경우, $|X_q| = \omega(\omega-1)$이기 때문에 Cardinality는 다음과 같다.

$$|W| = mst\omega(\omega-1) + ms + mt \tag{33}$$

특히, $(m \bmod 6) = (n \bmod 6) = 1$와 $\omega = 3$일 때, Cardinality는 다음과 주어진다 [3].

$$s = \frac{m-1}{6}, \quad t = \frac{n-1}{6}, \tag{34}$$

$$|W| = \frac{m(mn-1)}{6}. \tag{35}$$

또한, 양의 정수 k_m, k_n에 대해 $m = 12k_m + 1$, $n = 12k_n + 1$이고 $\omega = 4$일 때, Cardinality는 다음과 같이 주어진다 [3].

$$s = k_m - 2, \quad t = k_n - 2, \tag{36}$$

$$|W| = m(12k_m k_n - 23k_m - 23k_n + 44). \tag{37}$$

일반적으로 같은 m, n, ω 값에 대해, (mn, ω, λ) WDMA+CDMA의 Cardinality는 (n, ω, λ) OOC의 Cardinality 보다 $\Omega(m)$ 배인 반면, (mn, ω, λ) MWOOC의 Cardinality는 (n, ω, λ) OOC의 Cardinality 보다 $\Omega(m^2)$ 배이다. <그림 1>은 $\omega = 3$, $\lambda = 1$일 때, MWOOC의Cardinality를 OOC의 Cardinality와 WDMA+CDMA의 Cardinality와 비교한다. <그림 1>에서, 같은 코드워드 길이와 파장의 수가 주어질 때, 제안된 MWOOC가 제일 많은 Cardinality를 가진다는 것을 보여준다. 그리고 각 경우에 있어서 Cardinality는 파장의 수 또는 코드워드 길이가 클수록 그 값이 커진다는 것을 알 수 있다.

한편, $\Phi(mn, w, \lambda)$을 (mn, w, λ) MWOOC의 최대 코드워드의 수라고 정의 [11]하면, [7]의 수식 (4)에 의해 다음의 수식이 성립한다.

$$\Phi(mn, 3, 1) \le \frac{m(mn-1)}{6}. \tag{38}$$

따라서, $|W| = \Phi(mn, 3, 1)$이기 때문에, m과 n이 6으로 나누었을 때 나머지가 1이 되는 정수라면, W에 의해 생성된 $(mn, 3, 1)$ MWOOC는 수식 (35), (38)에 의해 상위 임계값을 만족하므로 최적성을 가

www.dbpia.co.kr

진다. 실재로 다양한 m, n, ω, λ 값에 대해 (mn, ω, λ) MWOOC의 최적성을 분석하기 위해서는, Cardinality 측면에서 기존의 Johnson Bound 값보다 더 정밀한(Tight) 상위 Bound 값이 요구된다. 하지만, 이러한 상위 Bound 값에 대한 분석은 본 논문의 범위를 벗어나는 것이기 때문에, 본 논문에서는 정밀한 상위 Bound 값이 알려져 있는 $\omega = 3$, $\lambda = 1$ 경우에 대해 살펴보았다.

보기 1: $m = 13$, $n = 19$, $\omega = 3$, $\lambda = 1$이라 하자. (13,3,1) OOC와 (19,3,1) OOC의 위치 블록은 [1]에 의해 각각 (0,1,4), (0,2,7)과 (0,1,5), (0,2,8), (0,3,10)로 주어진다. 그러므로, 최적 $(13 \cdot 19, 3, 1)$ MWOOC는 533개의 코드워드를 가지며, 대응하는 위치 블록 집합 W는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&W = W_0 \cup W_1 \cup W_2 \\
&W_0 = \{((x'_{k,q,0} \oplus l,\ 0),\ (x'_{k,q,1} \oplus l,\ 1),\ (x'_{k,q,2} \oplus l,\ 5)),\\
&\quad ((x'_{k,q,0} \oplus l,\ 0),\ (x'_{k,q,1} \oplus l,\ 2),\ (x'_{k,q,2} \oplus l,\ 8)),\\
&\quad ((x'_{k,q,0} \oplus l,\ 0),\ (x'_{k,q,1} \oplus l,\ 3),\ (x'_{k,q,2} \oplus l,\ 10)) \\
&\quad \mid k \in [0,5],\ q \in [0,1],\ l \in [0,12]\},\\
&W_1 = \{((0 \oplus l, 0), (1 \oplus l, 0), (4 \oplus l, 0)),\\
&\quad ((0 \oplus l, 0), (2 \oplus l, 0), (7 \oplus l, 0)) \mid l \in [0,12]\},\\
&W_2 = \{((l,0),(l,1),(l,5)),\\
&\quad ((l,0),(l,2),(l,8)),\\
&\quad ((l,0),(l,3),(l,10)) \mid l \in [0,12]\},
\end{aligned}
$$

여기서,

$$
\begin{aligned}
&(x'_{k,q,0},\ x'_{k,q,1},\ x'_{k,q,2}) \in X_0 \cup X_1,\\
&X_0 = \{(0,1,4),\ (1,4,0),\ (4,0,1),\ (0,4,1),\ (1,0,4),\ (4,1,0)\},\\
&X_1 = \{(0,2,7),\ (2,7,0),\ (7,0,2),\ (0,7,2),\ (2,0,7),\ (7,2,0)\}.
\end{aligned}
$$

Ⅳ. 성능 분석

이 장에서는 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC에 있어서, 기준 사용자에 대한 다른 사용자의 간섭 확률을 분석한다. 단, 광을 감지할 때 발생하는 열과 각종 잡음 효과는 무시하기로 한다. 수학적 분석의 편의상 전송 데이타는 칩(Chip) 단위로 동기화되어 있다고 가정하고, 별도의 제한기가 없는 감지기(Soft-limiting Detector)를 사용한다고 하자 [1]. 각 사용자는 $(mn, \omega, 1)$에 있는 서로 다른 코드워드를 할당받는다. 사용자 i를 기준 사용자라 하고 사용자 j를 사용자 i와 다른 임의의 사용자라 하자. 데이타를 전송할 때, 사용자 j가 사용자 i에 간섭을 일으킬 확률은 동일하지 않으며, 사용자에 따라 다르다. $\overline{P_r}(i,j)$를 사용자 j의 전송 데이타가 사용자 i의 전송 데이타에 간섭할 평균 확률이라고 하자. 각 사용자가 전송하는 데이타는 동일한 확률로 0 또는 1이 전송된다고 가정한다. 그러면, 조건 확률 이론에 의해, $\overline{P_r}(i,j)$는 다음과 같이 계산된다.

$$
\begin{aligned}
\overline{P_r}(i,j) &= P_r(j\text{가 1을 전송함}) \cdot \overline{P_r}(i,j \mid j\text{가 1을 전송함})\\
&= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \overline{P_r}(i,j \mid i \in W_{i'},\ j \in W_{j'},\ j\text{가 1을 전송함}) \cdot P_r(i \in W_{i'},\ j \in W_{j'})\\
&\approx \frac{\omega^2}{2mn} \quad \text{for } t \gg 1
\end{aligned} \tag{39}
$$

여기서, 각 항은 다음과 같다.

$$
\sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} P_r(i \in W_{i'},\ j \in W_{j'}) = 1, \tag{40}
$$

$$
s \le \frac{(m-1)}{\omega(\omega-1)}, \quad t \le \frac{(n-1)}{\omega(\omega-1)}, \tag{41}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overline{P_r}(i,j \mid i \in W_0,\ j \in W_0,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \left(\frac{ms\omega(\omega-1)-1}{mst\omega(\omega-1)-1}\right)\left(\frac{\omega}{m}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\\
&+ \left(\frac{ms\omega(\omega-1)-1}{mst\omega(\omega-1)-1}\right)\left(\frac{1}{m}\right)\left(\frac{\omega(\omega-1)}{n}\right)\\
&+ \left(\frac{ms(t-1)\omega(\omega-1)}{mst\omega(\omega-1)-1}\right)\left(\frac{1}{m}\right)\left(\frac{\omega^2}{n}\right),
\end{aligned} \tag{42}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overline{P_r}(i,j \mid i \in W_1,\ j \in W_1,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \left(\frac{m-1}{ms-1}\right)\left(\frac{\omega(\omega-1)}{m-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\\
&+ \left(\frac{m(s-1)}{ms-1}\right)\left(\frac{\omega^2}{m}\right)\left(\frac{1}{n}\right),
\end{aligned} \tag{43}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overline{P_r}(i,j \mid i \in W_2,\ j \in W_2,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \left(\frac{t-1}{mt-1}\right)\left(\frac{\omega^2}{n}\right),
\end{aligned} \tag{44}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overline{P_r}(i,j \mid i \in W_0,\ j \in W_1,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \overline{P_r}(i,j \mid i \in W_1,\ j \in W_0,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \left(\frac{\omega}{m}\right)\left(\frac{\omega}{n}\right),
\end{aligned} \tag{45}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overline{P_r}(i,j \mid i \in W_0,\ j \in W_2,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \overline{P_r}(i,j \mid i \in W_2,\ j \in W_0,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \left(\frac{\omega}{m}\right)\left(\frac{\omega}{n}\right),
\end{aligned} \tag{46}
$$

$$
\begin{aligned}
&\overline{P_r}(i,j \mid i \in W_1,\ j \in W_2,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \overline{P_r}(i,j \mid i \in W_2,\ j \in W_1,\ j\text{가 1을 전송함})\\
&= \left(\frac{\omega}{m}\right)\left(\frac{\omega}{n}\right),
\end{aligned} \tag{47}
$$

$$
\begin{aligned}
&P_r(i \in W_0,\ j \in W_0)\\
&= \left(\frac{mst\omega(\omega-1)}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt}\right) \cdot \left(\frac{mst\omega(\omega-1)-1}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt-1}\right),
\end{aligned} \tag{48}
$$

www.dbpia.co.kr

$$P_r(i \in W_1,\ j \in W_1) = \left(\frac{ms}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt}\right)\cdot\left(\frac{ms-1}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt-1}\right), \quad (49)$$

$$P_r(i \in W_2,\ j \in W_2) = \left(\frac{mt}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt}\right)\cdot\left(\frac{mt-1}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt-1}\right), \quad (50)$$

$$P_r(i \in W_0,\ j \in W_1) = P_r(i \in W_1,\ j \in W_0) = \left(\frac{mst\omega(\omega-1)}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt}\right)\cdot\left(\frac{ms}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt-1}\right), \quad (51)$$

$$P_r(i \in W_0,\ j \in W_2) = P_r(i \in W_2,\ j \in W_0) = \left(\frac{mst\omega(\omega-1)}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt}\right)\cdot\left(\frac{mt}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt-1}\right), \quad (52)$$

$$P_r(i \in W_1,\ j \in W_2) = P_r(i \in W_2,\ j \in W_1) = \left(\frac{ms}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt}\right)\cdot\left(\frac{mt}{mst\omega(\omega-1)+ms+mt-1}\right), \quad (53)$$

$(mn, \omega, 1)$ WDMA+CDMA의 경우, 서로 다른 사용자간의 평균 간섭 확률은 다음과 같이 주어진다. 따라서, 사용되는 파장의 수가 커지면 $t \gg 1$이 되어 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC와 $(mn, \omega, 1)$ WDMA+CDMA는 비슷한 비트 에러 손실률을 가지는 반면, Cardinality는 $(mn, \omega, 1)$ MWOOC이 $(mn, \omega, 1)$ WDMA+CDMA 보다 $\Omega(m)$배만큼 커서, 훨씬 더 많은 사용자의 접속을 가능하게 한다.

T_h와 $M(\le |W|)$을 각각 수신단의 감지 임계값(Detection Threshold)과 광통신 시스템에서 총 사용자 수라고 하자. 각 사용자의 전송 에러 확률은, 기준 사용자가 0을 전송하고 그 외 사용자들의 누적(Accumulative) 간섭이 감지 임계값 이상인 모든 경우를 고려하여 계산된다. 왜냐하면, 사용자가 1을 전송할 때에는 최소한 감지 임계값이 보장되므로, 논리적으로 볼 때, 수신단에서 0으로 감지할 수는 없기 때문이다. 그러므로, $q = \overline{P_r}(i,j)$라고 하면, 각 사용자의 전송 에러 확률 P_e는 다음과 같다.

$$P_e = \frac{1}{2}\sum_{k=T_h}^{M-1}\binom{M-1}{k} q^k (1-q)^{M-1-k} \quad (54)$$

본 논문에서는 비트 에러 손실률을 최소로 하기 위해 $T_h = \omega$로 한다. <그림 2>는 $\omega = 3$일 때, MWOOC의 비트 에러 손실률을 각각 OOC와 혼합 WDMA+CDMA의 비트 에러 손실률과 비교한다. $(mn, \omega, 1)$

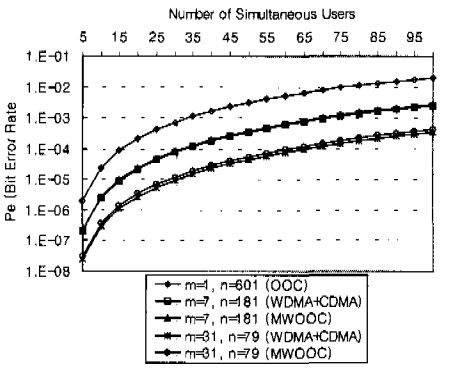


그림 2. $\omega=3$일 때, P_e 비교

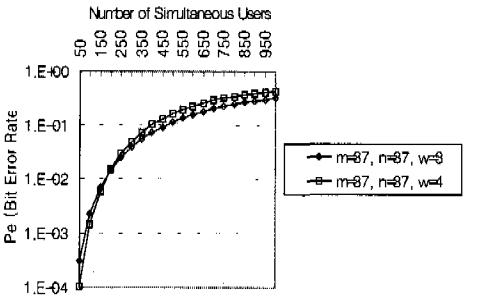


그림 3. $\omega=3$와 $\omega=4$의 P_e 비교

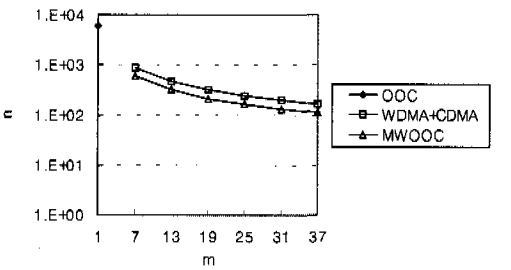


그림 4. 수식 (56), (57)을 만족하는 m, n의 최소값

MWOOC와 $(mn, \omega, 1)$ WDMA+CDMA가 다중파장을 사용하지 않는 $(n, \omega, 1)$ OOC 보다 Cardinality의 감소 없이도 비트 에러 손실률과 코드워드의 길이를 줄이기 위해서는 다음의 조건을 만족하면 된다.

www.dbpia.co.kr

$$\omega(\omega-1)\left(\left\lfloor \frac{n}{\omega(\omega-1)m} \right\rfloor + 1\right) < n' < n, \quad \text{for } n \gg 1 \tag{55}$$

<그림 3>은 사용자의 수에 따라서 $(mn,3,1)$ MWOOC의 비트 에러 손실률과 $(mn,4,1)$ MWOOC의 비트 에러 손실률을 비교한다. 사용자의 수가 매우 작을 때는 $(mn,3,1)$ WOOC의 비트 에러 손실률이 $(mn,4,1)$ MWOOC의 비트 에러 손실률 보다 큰 반면, 사용자의 수가 클때는 $(mn,3,1)$ MWOOC의 비트 에러 손실률이 $(mn,4,1)$ MWOOC의 비트 에러 손실률 보다 낮음을 알 수 있다. 일반적으로, Cardinality 특성이 비트 에러 손실률의 특성 보다 더 중요한 경우에는 MWOOC가 혼합 WDMA+CDMA 보다 유리하며, 비트 에러 손실률의 특성이 Cardinality 특성 보다 더 중요한 경우에는 같은 조건하에서 MWOOC와 혼합WDMA+CDMA가 비슷하다. <그림3>은 다음의 조건을 만족하는 m과 n의 최소값을 나타내는 것으로 Cardinality 특성이 비트 에러 손실률의 특성 보다 더 중요한 경우의 예이다.

- 지원되는 사용자의 최대 수 = 1000 명; (56)
- 사용자 수가 100 명 일 때, $P_e \le 10^{-4}$. (57)

V. 결 론

본 논문에서는 (m,w,λ) OOC와 (n,w,λ) OOC에 기초하여 일반적인 (mn,ω,λ) MWOOC 설계기법을 제안하였다. 기존 논문 [7]과는 달리, 이러한 설계기법을 ω가 소수이거나 4이고 임의의 다중 파장의 수와 코드워드 길이에 대해 $(mn,\omega,1)$ MWOOC를 생성하였다. (mn,ω,λ) MWOOC의 Cardinality는 (n,w,λ) OOC의 경우보다 $\Omega(m^2)$배 이고, (mn,ω,λ) WDMA+CDMA의 경우 보다 $\Omega(m)$배이다 [6]. 특히, $(m \bmod 6) = (n \bmod 6) = 1$ 일 때, 생성된 $(mn,3,1)$ MWOOC는 최적성을 가진다. 광범위한 최적성에 대한 분석은 (mn,ω,λ) MWOOC의 Cardinality에 대해 보다 정밀한 상위 Bound 값이 요구된다. $(mn,\omega,1)$ MWOOC의 성능은 $(n,\omega,1)$ OOC와 $(mn,\omega,1)$ WDMA+CDMA과 비교 분석하였다. 그 결과 $(mn,\omega,1)$ MWOOC를 사용함으로써, 같은 전송 대역폭과 상관성 제약조건 하에서 비트 에러 손실률은 줄이고 코드워드는 많이 만들 수 있어서, 더 많은 사용자가 낮은 손실로 데이터 전송을 할 수 있도록 한다. 그러나, 구현상에 비용은 발신기 및 수신기가 복잡해져서 가격이 높으나 향후, 보다 경제적인 광소자의 개발에 따라 개선될 것이다.

참 고 문 헌

[1] F. R. K. Chung, J. A. Salehi, and V. K. Wei, "Optical Orthogonal Codes: Design, Analysis, and Applications," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 35, pp. 595-604, May 1989.

[2] G.-C. Yang and T. Fuja, "Optical Orthogonal Codes with Unequal Auto- and Cross-Correlation Constraints," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, Jan. 1995.

[3] H. Chung and P. V. Kumar, "Optical Orthogonal Codes---New Bounds and an Optimal Construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, July 1990.

[4] J. A. Salehi, "Code division multiple access techniques in optical fiber networks--part I: Fundamental principles," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 824-833, Aug. 1989.

[5] J. A. Salehi, and C. A. Brackett, "Code division multiple access techniques in optical fiber networks--part II: System performance analysis," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 834-850, Aug. 1989.

[6] P. A. Perrier and P. R. Prucnal, "Wavelength-division integration of services in fiber-optic networks," *International J. Digital and Analog Cabled Syst.*, vol. 1, pp. 149-157, 1988.

[7] G.-C. Yang and W. C. Kwong, "Performance Comparison of Multiwavelength CDMA and WDMA+CDMA for Fiber-Optic Networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, pp. 1426-1434, Nov. 1997.

[8] F. J. Macwilliams and N. J. A. Sloane, *The theory of error correcting codes*, North-Holland, 1977.

[9] P. J. Cameron, M. Deza, and P. Frankl, "Sharp Sets of Permutations," *Journal of ALGEBRA III*, pp. 220-247, 1987.

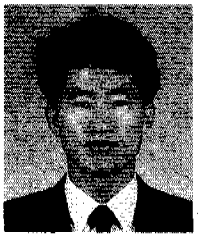
[10] M. Norris Mano, *Computer System Architec-*

www.dbpia.co.kr

ture, 2nd ed. Prentice-Hall, 1982.

[11] M. Azizo ĝlu, J. Salehi, and Y. Li, "Optical CDMA via Temporal Codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 40, July 1992.

이 쌍 수(Ssang-soo Lee) 정회원



1988년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과 졸업

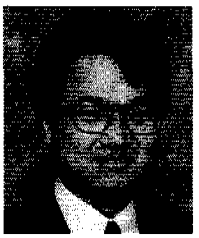
1990년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과 석사

1990년 1월~현재 : (주)LG전자 DTV 연구소 책임연구원(보)

1998년 3월~현재 : 서울대학교 전기공학부 박사과정

<주관심 분야> 광 통신망(WDM), 무선 통신, CDMA

서 승 우(Seung-woo Seo) 정회원



1987년 2월 : 서울대학교 전기공학과 졸업

1989년 2월 : 서울대학교 전기공학과 석사

1990년 3월~1991년 6월 : 서울대학교 기초전력 연구소 및 제어계측 공학과 연구원

1993년 12월 : 미국 펜실베니아 주립대학교 전기공학과 박사

1993년 8월~1994년 7월 : 미국 펜실베니아 주립대학 전산기공학과 조교수

1994년 8월~1996년 7월 : 미국 프린스톤 대학 전기공학과 및 POEM연구소 연구원(미국 과학 재단 선발 연구원)

1996년 9월~현재 : 서울대학교 전기공학부 조교수

<주관심 분야> 고속 통신망, 광 통신망, 유/무선 교환 시스템

오 병 권(Byeong-kweon Oh) 정회원

1992년 2월 : 서울대학교 수학과 졸업

1994년 2월 : 서울대학교 수학과 석사

1999년 2월 : 서울대학교 수학과 박사

1999년 3월~현재 : 한국 고등과학원(KIAS) 수학부 연구원

<주관심 분야> 2차 형식의 표현론, 2차 형식의 동형론, 대수적 부호이론

www.dbpia.co.kr