

반송파 주파수 오프셋에 따른 OFDM M-ary QAM 시스템의 성능 분석

정희원 계선형*, 유형석**, 서종수***

Performance of OFDM M-ary QAM System in the presence of Carrier Frequency Offset

Sun-Hyung Kye*, Hyung-Seok Yu**, Jong-Soo Seo*** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 고속 광대역의 정보신호를 다중경로 페이딩 환경에서 효율적으로 전송하기 위하여 M-ary QAM(Quadrature Amplitude Modulation) 신호와 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing : 직교 주파수 분할 다중화) 전송방식을 사용할 때, 반송파의 주파수 오프셋이 발생하는 동기오차가 수신시스템에 미치는 영향과 이에 따른 OFDM-16QAM 및 OFDM-64QAM의 수신 SER(Symbol Error Rate) 성능을 분석하였다. 분석 결과, OFDM 전송시스템에서 반송파의 주파수 오프셋에 의한 인접 부채널간 간섭은 부반송파의 개수에 비례하여 크게 증가하였고, 높은 신호대 잡음전력비에서도 SER 성능에 error floor가 발생하였다. 즉, OFDM-64QAM의 경우, OFDM-16QAM보다 주파수 오프셋에 의한 SER 성능열화가 커서 정규화된 반송파의 주파수 오프셋이 0.011일 때 $SER=1 \times 10^{-7}$ 에서 error floor가 발생하였다. 따라서, 본 연구를 통해 OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM 시스템에서 요구 SER 성능을 만족하기 위해 허용 가능한 최대 주파수 오프셋을 결정할 수 있다.

ABSTRACT

In order to transmit high-speed wide band signals efficiently in multipath fading environments, M-ary QAM signalling combined with OFDM transmission technique is applied. In this paper, the effect of synchronization error caused by carrier frequency offset and SER(Symbol Error Rate) performance of OFDM-16QAM and OFDM-64QAM are theoretically analyzed. Our result shows that as the number of sub-carrier in OFDM system increases the frequency-offset caused inter-channel interference(ICI) increases significantly, and that an error floor occurs even at high SNR of OFDM system. For OFDM-64QAM, the error floor occurs at $SER=1 \times 10^{-7}$ when a normalized frequency-offset is 0.001, in which the SNR degradation is much greater than that of OFDM-16QAM. From this study the maximum allowable frequency-offset of OFDM-16QAM and OFDM-64QAM systems can be determined to meet the specific SER requirement.

I. 서론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)은 고속 광대역의 정보신호를 다수의 부 반송파를 이용하여 현대역의 정보신호로 바꾸어 전송

하는 방식으로써, 다중경로 전파전파 환경에서 발생하는 수신신호의 지연확산으로 인한 심볼간 간섭(ISI : Inter-symbol Interference)을 최소화 할 수 있다. 또한 광대역의 신호를 현대역화 함으로써 신호의 주기가 부반송파의 수만큼 배가되기 때문에

* LG 정보통신 단말 OBU 서울 사업장 한국형 개발단 하드웨어 개발실(ksprite@lgic.co.kr),

** 삼성전자(yelvis@unitel.co.kr),

*** 연세대학교 전기·컴퓨터공학과 위성통신연구실(jsseo@bubble.yonsei.ac.kr)

논문번호: 99034-0128, 접수일자: 1999년 1월 28일

주파수 영역에서 간단한 등화기를 사용하여 채널 왜곡을 보상할 수 있는 장점을 가진다. 이러한 장점으로 인해 최근에 디지털 방송과 ATM (Asynchronous Transfer Mode), 무선 LAN(Local Area Network) 등의 고속 통신분야에 OFDM 전송방식의 응용 개발이 활발해지고 있다. 특히, 유럽에서는 디지털 지상파 TV 방송(DVB-T : Digital Video Broadcasting-Terrestrial)용 변조방식으로 COFDM (Coded OFDM) 방식을 채택하고 있다.

그러나 OFDM 전송시스템은 부반송파의 협대역화로 인해 작은 주파수 윗셋에 대해 SER 성능 열화가 증가하는 단점이 있다^{[1]-[3]}. 특히, 광대역의 정보를 효율적으로 전송하기 위하여 M-ary QAM 변복조 방식을 사용할 경우, 동일한 주파수 윗셋에 대하여 신호의 레벨이 증가할수록 Binary 변복조방식보다 판정오류가 증가한다.

기존의 논문은 OFDM 전송시스템에서 반송파의 주파수 윗셋에 의한 성능열화를 신호의 진폭감쇠와 인접채널의 간섭(ICI)으로 인한 수신기의 DFT 출력에서 요구되는 SNR의 열화^[4], 정량화된 SER의 성능열화^{[5][6]}, 또는 변복조 방식을 QPSK로 제한한 경우 주파수 윗셋에 따른 SER 성능^[7]으로 해석하고 있다. 본 논문에서는 반송파의 주파수 윗셋이 OFDM M-ary QAM에 미치는 성능열화를 분석하기 위하여, 먼저 OFDM 전송시스템에서 반송파의 주파수 윗셋이 다중레벨 신호에 미치는 위상왜곡 및 진폭왜곡의 영향과 SNR의 열화를 분석하고 이에 따른 OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM의 SER 성능을 분석하였다. 본 논문의 분석 결과로부터 OFDM M-ary QAM에서 반송파의 주파수 윗셋에 따른 SER 성능열화, 또는 요구되는 SER을 유지하기 위하여 허용되는 최대 반송파 주파수 윗셋을 결정할 수 있다.

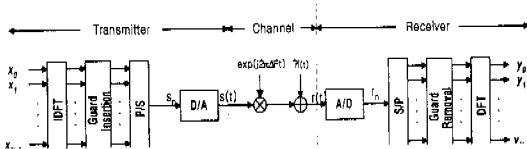


그림 1. 반송파 주파수 윗셋을 가진 OFDM 전송시스템의 모델

II. 반송파 주파수 윗셋을 가진 OFDM M-ary QAM 시스템 모델링

OFDM 신호의 전송은 정보신호의 전체 전송대역을 N개의 부채널로 나누고, 협대역의 각 부채널 신호를 이에 상응하는 각 부반송파를 변조한 후 출력된 신호를 더하여 전송한다. 이 때, 각 부채널의 OFDM 변조는 IDFT(Inverse Discrete Fourier Transform)를 이용하여 구현할 수 있으며, 수신기에서는 DFT(Discrete Fourier Transform)를 이용하여 OFDM 신호를 복조한다. 다중경로 전파전파 또는 이동통신 환경에서 발생하는 반송파의 주파수 윗셋 ΔF 를 고려할 때, AWGN(Additive White Gaussian Noise) 채널에서 OFDM 전송시스템의 모델은 그림 1과 같다.

OFDM M-ary QAM의 기저대역 등가 송신신호는 다음 식과 같다.

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot e^{j2\pi \frac{k}{T} t} \quad (1)$$

여기서, N : OFDM 전송시스템의 부반송파 수

T : OFDM 심볼구간

x_k : M-ary QAM의 심볼 신호

AWGN(Additive White Gaussian Noise) 채널에서 반송파 주파수 윗셋 ΔF 를 고려한 수신신호는 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) \cdot e^{j2\pi \Delta F t} + \tilde{n}(t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot e^{j2\pi \left(\frac{k}{T} + \Delta F\right) t} + \tilde{n}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $\tilde{n}(t)$: AWGN

수신단에서 프레임 동기화 이상적으로 수행되었다고 가정하면, $t=nT/N$ 에서 샘플링된 수신신호 r_n 은 식 (3)과 같다.

$$r_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot e^{j2\pi \left(\frac{k}{T} + \Delta F\right) \left(\frac{nT}{N}\right)} + \tilde{n}_n \quad (3)$$

인접하는 OFDM 신호와 겹치지 않도록 충분한 보호구간을 두었다고 가정할 때, 수신기에서 복조된 신호는 식 (4)와 같다.

$$y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x_k e^{j2\pi \left(\frac{k}{T} + \Delta F\right) \left(\frac{nT}{N}\right)} e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} + n_k \quad (4)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi (k-k-\Delta F) \frac{nk}{N}} + n_k$$

여기서, $\Delta f = \Delta F \cdot T$: 부반송파의 심볼구간으로

정규화된 주파수 윗셋

$$n_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{n}_n e^{-j2\pi \frac{nk}{N}} : \text{AWGN}$$

k' : 송신단의 부반송파 index
k : 수신단의 부반송파 index

부채널의 개수 N이 매우 크다면 식 (4)의 두 번째 합항은 식 (5)의 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n \frac{(k-k')-\Delta f}{N}} = \frac{1}{T} \int_0^T e^{-j2\pi \frac{(k-k')-\Delta f}{T} t} dt \quad (5)$$

위 근사식으로부터 복조된 OFDM 신호는 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} y_k &= -e^{j\Delta f} \cdot \sin c(\Delta f) \cdot \sum_{\substack{k'=0 \\ k' \neq k}}^{N-1} \frac{x_{k'}}{\frac{k-k'}{\Delta f} - 1} + n_k \\ &= x_k \cdot e^{j\Delta f} \cdot \sin c(\Delta f) - e^{j\Delta f} \cdot \sin c(\Delta f) \\ &\quad \cdot \sum_{\substack{k'=0 \\ k' \neq k}}^{N-1} \frac{x_{k'}}{\frac{k-k'}{\Delta f} - 1} + n_k \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\sin c(\Delta f) = \frac{\sin(\pi \Delta f)}{\pi \Delta f}$

식 (6)의 첫 번째 항은 k 번째 부반송파로 전송되는 목적 정보신호이며, 두 번째 항은 인접 부채널의 간섭을 나타내며, 각 항은 $e^{j\Delta f}$ 의 위상왜곡 성분과 $\sin c(\Delta f)$ 의 진폭 감쇠 성분을 가진다.

III. 반송파 주파수 윗셋에 따른 위상왜곡의 확률분포 함수

식 (6)의 복조된 신호로부터 목적의 정보신호를 추출할 때 나머지 위상왜곡 및 잡음 성분은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} u_k &= y_k \frac{x_k^*}{|x_k|^2} \\ &= e^{j\Delta f} \cdot \sin c(\Delta f) - e^{j\Delta f} \cdot \sin c(\Delta f) \\ &\quad \cdot \sum_{\substack{k'=0 \\ k' \neq k}}^{N-1} \frac{1}{\frac{k-k'}{\Delta f} - 1} + \frac{n_k x_k^*}{|x_k|^2} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, x_k^* : x_k 의 complex conjugate
위상 왜곡의 확률분포함수는 식 (7)에서 u_k 의 평

균과 분산을 계산함으로써 구할 수 있다. 여기서, 인접 부반송파들의 간섭항은 부반송파들간에 서로 독립적으로 일어나므로 central limit theorem에 의해 평균이 "0", 분산이 σ_u^2 인 가우시안 잡음으로 모델링 할 수 있다. 따라서 OFDM 전송시스템에서 부반송파의 주파수 윗셋에 의한 위상왜곡의 확률분포 함수는 식 (8)의 평균과 분산을 가진다.

평균 : $E[u_k x_k] = \sin c(\Delta f) e^{j\Delta f} = U_m$

분산 : $Var[u_k x_k] = E[|u_k - U_m|^2] = \sigma_u^2 \quad (8)$

여기서, $\sigma_u^2 = \sin^2 c(\Delta f) \sum_{\substack{k'=0 \\ k' \neq k}}^{N-1} \frac{1}{\left(\frac{k-k'}{\Delta f} - 1\right)^2}$

반송파의 주파수 윗셋이 수신시스템에 미치는 영향을 분석한 결과, 식 (8)로부터 위상왜곡의 분산은 부반송파의 심볼구간으로 정규화된 주파수 윗셋에 따라 증가하며, 동일한 주파수 윗셋에 대하여 부반송파의 개수가 증가할수록 정규화된 주파수 윗셋이 증가함을 알 수 있다. 이는 그림 2와 같이 부반송파 개수의 증가에 따른 인접채널간 간섭의 증가로 나타난다. 식 (7)을 $u_k = \sin c(\Delta f) e^{j\Delta f} + c_k$ 로 나타낼 때, u_k 의 실수항 a_k 와 허수항 b_k 는 각각 다음 식과 같다.

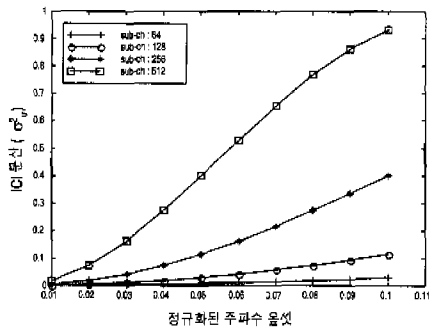


그림 2. 부반송파 개수에 따른 인접채널간 간섭 (부반송파 개수 = 64, 128, 256, 512)

$a_k = Re[u_k] = \sin c(\Delta f) \cos(\pi \Delta f) + Re[c_k]$

$b_k = Im[u_k] = \sin c(\Delta f) \sin(\pi \Delta f) + Im[c_k] \quad (9)$

식 (9)에서 a_k 와 b_k 는 joint Gaussian 랜덤 변수이므로 결합 확률 밀도함수 $f(a_k, b_k)$ 는 다음 식과 같다.

$$p(a_k, b_k) = \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} \cdot e^{-\frac{(a_k - \sin c(\Delta f) \cos(\pi \Delta f))^2 + (b_k - \sin c(\Delta f) \sin(\pi \Delta f))^2}{2\sigma_u^2}} \quad (10)$$

정규화된 반송파 주파수 유효성에 의한 위상왜곡 θ 의 확률밀도 함수(pdf)를 극좌표 형식으로 변환하면 다음 식과 같다[Appendix].

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} \left\{ \sigma_u^2 e^{-D/2\sigma_u^2} + \frac{C}{\sqrt{2}} \sigma_u^2 e^{\left(\frac{-D+C^2/4}{2\sigma_u^2}\right)} \cdot \operatorname{erfc}\left(-\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right) \right\} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{2\pi} e^{-D/2\sigma_u^2} \left\{ 1 + \frac{C}{\sqrt{2}} e^{\left(\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right)^2} \cdot \operatorname{erfc}\left(-\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right) \right\}$$

여기서,

$$C = 2 \sin c(\Delta f) \{ \cos(\pi \Delta f) \cos \theta + \sin(\pi \Delta f) \sin \theta \}$$

$$D = \sin^2 c(\Delta f)$$

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2} du$$

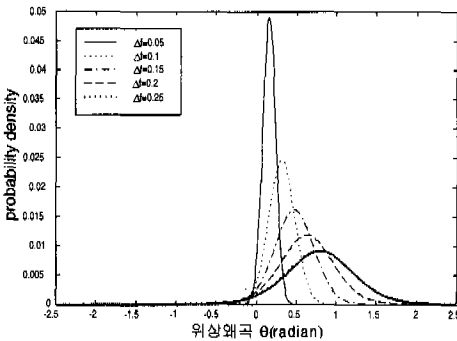


그림 3. 정규화된 반송파 주파수 유효성에 대한 위상왜곡의 확률밀도 함수

식 (11)의 위상왜곡의 확률밀도함수를 도시하면 그림 3과 같다.

IV. 위상왜곡에 따른 OFDM M-ary QAM의 SER 성능

OFDM M-ary QAM이 식 (11)의 확률밀도함수를 갖는 위상왜곡으로 인해 발생하는 심볼 오류율을 구하기 위해 k 번째 부반송파를 변조하는 M-ary

QAM 심볼신호 x_k 는 다음과 같이 I(In-phase)-채널 신호 $x_{k,i}$ 와 Q(Quadrature-phase)-채널 신호 $x_{k,q}$ 로 나타낸다.

$$x_k = x_{k,i} + j x_{k,q} = A_k e^{j\phi_k} \quad (12)$$

여기서, $A_k = \sqrt{x_{k,i}^2 + x_{k,q}^2}$

$$\phi_k = \tan^{-1}\left(\frac{x_{k,q}}{x_{k,i}}\right)$$

여기서 위상 오차 $\pm\theta_k$ 를 가지는 OFDM M-ary QAM의 복조된 심볼신호는 다음과 같다.

$$y_k = e^{\pm j\theta_k} x_k + n_k \quad (13)$$

제 1상한에서 16QAM과 64QAM의 신호성상도가 그림 4와 같다고 할 때, 위상왜곡 $\pm\theta_k$ 에 따른 수신신호 y_k 의 I-채널 성분과 Q-채널 성분의 분포 영역은 다음과 같다.

I-채널: $[A_{k,i} \cos(\phi_{k,i} + \theta_k), A_{k,i} \cos(\phi_{k,i} - \theta_k)]$

Q-채널: $[A_{k,i} \sin(\phi_{k,i} - \theta_k), A_{k,i} \sin(\phi_{k,i} + \theta_k)]$

여기서 l 은 제 1 상한에서 QAM의 심볼 index를 나타내며, 복조된 M-ary QAM 신호를 판정할 때, 심볼의 판정경계를 $d_{i,1}, d_{i,2}, d_{q,1}, d_{q,2}$ 라고 하면, I-채널과 Q-채널성분 신호가 각각 양과 음의 방향으로 심볼 판정오류를 발생하는 최소 진폭 s_1, s_2 와 t_1, t_2 는 다음과 같다[8].

$$s_1 \equiv \frac{d_{\min}}{2} - d_{i,1} = \frac{d_{\min}}{2} - A_{k,i} [\cos(\phi_{k,i} - \theta_k) - \cos \phi_{k,i}] \quad (14)$$

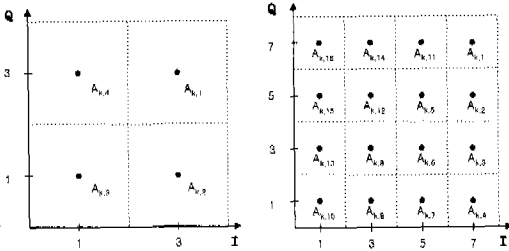
$$s_2 \equiv \frac{d_{\min}}{2} - d_{i,2} = \frac{d_{\min}}{2} - A_{k,i} [\cos \phi_{k,i} - \cos(\phi_{k,i} + \theta_k)] \quad (15)$$

$$t_1 \equiv \frac{d_{\min}}{2} - d_{q,1} = \frac{d_{\min}}{2} - A_{k,i} [\sin \phi_{k,i} - \sin(\phi_{k,i} - \theta_k)] \quad (16)^*$$

$$t_2 \equiv \frac{d_{\min}}{2} - d_{q,2} = \frac{d_{\min}}{2} - A_{k,i} [\sin(\phi_{k,i} + \theta_k) - \sin \phi_{k,i}] \quad (17)$$

여기서, d_{min} : 심볼간 최소 Euclid 거리
 $d_{i,1}, d_{i,2}$: I-채널에서의 판정경계
 $d_{q,1}, d_{q,2}$: Q-채널에서의 판정경계

위 식 (14)~(17)로부터 제 1상환에서 16QAM의 신호 $A_{k,l}$ 가 판정오류를 발생하지 않는 범위를 도시하면 그림 5와 같다. 따라서, AWGN 채널에서 M-ary QAM 신호성상도의 l 번째 심볼신호 각각에 대한 에러 발생 조건확률은 다음과 같이 구할 수 있다.



(a) 16QAM 신호성상도 (b) 64QAM 신호성상도

그림 4. 16QAM과 64QAM의 제 1상환 신호성상도

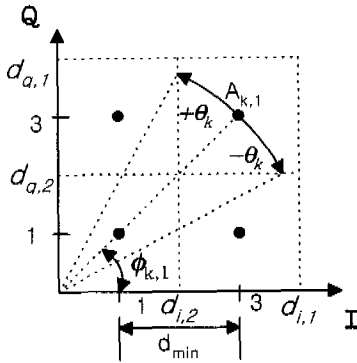


그림 5. 제 1상환에서 16QAM 신호의 오류 판정 범위

$$\begin{aligned}
 P_{e_{k,l}|\theta_k} &= \int_{s_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{w^2}{2\sigma_n^2}} dw \\
 &+ \int_{s_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}} dx \\
 &+ \int_{t_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}} dy \\
 &+ \int_{t_2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_n^2}} dz \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc}\left(\frac{s_1}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{s_2}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{erfc}\left(\frac{t_1}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{t_2}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right\}
 \end{aligned} \tag{18}$$

여기서, σ_n^2 : AWGN의 분산
 식 (11)을 이용할 때, k 번째 부반송파가 전송하는 OFDM M-ary QAM의 평균 심볼 에러율은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_{e_k} &= \int_{-\pi}^{+\pi} P_{e_{k,l}|\theta} p(\theta_k) d\theta_k \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{+\pi} \left\{ \operatorname{erfc}\left(\frac{s_1}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{s_2}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{erfc}\left(\frac{t_1}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{t_2}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right\} p(\theta_k) d\theta_k
 \end{aligned} \tag{19}$$

16QAM과 64QAM의 제 1상환 심볼을 각각 그림 4(a)와 4(b)로 도시할 때, 식 (19)의 $\frac{s_1}{\sqrt{2}\sigma_n}$, $\frac{s_2}{\sqrt{2}\sigma_n}$, $\frac{t_1}{\sqrt{2}\sigma_n}$, $\frac{t_2}{\sqrt{2}\sigma_n}$ 는 식 (20)~식 (27)로 나타낼 수 있다^[5].

16QAM의 경우 :

$$\begin{aligned}
 \frac{s_1}{\sqrt{2}\sigma_n} &= \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{10}} - 3\sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{5}} \rho_{k,l} \\
 &\quad \cdot [\cos(\phi_{k,l} - \theta_k) - \cos\phi_{k,l}]
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{s_2}{\sqrt{2}\sigma_n} &= \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{10}} - 3\sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{5}} \rho_{k,l} \\
 &\quad \cdot [\cos\phi_{k,l} - \cos(\phi_{k,l} + \theta_k)]
 \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{t_1}{\sqrt{2}\sigma_n} &= \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{10}} - 3\sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{5}} \rho_{k,l} \\
 &\quad \cdot [\sin(\phi_{k,l} + \theta_k) - \sin\phi_{k,l}]
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{t_2}{\sqrt{2}\sigma_n} &= \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{10}} - 3\sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{5}} \rho_{k,l} \\
 &\quad \cdot [\sin\phi_{k,l} - \sin(\phi_{k,l} - \theta_k)]
 \end{aligned} \tag{23}$$

여기서, $\operatorname{SNR} = \frac{5}{18} \left(\frac{A_{k,l}}{\sigma_n} \right)^2$
 $\rho_{k,l} = A_{k,l}/A_1, l=1,2,3,4$

64QAM의 경우 :

$$\begin{aligned}
 \frac{s_1}{\sqrt{2}\sigma_n} &= \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{42}} - \sqrt{\frac{7\operatorname{SNR}}{3}} \rho_{k,l} \\
 &\quad \cdot [\cos(\phi_{k,l} - \theta_k) - \cos\phi_{k,l}]
 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{s_2}{\sqrt{2}\sigma_n} &= \sqrt{\frac{\operatorname{SNR}}{42}} - \sqrt{\frac{7\operatorname{SNR}}{3}} \rho_{k,l} \\
 &\quad \cdot [\cos\phi_{k,l} - \cos(\phi_{k,l} + \theta_k)]
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\frac{t_1}{\sqrt{2}\sigma_n} = \sqrt{\frac{SNR}{42}} - \sqrt{\frac{7SNR}{3}} \rho_{k,l} \cdot [\sin(\phi_{k,l} + \theta_k) - \sin \phi_{k,l}] \quad (26)$$

$$\frac{t_2}{\sqrt{2}\sigma_n} = \sqrt{\frac{SNR}{42}} - \sqrt{\frac{7SNR}{3}} \rho_{k,l} \cdot [\sin \phi_{k,l} - \sin(\phi_{k,l} - \theta_k)] \quad (27)$$

여기서, $SNR = \frac{3}{14} \left(\frac{A_{k,1}}{\sigma_n} \right)^2$

$$\rho_{k,l} = A_{k,l} / A_1, \quad l=1, 2, 3, \dots, 16$$

따라서 반송파의 주파수 율셋에 따라 발생하는 위상왜곡에 의한 OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM의 평균 심볼 에러율은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

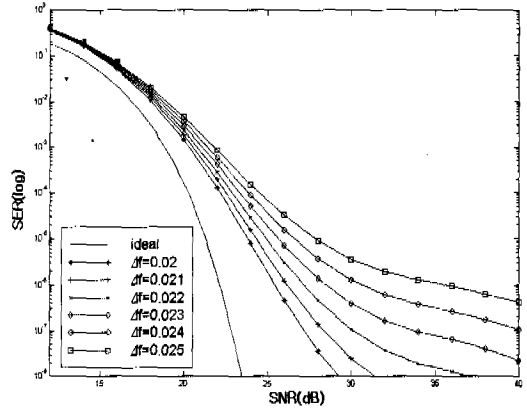
OFDM-16QAM의 경우 :

$$P_{e_s} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{2}{4} P_{e_{k,1}} + 2 \times \frac{3}{4} P_{e_{k,2}} + P_{e_{k,3}} \right\} \quad (28)$$

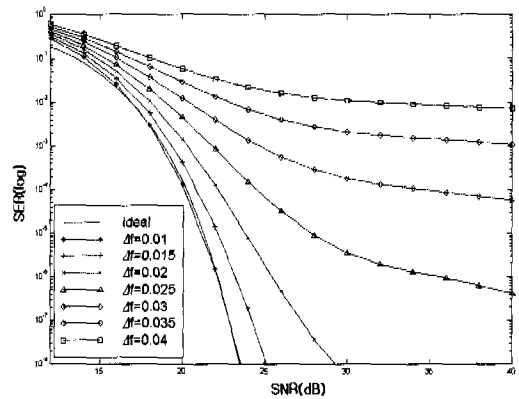
OFDM-64QAM의 경우 :

$$\begin{aligned} P_{e_s} &= \frac{1}{16} \left\{ \frac{2}{4} \times P_{e_{k,1}} + 2 \times \frac{3}{4} (P_{e_{k,2}} + P_{e_{k,3}} + P_{e_{k,4}}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{4} \times (P_{e_{k,5}} + P_{e_{k,6}} + P_{e_{k,10}}) \right. \\ &\quad \left. + 2 \times \frac{4}{4} \times (P_{e_{k,6}} + P_{e_{k,7}} + P_{e_{k,9}}) \right\} \\ &= \frac{1}{32} [P_{e_{k,1}} + 3(P_{e_{k,2}} + P_{e_{k,3}} + P_{e_{k,4}}) \\ &\quad + 2(P_{e_{k,5}} + P_{e_{k,6}} + P_{e_{k,10}}) \\ &\quad + 4(P_{e_{k,6}} + P_{e_{k,7}} + P_{e_{k,9}})] \end{aligned} \quad (29)$$

그림 6과 그림 7은 각각 식 (28)과 식(29)에 근거하여 반송파의 주파수 율셋이 발생하는 위상왜곡이 OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM의 SER 성능에 미치는 영향을 도시하고 있다. 그림의 SER 성능 곡선에서 OFDM-16QAM의 경우, 정규화된 반송파 주파수 율셋이 0.024일 때 SER이 1×10^{-7} 부근에서 error floor가 나타나고 있으며, OFDM-64QAM의 경우에는 주파수 율셋이 0.011 일 때 SER이 1×10^{-7} 부근에서 error floor가 나타난다. 따라서 OFDM-16QAM 및 OFDM-64QAM에서 1×10^{-7} 의 SER 성능을 유지하기 위해서는 반송파의 주파수 율셋을 각각 2.4%와 1.1% 이하로 유지해야 함을 알 수 있다.

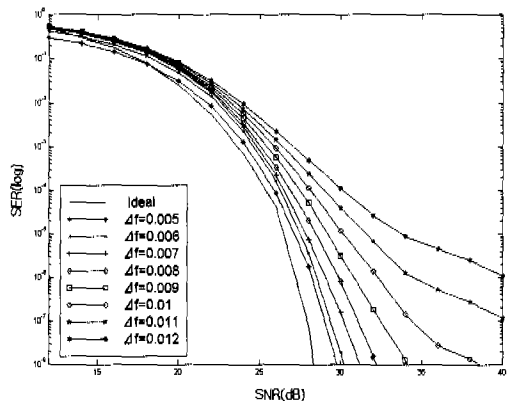


(a) 주파수 율셋 $\Delta f=0.02 \sim 0.025$

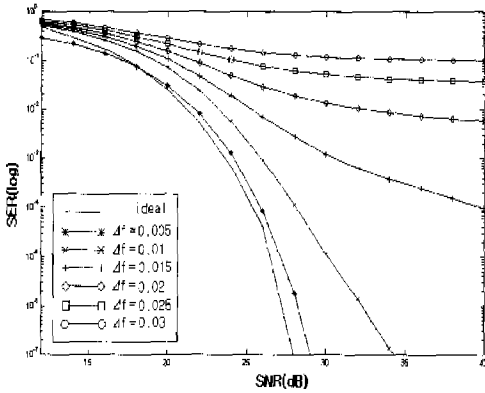


(b) 주파수 율셋 $\Delta f=0.01 \sim 0.04$

그림 6. 반송파 주파수 율셋에 따른 OFDM-16QAM의 SER 성능



(a) 주파수 율셋 $\Delta f=0.005 \sim 0.012$



(b) 주파수 율셋 Δf=0.005~0.03

그림 7. 반송파 주파수 율셋에 따른 OFDM-64QAM의 SER 성능

V. 결론

본 논문에서는 고속 광대역의 정보신호를 다중경로 페이딩 환경에서 효율적으로 전송하기 위하여 OFDM M-ary QAM 전송방식을 사용하였을 때, 반송파의 주파수 율셋이 발생하는 동기오차가 수신시스템의 성능에 미치는 영향을 분석하기 위하여 주파수 율셋에 따른 수신신호의 진폭 및 위상 왜곡을 분석하고, 이에 의한 OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM의 수신 SER 성능예화를 분석하였다.

분석 결과, OFDM 시스템에서 반송파의 주파수 율셋에 의한 인접 부채널간의 간섭은 부반송파의 개수에 비례하여 증가하였고, 높은 신호대 잡음 전력비에서도 SER 성능에 error floor가 발생하였다. 즉, OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM의 경우, 각각 정규화된 반송파의 주파수 율셋이 0.024와 0.011 일 때 SER=1×10⁻⁷ 부근에서 error floor가 발생하였다. 따라서 OFDM-16QAM과 OFDM-64QAM 시스템에서 1×10⁻⁷의 SER을 유지하기 위하여 반송파의 주파수 율셋은 각각 부반송파 대역폭의 2.4%와 1.1% 이내로 유지하여야 한다.

부록

복소 랜덤 신호 (x,y)는 Jacobian 정리에 따라 다음 식과 같이 진폭과 위상의 joint 확률밀도함수로 변환할 수 있다.

$$p(r, \theta) = \sum_i \frac{1}{|J(x_i, y_i)|} p(x_i, y_i) \tag{30}$$

$$\text{여기서, } J(x, y) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}^{-1}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \text{ 이므로}$$

$$J(x, y) = \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{r} \tag{31}$$

식 (30)에 식 (10)과 식 (31)을 대입하면

$$\begin{aligned} p(r, \theta) &= r \cdot p(x, y) \Big|_{\substack{x=r \cdot \cos \theta \\ y=r \cdot \sin \theta}} \\ &= \frac{r}{2\pi\sigma_u^2} \cdot e^{-\left\{ \frac{-(r \cos \theta - \sin c(\Delta f) \cos(\pi \Delta f))^2 + (r \sin \theta - \sin c(\Delta f) \sin(\pi \Delta f))^2}{2\sigma_u^2} \right\}} \\ &= \frac{r}{2\pi\sigma_u^2} e^{-\left\{ \frac{-r^2 + \sin^2 c(\Delta f) - A r \cos \theta - B r \sin \theta}{2\sigma_u^2} \right\}} \end{aligned} \tag{32}$$

여기서, $A = 2 \sin c(\Delta f) \cos(\pi \Delta f)$

$$B = 2 \sin c(\Delta f) \sin(\pi \Delta f)$$

θ에 대한 확률밀도함수는 p(r, θ)를 r에 대해 적분하여 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\theta) &= \int_0^\infty p(r, \theta) dr \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} r \cdot e^{-\left\{ \frac{-r^2 + \sin^2 c(\Delta f) - A r \cos \theta - B r \sin \theta}{2\sigma_u^2} \right\}} dr \end{aligned} \tag{33}$$

C=A · cos θ + B · sin θ, D=sin²c(Δf)라 하면 식 (33)은 다음 식과 같다.

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} \int_0^\infty r e^{-r^2/2\sigma_u^2} e^{-(C r - D)/2\sigma_u^2} dr \tag{34}$$

식 (34)를 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\theta) &= \frac{1}{2\pi\sigma_u^2} \left[\sigma_u^2 e^{-D/2\sigma_u^2} + \frac{C}{\sqrt{2}} \sigma_u e^{\left(\frac{-D+C^2/4}{2\sigma_u^2}\right)} \right] \\ &\quad \cdot \operatorname{erfc}\left(-\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right) \\ &= \frac{1}{2\pi} e^{-D/2\sigma_u^2} \cdot \left\{ 1 + \frac{C}{\sqrt{2}} e^{\left(\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right)^2} \right. \\ &\quad \left. \cdot \operatorname{erfc}\left(-\frac{C}{2\sqrt{2}\sigma_u}\right) \right\} \end{aligned} \tag{35}$$

여기서, $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u} du$

참고 문헌

[1] H. Sari, G. Karam and I. Jeanclaude, "Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting", *IEEE Communication Magazine*, pp.100~109, February 1995

[2] William D. Warner and Cyril Leung, "OFDM/FM Frame Synchronization for Mobile Radio Data Communication", *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, pp.302-313, VOL. 42, NO. 3, August 1993

[3] T.M. Schmidl and D.C. Cox, "Blind synchronisation for OFDM", *Electronics Letters*, Vol.33, No. 2, pp. 113~114, January 1997

[4] Paul H. Moose, "A Technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Frequency Offset Correction", *IEEE Transaction on Communication*, Vol. 42, No. 10, pp.2908~2914, October 1994

[5] Thierry Pollet, Mark Van Blandel and Marc Moeneclaey, "BER Sensitivity of OFDM System to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise", *IEEE Transaction on Communication*, Vol. 43, NO. 2, February 1995

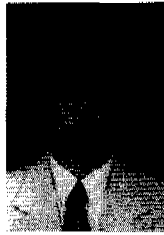
[6] Thierry Pollet and Mar Moeneclaey, "The Effect of Carrier Frequency Offset on the Performance of Band limited Single Carrier and OFDM Signals", *Globecom*, Vol. 1, London UK, November 1996

[7] Marco Luise and Fuggero Reggiannini, "Carrier Frequency Acquisition and Tracking for OFDM Systems", *IEEE Transaction on Communications*, Vol. 44, No. 11, pp.1590~1596, November 1996

[8] Jong-Soo Seo, "Power Efficient Multi-ary QAM Systems", Ph. D. Thesis, Univ. of Ottawa, Canada, 1988

계 선 형(Sun-Hyung Kye)

정회원



1997년 2월 : 명지대학교 제어
계측공학과(공학사)
1999년 2월 : 연세대학교 대학원
전파공학과(석사)
1999년 3월~현재 : LG정보통신
단말사업본부 서울시업장
한국형 개발단 하드웨어
개발실 연구원

<주관심 분야> 위성통신공학, 디지털통신공학, 전파
공학

서 종 수(Jong-Soo Seo)

정회원



1975년 2월 : 연세대학교 전자공
학과 졸업(공학사)
1983년 12월 : Univ. of Ottawa,
Canada, 전기공학과
졸업(공학석사)
1988년 6월 : Univ. of Ottawa,
Canada, 전기공학과
졸업(공학박사)

1975년 4월~1981년 12월 : LG정 밀 중앙연구소
1987년 8월~1989년 12월 : IDC, Canada, 책임연
구원
1990년 1월~1992년 3월 : 삼성 종합기술원, 정보
시스템연구소, 수석 연구원
1993년 9월~1995년 2월 : CAL, Canada, 책임연
구원
1995년 3월~현재 : 연세대학교 공과대학 기계·
전자 공학부, 부교수
<주관심 분야> 위성통신, 방송시스템, 변복조/ 부호
화기술