

# 비균일 분할 정점 군집화를 이용한 3차원 다각형 메쉬의 단순화

정희원 김형석\*, 박진우\*, 김희수\*, 한규필\*, 하영호\*

## Simplification of 3D Polygonal Mesh Using Non-Uniform Subdivision Vertex Clustering

Hyung-Suk Kim\*, Jin-Woo Park\*, Hee-Soo Kim\*, Kyu-Phil Han\*, Yeong-Ho Ha\*

Regular Members

요약

본 논문에서는 정점 군집화(vertex clustering) 방법에 기반한 3차원 물체의 단순화 기법을 제안한다. 제안한 방법은 3차원 물체의 국부 영역의 특성에 따라 군집화하는 격자의 크기를 다르게 한다. 격자의 크기는 삼각형의 법선 벡터와 정점 분포를 이용하여 결정한다. 인접한 삼각형의 법선 벡터가 이루는 각이 크고 정점들이 흩어져 있으면 작은 격자로 분할하여 자세한 표현을 한다. 격자의 분할 과정은 8진 나무(octree)로 나타낸다. 단순화 오차를 추정하기 위해 하우스도르프 거리(Hausdorff distance)를 이용한다. 제안한 방법은 정점 군집화의 적은 계산량과 효과적인 단순화의 장점을 그대로 유지할 수 있다. 그리고 3차원 물체의 특성에 따라 격자의 크기를 다르게 하므로 기존의 방법에 비해 단순화 오차가 적고 작은 영역의 변화까지 세밀히 나타낼 수 있다. 또한, 다양한 단순화 단계를 가지는 다해상도 모델로의 표현이 가능하고 격자 크기의 조절이 가능하므로 선택된 영역에 대해서 세밀한 표현도 가능하다.

ABSTRACT

In paper, we propose a 3D polygonal mesh simplification technique based on vertex clustering. The proposed method differentiates the size of each cluster according to the local property of a 3D object. We determine the size of clusters by considering the normal vector of triangles and the vertex distribution. The subdivisions of cluster are represented by octree. In this paper, we use the Hausdorff distance between the original mesh and the simplified one as a meaningful error value. Because proposed method adaptively determine the size of cluster according to the local property of the mesh, it has smaller error as compared with the previous methods and represent the small regions on detail. Also it can generate a multiresolution model and selectively refine the local regions.

### 1. 서론

인터넷이 점차 대중화됨에 따라 비디오와 오디오 등의 멀티미디어 정보가 인터넷에서 널리 이용되고 있다. 또한 최근에는 인터넷에서의 3차원 가상 공간

에 대한 관심이 고조됨에 따라 3차원 합성영상 서비스에 대한 요구가 점차 증가하고 있다. 이러한 3차원 합성영상은 여러 가지 형태로 표현이 가능하나 주로 다각형 표면 메쉬(polygonal surface mesh), 그 중에서 삼각형 메쉬 형태로 표현되는데 이는 빠

\* 경북대학교 전자공학과 칼라 및 영상처리 연구실(hskim@palgong.kyungpook.ac.kr)  
논문번호 : 99159-0424, 접수일자 : 1999년 4월 24일

른 렌더링(rendering)이 가능한 수학적 단순성과 섬세한 표현이 가능하기 때문이다. 하지만 3차원 합성 영상을 삼각형 메쉬로 표현하면 그 데이터 양이 방대하므로 저장하거나 전송할 때 많은 문제점들이 발생하게 된다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해 많은 삼각형 메쉬 부호화<sup>[1-2]</sup>와 단순화 방법들이 제안되어 왔다. 그 중에서 메쉬 부호화 방법은 메쉬를 구성하는 정점들의 정보와 이를 연결하는 다각형 정보를 각각 부호화하여 데이터의 저장 및 전송 효율을 높이고, 메쉬 단순화 방법은 오차 한계이내에서 메쉬의 불필요한 정점이나 삼각형을 제거하여 메쉬의 데이터 양과 렌더링시의 연산량을 줄인다. 부호화 방법과 단순화 방법 중에서 본 논문에서는 메쉬의 단순화 방법을 이용하였다.

메쉬의 단순화 방법들에는 동일 평면 병합(planar facets merging)<sup>[3-4]</sup>, 메쉬 제거(mesh decimation)<sup>[5-7]</sup>, 에너지 함수 최적화(energy function optimization)<sup>[8-9]</sup>, 정점 군집화(vertex clustering)<sup>[10-11]</sup> 등이 있다. 그 중에서 정점 군집화 방법은 정점의 기하학적 근접성에 기반을 둔 방법으로 적은 계산량으로 빠르고 효율적인 단순화가 가능하지만 메쉬의 형태(topology)를 유지하지 못하는 단점이 있다. 이러한 정점 군집화 방법에는 균일 분할 군집화(uniform subdivision clustering) 방법<sup>[10]</sup>과 부동 셀 군집화(floating-cell clustering) 방법<sup>[11]</sup> 등이 있다. 균일 분할 군집화 방법은 메쉬의 모든 정점들을 공간분할을 통해 같은 크기의 육면체 격자구조로 나누어 각 격자의 대표정점으로 정점들을 대치한다. 그리고 꼭지점이 대표정점으로 대치된 삼각형들 중에서 두 개 이상의 꼭지점이 같은 대표정점으로 대치된 삼각형을 메쉬에서 제거하여 정점과 삼각형을 줄인다. 이는 적은 계산량으로 빠른 단순화가 가능하지만 단순화 결과가 좋지 못하고 오차도 큰 단점이 있다. 이를 개선하기 위해 부동 셀 군집화 방법에서는 먼저 모든 정점을 시각적 중요성에 따라 가중치를 계산하고 가장 큰 가중치를 가진 정점부터 격자의 중심으로 두고 그 격자에 포함되는 정점들을 그 점으로 모은다. 그리고 다음으로 큰 가중치를 가지는 정점에 대해서 같은 연산을 반복 수행한다.

이 때, 정점이 두 개 이상의 격자에 동시에 존재할 경우에는 그 정점과 격자 중심까지의 거리가 가까운 격자로 정점들을 모으게 된다. 모든 정점을 대표정점으로 모으고 같은 대표정점으로 대치된 꼭지점을 가지는 삼각형들은 제거하여 메쉬를 단순화한다. 이 방법은 다른 해상도의 모델사이의 부드러운

전환을 가능하게 하였고 시각적으로 중요한 부분을 잘 유지하였다. 그러나 메쉬의 국부적인 특성을 고려하지 못하기 때문에 작은 영역을 상세히 표현하지 못하는 단점이 있다.

본 논문에서는 메쉬의 국부적인 특성에 따라 군집화하는 격자의 크기를 다르게 하는 비균일 분할 정점 군집화 방법을 제안한다. 제안한 방법은 국부적으로 섬세한 부분과 시각적 중요성을 가지는 부분을 보존하면서 단순화한다. 격자의 크기는 삼각형의 법선 벡터와 정점의 분포를 고려하여 결정하게 되는데 삼각형의 법선 벡터의 방향이 서로 다르고 정점들이 흩어져 있는 영역은 작은 격자로 나누어 더 자세한 표현이 가능하도록 한다. 그리고 단순화된 메쉬의 오차를 추정하기 위해 원래의 메쉬에서 단순화된 메쉬까지의 단방향 하우스도르프 거리<sup>[12-14]</sup>를 사용한다. 제안한 방법은 시각적으로 중요한 부분을 잘 유지할 뿐 아니라 메쉬의 국부 영역도 고려하여 시각적으로 뛰어난 결과를 얻을 수 있다. 그리고 여러 단순화 단계를 가지는 다해상도 모델로도 표현이 가능하고 국부적인 영역에 대해 선택적으로 세밀한 표현이 가능하다.

본 논문의 II장에서는 메쉬의 여러 가지 단순화 방법 중에서 기존의 정점 군집화 방법에 대해서 설명하고 III장에서는 제안한 정점 군집화 방법에 대해 설명한다. IV장에서 제안한 방법과 기존의 방법들의 실험 결과를 비교한다.

## II. 기존의 정점 군집화 방법

3차원 영상에서 시점이 멀어지게 되면 영상 내의 많은 점들이 같은 화소로 모이게 되는데 이것은 영상 내의 물체가 복잡하고 크기가 상대적으로 작을수록 자주 발생한다. 따라서 시점이 멀어지면 영상에서는 단지 한점만이 나타나고 나머지 다른 점들은 영상에서 보이지 않게 되는 것이다. 이렇게 같은 화소로 사상되는 점들은 렌더링 과정에서 처리되지만 마지막 영상에서는 단지 한점만으로 나타나게 된다. 그러므로 같은 화소로 사상되는 점들을 찾아내서 그 점들을 대표하는 새로운 한점으로 대치하여 대표점만을 렌더링 과정으로 보내게 되면 보이지 않는 정점들의 불필요한 처리과정을 거치지 않으므로 렌더링 시간을 줄일 수 있다.

정점 군집화 방법은 이 원리를 이용하여 3차원 물체를 단순화한다. 정점 군집화 방법의 전체적인 과정

은 시각적 중요성 계산, 삼각형화(triangulation), 군집화, 합성, 제거, 그리고 삼각형 법선 벡터의 조정의 단계로 구성된다. 단순화 과정은 먼저 각 정점들의 시각적 중요성을 계산한다. 만약 메쉬가 삼각형이 아니라면 삼각형으로 분할하는 과정을 거치게 된다. 그리고 각 정점들의 기하학적 근접성에 따라 각각의 대표정점으로 군집화한다. 삼각형들 중에서 같은 정점들로 대체되는 꼭지점을 가진 삼각형을 제거하여 메쉬를 단순화한다. 정점 군집화 방법은 적은 계산량으로 빠른 단순화가 가능하고 높은 데이터 감소율의 장점이 있지만 메쉬의 형태를 유지하지 못하고 단순화 오차가 다른 단순화방법보다 큰 단점이 있다. 이러한 정점 군집화 방법에는 균일 분할 방법과 부동 셀 군집화 방법이 있다

1. 균일 분할 군집화<sup>(10)</sup>

균일 분할 군집화 방법은 가장 단순하고 기본적인 방법으로 적은 계산량으로 빠른 단순화가 가능하다. 이 방법은 3차원 메쉬를 동일한 크기의 육면체 격자구조로 분할하여 각각의 격자 안에 존재하는 모든 정점들을 하나의 대표정점으로 대체하고 같은 대표정점으로 대체되는 꼭지점을 가지는 삼각형을 제거하여 메쉬를 단순화하는 방법이다. 이 때 각 대표정점은 격자 내의 정점들 중에서 임의로 하나로 정하거나 시각적으로 가장 중요한 정점으로 결정한다. 그림 2의 (a)에서와 같이 정점들은 메쉬의 국부적인 특성에 관계없이 동일한 크기의 격자로 모아 대표정점으로 군집화한다. 따라서 전체적인 단순화 오차가 크고 메쉬의 작은 부분까지 상세히 나타낼 수 없는 단점이 있다.

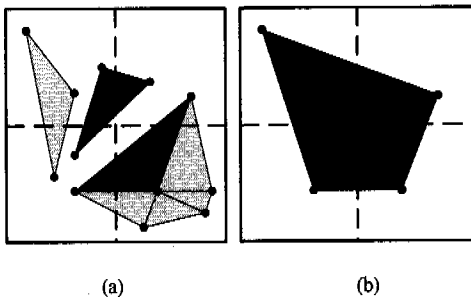


그림 1. 균일 분할 군집화를 이용한 단순화 (a) 단순화 이전 (b) 단순화 이후

2. 부동 셀 군집화<sup>(11)</sup>

기존의 균일 정점 군집화 방법은 단순화된 메쉬와 초기 메쉬 사이의 오차가 상당히 크다. 이러한

오차를 줄이기 위해서 부동 셀 군집화 방법에서는 메쉬를 구성하는 모든 정점들을 시각적 중요성에 따라 정렬하고 가중치가 가장 높은 정점부터 먼저 격자의 중심으로 두고 그 격자에 포함되는 정점들을 그 점으로 대체한다. 그리고 다음으로 큰 가중치를 가지는 점에 대해서 같은 군집화 과정을 반복한다. 이때 하나의 정점이 두개 이상의 격자에 동시에 존재할 경우에는 그 정점과 대표정점까지의 거리가 가까운 격자로 모으게 된다. 모든 군집화 과정이 끝나면 두개 이상의 꼭지점이 같은 정점으로 대체된 삼각형을 찾아 메쉬에서 제거한다. 그림 3은 부동 셀 군집화 방법에 의한 삼각형 메쉬의 단순화 과정을 나타낸다. 부동 셀 군집화 방법은 정점의 시각적 중요성에 대한 정확한 추정을 하였고 기존 정점 군집화 방법의 효율성을 유지하면서 단순화 오차를 감소시켜 전체적으로 향상된 단순화 결과를 얻을 수 있다. 그러나 이 방법도 또한 물체의 국부적 특성까지 고려하지 못하기 때문에 작은 영역에 대해 상세히 표현하지 못하는 한계가 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 한계를 극복하고자 메쉬의 국부적인 기하학 특성을 고려해 다른 크기의 격자를 사용하여 정점을 군집화하는 방법을 제안하였다.

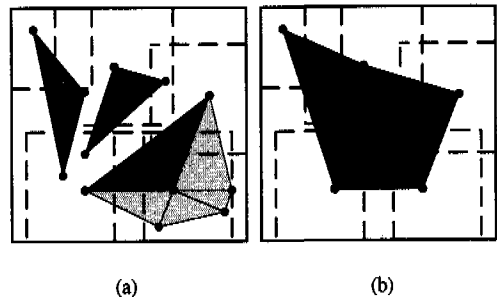


그림 2. 부동 셀 군집화를 이용한 단순화 (a) 단순화 이전 (b) 단순화 이후

III. 제안한 정점 군집화 방법

1. 제안한 정점 군집화 방법의 구조

기존의 정점 군집화 방법이 동일한 크기의 격자를 사용하기 때문에 물체의 작은 영역을 고려하지 못하는 단점이 있다. 이를 해결하기 위해 본 논문에서는 격자를 3차원 물체의 국부적인 특성에 따라 재분할하여 서로 다른 크기의 격자로 군집화하는 방법을 제안하였다. 즉, 3차원 영상에서 시점이 멀어지게 되면 영상의 국부 영역의 작은 변화부분은

점점 사라지고 영상의 전체적인 형태만이 중요하게 된다. 그러나 영상 내에서도 국부적인 영역의 돌출 부분이나 함몰 부분 등은 상대적으로 시각적인 중요성을 가지게 된다. 그러므로 이러한 국부적인 영역도 고려가 되어야 한다. 따라서 본 논문에서는 국부적인 작은 변화영역은 제거하고 3차원 물체의 전체적인 형태와 시각적 중요성을 가지는 영역들을 유지하기 위해 다른 크기의 격자를 사용하여 메쉬를 단순화한다.

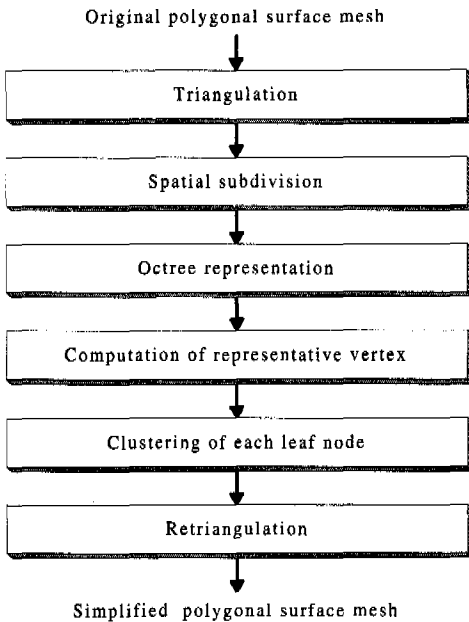


그림 3. 제안한 정점 군집화 방법의 블록도

제안한 방법의 전체적인 과정은 그림 3과 같다. 먼저 3차원 물체를 8개의 격자로 분할한다. 그리고 각 격자 내에 포함된 정점과 삼각형들의 특성에 따라 격자를 계속해서 재분할한다. 이때 격자를 계속 분할할지는 그 격자에 포함된 삼각형의 법선 벡터 변화 정도와 정점 분포에 따라 결정한다. 물체 내에 변화가 심하거나 시각적으로 중요한 돌출 부분과 같은 영역에 대해서는 격자의 크기를 작게 하여 더 세밀한 표현을 하고 그렇지 않은 영역에는 보다 큰 격자를 사용하여 더 많은 단순화를 한다. 이런 공간 분할 과정은 효율성을 위해 8진 나무(octree) 구조를 이용하였으며 3차원 물체의 8진 나무에서 각각의 잎노드(leaf node)에 포함된 모든 정점을 하나의 대표정점으로 대체한 후 같은 대표정점으로 대체되

는 꼭지점을 가지는 삼각형을 제거하여 단순화하였다.

그림 4는 제안한 방법에 의한 삼각형 메쉬의 단순화 결과를 나타낸다. 제안한 방법은 그림 4에서와 같이 영역에 따라 다른 크기의 격자로 메쉬를 분할하여 군집화한다.

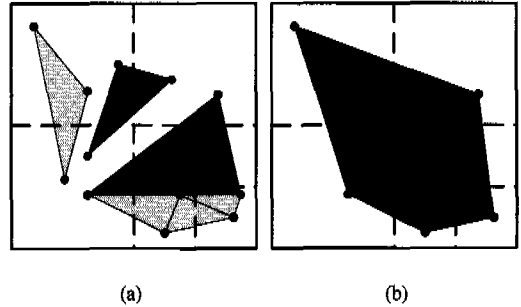


그림 4. 제안한 방법을 이용한 단순화 (a) 단순화 이전 (b) 단순화 이후

## 2. 8진 나무 구조를 이용한 공간 분할

제안한 방법에서는 3차원 물체를 국부적인 특성에 따라 다른 크기의 격자로 군집화하게 되는데 이때 격자의 크기를 결정하는 문제가 중요하게 된다. 따라서 본 논문에서는 격자 내에 포함된 삼각형들의 법선 벡터와 정점의 분포를 이용하여 격자의 크기를 결정한다. 삼각형들의 법선 벡터가 변화가 크게 되면 돌출 부분이나 함몰 부분이 있을 확률이 크게 된다. 이런 영역들은 시각적 중요성을 가지게 되므로 더 작은 격자로 분할하여 상세한 표현을 하여야 한다. 그리고 정점들이 한쪽으로 몰려있으면 하나의 점으로 대체하여도 그 오차가 크지 않으므로 격자를 분할하지 않고 정점들을 군집할 수 있다. 그러나 정점들이 서로 떨어져 있으면 다시 더 작은 격자로 분할하여야 오차를 줄일 수 있다. 따라서 제안한 방법은 삼각형의 법선 벡터와 정점의 분포를 모두 고려하여 격자의 크기를 결정한다.

먼저 삼각형들의 법선 벡터 변화 정도는 두 가지 척도를 이용하여 추정하였는데 그 첫번째 척도는 격자 내에서 인접한 두 삼각형의 법선 벡터가 이루는 최대각으로 정의한다. 인접한 두 삼각형의 법선 벡터가 이루는 각이 커지게 되면 두 삼각형은 동일한 평면에 존재하는 것이 아니라 돌출되거나 함몰된 영역일 가능성이 커지게 된다. 따라서 인접 두 삼각형이 이루는 각의 최대값이 큰 영역은 더 분할해야 한다. 격자 내에 포함된 인접 두 삼각형의 법

선 벡터가 이루는 최대각  $\theta_{\max}$  는

$$\theta_{\max} = \max_{\{t_i, t_j\} \in T_1} \text{Angle}(\vec{n}_{t_i}, \vec{n}_{t_j}) \quad (1)$$

이다. 여기에서  $T_1$ 은 격자 내에 존재하는 인접한 두 삼각형들의 집합이고  $t_i$ 는 격자 내에 포함된 삼각형이다. 그리고  $\vec{n}_{t_i}$ 는 삼각형  $t_i$ 의 법선 벡터이고  $\text{Angle}(\vec{n}_{t_i}, \vec{n}_{t_j})$ 는 두 법선 벡터  $\vec{n}_{t_i}$ 와  $\vec{n}_{t_j}$ 가 이루는 각이다.

격자 내의 삼각형의 법선 벡터 변화정도를 나타내는 두번째 척도로 격자에 포함된 삼각형들의 평균평면과 각 삼각형들이 이루는 평균각을 이용한다. 이 평균각은 먼저 격자 내에 포함된 삼각형의 면적과 법선 벡터를 곱하고 이것을 모든 삼각형의 면적의 합으로 나누어 평균평면의 법선 벡터를 구한다. 그리고 이 평균평면과 각 삼각형의 법선 벡터가 이루는 각에 삼각형의 면적을 곱하여 더한 값을 전체 삼각형의 총면적으로 나누어서 구한다. 평균평면과 각 삼각형들의 법선 벡터가 이루는 평균각  $\theta_{\text{avg}}$  는

$$\theta_{\text{avg}} = \frac{\sum_{t_i \in T_2} A_{t_i} \text{Angle}(\vec{n}_{t_i}, \vec{N})}{\sum_{t_i \in T_2} A_{t_i}} \quad (2)$$

이다. 여기서  $T_2$ 는 격자에 포함된 삼각형들의 집합이고  $A_{t_i}$ 와  $n_{t_i}$ 는 각각 삼각형의 면적과 법선 벡터를 나타낸다. 그리고  $\vec{N}$ 는 평균평면의 법선 벡터를 나타내고 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\vec{N} = \frac{\vec{N}}{|\vec{N}|} \quad (3)$$

$$\vec{N} = \frac{\sum_{t_i \in T_2} A_{t_i} \vec{n}_{t_i}}{\sum_{t_i \in T_2} A_{t_i}} \quad (4)$$

$\theta_{\text{avg}}$ 가 크게 되면 격자내의 삼각형들은 동일한 평면에 있지 않고 물체 내에 변화가 심함을 알 수 있다. 따라서  $\theta_{\text{avg}}$ 의 크기에 따라 격자의 크기를 결정할 수 있게 된다.

삼각형의 법선 벡터와 함께 정점 분포도 또한 물체의 특성을 나타내는 중요한 척도로 이용된다. 3차원 물체에서 시점이 멀어지면 서로 인접한 정점들은 하나의 정점으로 대치되므로 정점들을 병합하여

도 시각적인 열화가 덜하다. 그러나 서로 떨어져 있는 점들은 하나로 병합할 수가 없다. 정점의 분포는 격자 내에 포함된 정점들의 중심점에서 각 정점들 간의 평균 거리를 이용한다. 이 평균 거리  $D_v$ 는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$D_v = \frac{\sum_{v_i \in V} \|\vec{v}_i - \vec{v}\|}{N_v} \quad (5)$$

여기서  $V$ 는 격자에 포함된 정점들의 집합이고  $N_v$ 는 정점의 수를 나타낸다. 그리고  $\vec{v}$ 는 격자 내의 모든 정점들의 중심점을 나타내고 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\vec{v} = \frac{\sum_{v_i \in V} \vec{v}_i}{N_v} \quad (6)$$

이렇게 얻어진 격자 내의 삼각형의 법선 벡터 변화와 정점 분포의 정보를 이용하여 메쉬의 공간 분할 과정을 거치게 된다. 이때 메쉬의 공간 분할은 8진 나무 구조<sup>[15]</sup>를 이용하여 나타내었다. 메쉬의 공간 분할 과정은 먼저 메쉬를 8진 나무의 뿌리노드(root node)로 두고 메쉬를 8개의 격자로 분할하여 8개의 자식노드(child node)를 생성한다. 각 자식노드를 다시 공간 분할을 통해 생성할지는 정점의 분포와 삼각형의 법선 벡터에 따라 결정한다. 노드를 분할하는 과정은 먼저 노드에 포함된 삼각형들의 법선 벡터의 변화 정도를 계산하고 구해진 법선 벡터의 변화 정도에 따라 정점 분포에 대한 공간 분할 문턱치를 다르게 한다. 즉, 법선 벡터의 변화가 큰 노드에 대해서는 정점 분포에 대한 문턱치를 작게 하고 변화가 작은 노드는 문턱치를 크게 한다. 이렇게 법선 벡터에 따라 정해진 정점 분포에 대한 문턱치를 넘게되면 노드를 분할하여 자식노드를 생성한다. 생성된 자식노드에 대해서 같은 방법으로 재분할 과정을 반복한다. 그러나 문턱치를 넘지 않으면 더 이상 분할하지 않고 그 노드를 잎노드로 설정한다. 이러한 노드의 재분할 과정에서 메쉬를 국부적인 특성에 따라 다른 크기의 격자로 분할한다.

### 3. 군집화

메쉬의 공간 분할을 통해 각각 다른 크기의 격자로 모아진 정점들은 그 격자의 대표정점으로 대치한다. 대표정점은 격자 내의 모든 정점들의 중심점

이나 시각적으로 가장 중요한 정점으로 한다.

각 격자 내의 중심점은 식 (6)으로 구할 수 있다. 중심점을 대표정점으로 선택하면 상대적으로 계산량을 줄일 수 있다. 정점들에 대한 시각적 중요성은 Low<sup>[11]</sup>가 제안한 방법을 이용한다. Low는 정점에 접하고 있는 삼각형의 크기와 정점을 임의의 방향에서 봤을 때 물체의 윤곽선에 있을 확률에 따라 시각적 중요도를 결정하였다. 정점에 접하는 삼각형이 크다고 하면 그 정점은 시각적인 중요성을 가진다고 보았고 정점에 접하는 삼각형의 크기는 정점을 포함하는 모서리들 중에서 가장 긴 모서리의 길이로 추정하였다. 또 물체의 윤곽선에 있는 정점도 시각적 중요도를 가지게 되므로 윤곽선에 있을 확률도 시각적 중요도를 결정하는데 사용하였다. 정점이 윤곽선에 있을 확률에 대한 추정은 정점을 포함하는 두 모서리가 이루는 최대각을  $\theta$ 라고 하면  $\cos(\theta/2)$ 로 하였다. 그림 5에서와 같이  $V$ 를 윤곽선에 존재할 확률을 구해야 하는 정점이라 하고  $\theta$ 가  $V$ 를 포함하는 모서리들이 이루는 최대각이라고 한다.  $V$ 를 꼭지점으로 하는  $\theta$ 의 각을 가지는 원뿔을 생각할 수 있다. 그림 5에서 구 표면의 점에서부터  $V$ 까지 이르는 방향은  $V$ 를 바라보는 시점의 방향과 같다. 정점  $V$ 가 임의의 방향에서 보이지 않는 것은 원뿔의 아래쪽에서 보았을 때이다. 따라서 정점  $V$ 가 윤곽선에 나타나는 것은 원뿔의 아래쪽에서 보는 것을 제외한 경우이고 그 확률은 식 (7)과 같게 된다.

$$P_{\text{silhouette}} = \frac{4\pi r^2 - 4\pi r^2 \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right)}{4\pi r^2} \quad (7)$$

$$= \cos \frac{\theta}{2}$$

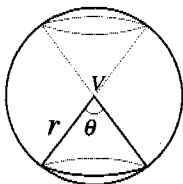


그림 5. 물체의 윤곽선에 있을 확률 추정

그러므로 정점  $V$ 가 윤곽선에 있을 확률은  $\cos(\theta/2)$ 가 된다. 이 시각적 중요성을 가지는 정점을 대표정점으로 사용함으로써 시각적으로 중요한 돌출 부분이나 함몰 부분을 잘 유지할 수가 있다.

이렇게 대표정점으로 대치하여 군집화하고 난 후에 같은 대표정점으로 대치되는 꼭지점을 가지는 삼각형을 제거하여 메쉬를 단순화한다.

#### 4. 오차 추정

본 논문에서 단순화된 결과의 오차<sup>[12-14]</sup>를 추정하기 위해서 본래 메쉬와 단순화된 메쉬사이의 하우스도르프 거리를 이용한다.

먼저 정점  $x$ 와 정점의 집합  $Y \subset R^n$ 사이의 유클리디언 거리(Euclidean distance)<sup>[13]</sup>는  $y \in Y$  중에서 정점  $x$ 까지의 최단 유클리디언 거리가 된다. 정점  $x$ 와 정점의 집합  $Y$ 사이의 유클리디언 거리  $d_E(x, Y)$ 는

$$d_E(x, Y) = \text{MIN}_{y \in Y} d(x, y) \quad (8)$$

로 정의된다. 여기서  $d(x, y)$ 는 정점  $x$ 와  $y$ 사이의 유클리디언 거리이다.

정점의 집합  $X$ 에서  $Y$ 로의 단방향 하우스도르프 거리는  $X$ 의 모든 정점들 중  $Y$ 까지의 유클리디언 거리 중에서 가장 큰 값이다. 정점의 집합  $X$ 에서  $Y$ 로의 단방향 하우스도르프 거리  $d_H(X, Y)$ 는 식 (9)에서와 같이 정의한다.

$$d_H(X, Y) = \text{MAX}_{x \in X} d_E(x, Y) \quad (9)$$

실제로 한 정점과 삼각형 사이의 최단 유클리디언 거리를 구하기 위해서 삼각형 내부의 있는 모든 점들과의 유클리디언 거리를 구하여야 한다. 그러나 삼각형 내부의 모든 점들에 대해서 거리를 다 구할 수는 없다. 따라서 본 논문에서는 삼각형의 면적에 따라 정해진 수의 삼각형 내부 점만을 사용하여 최소 거리를 찾았다. 삼각형의 면적이 크면 보다 많은 수의 점들과 비교하고 면적이 작으면 적은 수의 점을 이용하여 최소 거리를 구한다.

단순화된 메쉬와 본래 메쉬간의 오차는 두 가지를 정의한다. 먼저 최대 오차는 메쉬  $X$ 에서  $Y$ 로의 단방향 하우스도르프 거리로 한다. 이 최대 오차  $E_{\max}(X, Y)$ 는 식 (10)과 같이 정의한다.

$$E_{\max}(X, Y) = \text{MAX}_{x \in X} d_E(x, Y) \quad (10)$$

두번째 오차인 평균 오차  $E_{\text{avg}}(X, Y)$ 는 원래 메

쉬의 각 삼각형과 단순화된 메쉬사이의 단방향 하우스도르프 거리에 그 삼각형의 면적을 곱해서 더한 값을 전체 삼각형의 면적의 합으로 나누어 구하고 식 (11)과 같이 정의한다. 삼각형과 메쉬 사이의 단방향 하우스도르프 거리  $d_H(t, Y)$ 는 식 (12)와 같이 정의한다. 여기서  $t$ 는 메쉬  $X$ 에 포함된 삼각형을 나타내고  $p$ 는 삼각형 내의 모든 점을 나타낸다.

$$E_{avg}(X, Y) = \frac{\sum_{t \in X} A_t d_H(t, Y)}{\sum_{t \in X} A_t} \quad (11)$$

$$d_H(t, Y) = \text{MAX}_{p \in t} d_E(p, Y) \quad (12)$$

본 논문에서 오차를 정량적으로 나타내기 위해 최대 오차와 평균 오차를 본 메쉬를 둘러싸는 육면체의 대각선의 길이로 나누어 백분율로 나타내어 정확한 단순화 오차를 추정한다.

#### IV. 실험 및 결과

실험에는 전체적으로 빨과 같이 돌출한 부분이 많은 "Triceratops" 모델과 부드러우며 많은 삼각형들로 구성되어 있는 "Bunny" 모델 두 가지를 사용하였다. 그림 6은 각각의 원 모델을 보여준다. "Triceratops" 모델은 2,832개의 정점과 5,660개의 삼각형으로 구성되어 있고 "Bunny" 모델은 7,788개의 정점과 15,201개의 삼각형으로 구성되어 있다. 각각의 원 모델들은 3차원 정점과 이를 연결하여 메쉬를 구성하는 일반적인 그래픽 데이터 형태로 표현되어 있다.

그림 7은 "Triceratops" 모델을 본래 삼각형의 수의 33% 정도의 삼각형으로 단순화한 결과이다. 균일 분할 군집화 방법에서는 "Triceratops" 모델의 얼굴과 다리 부분 그리고 꼬리에서 많은 오차가 발생하였다. 특히 코 부분에 있는 빨은 완전히 없어졌고 얼굴이 많이 일그러진다. 그리고 부동 셀 군집화 방법을 사용하였을 때는 전체적으로 균일 분할 군집화 방법보다는 향상된 결과를 얻을 수 있었지만 얼굴부분의 세세한 부분까지는 잘 살리지 못하였다. 제안한 방법으로 단순화한 결과는 앞의 두 방법보다 원 모델의 전체적인 형태를 잘 유지할 뿐만 아니라 빨과 얼굴 부분을 세밀하게 잘 나타내는 것을 볼 수 있다.

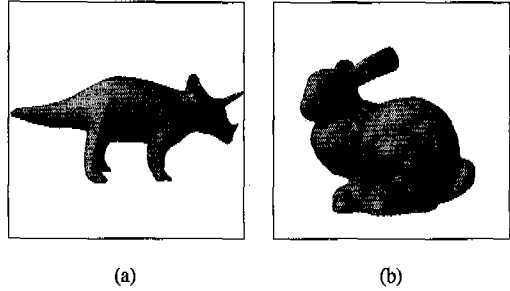


그림 6. 원 모델 (a) "Triceratops" 모델 (b) "Bunny" 모델

그리고 표 1에서는 단순화 오차를 나타내었다. 제안한 방법의 오차가 균일 분할 군집화 방법보다는 약 45%정도 그리고 부동셀 군집화 방법보다는 20%정도가 줄었다.

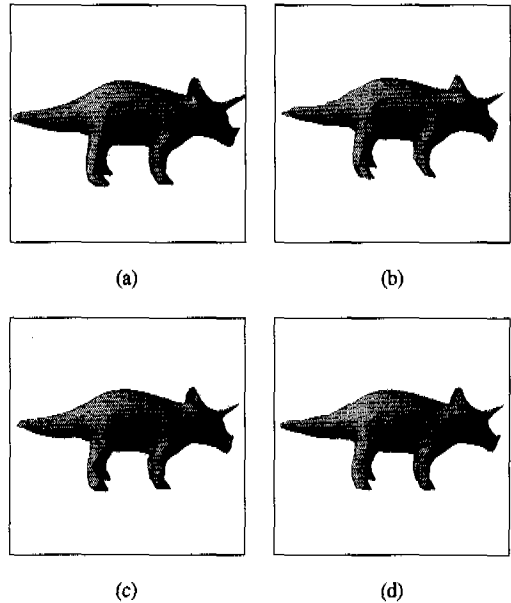


그림 7. 단순화 결과 (a) 원 모델 (b) 균일 분할 군집화 (c) 부동 셀 군집화 (d) 제안한 방법

표 1. 단순화 오차

	Uniform subdivision clustering	Floating-cell clustering	Proposed method
# of vertex	840	901	900
# of triangle	1850	1856	1836
Maximum error(%)	3.10	3.08	2.78
Average error(%)	1.35	1.09	0.89

제안한 방법에서 공간적 분할의 문턱치를 다르게 하면 다해상도 모델의 표현이 가능하다. 또한, 국부적으로 선택된 영역에 대해서 해상도를 다르게 할 수 있다. 그림 8의 (b)의 점선으로 표시된 영역은 선택된 영역이 높은 해상도를 가지도록 세밀히 표현한 결과이다.

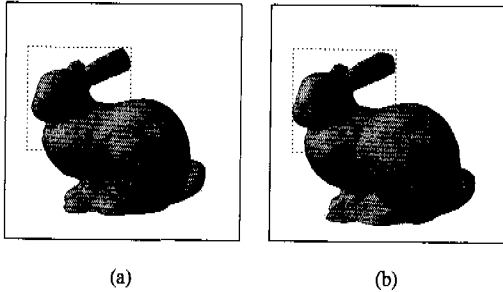


그림 8. 선택적 세밀화 (a) 세밀화 되지 않은 모델 (b) 세밀화 된 모델

## VI. 결론

본 논문에서는 모델의 국부적인 특성에 따라 격자의 크기를 달리하여 3차원 모델을 단순화하는 비균일 정점 군집화 방법을 제안하였다. 본 논문에서 제안한 방법은 모델의 국부적인 특성을 고려하기 위해 다른 크기의 격자를 사용하였기 때문에 전체적인 형태를 잘 유지할 뿐만 아니라 국부 영역의 작은 변화 부분을 잘 유지할 수 있었다. 즉 시각적으로 중요한 돌출 부분과 함몰 부분을 잘 나타낼 수 있었다. 또 제안한 방법은 격자 크기의 조절이 가능하므로 다른 해상도를 가지는 다해상도 모델과 영역에 따른 선택적인 세밀화도 가능하였다.

본 논문에서는 기존의 정점 군집화 방법보다 향상된 단순화 결과를 얻을 수 있었다. 하지만 모든 3차원 모델에 광범위하게 적용되는 공간 분할 문턱치를 찾는 것에 대한 연구가 필요하다. 그리고 주관적 오차를 줄이는 연구도 또한 필요하다.

## 참고 문헌

[1] Micheal Deering, "Geometric Compression," *Computer Graphics(SIGGRAPH '95 Proceedings)*, 40, pp. 13-20, Aug. 1995.

[2] Gabriel Taubin and Jarek, "Geometric Compression through Topological Surgery," *Technical Report RC20340, IBM Research Division*, Jan. 1996.

[3] P. Hinker and C. Hansen, "Geometric Optimization," *IEEE Visualization '93 Proc.*, pp. 189-195, 1993.

[4] A. D. Kalvin and R. H. Taylor, "Surfaces: Polygonal Mesh Simplification with Bounded Error," *IEEE C.G. &A.*, 16(3), pp. 64-77, 1996.

[5] W. J. Schroeder, J. A. Zarge and W. E. Lorensen, "Decimation of Triangle Meshes," *Computer Graphics(SIGGRAPH '92 Proceedings)*, 26(2), pp. 65-70, 1992.

[6] B. Hamann, "A Data Reduction Scheme for Triangulated Surfaces," *Computer Aided Geometric Design*, 11(2), pp. 197-214, 1994.

[7] J. Cohen, A. Varshney, D. Manocha, G. Turk, H. Weber, P. Agarwal, F. Brooks, and W. Wright, "Simplification Envelopes," *Computer Graphics(SIGGRAPH '96 Proceedings)*, pp. 119-128, Aug. 1996.

[8] H. Hoppe, T. Deroose, T. Duchamp, J. McDonald, and W. Stuetzle, "Mesh Optimization," *Computer Graphics(SIGGRAPH '93 Proceedings)*, 17(3), pp. 19-26, Aug. 1993.

[9] H. Hoppe, "Progressive Meshes," *Computer Graphics(SIGGRAPH '96 Proceedings)*, pp. 99-108, 1996.

[10] J. Rossignac and P. Borrel, "Multi-resolution 3D Approximation for Rendering Complex Scenes," *CIn Modeling in Computer Graphics*, B. Falcidieno and T. L. Kunii, Eds. Springer-Verlag, pp. 455-465, 1993.

[11] Kok-Lim and Tiow-Seng Tan, "Model Simplification Using Vertex-Clustering," *ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, pp. 75-81, April 1997.

[12] P. Cignoni, C. Rocchini, and R. Scopigno, "Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces," *CTechnical Report B4-01-01-96, I.E.E.-C.N.R.*, Pisa, Italy, Jan. 1996.



