

# RLCG 전송 선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화에 관한 연구

정회원 배영철\*, 임화영\*\*

## A Study on Chaotic Synchronization of Chua's Circuit with RLCG Transmission Line

Young Chul Bae\*, Hwa-Yeong Yim\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 RLCG 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화 방법에 대하여 연구하였다. 두 개의 동일한 Chua 회로에 전송 선로를 두어 RLCG 전송선로를 구성한 후 송신부와 전송선로 사이는 구동결합 동기 이론을, 전송선로와 수신부 사이는 결합 동기 이론을 적용한 동기화 방법을 제시하였으며, RLCG 전송 선로를 가진 Chua 회로의 카오스 동기화는 전송 선로의 L과 C 영향에 의한 시간 지연이 있는 일반화된 동기화가 이루어짐을 확인하였다.

### ABSTRACT

In this paper, a transmitter and a receiver using two identical Chua's circuits are proposed and a RLCG synchronizations are investigated.

As several problems have been found in both the drive-response synchronization and the coupled synchronization in the previous researches, a new drive-coupled synchronization theory is proposed that can be applicable to wire communication.

Since the synchronization of the wire transmission system is impossible by coupled synchronization, theory having both the drive-response and the coupled synchronization is proposed. As a result, the chaotic synchronization has delay characteristics in the RLCG transmission system caused by the line parameters L and C.

### I. 서 론

카오스(chaos)는 공학적으로 “결정론적 비선형 동적 시스템으로부터 생성되는 복잡하고 잡음과 같은 현상”이라고 말하며 여러 분야에서 말하고 있는 카오스 또는 카오스 공학의 의미는 “불규칙 천이 현상”에 중점을 둔 의미로 쓰인다.

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화

학, 생물학, 의학 및 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다.<sup>[1-5]</sup> 또한 간단한 전기 및 전자 회로를 구성하여 카오스를 생성하는 논문이 다수 발표되고 있으며<sup>[6-8]</sup> 이를 대표하는 것으로 Chua 회로를 들 수 있다.<sup>[9-10]</sup>

Chua 회로는 매우 단순한 자율 3차계 시스템으로 가역적(reciprocal)이며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항(3-segment piecewise-linear resistor)과

\* 여수대학교 전기 및 반도체 공학과

\*\* 광운대학교 제어계측공학과, 광운대학교 신기술연구소  
논문번호 : 98433-1013, 접수일자 : 1998년 10월 13일

4개의 선형 소자 ( $R, L, C_1, C_2$ )로 구성되는 발진 회로로 확률적 공진(stochastic resonance), 신호 증폭,  $1/f$  잡음 현상, 카오스 간헐성(intermittency), 주기 배증(periodic doubling), 주기적 가산(periodic adding), 나선형파(spiral wave), 자기 유사성(self-similarity), 보편성(universality) 등의 현상이 관찰되고 있어 카오스 및 그 응용 연구에 중요한 역할을 하고 있다.

카오스 암호화 통신을 위해서는 카오스 동기화가 선행되어야 하며 Chua 회로를 이용하여 카오스 동기화를 구현하고자 하는 노력이 계속되고 있으며 몇몇 관심있는 발표도 나오고 있다.<sup>[11-14]</sup>

카오스 동기화 방법은 결합 동기 이론<sup>[13]</sup>, 구동 동기 이론<sup>[11]</sup>이 제시되어 있으나 결합 동기의 경우 단순히 결합 저항을 연결하여 동기화를 이루며 구동 동기 이론은 구동부(송신부)와 응답부(수신부)가 안정하지 않으면 구동이 되지 않고 실제 전송 선로에 적용하기 어려운 문제점이 있다.

이에 본 논문에서는 유선 선로의 동기화 및 암호화 통신에 쉽게 적용할 수 있는 RLCG 전송 선로를 가진 회로의 동기화 방법을 구동-결합 동기화 및 결합 동기 방식을 써서 새로이 제시하고 Pspice로 구현해 보았다.

## II. Chua 회로<sup>(9)</sup>

저항, 콘덴서, 인덕터로 구성된 자율회로(autonomous circuit)가 카오스 현상을 나타내기 위해서는 적어도 하나의 비선형소자와 하나의 국소적 능동(locally active) 저항 및 3개의 에너지 저장 소자를 가져야한다.<sup>[9]</sup> Chua 회로는 이 조건을 만족하는 가장 간단한 회로이다.

Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성(reciprocal)의 성질을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항(3-segment piecewise-linear resistor) 과 4개의 선형소자( $R, L, C_1, C_2$ )로 구성되는 발진회로이다.

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로<sup>[9]</sup>를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_R) \\ C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \end{aligned} \quad (1)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{c_2}$$

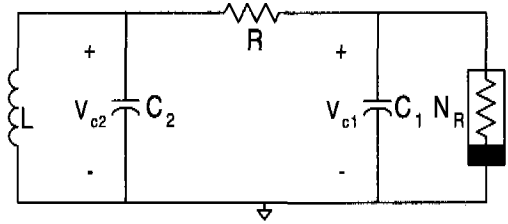


그림 1. Chua 회로

여기서  $v_{c_1}, v_{c_2}$ 는 각각 콘덴서  $C_1, C_2$ 의 양단 전압,  $i_L$ 은 인덕터  $L$ 에 흐르는 전류,  $G=1/R, g(\cdot)$ 는 비선형 저항으로써 식 2와 같이 표현되는 3구분 선형 함수(3-segment piecewise-linear function)이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) * [|v_R + B_p| - |v_R - B_p|] \quad (2)$$

여기서  $m_0$ 는 외부 영역의 기울기,  $m_1$ 은 내부 영역의 기울기,  $\pm B_p$ 는 break-point이다.

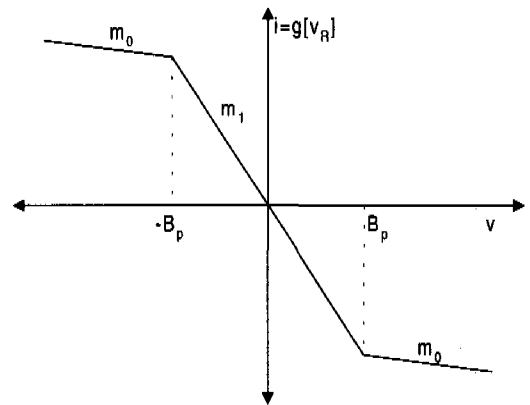


그림 2. 비선형 저항 특성

## III. RLCG 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화

Chua 회로의 동기화를 시키기 위한 결합 동기<sup>[12-14]</sup>와 구동 동기 이론<sup>[11]</sup>은 결합 저항과 버퍼를 사용하여 송수신부를 결합하거나 구동시키고 있어서 실제 선로를 고려하지 않은 경우의 동기화를 다룬

것이다.

본 논문에서는 실제 선로에 적용 가능한 유선 선로를 대체로 송,수신부 사이에 RLCG 전송선로를 두고 동기화하는 방안을 연구하였다. 이를 위해, 동일한 2개의 Chua 회로 사이에 RLCG 전송선로를 연결한 유선 선로에서 구동-결합 동기 이론과 결합 동기 이론을 적용한 동기화 회로를 등가적으로 그림 3에 나타내었다.

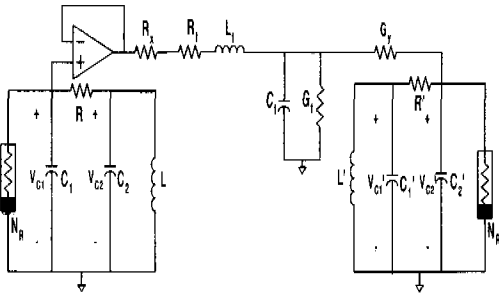


그림 3. RLCG 전송 선로를 가진 Chua 동기화 회로

그림 3은 Chua 회로의 송신부와 전송 선로를 구동-결합 동기 방법을 적용하였으며 전송 선로와 수신부에서는 결합 동기 방식을 적용하였다. 그 이유는 구동 동기가 시스템에 따라 구동하지 못하는 경우가 생기며 결합 동기는 시스템에 불안정한 영역이 발생하여 동기화가 이루어지지 못하는 경우가 나타나기 때문이다.

그림 3의 RLCG 전송선로를 가진 동기화 회로의 상태방정식을 다음식과 같다.

송신부의 상태방정식

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_{c_1}) \\
 C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\
 L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2}
 \end{aligned} \tag{3}$$

RLCG 전송부의 상태방정식

$$\begin{aligned}
 L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - (R_x + R_t)i_{L_t} - v_{c_2} \\
 C_t \frac{dv_{c_t}}{dt} &= i_{L_t} - (G_t + G_y)v_{c_t} + G_y v_{c_1}'
 \end{aligned} \tag{4}$$

수신부의 상태방정식

$$\begin{aligned}
 C_2' \frac{dv_{c_2}'}{dt} &= G'(v_{c_1}' - v_{c_2}') + i_L' \\
 C_1' \frac{dv_{c_1}'}{dt} &= G'(v_{c_2}' - v_{c_1}') - g'(v_{c_1}') + G_y(v_{c_t} - v_{c_1}') \\
 L' \frac{di_L'}{dt} &= -v_{c_2}'
 \end{aligned} \tag{5}$$

$v_x = v_{c_1} - v_{c_1}'$ ,  $v_y = v_{c_2} - v_{c_2}'$ ,  $i_z = i_L - i_L'$ 라 정의하고 식(3), 식(4), 식(5)에서 차 시스템(Difference System)을 구하면 식(6)과 같이 5차 시스템으로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dv_x}{dt} &= G(v_y - v_x) - S_t v_x + G_y(v_{c_1}' - v_{c_2}) \\
 C_2 \frac{dv_y}{dt} &= G(v_x - v_y) + i_z \\
 L \frac{di_z}{dt} &= -v_y \\
 C_t \frac{dv_{c_t}}{dt} &= -G_t v_{c_t} + i_{L_t} + G_y(v_{c_1}' - v_{c_2}) \\
 L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - v_{c_2} - (R_x + R_t)i_{L_t}
 \end{aligned} \tag{6}$$

식(6)에서 차 시스템은 시간이 지남에 따라 0으로 수렴해가는 즉,

$\lim_{t \rightarrow \infty} |v_x| = \lim_{t \rightarrow \infty} |v_y| = \lim_{t \rightarrow \infty} |i_z| = 0$ 가 되면 동기화가 이루어지는 것이다.

식 (6)을 상태방정식 꼴로 고치고

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{(G + S_t)}{C_1} v_x + \frac{G}{C_1} v_y + \frac{G_y}{C_1} (v_{c_1}' - v_{c_2}) \\
 \frac{dv_y}{dt} &= \frac{G}{C_2} v_x - \frac{G}{C_2} v_y + \frac{1}{C_2} i_z \\
 \frac{di_z}{dt} &= -\frac{1}{L} v_y \\
 \frac{dv_{c_t}}{dt} &= -\frac{G_t}{C_t} v_{c_t} + \frac{1}{C_t} i_{L_t} + \frac{G_y}{C_t} (v_{c_1}' - v_{c_2}) \\
 \frac{di_{L_t}}{dt} &= -\frac{R_t + R_x}{L_t} i_{L_t} + \frac{1}{L_t} (v_{c_1} - v_{c_2})
 \end{aligned} \tag{7}$$

간략화 하기 위해

$$x_1 = v_x, \quad x_2 = v_y, \quad x_3 = i_z, \quad x_4 = v_{c_t},$$

$$x_5 = i_{L_1}, \quad u = v_{c_1'} - v_{c_1} = v_{c_1} - v_{c_1}$$

라 놓고 정리하면 식(8)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{(G+S_i)}{C_1} x_1 + \frac{G}{C_1} x_2 + \frac{G_y}{C_1} u \\ \dot{x}_2 &= \frac{G}{C_2} x_1 - \frac{G}{C_2} x_2 + \frac{1}{C_2} x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{1}{L} x_2 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{G_t}{C_t} x_4 + \frac{1}{C_t} x_5 + \frac{G_y}{C_t} u \\ \dot{x}_5 &= -\frac{R_t+R_x}{L_t} x_5 + \frac{1}{L_t} u \end{aligned} \quad (8)$$

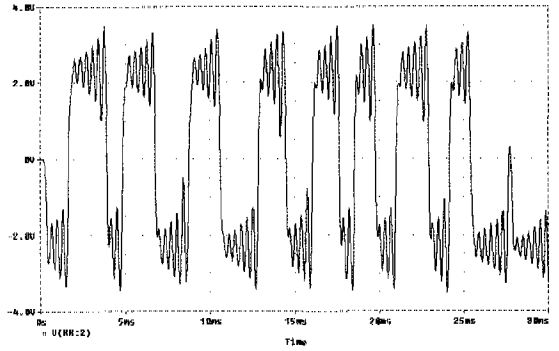
이를 행렬로 나타내면 식(9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(G+S_i)}{C_1} & \frac{G}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{G}{C_2} & -\frac{G}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{G_t}{C_t} & \frac{1}{C_t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_t+R_x}{L_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{G_y}{C_1} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{G_y}{C_t} \\ \frac{1}{L_t} \end{bmatrix} u \quad (9)$$

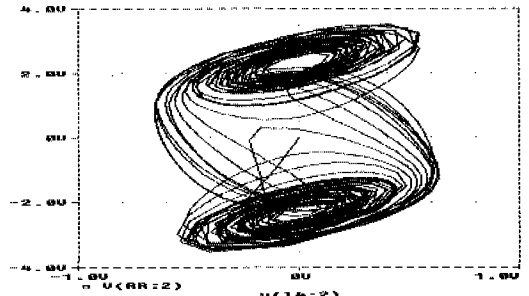
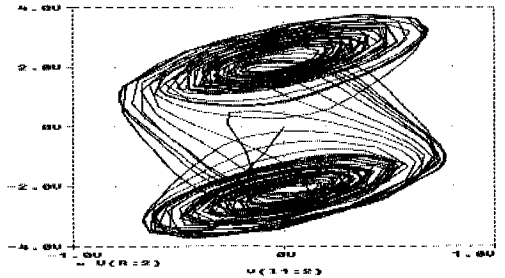
식 (9)에 다음과 같은

$$\begin{aligned} L, L' &= 18mH & R_x &= 780\Omega & C_t &= 0.062\mu F, \\ C_1, C_1' &= 10mH & G_y &= 0.125\Omega & G_t &= 1.5\mu S \\ C_2, C_2' &= 100mH & R_t &= 89.7\Omega & & \\ R, R' &= 1.74K\Omega & L_t &= 0.04H & & \end{aligned}$$

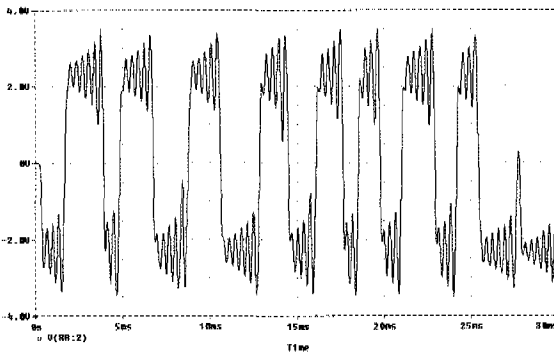
시스템 파라미터를 대입한 특성 방정식으로부터 송신부와 수신부가 동기화 하기 위한 안정한 조건의  $R_x$ 와  $G_y$  값은  $R_x > 700\Omega$ ,  $G_y > 0.0125\Omega$ 이 되며 이를 적용한 동기화 결과를 송,수신부의 시계열 데이터, 위상 공간으로 그림 4에 나타내었다.



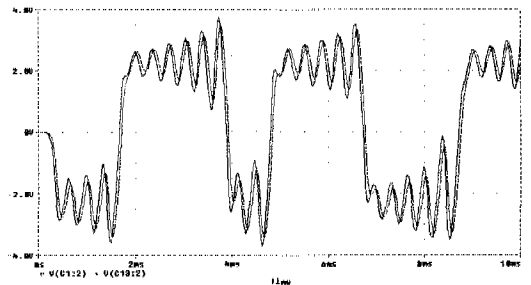
(b) 수신부의 시계열 데이터



(c) 송,수신부의 위상공간



(a) 송신부의 시계열 데이터



(d) 송,수신부의 시계열 데이터 비교

그림 4. RLCG 전송선로에서의 카오스 동기화 결과

RLCG 전송 선로를 가진 Chua 회로의 카오스 동기화는 전송 선로의 L과 C 영향에 의한 시간 지연이 있는 일반화된 동기화(generalized synchronization)가 이루어짐을 확인할 수 있다.

또한 그림 4의 결과를 전력 스펙트럼을 통하여 살펴보면 그림5와 같으며 송,수신부의 스펙트럼 주파수 분포가 일치하여 동기화 됨을 확인하였다.

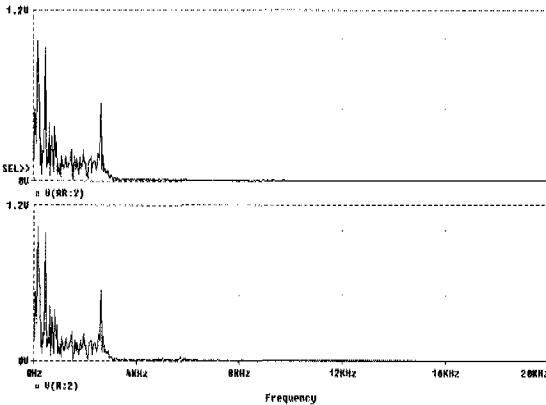


그림 5. 동기화된 송,수신부의 전력 스펙트럼

#### IV. 결론

본 논문에서는 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화 방법에 대하여 연구하였다. 두 개의 동일한 Chua 회로에 전송 선로를 두어 RLCG 전송 선로를 구성한 후 송신부와 전송선로부 사이는 구동 결합 동기 이론을 전송선로와 수신부 사이는 결합 동기 이론을 적용한 동기화 방법을 제시하였으며, RLCG 전송 선로를 가진 Chua 회로의 카오스 동기화는 전송 선로의 L과 C 영향에 의한 시간 지연이 있는 일반화된 동기화가 이루어짐을 시계열과 위상 공간, 전력 스펙트럼을 통하여 확인할 수 있었다. 앞으로 시간 지연이 적은 동기화와 카오스 암호 통신에의 적용이 연구 과제로 남는다.

#### 참고 문헌

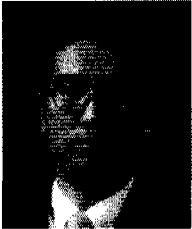
[1] 배영철, “카오스의 응용” 전자저널, pp.110-112. 1993.1.20.  
 [2] 배영철, 임화영, “주기적 외력을 인가한 Bonhoeffer-Van der Pol 오실레이터 모델에서의 카오스

현상 해석에 관한 연구” 한국통신학회논문지, 20권 11호, pp. 2991-3000, 1995.  
 [3] T. S. Parker and L. O. Chua, “Chaos: A Tutorial for Engineers” Proc. IEEE, vol.75, no. 8, pp. 982-1008. 1987.  
 [4] 合原一幸, “바이오 카오스 정보와 그 공학적 응용” 電子工業月報, 제34권, 1호, pp. 30-39, 1993.  
 [5] 제임스 글레리크 “CHAOS: Making A New Science” 동문사.  
 [6] M. Kuramitsu and K. I. Mori, “A simple Electric Circuit Generating chaos” Technical Report IEICE, NLP 93 - 68, pp. 31-38, 1994.  
 [7] Y. Ueda and N. Akamatsu, “Chaotically Transitional phenomena, in the Forced Negative-Resistance Oscillator” IEEE Trans. Circuit and Systems, vol. CAS-28, pp. 217 - 224, 1981.  
 [8] 고재호, 배영철, 임화영, “주기적 외력을 인가한 Bonhoeffer - Van der Pol 오실레이터 모델에서의 카오스 현상 해석에 관한 연구”, 1995 제어계측연구회 학술발표회 논문집, pp. 100 - 102, 1995.  
 [9] T. Matsumoto, “A chaotic attractor from Chua’s circuit” IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-31, no. 12, pp. 1055-1058, 1984.  
 [10] G. O. Zhong and F. Ayrom, “Experimental confirmation of chaos from Chua’s circuit”, Int. J. Circuit Theory and Applications, vol. 13, no. 1, pp.93-98, 1985.  
 [11] L. M. Pecora and T. L. Carroll “Synchronization in Chaotic System” Phy. Rev. Lett., vol. 64, no. 8, pp. 821-824, 1990.  
 [12] M. Itoh, H. Murakami and L. O. Chua, “Communication System Via Chaotic Modulations” IEICE. Trans. Fundamentals. vol. E77-A, no. 6, pp. 1000-1005, 1994.  
 [13] L. O. Chua, M. Itoh, L. Kocarev, and K.Eckert, “Chaos Synchronization in Chua’s Circuit” J. Circuit. Systems and Computers, vol. 3, no. 1, pp.93-108, 1993.  
 [14] R. He, P. G. Vaidya, “ Analysis and Synthesis of Synchronous Periodic and Chaotic Systems” Phys. Rev. A, vol. 6, no. 12. pp. 7387-7392.

1992.

- [15] L. Kocarev, U. Parlitz. "Generalized Synchronization, Predictability, and Equivalence of Unidirectionally Coupled Dynamical System" Phys. Rev. Lett. vol. 76, no. 11, pp.1816-1819, 1996.
- [16] 배영철 "전송 선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화 및 암호화 통신" 광운대학교 박사 학위 논문, 1997.
- [17] 배영철, 고재호, 유창완, 홍대승, 임화영 "손실 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 비밀 통신에 관한 연구" 한국통신학회논문지, 24권 10호, pp. 2991 - 3000, 1999.

**배 영 철(Young Chul Bae)**



1984년 광운대 전기공학과 졸업  
1986년 동 대학원 전기 공학과  
졸업(석사)  
1997년 동 대학원 전기 공학과  
졸업(공학박사)  
1986년 2월-1991년 9월  
한국전력공사

1991년 9월-1997년 9월 산업기술정보원 책임연구원  
1997년 9월-현재 국립 여수대학교 전기 및 반도체  
공학과 조교수  
<주관심 분야> 카오스 동기화, 카오스 제어, 카오스  
암호 통신

**임 화 영(Hwa-Yeong Yim)**

1973년 한양대학교 전기과 졸업  
1976년 한양대학교 대학원 전기 공학과 석사  
1984년 한양대학교 대학원 전기 공학과 공학박사  
1982년 - 1998년 광운대학교 전기공학과 교수  
1988년 - 현재 광운대학교 제어계측공학과 교수  
<주관심 분야> 제어공학