

웨이브렛 변환을 이용한 블록기반 변환 부호화 영상에서의 반복적 블록화 현상 제거

정희원 장익훈*, 김남철**

Iterative Reduction of Blocking Artifact in Block Transform-Coded Images Using Wavelet Transform

Ick Hoon Jang*, Nam Chul Kim** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 웨이브렛 변환을 이용하여 블록기반 변환 부호화 영상에서의 블록화 현상을 반복적으로 제거하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법에서는 블록화 현상이 수직, 수평 방향의 블록 경계를 따라 수직, 수평으로만 나타나는 점에 착안하여, 블록화 현상이 있는 영상 신호를 수직, 수평 방향의 분리적인 1차원 신호의 집합으로 간주하고 Gaussian 형태 함수의 1차 도함수를 모 웨이브렛으로 하는 1차원 웨이브렛 변환을 사용한다. 수직, 수평 방향의 1차원 신호의 각 블록 경계에서 얻고자하는 신호와 복원 신호 사이의 웨이브렛 영역에서의 평균 자승 오차를 최소화시키는 필터로서 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 위치에서의 분산이 다른 위치에 비하여 유달리 크게 나타나도록 하는 블록화 현상에 의한 신호 성분을 제거하는 과정과 양자화에 관한 블록 집합으로 투영하는 과정을 반복적으로 수행하여 블록화 현상이 제거된 영상을 얻는다. 실험결과, 제안된 방법은 0.56 - 1.07 dB의 PSNR 성능 향상뿐만 아니라 에지 뭉뚱화가 없이 블록화 현상이 거의 제거된 주관적 화질 개선을 보였다.

ABSTRACT

In this paper, we propose an iterative algorithm for reducing the blocking artifact in block transform-coded images by using a wavelet transform. In the proposed method, an image is considered as a set of one-dimensional horizontal and vertical signals and one-dimensional wavelet transform is utilized in which the mother wavelet is the first order derivative of a Gaussian like function. The blocking artifact is reduced by removing the blocking component, that causes the variance at the block boundary position in the first scale wavelet domain to be abnormally higher than those at the other positions, using a minimum mean square error (MMSE) filter in the wavelet domain. This filter minimizes the MSE between the ideal blocking component-free signal and the restored signal in the neighborhood of block boundaries in the wavelet domain. It also uses local variance in the wavelet domain for pixel adaptive processing. The filtering and the projection onto a convex set of quantization constraint are iteratively performed in alternating fashion. Experimental results show that the proposed method yields not only a PSNR improvement of about 0.56-1.07 dB, but also subjective quality nearly free of the blocking artifact and edge blur.

* 경운대학교 전자공학과(ihjang@kyungwoon.ac.kr),

** 경북대학교 전자전기공학부(nckim@ee.kyungpook.ac.kr)

논문번호: 99158-0424, 접수일자: 1999년 4월 24일

※ 본 연구는 한국과학재단 '97특정연구(97-0100-02-01-3) 지원에 의하여 수행되었습니다.

1. 서론

최근에 정지 영상과 동영상 부호화의 표준으로 이산 여현 변환(discrete cosine transform: DCT)을 이용한 블록기반 변환 부호화가 채택됨에 따라 블록화 현상 제거에 관한 연구가 여러 가지 방법으로 활발하게 수행되고 있다. 기존의 블록화 현상 제거 방법으로는 공간 저역 통과 필터링(spatial low-pass filtering) 방법^[1-4], DCT 영역에서 변환계수를 추정하는 방법^[5-7], 공간 영역 또는 DCT 영역에서 반복적으로 처리하는 방법^[8-14], 그리고 웨이브렛 변환을 이용하는 방법^[15,16] 등이 있다.

공간 저역 통과 필터링 방법은 블록화 현상을 수직, 수평 방향 블록 경계에서의 고주파 성분으로 간주하여 1차원 또는 2차원 공간 저역 통과 필터링으로써 블록화 현상에 의한 고주파 성분을 제거한다. 이때 공간 저역 통과 필터는 공간 불변 필터(space-invariant filter) 또는 공간 변 필터(space-variant filter)가 사용된다.

DCT 영역에서 변환 계수를 추정하는 방법은 DCT를 이용하여 부호화한 영상에 대하여 DCT 영역에서 양자화된 변환 계수들로부터 원 영상의 변환 계수를 추정함으로써 블록화 현상이 제거된 영상을 얻고자 한다. 이 방법에는 블록 경계에서의 불연속성에 관한 척도를 정의한 다음 이를 최소화시키는 DCT 계수를 추정하는 방법^[5,6]과, 양자화된 DCT 계수의 국부 통계와 사용된 양자화기에 대한 사전 지식(a priori knowledge)을 이용하여 DCT 계수를 추정하는 방법^[7] 등이 있다. 이들 DCT 영역에서 처리하는 방법은 공간 저역 통과 필터링 방법에 비하여 어느 정도 우수한 성능을 보이나 DCT 부호화 영상에 대해서만 처리할 수 있다.

공간 영역 또는 DCT 영역에서 반복적으로 처리하는 방법은 제약 최소화(constrained minimization: CM), 블록 집합으로의 투영(projection onto convex set: POCS) 이론, 또는 최대 사후(maximum a posteriori: MAP) 확률 추정 등에 근거한 반복적 처리로써 블록화 현상이 제거된 영상을 얻고자 한다. CM에 근거한 반복적 처리 방법으로는 Zakhor^[8]가 제안한 양자화기에 관한 사전 지식을 제약(constraint)으로 하고 주파수 가중 에너지(frequency-weighted energy)를 최소화하는 CM 문제를 steepest descent로 해를 구하는 방법^[7]이 있다. 이 방법은 양자화기에 관한 사전 지식을 이용하여 반복적

으로 블록화 현상을 제거하는 첫 시도로서 이 이후에 반복적 블록화 현상 제거에 관한 연구가 많이 수행되었다. POCS에 근거한 방법으로는 Yang 등^[9]이 제안한 양자화기에 관한 블록 집합과 수직, 수평 방향 블록 경계에서의 전체적인 밝기 변화에 관한 두 블록 집합들을 정의한 다음, POCS에 의한 두 집합으로의 반복적 투영으로 블록화 현상을 제거하는 방법이 있다. 그리고 이 방법을 공간 적응적 처리가 가능하도록 발전시킨 방법^[10], 방향성 평활화(directional smoothness)에 관한 블록 집합을 정의한 POCS 방법^[11] 등이 있다. 또한 Paek 등^[12]이 제안한 양자화기에 관한 블록 집합과 인접한 두 블록의 수직, 수평 방향 1차원 신호로부터 얻어지는 2개의 $M \times 1$ 신호와 이들 두 신호로써 이루어진 $2M \times 1$ 신호의 1차원 DCT 계수와 관련된 블록 집합을 정의하여 반복적으로 블록화 현상을 제거하는 방법이 있다. 이러한 반복적 처리 방법은 성능이 공간 저역 통과 필터링 방법 보다 우수한 반면, 좋은 결과를 얻기 위해서는 영상 전체에 대하여 대체로 10회 이상의 반복 처리가 필요하며 이로 인하여 수행 시간이 길어진다.

한편, 웨이브렛 변환을 이용하는 방법은 다중 스케일(multiscale) 웨이브렛 영역에서 블록 경계 근처에서의 블록화 현상에 의한 국부적인 고주파 성분을 제거함으로써 블록화 현상이 제거된 영상을 얻고자 한다. 이 방법에는 블록화 현상이 있는 영상에 대하여 Mallat 등^[18]이 제안한 Gaussian 형태 함수의 1차 도함수를 모 웨이브렛(mother wavelet)으로 하는 2차원 웨이브렛 변환을 2번째 스케일까지 수행한 다음 각 블록 경계 위치에서의 저역 통과 필터링과 스케일간의 상관관계(inter-scale correlation)를 이용한 역치화(thresholding)로써 블록화 현상을 제거하는 방법^[15], 그리고 블록화 현상이 있는 영상의 각 수직, 수평 방향 1차원 신호에 대하여 Mallat 등^[18]이 제안한 1차원 웨이브렛 변환을 2번째 스케일까지 수행한 다음 첫 번째 스케일의 각 블록 경계 위치에서 임펄스 형태로 나타나는 블록화 현상에 의한 신호 성분을 제거함으로써 블록화 현상을 제거하는 방법^[16] 등이 있다. 이 방법은 시스템 구현이 비교적 용이하고, 블록기반 변환 부호화 영상뿐만 아니라 다른 블록기반 부호화 기법으로 부호화된 영상도 처리할 수 있으며, PSNR (peak signal to noise ratio) 성능 및 주관적 화질도 우수하다. 그러나, 지금까지 제안된 반복적 처리 방법에서 웨이브렛 변환 및 국부 적응 처리(locally adaptive

processing)를 이용하는 방법은 아직 제안되지 않았고, 웨이브렛 변환을 이용하는 방법에서 반복적으로 처리하는 방법 역시 제안되지 않았다.

본 논문에서는 웨이브렛 변환을 이용한 반복적 블록화 현상 제거 방법을 제안한다. 제안된 방법은 블록기반 변환 부호화 영상에 대하여, 양자화기에 대한 사전 지식을 제약으로 하고 웨이브렛 영역에서 평균 자승 오차(mean square error: MSE)를 최소화하는 CM에 근거한 반복적 처리 기법이다. 제안된 방법에서는 [16]에서와 같이 블록화 현상이 있는 영상의 각 수직, 수평 방향 신호에 대하여 Mallat가 제안한 1차원 웨이브렛 변환을 2번째 스케일까지 수행한다. 이때, 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 위치에서의 분산이 다른 위치에서의 분산에 비하여 유달리 크게 나타나도록 하는 신호 성분(이후 “블록화 성분”)을 이들 수직, 수평 방향 1차원 신호의 각 블록 경계에서 블록화 성분이 이상적으로 제거된 신호와 복원 신호 사이의 MSE를 최소화시키는 필터로써 제거한다. 이 과정에서 웨이브렛 영역에서의 국부 통계를 이용하여 국부 적응적으로 처리한다. 그런 다음 역 웨이브렛 변환을 수행하여 블록화 현상이 제거된 영상을 얻는다. 이렇게 처리한 영상은 그 변환 계수가 원 영상의 변환 계수가 양자화(quantization) 되기 전에 존재했던 각 양자화 간격 내에 존재하도록 한다. 이는 양자화기에 관한 블록 집합을 정의하여 그 집합으로의 투영으로써 처리한다. 이상에서 설명한 각 수직, 수평 방향 신호에 대한 웨이브렛 영역에서의 최소 평균 자승 오차(minimum mean square error: MMSE) 필터링과 블록 집합으로의 투영 과정을 수렴된 영상을 얻을 때까지 반복적으로 수행하여 블록화 현상이 제거된 영상을 얻는다. 실험결과 제안된 방법은 PSNR 성능도 우수하고 주관적 화질도 우수한 것으로 나타났다.

II. 웨이브렛 변환과 블록화 현상의 해석

블록기반 변환 부호화 영상에서의 블록화 현상은 정방형 블록간의 독립적인 부호화로 인하여 생기는 블록 경계에서의 불연속으로서 수직 또는 수평 블록 경계선에 직교하는 방향으로 나타난다. 본 논문에서는 영상을 1차원 신호의 집합으로 간주하여 웨이브렛 변환을 포함한 대부분의 처리를 1차원적으로 수행한다. 본 절에서는 [18]에서 제안한 이산 웨이브렛 변환을 이용한 1차원 신호의 다중 스케일 분해 및

합성에 관하여 간략하게 살펴본 다음, 블록화 현상을 웨이브렛 변환을 이용하여 해석하도록 한다.

1. 디지털 필터에 의한 이산 웨이브렛 변환

원 신호 $f(n)$ 에 대한 1차원 웨이브렛 변환은 디지털 필터를 이용하여 수행할 수 있는데, 각 j 번째 스케일에서의 웨이브렛 변환은 $S^{j-1}f(n)$ 으로부터 다음과 같이 상세 신호 $W^j f(n)$ 과 개략 신호 $S^j f(n)$ 로 분해하는 것이 된다.

$$W^j f(n) = \begin{cases} f(n) * g(n), & j=1 \\ S^{j-1} f(n) * g(n/2^{j-1}), & j \geq 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$S^j f(n) = \begin{cases} f(n) * h(n), & j=1 \\ S^{j-1} f(n) * h(n/2^{j-1}), & j \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

여기서 $h(n)$ 과 $g(n)$ 은 웨이브렛 변환을 위한 디지털 필터를 나타내고, *은 상승 적분(convolution)을 나타낸다. 그리고 $b(n/2^j)$ 은 다음과 같이 필터 $b(n)$, $b \in \{h, g\}$,의 필터 계수 사이에 $2^j - 1$ 개의 0을 삽입하여 얻어지는 디지털 필터를 나타낸다.

$$b(n/2^j) = \begin{cases} b(m), & n = 2^j m \text{ for } m \in Z \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

[18]에서 사용한 $h(n)$ 과 $g(n)$ 의 필터 계수는 각각 $h(n) = 0.125\delta(n+1) + 0.375\delta(n) + 0.375\delta(n-1) + 0.125\delta(n-2)$ 과 $g(n) = -2\delta(n) + 2\delta(n-1)$ 이다. 이 필터들의 특성을 살펴보면 $h(n)$ 은 신호를 부드럽게 평활화하는 효과를 가지며, $g(n)$ 은 신호를 미분하는 효과를 가진다는 것을 알 수 있다. 식(1)과 식(2)의 각 j 번째 스케일에서의 웨이브렛 변환을 $j = J$ 번째 스케일까지 수행하여 분해된 상세 신호와 개략 신호 $\{W^j f(n), \dots, W^{J-1} f(n), W^J f(n), S^j f(n)\}$ 으로부터 원 신호 $f(n)$ 은 다음과 같은 역 웨이브렛 변환에 의하여 복원된다.

$$f(n) = W^1 f(n) * k(n) + S^1 f(n) * \tilde{h}(n) \quad (4)$$

$$S^{j-1} f(n) = W^j f(n) * k(n/2^{j-1}) + S^j f(n) * \tilde{h}(n/2^{j-1}), \quad 2 \leq j \leq J \quad (5)$$

여기서 \tilde{h} 는 h 의 복소쌍을 나타낸다.

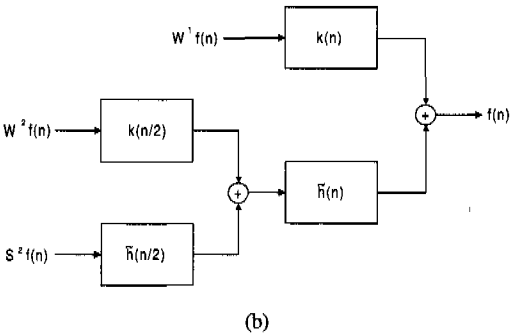
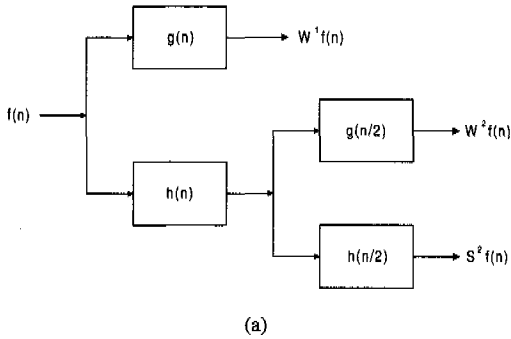


그림 1. 디지털 필터를 이용한 웨이브렛 변환을 2번째 스케일까지 수행하여 신호를 분해 및 합성하는 과정: (a) 분해, (b) 합성

그림 1은 $J=2$ 인 경우에 대하여 디지털 필터를 이용한 웨이브렛 변환으로 신호를 분해, 합성하는 과정이다. 이와같이 웨이브렛 변환을 수행하면 트리(tree)구조의 일반적인 부대역(subband) 분해 방식과 달리 변환된 신호에 대해 간축(decimation) 및 보간(interpolation)을 하지않고 수행하기 때문에 각 스케일의 변환 신호가 원래의 크기(개수)대로 유지된다. 이렇게 각 스케일의 변환 신호가 같은 크기로 유지 되면 블록화 현상에 의한 신호 성분의 위치가 각 스케일마다 동일하게 되고 그것의 스케일별 전파 특성을 고려하여 제거할 수 있다.

2. 블록화 현상의 해석

영상 부호화에서는 영상이 양자화 과정에서 왜곡(distortion)되므로, 부호화 영상은 원 영상과 양자화 잡음의 합으로 표현된다. 그림 2는 Lena 영상을 40:1의 압축률로 JPEG 부호화한 영상과 양자화 잡음에 절대치를 취하여 5배로 증폭하고 100을 더한 영상을 나타낸다. 그림 2(a)의 부호화 영상에서 보면 수직, 수평 방향 블록 경계



(a)



(b)

그림 2. 40:1의 압축률로 JPEG 부호화된 Lena 영상과 원 영상과의 차영상(증폭도=5, 가산치=100): (a) 부호화 영상, (b) 차영상

에서 블록화 현상이 뚜렷이 나타나는데, 이 블록화 현상은 그림 2(b)의 양자화 잡음 영상의 수직, 수평 블록 경계에서 불연속적으로 나타나는 양자화 잡음의 성분에 의한 것임을 알 수 있다. 서론에서 설명한 바와같이 이 성분을 블록화 성분이라고 일컫는다.

$M \times M$ 크기의 블록으로 부호화된 $N \times N$ 크기의 영상으로부터 얻어지는 크기가 $N \times 1$ (또는 $1 \times N$)인 m 번째 수직 (또는 수평) 신호를 $y_m(n)$ 이라고 하면, 이는 원 신호 $f_m(n)$ 과 양자화 잡음 $e_m(n)$ 의 합으로 표현된다. 그림 3은 블록의 크기가 8×8 인 그림 2(b)의 양자화 잡음 영상으로부터 얻은 수직 신호에 대한 분산의 분포를 나타낸다.

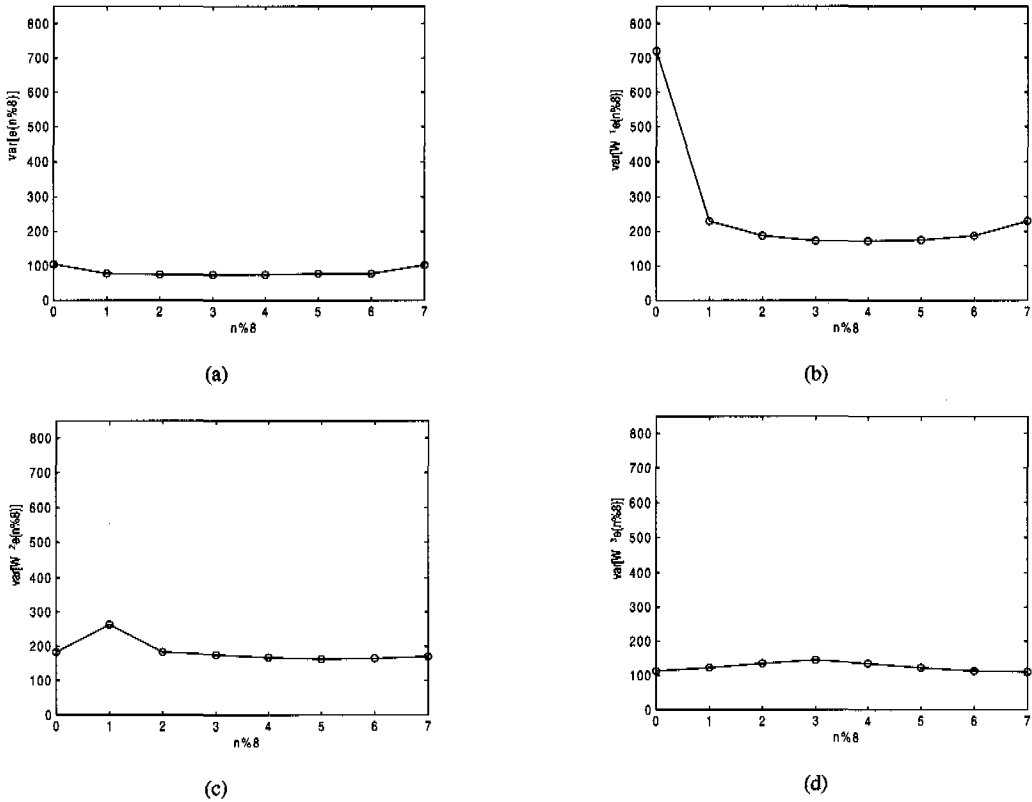


그림 3. 40:1의 압축률로 JPEG 부호화한 Lena 영상의 수직 신호에 대한 공간 영역과 웨이브렛 영역에서의 분산의 분포도: (a) 공간 영역, (b) 첫 번째 스케일, (c) 2번째 스케일, (d) 3번째 스케일

이때 양자화 잡음 $e_m(n)$ 의 분산은 공간 영역과 웨이브렛 영역에서 각 블록 경계 위치로부터 아래 방향으로 떨어진 위치에 따라 계산한 것이다. 그림 3으로부터 공간 영역에서는 분산의 분포가 모든 위치에서 평탄하지만, 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역에서는 블록 경계 위치에서 유달리 크게 나타나고 스케일이 증가할수록 분산의 분포가 점점 평탄해진다는 것을 알 수 있다. 그리고, 수평 신호에 대해서도 이와 유사한 분포를 나타냄을 알 수 있었다.

본 논문에서는 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 위치에서의 양자화 잡음의 분산이 다른 위치에 비하여 유달리 크게 나타나는 것이 블록화 성분 $b_m(n)$ 에 의한 것으로 가정한다. 이때 양자화 잡음 $e_m(n)$ 은 블록화 성분 $b_m(n)$ 과 그 나머지 양자화 잡음 $q_m(n)$ 의 합으로 표현할 수 있으므로 부호화 신호 $y_m(n)$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y_m(n) = f_m(n) + e_m(n) = f_m(n) + q_m(n) + b_m(n) \quad (6)$$

본 논문에서는 이러한 블록화 성분 $b_m(n)$ 을 제거하고자 한다. 그리고 나머지 양자화 잡음 $q_m(n)$ 까지 제거하기는 어려우므로 이는 제거하지 않는다. 따라서 본 논문은 다음과 같이 표현되는 얻고자 하는 신호 $x_m(n)$ 을 추정하는 것이 된다.

$$x_m(n) = f_m(n) + q_m(n) \quad (7)$$

식(7)을 식(6)에 대입하면 부호화 신호 $y_m(n)$ 은 다음과 같이 블록화 성분이 이상적으로 제거된 얻고자 하는 신호 $x_m(n)$ 과 블록화 성분 $b_m(n)$ 의 합으로 간단히 표현된다.

$$y_m(n) = x_m(n) + b_m(n) \quad (8)$$

III. 제안된 반복적 블록화 현상 제거

블록기반 변환 부호화에서는 변환 영역에서 각 변환 계수를 양자화한다. 양자화는 변환 계수 공간을 셀(cell)로 나눈 다음 각 셀 내에 있는 모든 점들을 하나의 대표값으로 사상(mapping)시킨다. 대표값으로는 주로 무게 중심(centroid)이 사용되고 나누어진 각 셀의 간격을 양자화 간격(quantization interval)이라고 한다. 만약 양자화 간격을 알면 처리된 각 변환 계수를 해당 양자화 간격 내에 머무르게 하면서 블록화 현상을 제거할 수 있다.

기존의 반복적 블록화 현상 제거 방법들은 양자화 간격에 관한 사전 지식을 제약으로 사용한다. 그러나 이 방법들은 웨이브렛 영역에서의 처리와 국부 적응 처리를 적용하지는 않았다. 본 논문에서는 블록기반 변환 부호화에서 발생하는 블록화 현상을 제거하기 위하여 웨이브렛 영역에서의 국부 적응 MMSE 필터링과 양자화기에 관한 사전 지식을 이용하는 반복적 블록화 현상 제거 알고리즘을 제안한다. 이 알고리즘은 양자화 간격을 제약으로 하고 웨이브렛 영역에서 블록화 현상이 이상적으로 제거된 영상과 복원 영상 사이의 MSE를 최소화하는 CM 문제에 관한 해를 구하는 것이다. 또한 웨이브렛 영역에서의 국부 적응 필터링을 위하여 국부 분산을 이용한다.

1. 블록화 현상 제거를 위한 웨이브렛 영역에서의 MMSE 필터

식(8)의 m 번째 수직 (또는 수평) 신호에 대한 부호화 신호, 언코자 하는 신호, 블록화 성분은 각각 다음과 같이 벡터 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_m &= [y_m(0), y_m(1), \dots, y_m(N-1)]^T \\
 \mathbf{x}_m &= [x_m(0), x_m(1), \dots, x_m(N-1)]^T \quad (9) \\
 \mathbf{b}_m &= [b_m(0), b_m(1), \dots, b_m(N-1)]^T
 \end{aligned}$$

식(9)를 이용하여 부호화 신호 \mathbf{y}_m 에 대한 2번째 스케일까지의 웨이브렛 변환은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 W^1 \mathbf{y}_m &= W^1 \mathbf{x}_m + W^1 \mathbf{b}_m \\
 W^2 \mathbf{y}_m &= W^2 \mathbf{x}_m + W^2 \mathbf{b}_m \quad (10) \\
 S^2 \mathbf{y}_m &= S^2 \mathbf{x}_m + S^2 \mathbf{b}_m
 \end{aligned}$$

여기서 $W^j \mathbf{x}_m$ 과 $W^j \mathbf{b}_m$ 은 각각 m 번째 수직 (또는 수평) 신호에 대한 언코자 하는 신호와 블록화 성분의 j 번째 스케일에서의 웨이브렛 변환 신호를 나타낸다. 식(10)에서 블록화 성분이 각 블록별 독립적인 부호화로 인하여 발생한 것이므로 $W^j \mathbf{x}_m$ 과 $W^j \mathbf{b}_m$ 은 웨이브렛 영역에서 서로 독립적이라고 가정한다. 그러면 웨이브렛 영역에서 부호화 신호로부터 블록화 성분을 제거하는 것은 웨이브렛 영역에서의 복원(restoration) 문제로 생각할 수 있다. 이 복원 문제는 다음과 같은 최소화 문제로 표현할 수 있다.

$$\text{Minimize } E[\|W^j \mathbf{x}_m - W^j \hat{\mathbf{x}}_m\|^2], j=1,2 \quad (11)$$

여기서 $W^j \hat{\mathbf{x}}_m$ 은 m 번째 수직 (또는 수평) 신호에 대한 복원 신호의 j 번째 스케일에서의 웨이브렛 변환을 나타낸다. 이때 언코자 하는 신호 $W^j \mathbf{x}_m$ 과 복원 신호 $W^j \hat{\mathbf{x}}_m$ 사이의 MSE를 최소화하는 필터는 몇 가지 가정 하에서 다음과 같이 얻어진다.

$$W^j \hat{\mathbf{x}}_m = a_m^j \cdot W^j \mathbf{y}_m \quad (12)$$

여기서 a_m^j 는 모든 대각 성분(diagonal element)들이 다음과 같이 표현되는 대각 행렬(diagonal matrix)의 대각 성분을 나타낸다.

$$a_m^j = \frac{\text{var}[W^j \mathbf{x}_m]}{\text{var}[W^j \mathbf{x}_m] + \text{var}[W^j \mathbf{b}_m]} \quad (13)$$

식(13)에서 $\text{var}[W^j \mathbf{x}_m]$ 과 $\text{var}[W^j \mathbf{b}_m]$ 은 전체 분산(global variance)이며, 이 식은 정재적인(stationary) 영상에 대하여 처리할 수 있다.

$\text{var}[W^j \mathbf{x}_m]$ 과 $\text{var}[W^j \mathbf{b}_m]$ 을 각 화소 별로 갱신하면 식(13)은 다음과 같이 된다.

$$W^j \hat{\mathbf{x}}_m = A_m^j \cdot W^j \mathbf{y}_m \quad (14)$$

여기서 A_m^j 은 다음과 같이 정의되는 대각 행렬이다.

$$A_m^j = \text{Diag}\{a_m^j(n), n=0,1,\dots,N-1\} \quad (15)$$

여기서 $a_m^j(n)$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$a_m^1(n) = \begin{cases} \frac{\text{var}[W^1 x_m(n)]}{\text{var}[W^1 x_m(n)] + \text{var}[W^1 b_m(n)]}, & \text{if } n = kM \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

$$a_m^2(n) = \begin{cases} \frac{\text{var}[W^2 x_m(n)]}{\text{var}[W^2 x_m(n)] + \text{var}[W^2 b_m(n)]}, & \text{if } n = kM + l, l = -1, 0, 1, 2, 3 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

이때 $k=1, \dots, N/M-1$ 이다.

2. 양자화 제약 집합으로의 투영 연산자

후처리 과정에서 양자화 간격을 알면 이는 다음과 같이 제약으로 사용될 수 있다.

$$x \in Q \quad (18)$$

여기서 x 와 Q 는 각각 복원 영상과 양자화 제약 집합을 나타낸다. 이 제약은 부호화된 영상의 각 데이터가 원 영상의 양자화 간격 내의 어느 한 점으로부터 사상된 사실에 근거하여 복원 영상의 각 데이터를 항상 해당 양자화 간격 내에 머물도록 한다. 만약 사용한 양자화 간격이 닫혀(closed) 있다면 Q 는 닫힌 볼록 집합(closed and convex set)이 되고^[9], 스칼라 양자화인 경우에 영상 x 를 집합 Q 에 투영하는 $P_Q x$ 는 다음과 같이 주어진다^[10].

$$x' = P_Q x \quad (19)$$

$$X_m'(n) = \begin{cases} X_m^{\max}(n), & \text{if } X_m > X_m^{\max}(n) \\ X_m(n), & \text{if } X_m^{\min}(n) \leq X_m(n) \leq X_m^{\max}(n) \\ X_m^{\min}(n), & \text{if } X_m < X_m^{\min}(n) \end{cases} \quad (20)$$

여기서 $X_m(n)$ 는 x 의 양자화되는 영역에서의 신호 X 의 한 요소를 나타내고, $X_m^{\max}(n)$ 과 $X_m^{\min}(n)$ 은 사용된 양자화기에 의하여 결정된다.

3. 웨이브렛 영역에서의 MMSE 필터를 이용한 CM에 의한 반복적 블록화 현상 제거

본 절에서는 III-1절에서 설명한 MMSE 필터와 III-2절에서 설명한 양자화 제약 집합 Q 로의 투영 연산

자를 결합하여 블록화 현상을 제거하는 방법을 설명하기로 한다. 양자화 간격을 제약으로 하고 웨이브렛 영역에서 얻고자 하는 신호와 복원 신호 사이의 MSE를 최소화하는 문제는 CM 문제로서 반복적으로 해결할 수 있다. 본 논문에서는 웨이브렛 영역에서의 MMSE 필터링과 제약 집합으로의 투영을 반복적으로 수행한다. 이 반복적 블록화 현상 제거 알고리즘은 다음과 같이 웨이브렛 영역에서의 복원 신호의 분산이 상위 제한치(upper bounds)로 줄어들 때까지 수행된다.

$$\text{var}[W^1 \hat{x}(kM)] \leq E_1 \quad (21)$$

$$\text{var}[W^1 \hat{x}(kM + l)] \leq E_2, l = -1, 0, 1, 2, 3$$

여기서 E_1 과 E_2 는 상위 제한치로서 각각 얻고자 하는 신호의 첫 번째 스케일과 2번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 분산을 나타낸다. 상위 제한치 E_1 과 E_2 는 제안된 알고리즘이 항상 수렴하도록 한다. 제안된 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 양자화 제약 집합에 속하는 주어진 신호에 대하여 MMSE 필터링을 수행한다.
- 2) 주어진 필터링된 신호에 대하여 양자화 제약 조건으로의 투영을 수행한다.
- 3) 복원된 신호의 웨이브렛 영역의 블록 경계에서의 분산이 얻고자 하는 신호의 분산 보다 작으면 처리를 완료하고 그렇지 않으면 과정 1)로 돌아간다.

이 알고리즘을 수식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\hat{x}_m^{(0)} = y_m \quad (22)$$

$$\tilde{x}_m^{(i)} = L_W^{(i)} \hat{x}_m^{(i)} \quad (23)$$

$$\hat{x}_m^{(i+1)} = P_Q \tilde{x}_m^{(i)} \quad (24)$$

여기서 $L_W^{(i)}$ 는 MMSE 필터를 나타내고, $\tilde{x}_m^{(i)}$ 는 m 번째 수직 (또는 수평) 신호를 i 번째 반복 과정에서 MMSE 필터로써 처리한 신호를 나타낸다. 식(24)의 $\tilde{x}_m^{(i)}$ 는 i 번째 반복 과정에서 MMSE 필터링된 복원 영상을 나타내고, P_Q 는 양자화 제약 집합 Q 로의 투영을 나타낸다. 그리고 $\hat{x}_m^{(i)}$ 에 대한 MMSE 필터 $L_W^{(i)}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$L_W^{(i)} \hat{x}_m^{(i)} = (W^i)^{-1} A_m^{j(i)} W^j \hat{x}_m^{(i)} \quad (25)$$

여기서 $(W^j)^{-1}$ 는 역 웨이브렛 변환 연산자를 나타낸다. 식(25)의 $A_m^{j(i)}$ 는 다음과 같이 i 번째 반복 과정에서의 필터 계수 행렬을 나타낸다.

$$A_m^{j(i)} = \text{Diag}\{a_m^{j(i)}(n), n=0, 1, \dots, N-1\} \quad (26)$$

여기서 $a_m^{j(i)}(n)$ 는 식(16)과 식(17)에서 표현한 필터 계수를 나타낸다. 이러한 필터 계수 $a_m^{j(i)}(n)$ 에 사용되는 $\text{var}[W^j x_m(n)]$ 과 $\text{var}[W^j b_m(n)]$ 는 부호화 신호 또는 복원 신호로부터 추정되어야 한다.

4. 웨이브렛 영역에서의 MMSE 필터를 위한 분산의 추정

본 논문에서는 식(16)의 $\text{var}[W^j x_m(n)]$ 과 식(17)의 $\text{var}[W^j b_m(n)]$ 를 복원 신호 $W^j \hat{x}_m^{(i)}$ 로부터 추정한다. $W^j \hat{x}_m^{(i)}$ 은 식(10)과 식(22)–식(24)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$W^j \hat{x}_m^{(i)} = W^j x_m + W^j b_m^{(i)} \quad (27)$$

여기서 $W^j b_m^{(i)}$ 는 i 번째 반복 과정에서 j 번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 블록화 성분을 나타낸다. MMSE 필터에서 사용되는 언고자 하는 신호의 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 분산 $\text{var}[W^1 x_m(n)]$ 은 복원 신호의 각 블록 경계에서 3×3 크기의 창(window)을 이용하여 추정한다. 이 과정에서 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 위치에서의 양자화 잡음의 분산이 블록화 성분 에 의하여 크게 나타나는 사실에 근거하여 블록 경계 위치 화소는 언고자 하는 신호의 분산의 추정에서 제외시킨다. 즉, 다음과 같이 추정한다.

$$\begin{aligned} & \{ \text{var}[W^1 \hat{x}_m(n)] \}^{(i)} \\ &= \frac{1}{6} \sum_{l_1 \neq 0} \sum_{l_2 \neq -1} (W^1 \hat{x}_{m+l_2}^{(i)}(n+l_1))^2, n=kM \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 $\{ \text{var}[W^1 \hat{x}_m(n)] \}^{(i)}$ 는 $\text{var}[W^1 x_m(n)]$ 의 i 번째 반복 과정에서의 추정치이다.

다음으로, 블록화 성분의 i 번째 반복 과정에서 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 분산

$\text{var}[W^1 b_m(kM)]$ 은 다음과 같이 전체 신호로부터 구한 분산을 이용하여 추정한다.

$$\begin{aligned} & \text{var}[W^1 \hat{b}_m^{(i)}(kM)] \\ &= \max(\text{var}[W^1 \hat{x}_m^{(i)}(kM)] \\ & \quad - \text{var}[W^1 y_m(kM + M/2)], 0) \end{aligned} \quad (29)$$

식(29)는 i 번째 반복 과정에서 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 위치에서의 블록화 성분의 분산은 i 번째 반복 과정에서 복원 신호의 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 위치에서의 분산과 부호화 신호의 블록 중앙에서의 분산의 차이로써 추정되어진다는 것을 의미한다.

한편, 언고자 하는 신호의 2번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 분산은 복원 신호의 블록 경계 근처에서 3×3 크기의 창을 이용하여 추정한다. 이 과정에서 그림 3에서 보인바와 같이 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 블록 경계 위치에서 유달리 크게 나타나는 블록화 성분 에 의한 양자화 잡음의 분산이 2번째 스케일 웨이브렛 영역에서는 블록 경계 근처에서 퍼진 형태로 나타나는 점을 고려하여 다음과 같이 추정한다.

$$\begin{aligned} & \{ \text{var}[W^2 \hat{x}_m(n+l)] \}^{(i)} \\ &= \max(\text{var}[W^2 \hat{x}_m^{(i)}(n+l)] \\ & \quad - \{ \text{var}[W^2 \hat{b}_m^{(i)}(kM+l)] \}, 0), \\ & \quad n=kM, l=-1, 0, 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \text{var}[W^2 \hat{x}_m^{(i)}(n+l)] \\ &= \frac{1}{9} \sum_{l_1=-1} \sum_{l_2=-1} (W^2 \hat{x}_{m+l_2}^{(i)}(n+l+l_1))^2, \\ & \quad n=kM, l=-1, 0, 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (31)$$

2번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 블록화 성분의 분산은 다음과 같이 전체 신호로부터 추정한다.

$$\begin{aligned} & \text{var}[W^2 \hat{b}_m^{(i)}(kM+l)] \\ &= \max\{ \text{var}[W^2 \hat{x}_m^{(i)}(kM+l)] - \\ & \quad - \frac{1}{3}(\text{var}[W^2 y_m(kM + M/2)] \\ & \quad + \text{var}[W^2 y_m(kM + M/2 + 1)] \\ & \quad + \text{var}[W^2 y_m(kM + M/2 + 2)]), 0 \} \\ & \quad l=-1, 0, 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (32)$$

식(32)는 i 번째 반복 과정에서 블록화 성분의 2번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 근처에서의 분산은 i 번째 반복 과정에서 복원 신호의 2번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 경계 근처에서의 분산과 부호화 신호의 블록 중앙 근처에서의 분산의 평균과의 차이로써 추정되어진다는 것을 의미한다.

본 논문에서 사용하는 상위 제한치 E_1 과 E_2 는 부호화 신호의 블록 중앙에서는 블록화 성분이 거의 존재하지 않는 점을 고려하여 부호화 신호로부터 계산한다. 이들중 언급자 하는 신호의 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 분산인 상위 제한치 E_1 은 다음과 같이 추정한다.

$$E_1 = \text{var} [W^1 y_m(kM+M/2)] \quad (33)$$

식(33)은 부호화 신호의 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 중앙에서의 분산을 의미한다. 유사한 방법으로 언급자 하는 2번째 스케일 웨이브렛 영역에서의 분산인 상위 제한치 E_2 는 다음과 같이 추정한다.

$$E_2 = \frac{1}{3} (\text{var} [W^2 y_m(kM+M/2)] + \text{var} [W^2 y_m(kM+M/2+1)] + \text{var} [W^2 y_m(kM+M/2+2)]) \quad (34)$$

식(34)는 부호화 신호의 첫 번째 스케일 웨이브렛 영역의 블록 중앙 근처에서의 분산의 평균을 의미한다.

IV. 실험 결과 및 고찰

본 논문에서 제안한 반복적 블록화 현상 제거 알고리즘의 성능을 살펴보기 위하여 256가지의 밝기 값을 갖는 512×512 크기의 Lena, Pepper, Goldhill, Boat 영상을 시험 영상으로 하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 부호화 영상은 시험 영상을 블록의 크기가 8×8 인 JPEG으로 부호화하여 시뮬레이션에 사용하였다. 그리고 반복적으로 처리하는 방법인 Zakhor의 CM 방법^[8]의 성능 및 Yang의 POCS 방법^[9]의 성능과 비교하였고, 웨이브렛 변환을 이용하는 방법인 Xiong의 방법^[15]의 성능 및 Kim의 방법^[16]의 성능과도 비교하였다. 객관적인 화질 평가의 척도로는 다음과 같이 정의되는 PSNR을 사용하였다.

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{N^2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N [u(m, n) - \hat{u}(m, n)]^2} \quad (35)$$

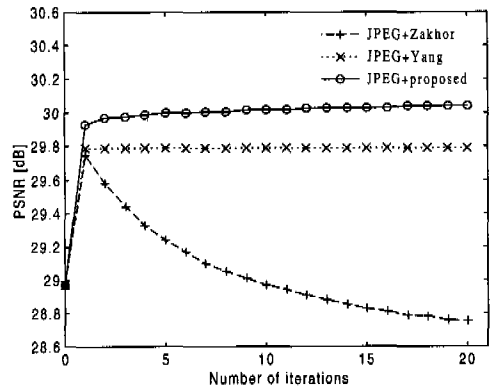


그림 4. 40:1로 JPEG 부호화된 Lena 영상에 대한 반복 횟수에 따른 PSNR 성능

여기서 $u(m, n)$ 과 $\hat{u}(m, n)$ 은 각각 $N \times N$ 크기의 원 영상과 처리된 영상을 나타낸다.

그림 4의 그래프는 Zakhor의 CM 방법, Yang의 POCS 방법, 그리고 본 논문에서 제안한 방법의 PSNR 성능을 시험 영상에 대하여 각 반복 처리 횟수 별로 비교한 것이다. 그림 4에서 보면 Zakhor의 방법은 첫 번째 반복 횟수에서 가장 높은 PSNR 성능을 보이다가 반복 횟수가 증가함에 따라 점점 감소하면서 15번 반복할 때부터 수렴하고, Yang의 방법은 3번 반복하기 이전에 수렴한다는 것을 알 수 있다. 그리고 본 논문에서 제안한 방법은 거의 5번 반복할 때 수렴하면서 Zakhor의 방법과 Yang의 방법 보다 PSNR 성능이 우수함을 알 수 있다.

표 1은 시험 영상을 30:1과 40:1의 압축률로 JPEG 부호화한 영상에 대하여 JPEG, Yang의 방법, Xiong의 방법, Kim의 방법, 그리고 본 논문에서 제안한 방법으로 처리하였을 때의 PSNR 성능을 보여 준다. 표 1에서 반복적으로 처리하는 Yang의 방법과 제안한 방법의 결과는 모두 20번 반복하여 처리한 결과이다. 표 1에서 보면 제안한 방법은 JPEG 부호화한 영상 보다 0.56-1.07 dB의 PSNR 성능 향상을 보인다는 것을 알 수 있다. 그리고 Yang의 방법으로 처리한 결과와 Xiong의 방법으로 처리한 결과에 비하여 각각 0.1-0.31 dB와 0.17-0.61 dB의 PSNR 성능 향상을 보인다. 또한 Kim의 방법으로 처리한 결과에 비하여는 -0.05-0.17 dB의 PSNR 성능 향상을 보인다. 그러므로 제안한 방법은 Yang

표 1. 압축률에 따른 시험 영상에 대한 PSNR 성능

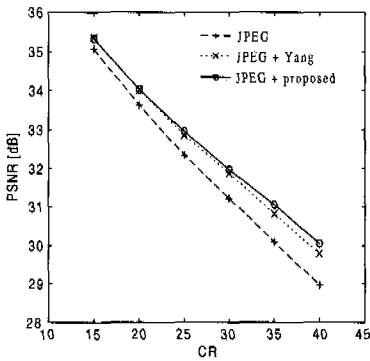
Test image	Com-pression ratio	PSNR [dB]				
		JPEG	Yang	Xiong	Kim	Proposed
Lena	30:1	31.21	31.86	31.35	31.91	31.96
	40:1	28.97	29.79	29.76	30.01	30.04
Pepper	30:1	30.86	31.35	30.95	31.55	31.55
	40:1	28.67	29.37	29.51	29.73	29.68
Goldhill	30:1	28.74	29.22	28.72	29.27	29.30
	40:1	27.23	27.84	27.67	28.00	28.01
Boat	30:1	29.93	30.51	30.11	30.54	30.71
	40:1	27.77	28.47	28.46	28.66	28.76

의 방법과 Xiong의 방법에 비하여 PSNR 성능이 우수하다는 것을 알 수 있다. 그리고 Kim의 방법에 비하여도 PSNR 성능이 약간 우수하다는 것을 알 수 있다.

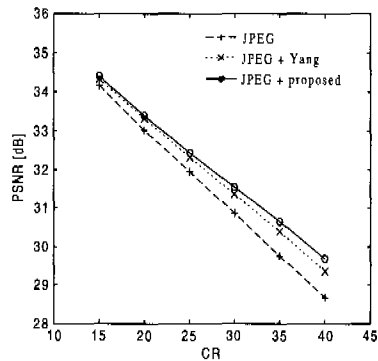
그림 5의 그래프는 각 시험 영상의 압축률에 따른 JPEG, Yang의 방법, 그리고 제안한 방법의 PSNR

성능을 비교한 것이다. 이때 Yang의 방법과 제안한 방법은 각 시험 영상의 각 압축률에서 반복 처리 과정 중 가장 높은 PSNR를 보일 때의 결과이다. 그림 5에서 보면 제안한 방법이 시험 영상과 압축률에 관계없이 가장 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

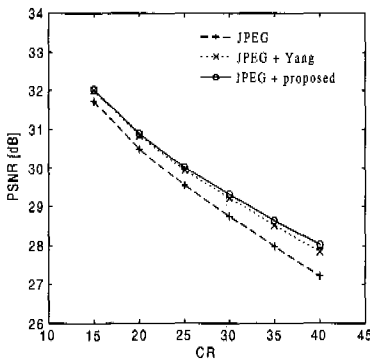
그림 6은 Lena 영상을 40:1의 압축률로 JPEG 부호화한 그림 2(b)의 영상을 Yang의 방법으로 처리한 결과 영상, Xiong의 방법으로 처리한 결과 영상, Kim의 방법으로 처리한 결과 영상, 그리고 제안한 방법에 의한 결과 영상의 일부분을 확대한 영상을 보여준다. 그림 2(b)의 부호화 영상에서 보면 높은 압축률에 의하여 상세한 텍스처(texture) 부분이 대부분 사라지고 블록화 현상이 뚜렷하게 나타나 눈에 상당히 거슬린다는 것을 알 수 있다. 그림 6(a)의 Yang의 방법으로 20번 반복하여 처리한 결과 영상은 블록화 현상이 어느정도 제거되었으나 여전히 남아있다. 그림 6(b)의 Xiong의 방법으로 처리한 결과 영상은 다른 방법에 의한 결과 영상보다 깨끗해 보이나, 텍스처가 상대적으로 많이 사라져있



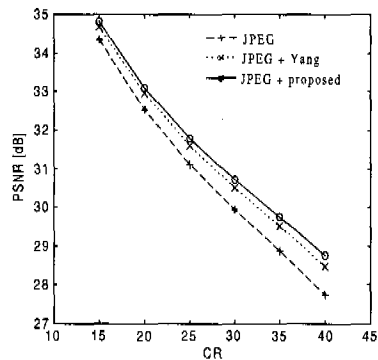
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 5. 시험 영상의 압축률에 따른 JPEG, Yang의 POCS 방법, 그리고 제안한 알고리즘의 PSNR 성능 비교: (a) Lena, (b) Pepper, (c) Goldhill, (d) Boat

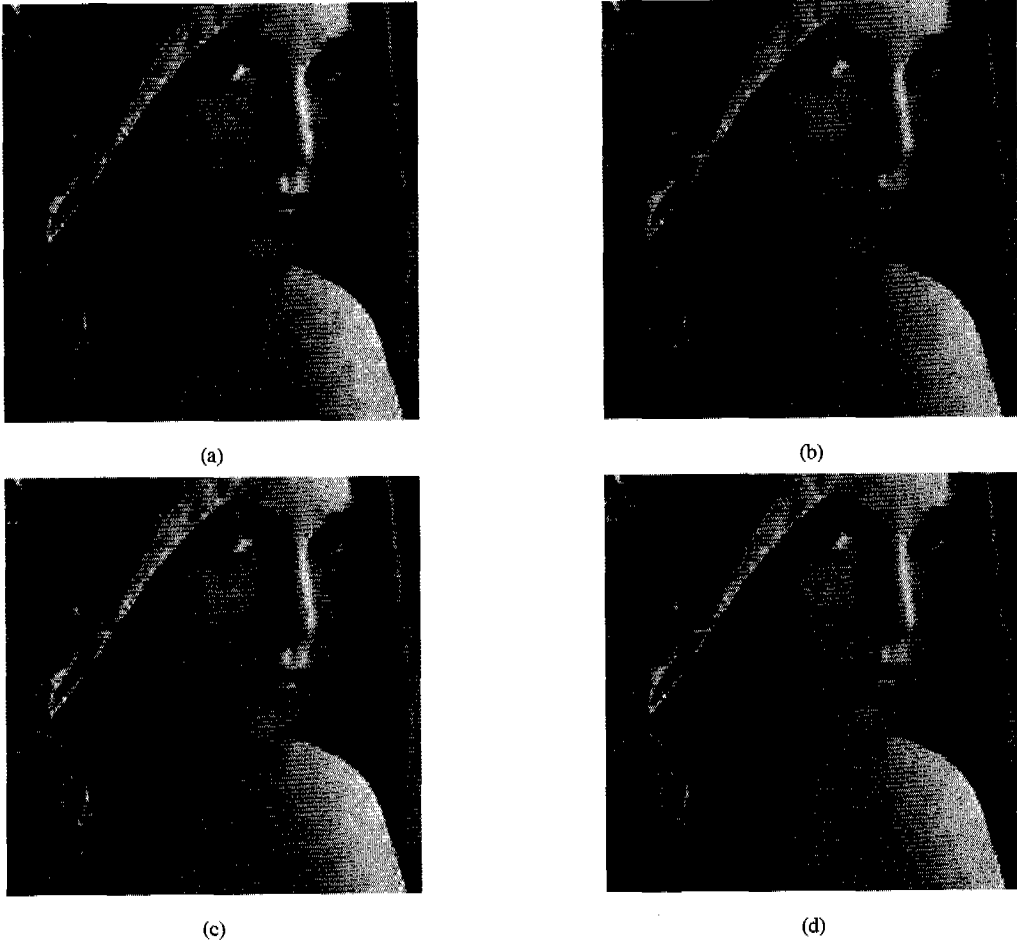


그림 6. 40:1로 JPEG 부호화된 Lena 영상에 대한 처리 결과 영상의 일부분을 확대한 영상: (a) Yang의 POCS 방법, (b) Xiong의 방법, (c) Kim의 방법, (d) 제안된 방법

고 몽롱화 되어있다. 반면에 그림 6(d)의 제안한 방법에 의하여 20번 반복한 결과 영상은 그림 6(c)의 Kim의 방법으로 처리한 결과 영상과 비슷한 화질을 보이고 텍스처를 잘 보존하면서 에지 몽롱화가 없이 블록화 현상이 거의 제거됨을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 블록기반 변환 부호화에서 발생하는 블록화 현상을 효과적으로 제거하는 웨이브렛 변환을 이용한 반복적 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 영상을 수직, 수평의 분리적인 1차원 신호의 집합으로 간주하여 웨이브렛 변환을 포함한 대부분의 처리를 1차원적으로 수행한다. 이는 각 수직, 수평의 1차원 신호에 대한 웨이브렛 변환을 2번째 스케일까지 수행하여 블록화 현상에 의한 블록

경계에서의 불연속 성분인 블록화 성분을 국부 통계를 이용한 MMSE 필터로써 제거한다. 그런다음 각 수직, 수평 신호에 대한 역 웨이브렛 변환을 수행하여 얻어지는 영상에 대해 양자화 제약 집합으로의 투영을 수행한다. 이러한 MMSE 필터링과 양자화 제약 집합으로의 투영을 수렴된 영상을 얻을 때까지 반복적으로 수행하여 블록화 현상이 제거된 영상을 얻는다. 실험결과 제안된 알고리즘은 15:1에서 40:1로 JPEG 부호화한 512×512 영상에 대하여 약 0.56~1.07 dB의 PSNR 성능 향상 뿐만아니라, 에지 몽롱화가 거의없는 우수한 주관적 화질을 얻는다는 것을 알 수 있었다.

참고 문헌

- [1] H. C. Reeve and J. S. Lim, "Reduction of the

- blocking effects in image coding," *Optical Eng.*, vol. 23, no. 1, pp. 34-37, Jan./Feb. 1984.
- [2] B. Ramamurthi and A. Gersho, "Nonlinear space-variant postprocessing of block coded images," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, no. 5, pp. 1258-1268, Oct. 1986.
- [3] K. Sauer, "Enhancement of low bit-rate coded images using edge detection and estimation," *Computer Vision Graphics Image Processing: Graphical Models Image Processing*, vol. 53, no. 1, pp. 52-62, Jan. 1991.
- [4] C. J. Kuo and R. J. Hsieh, "Adaptive post-processor for block encoded images," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 5, no. 4, pp. 298-304, Aug. 1995.
- [5] S. Minami and A. Zakhor, "An optimization approach for removing blocking effects in transform coding," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 5, no. 2, pp. 74-82, Apr. 1995.
- [6] B. W. Jeon and J. C. Jeong, "Blocking artifacts reduction in image compression with block boundary discontinuity criterion," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 8, no. 3, pp. 345-357, June 1998.
- [7] S. S. O. Choy, Y. H. Chan, and W. C. Siu, "Reduction of block-transform image coding artifacts by using local statistics of transform coefficients," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 4, no. 1, Jan. 1997.
- [8] A. Zakhor, "Iterative procedures for reduction of blocking effects in transform image coding," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 2, no. 1, pp. 91-95, Mar. 1992.
- [9] Y. Yang, N. P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, "Regularized reconstruction to reduce blocking artifacts of block discrete cosine transform compressed images," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 3, no. 6, pp. 421-432, Dec. 1993.
- [10] Y. Yang, N. P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, "Projection-based spatially adaptive reconstruction of block-transform compressed images," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 4, no. 7, pp. 896-908, July 1995.
- [11] Y. Yang, N. P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, "Removal of compression artifacts using projections onto convex sets and line process modeling," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 6, no. 10, pp. 1345-1357, Oct. 1997.
- [12] H. Paek, R. C. Kim, and S. U. Lee, "On the POCS-based postprocessing technique to reduce the blocking artifacts in transform coded images," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 8, no. 3, pp. 358-367, June 1998.
- [13] T. P. O'Rourke and R. L. Stevenson, "Improved image decompression for reduced transform coding artifacts," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 5, no. 6, pp. 490-499, Dec. 1995.
- [14] J. Luo, C. W. Chen, K. J. Parker, and T. S. Huang, "Artifact reduction in low bit rate DCT-based image compression," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 5, no. 9, pp. 1363-1368, Sept. 1996.
- [15] Z. Xiong, M. T. Orchard, and Y. Q. Zhang, "A deblocking algorithm for JPEG compressed images using overcomplete wavelet representations," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 7, no. 2, pp. 433-437, Apr. 1997.
- [16] N. C. Kim, I. H. Jang, D. H. Kim, and W. H. Hong, "Reduction of blocking artifact in block-coded images using wavelet transform," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 8, no. 3, pp. 253-257, June 1998.
- [17] S. J. Reeves and S. L. Eddins, "Comments on iterative procedures for reduction of blocking effects in transform image coding," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 3, no. 6, pp. 439-440, Dec. 1993.
- [18] S. Mallat and S. Zhong, "Characterization of signals from multiscale edges," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 14, no. 7, pp. 710-732, July 1992.
- [19] H. Stark, Ed., *Image Recovery: Theory and Application*. New York: Academic, 1987.

