

표본 적응 프리덕트 양자화와 설계 알고리즘

정회원 김 동 식*, 박 섭 형**

Sample-Adaptive Product Quantization and Design Algorithm

Dong Sik Kim*, Seop Hyeong Park** *Regular Members*

요 약

벡터 양자화(vector quantizer: VQ)는 낮은 전송률을 가지는 데이터 압축에 효과적인 방법이나, 가장 큰 단점은 부호화 복잡도로 벡터의 차수와 전송률이 증가함에 따라 기하 급수적으로 증가하게 된다. VQ의 부호화 복잡도 문제를 해결하기 위하여 여러 변형된 VQ 기법이 제안되었어도 전송률이 높은 경우에는 높은 부호화 복잡도와 방대한 양의 부호책 및 훈련 열로 인하여 구현이 거의 불가능하다. 본 논문에서는 특별히 높은 전송률에서, 스칼라 양자화의 구조를 가지며 VQ의 성능을 얻을 수 있는 양자화 기법을 제안하였다. 이 기법은 feed-forward 적응 양자화의 형태를 가지고 있는데, 비교적 짧은 적응 주기를 가지고 있다. 따라서 제안한 양자화 기법을 표본 적응 프리덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)로 부르기로 한다. 그러나 제안된 SAPQ는 m 차원의 공간에서 구조적 제한을 가지는 m 차원 VQ의 일종으로, 비록 입력 신호가 독립이라고 할지라도 입력 분포에 따라 큰 이득을 얻을 수 있다. 제안한 SAPQ의 성능은 입력 분포에 따라서 Lloyd-Max 양자기에 비하여 약 2~3dB의 이득을 얻었다.

ABSTRACT

Vector quantizer (VQ) is an efficient data compression technique for low bit rate applications. However, the major disadvantage of VQ is its encoding complexity which increases dramatically as the vector dimension and bit rate increase. Even though one can use a modified VQ to reduce the encoding complexity, it is nearly impossible to implement such a VQ at a high bit rate or for a large vector dimension because of the enormously large memory requirement for the codebook, and the very large training sequence (TS) size. To overcome this difficulty, in this paper we propose a novel structurally constrained VQ for the high bit rate and the large vector dimension cases in order to obtain VQ-level performance. Furthermore, this VQ can be extended to the low bit rate applications. The proposed quantization scheme has a form of feed-forward adaptive quantizer with a short adaptation period. Hence, we call this quantization scheme sample-adaptive product quantizer (SAPQ). SAPQ can provide a 2~3dB improvement over the Lloyd-Max scalar quantizers.

I. 서 론

벡터 양자화(vector quantizer: VQ)는 낮은 전송률을 가지는 데이터 압축에 효과적인 방법으로, 영상이나 video 신호, 음성 및 음향 신호 압축, 음성

및 화자 인식 등에 사용하여 높은 이득을 얻고 있다. 이러한 신호는 일반적으로 상관도가 상당히 높으며 잘 알려진 선형 변환의 일종인 이산 여현 변환(discrete cosine transform: DCT)으로도 처리되지 않는 비선형 상관도가 존재하는데, VQ는 이러한 신호를 효율적으로 양자화 할 수 있다^[8]. 스칼라 양자

* 한림대학교 전자공학부 (dskim@ee.hallym.ac.kr),
논문번호: 99004-0104, 접수일자: 1999년 1월 4일

** 한림대학교 전자공학부 (shpark@ee.hallym.ac.kr)

※ 본 연구는 1998년도 한림대학교 지원 학술연구 조성비에 의하여 연구되었습니다.

기(scalar quantizer: SQ)와 엔트로피 부호기(entropy coder)를 사용하면 입력 소스에 따라 이론적 왜곡에 1.53 dB의 차이로 근접할 수 있다. 그러나 VQ를 사용하면 이러한 간격도 줄일 수 있으며 이론적 최소 왜곡에 근접하는 결과를 얻을 수 있다.

그러나 VQ의 가장 큰 단점은 부호화 복잡도로 벡터의 차수와 전송률이 증가함에 따라 기하 급수적으로 증가하게 된다. 이러한 사실은 비록 데이터 압축 장치가 낮은 전송률을 가지고 있다고 해도 높은 전송률을 가지는 양자기가 요구되는 경우 VQ 자체를 사용 못하게 된다. 이러한 VQ 부호화 복잡도 문제를 해결하기 위하여 여러 변형된 VQ 기법이 제안되었는데 그 예를 들면 나무 구조(tree-structured) VQ, 분류(classified) VQ, 격자(lattice) VQ 등이 있다⁴¹. 그러나 이러한 VQ들은 여전히 벡터 값을 처리하는 구조에 기초하고 있기 때문에 적용에 많은 제약이 따른다. 예를 들어 나무 구조 VQ를 사용해서 전송률 4 b/point, 벡터 차수 $m=16$ 으로 양자화한다고 하면 부호화 복잡도는 m 의 단위로 줄어들지만 이 VQ의 구현을 위해서는 $2(2^m - 1)$ ($\approx 3.69 \times 10^{19}$) 개의 m 차원의 부호 단어(codeword)가 요구된다⁴¹. 더욱이 TS를 사용하여 부호 단어를 만들기 위해서는, TS 크기와 부호책 크기의 비율 5,000 이상으로 한다고 할 때, 필요한 TS의 크기는 약 1.84×10^{23} 이상의 훈련 벡터가 요구된다. 이는 데이터 원소의 개수로 약 2.95×10^{24} 개를 의미한다. 따라서 이러한 VQ의 구현은 거의 불가능하리라 사료된다. 최근에는 trellis 부호 양자화가 관심을 끌고 있는데, 이 또한 trellis 부호기와 Viterbi 복호기 등의 특별한 방법이 요구된다.

본 논문에서는 특별히 높은 전송률에서, SQ의 구조를 가지며 VQ의 성능을 얻을 수 있는 양자화 기법을 제안하였다. 이 기법은 feed-forward 적응 SQ의 형태를 가지고 있는데, 변화하는 입력의 통계적 특성을 따라가면서 이득을 얻는 기존의 적응 양자화보다 비교적 짧은 적응 주기를 가지고 있다^{11,13}. 따라서 제안한 양자화 기법을 표본 적응 프로덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)로 부르기로 한다. 그러나 실질적으로 제안된 SAPQ는 m 차원의 공간에서 구조적 제한을 가지는 m 차원 VQ의 일종이다. 따라서 SAPQ는 비록 입력 소스가 i.i.d.(independent, and identically distributed)라고 할지라도 입력에 따라 큰 이득을 얻을 수 있다. 또한 나무 구조 VQ의 예에서와 같이 4 b/point 정도의 고 전송률에서도 VQ의 성능을 얻을

수가 있다. 나아가서 SAPQ는 저 전송률의 경우에도 까지 확장 적용이 가능하다⁹. 또한 SQ 구조를 가지고 있으므로 예측 또는 DPCM (differential pulse code modulation) 양자화 등에서도 스칼라 값을 예측하는 기존의 예측 기법을 그대로 사용하면서 SAPQ를 간단히 적용할 수 있다¹¹. 제안한 SAPQ의 성능은 입력 분포에 따라서 2~3 dB의 이득을 얻을 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 제 II장에서는 일반적인 양자기와 제안한 SAPQ를 소개하였다. 제 III장에서는 SAPQ의 성능과 부호화 복잡도에 대해서 간단히 고찰해 보았으며 SAPQ에서 필요한 부호 단어의 개수를 줄일 수 있는 변형된 SAPQ를 소개하였다. 다음은 TS를 이용한 SAPQ 설계 알고리즘을 제 IV장에서 제안하였다. 제 V장에서는 실험 결과 제시 및 토론을 하였으며, 마지막 장에서 본 논문의 결론을 내렸다.

II. 표본 적응 프로덕트 양자화

본 장에서는 일반적인 양자기의 기본 정의를 수식을 이용해서 정리하였으며 새로 제안하는 SAPQ 기법을 소개하였다.

양자화 하려는, m 개의 Euclidean 공간 R 에서 정의되는 불규칙 변수를 X_1, \dots, X_m 이라 하자. 여기서 $E(X_i)^2 < \infty$ 라 가정하자. R 에서 n 개의 원소를 가지는 모든 집합의 클래스를 Λ_n 이라 하고 Λ_n 의 원소를 " n 개의 대표치를 가지는 부호책"이라 하자. 다시 말하면 이 부호책은 n 개의 부호 단어를 가지고 있다. 불규칙 변수 X_i 를 양자화 한다고 하는 것은 X_i 의 관찰 열들을 부호책 $C (\in \Lambda_n)$ 의 원소의 열로 사상하는 것으로 이러한 사상을 양자기라 한다. 부호책 $C (\in \Lambda_n)$ 를 사용해서 불규칙 변수 X_i 를 양자화 할 때의 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$E\{\min_{y \in C} (X_i - y)^2\} \quad (1)$$

이 양자화에서 만일 불분 길이 부호화를 양자기의 출력 부호화에 사용한다고 하면 필요한 전송률은 $R = \log_2 n$ 가 된다. 이 양자기의 입력과 부호책의 원소는 모두 R 에 속해있으므로 이러한 양자기를 SQ라 한다. 양의 정수 n_i 에 대하여 부호책 C_i 가 모든 i 에서 $C_i \in \Lambda_{n_i}$ 라 하자. 만일 m 개의 불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 을 m 개의 부호책 C_1, \dots, C_m 로 각각 양

자화 한다고 하면 총 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$D_{PQ}(R) = E\left\{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \min_{y \in C} (X_i - y)^2\right\} \quad (2)$$

이러한 양자화 방법은 R^m 공간에서 프리덕트 집합(product set, 곱 집합) $C = C_1 \times \dots \times C_m$ 으로의 사상이므로 이 양자기를 프리덕트 양자기(product quantizer: PQ)라 하자. PQ에서 C 는 m 차원의 부호책으로 $C \in R^m$ 이며, 그 크기는 $\nu = n_1 \times \dots \times n_m$ 이므로 전송률은 다음과 같다.

$$R = \frac{1}{m} \log_2 \nu = \frac{1}{m} (\log_2 n_1 + \dots + \log_2 n_m) \quad (3)$$

만일 불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 이 서로 상관성이 없거나 독립이라고 하면 식 (2)와 같이 양자화 하는 것이 일반적이다. 그러나 불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 이 i.i.d. 신호라 할지라도 식 (2)의 PQ는 여러 가능한 부호화 방식 중의 하나이며, block source coding theorem[2]에 의하면 더 좋은 성능을 얻는 양자화 기법이 존재한다. 이의 대표적인 예가 VQ로 C 를 m 차원의 VQ 부호책이라 하고 $|C| = \nu$ 라 하면 VQ의 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$D_{VQ}(R) := E\left\{\min_{y \in C} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - y_i)^2\right\} \quad (4)$$

이 식에서 $y := (y_1, \dots, y_m) (\in R^m)$ 이며 전송률은 $R = (1/m) \log_2 \nu$ 이다. PQ의 m 차원의 부호책은 식 (2)에서 본 것과 같이 프리덕트 형태를 가지고 있지만 VQ의 경우 C 는 R^m 의 어떠한 값이든 임의로 ν 개를 가질 수가 있다. 따라서 부호책의 크기가 같은 경우 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

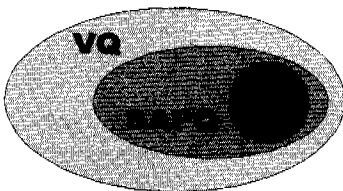


그림 1. PQ, VQ, SAPQ의 m 차원 부호책의 관계.

$$\inf_C D_{VQ}(R) \leq \inf_C D_{PQ}(R) \quad (5)$$

또한 PQ와 VQ가 가질 수 있는 부호책들의 집합의 관계를 벤 다이어그램으로 도시하면 그림 1과 같다.

이제 본 논문에서 제안하는 SAPQ를 소개하면 다음과 같다. 참고로 여기서 제안하는 SAPQ의 부호책은 PQ와 VQ에 대하여 그림 1과 같은 관계를 가지고 있다. SAPQ는 표본 적응(sample adaptation)이라는 새로운 개념에 기초를 둔 것으로 식 (2)의 PQ보다 좋은 성능, 즉 VQ의 성능을 얻을 수 있다. 음수가 아닌 정수 η 를 SAPQ에서 필요한 부가 bit라 하자. 또한 양의 정수 n_i 에 대해 부호책 $C_{i,j} \in A_{n_i}$ 를 고려하자. 여기서 i 와 j 의 범위는 $i \in \{1, \dots, m\}$ 이고 $j \in \{1, \dots, N\}$ 이며 $N = 2^\eta$ 이다. x_1, \dots, x_m 을 불규칙 변수 X_1, \dots, X_m 의 한 관찰이라고 할 때, SAPQ는 먼저 부호책 $C_{1,j}, \dots, C_{m,j}$ ($j = 1, \dots, N$)를 사용하여 다음과 같은 N 개의 거리를 구한다.

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \min_{y \in C_{i,j}} (x_i - y)^2, \quad j = 1, \dots, N \quad (6)$$

다음, 이 중에서 식 (6)의 거리가 가장 작게 되는 j 를 선택한다. 따라서 SAPQ의 평균 왜곡은 다음과 같다.

$$D_{SAPQ} := E\left\{\min_{j \in \{1, \dots, N\}} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \min_{y \in C_{i,j}} (X_i - y)^2\right\} \quad (7)$$

식 (6)과 (7)을 통해서 SAPQ는 R^m 에서 프리덕트 집합의 합집합인 $C = \bigcup_{j=1}^N (C_{1,j} \times \dots \times C_{m,j})$ 로의 사상을 알 수 있다. SAPQ의 출력 bit 열은 각 표본에 대해 사용된 부호책의 index j , 즉 η bit 과 m 개의 양자화 index로 구성되어 있다. 이는 feed-forward 적응 기법과 동일한 구조를 가지고 있는 것으로 따라서 SAPQ의 전송률은 다음과 같다.

$$R = \frac{1}{m} (\log_2 n_1 + \dots + \log_2 n_m) + \frac{\eta}{m} \quad (8)$$

이 식에서 η/m 은 부가 전송률로 복호기(decoder)로 하여금 어떠한 부호책이 사용되었는지, 즉 j 값을 알게 해 준다. 본 논문에서는 양자화의 성능 비교의 목적으로 식 (3)과 (8)의 $\log_2 n_i$ 와 $\log_2 n_i'$ 가 정수가 아닌 다른 값을 가질 수 있다고 가정하였다.

III. SAPQ의 성능과 부호화 복잡도

본 장에서는 제안된 SAPQ가 얻을 수 있는 성능

에 대해 간단히 논하고 부호화 복잡도에 대해 언급하였다. 또한 SAPQ에서 필요한 부호 단어의 개수를 줄인 변형된 SAPQ를 제안하였다.

먼저 SAPQ의 성능을 보면 다음과 같다. 그림 1에 보인 것과 같이 부호화의 관계에 따라 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다⁹⁾.

$$\inf_C D_{VQ}(R) \leq \inf_C D_{SAPQ}(R) \leq \inf_C D_{PQ}(R) \quad (9)$$

또한 식 (8)에서 SAPQ의 전송률을 고정시키고 n_i 를 증가시키면 SAPQ의 성능은 PQ로 근접하게 된다. 반면에 η 를 증가시키게 되면 SAPQ의 성능은 VQ에 근접하게 된다.

n_i 와 η 를 동시에 증가시켜도 다음과 같은 점근적 VQ 성능을 얻을 수 있다. $X := (X_1, \dots, X_m)$ 을 m 차원의 불규칙 벡터라 하고 X 의 pdf(probability density function)를 J 라고 할 때 어떠한 상수 $\epsilon > 0$ 에서 $E\{\|X\|^{2+\epsilon}\} < \infty$ 가 가정하자. 여기서 $\|\cdot\|$ 는 R^m 에서의 L_2 norm이다. 그러면 $n_i / 2^{n_i/m} \rightarrow a$ 이 만족되는 증가 열 $(n_i)_i$ 을 생각해 보자. 여기서 a 는 양의 상수이다. 이때 $n_i = n_i$ ($i=1, \dots, m$)인 SAPQ를 고려하자. 그러면 다음과 같은 점근적 식을 얻을 수 있다¹⁰⁾.

$$\limsup_{\eta \rightarrow \infty} (n_i 2^{n_i})^{2/m} \inf_C D_{SAPQ}(R) \leq J_m \|f\|_\rho \quad (10)$$

이 식에서 J_m 은 표본의 크기 m 과 관련된 상수이고 functional $\|\cdot\|_\rho$ 는 다음과 같다.

$$\|f\|_\rho := \left[\int f^\rho(x) dx \right]^{1/\rho} \quad (11)$$

이 식에서 $\rho := m/(m+2)$ 이며 x 는 적분 변수이다. (참고로 $J_m \|f\|_\rho$ 는 최적 VQ의 점근적 왜곡이라고 알려져 있다⁷⁾.) 따라서 $J_m \|f\|_\rho$ 를 통해서 SAPQ가 얻을 수 있는 성능을 예측할 수 있을 것이다.

상수 J_m 은 양자기의 양자화 영역의 모양과 관련되어 있는 것으로, 차수 m 이 증가함에 따라 J_m 은 단조 감소하여 $1/2\pi e$ 로 수렴하게 된다. 따라서 SQ에 비하여 상수 J_m 을 통해서 얻을 수 있는 이득은 약 $10 \log(J_m / \inf J_m) \cong 1.533$ dB가 된다. (J_m 에 관련된 보다 자세한 결과는 [9]를 참조하기 바람.)

상수 $\|f\|_\rho$ 는 pdf J 와 관련되어 있는 것으로 이

를 통해서 큰 이득을 얻을 수 있다. (그러나 만일 가변 길이 부호화 등을 양자기의 출력 부호화에 사용한다고 하면 큰 이득은 기대하지 못할 것이다.) Holder의 부등식에 의하면 열 $(\|f\|_\rho)_m$ 은 감소 함수이다. 따라서 m 이 증가함에 따라 이득을 얻을 수 있다. 표 1에는 여러 pdf에 따른 $\|f\|_\rho$ 를 정리하였다. 이 표에서 균일 pdf는 $x \in [-a/2, a/2]^m$ 일 때 $f(x) = 1/a^m$ 이며 그렇지 않은 경우는 $f(x)=0$ 이다. 여기서 a 는 양수이며 분산인 σ^2 은 $\sigma^2 = a^2/12$ 로 주어진다. 또한 Gaussian pdf는 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} (\det S)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^T S^{-1} x}{2}\right) \quad (12)$$

이 식에서 S 는 불규칙 벡터 X 의 autocovariance matrix이다. 표 1을 보면, 균일 분포의 경우 $\|f\|_\rho$ 의 값이 m 에 대하여 무관하므로 이 상수를 통해서 이득을 얻을 수 없다. 그러나 J 가 Gaussian pdf인 경우는 m 과 불규칙 벡터 X 간의 상관성에 따라서 이득을 얻을 수 있다. 상수 $(\det S)^{1/m}$ 는 불규칙 벡터 X 간에 상관성에 따라서 그 값이 줄어든다. 이러한 상관성에 의해서 이득을 취하는 대표적인 예가 DCT를 사용한 압축 장치이다. 그러나 상관도가 없다고 해도 표 1의 $\rho^{-(m+2)/2}$ 이나 $\rho^{-(m+2)}$ 을 통해서 m 이 증가함에 따라 이득을 얻을 수 있다. 표 1에서의 최대 이득은 상관성이 없는 pdf에 대하여 얻을 수 있는 최대 이득이다.

표 1. $\|f\|_\rho$ 값과 상관성이 없는 신호에서 J_m 과 $\|f\|_\rho$ 로부터 얻을 수 있는 최대 이득

pdf f	$\ f\ _\rho$	최대 이득 (dB)
Uniform	$12\sigma^2$	1.533
Gaussian	$2\pi \rho^{-(m+2)/2} (\det S)^{1/m}$	4.347
Laplacian	$2 \rho^{-(m+2)} (\det S)^{1/m}$	7.161

이제 SAPQ의 부호화 복잡도와 필요한 부호 단어의 개수에 대해 논해보자. 본 논문에서는 부호화 복잡도를 알아보기 위해 필요한 비교 연산의 숫자를 계산해 보았다. SAPQ에서 요구되는 비교의 횟수는 다음과 같다. 주어진 J 에 대해 m 개의 원소가 입력될 때, $\sum_{i=1}^m n_i$ 번의 비교가 필요하며 이를 다시

N 번 반복해야한다. 그러므로 $N \sum_{i=1}^m n_i$ 번의 비교가 필요하며, 추가로 식 (6)에서 N 개중에서 하나를 선택하여야 하므로 N 번의 비교가 요구된다. 즉 총 $N(1 + \sum_{i=1}^m n_i)$ 번의 1차원의 비교가 필요하다. SAPQ의 부호 단어는 R 공간의 것으로 $N \sum_{i=1}^m n_i$ 개가 필요한데 이는 부호책을 위한 기억 장치의 크기와 같다. 만일 $n_i = n'$ ($i=1, \dots, m$) 이라고 한다면 필요한 비교와 기억 장치는 모두 $O(m)$ 으로 나타낼 수가 있다. 반면에 나무 구조 VQ의 경우 부호화 복잡도는 $O(m)$ 이지만 기억 장치는 $O(m2^m)$ 이 된다. 따라서 나무 구조 VQ의 경우는 전송률이 높아지게 되면 부호책을 위한 기억 장치 문제로 인하여 부호기 및 복호기의 구현이 어려워진다. 정리하면, SAPQ는 m 차원에서 구조적으로 제한된 VQ의 일종으로 1차원에서는 적응 양자화의 형태를 가지고 있으며, 그 PQ와 m 차원 VQ의 중간에 있다. 그러나 1차원의 양자화 구조 때문에 SAPQ의 부호화 복잡도와 요구되는 기억 장치는 SQ의 수준이다.

제안된 SAPQ는 부호화 하는데 있어서 최대 mN 개의 다른 부호책 $C_{i,j}$ ($\in R$) 가 요구된다. 따라서 m 이 증가하게 되면 필요한 부호책의 개수가 증가하게 되며, 이를 설계하기 위한 방대한 양의 TS와 시간이 요구된다. 참고로 부호책을 설계하기 위한 TS의 크기는 설계하고자 하는 부호책의 부호 단어의 개수에 비례한다^[7]. 본 장에서는, 이러한 필요한 부호책의 개수를 줄이기 위하여 식 (6)의 거리를 계산하는데 한 개의 부호책만을 사용하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 주어진 j 에 대하여 같은 부호책, 즉 $C_{i,j} = C_j$ ($|C_j| = n'$, $j=1, \dots, N$)를 사용하는 방법으로 이러한 방법을 부호책 제한 SAPQ(codebook-constrained SAPQ: CSAPQ)라 하자. 그러면 이러한 CSAPQ의 평균 왜곡은 다음과 같다

$$D_{\text{CSAPQ}}(R) := E \left[\min_{j \in \{1, \dots, N\}} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \min_{y \in C_j} (X_i - y)^2 \right] \quad (13)$$

제안한 CSAPQ에서 요구되는 부호책의 개수는 m 에 관계없는 N 으로 줄어든다. 그러나 부호화 복잡도는 SAPQ와 마찬가지로 m 개의 원소가 입력될 때 mnN 개의 1차원에서의 비교와 식 (6)의 N 번의 거리 계산 및 N 번의 비교가 요구된다.

IV. SAPQ의 부호책 설계

본 장에서는, 임의로 주어진 입력에 대해 제안한 SAPQ의 부호책을 간단히 설계할 수 있는 방법을 제안하였다. 본 장에서 제안하는 설계 알고리즘은 훈련 열(training sequence: TS)을 사용하는 군집화(clustering)에 기초한 기법이다.

$x_{1,i}, \dots, x_{m,i}$ 을 m 개의 원소를 가지는 i 번째 훈련 표본이라 하고 주어진 TS는 M 개의 훈련 표본을 가지고 있다고 하자. 그러면 제안된 알고리즘은 이 TS를 입력으로 하여 군집화를 하는데 다음과 같이 두 단계로 구성되어있다. 첫 번째 단계는 각 훈련 표본의 m 개의 원소를 N 개의 다른 부호책 열, $C_{1,j}, \dots, C_{m,j}$ ($j=1, \dots, N$)을 사용하여 양자화하고 최소의 거리를 가지는 부호책 열, 즉 j 를 선택한다. 두 번째 단계는 첫 번째 단계에서의 양자화 과정에서 구성된 군집에 의하여 현 부호책의 부호 단어를 갱신한다.

군집화 알고리즘 (SAPQ)

0. 초기화 ($k=0$): 부호책 크기 n'_i , 표본의 크기 m , 부호책 열의 개수 $N = 2^b$, 왜곡 임계값 $\epsilon \geq 0$, 초기 m 차원 부호책 $C_0 (\subset R^m)$, TS $(x_{1,i}, \dots, x_{m,i})_{i=1}^M$, 그리고 $D_{-1} = \infty$.
1. 현 반복 k 에서의 부호책 $C_k = \bigcup_{j=1}^N (C_{1,j} \times \dots \times C_{m,j})$ 을 사용해서 훈련 원소를 SAPQ로 양자화 하여 C_k 의 $N \sum_{i=1}^m n_i$ 개의 부호 단어에 해당되는 $N \sum_{i=1}^m n_i$ 개의 군집을 구성한다. 이때 i 번째 훈련 표본에 대한 각 거리는 다음과 같다.

$$d_i := \min_{j \in \{1, \dots, N\}} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \min_{y \in C_{i,j}} (x_{i,i} - y)^2 \quad (14)$$

그리고 k 번째 반복에서의 평균 왜곡 D_k 를 다음과 같이 구한다.

$$D_k := \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_i \quad (15)$$

2. 만일 $(D_{k-1} - D_k) / D_k \leq \epsilon$ 가 만족되면 정지. 이때 C_k 가 설계된 부호책이다. 그렇지 않으면 계속해서 진행.
3. k 를 1만큼 증가. 각 $N \sum_{i=1}^m n_i$ 개의 군집의

centroid를 구한 뒤 부호책 C_k 의 $N \sum_{i=1}^m n_i$ 개의 부호 단어를 구한 centroid로 대체한다. 다시 단계 1로 진행.

Lloyd-Max 알고리즘 또는 K 평균 알고리즘에서와 마찬가지로 D_k 는 감소하는 함수로 결국 수렴하게 되며, 초기 부호책 C_0 에 따라서 국부 최소 값으로 수렴한다.

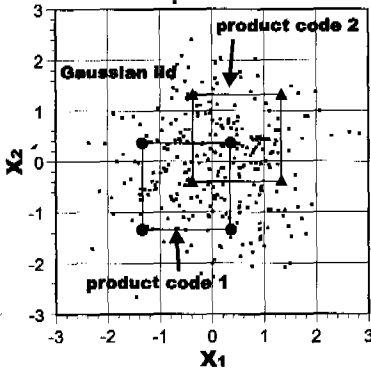


그림 2. SAPQ의 부호책 및 초기 부호책 (왜곡 -6.93 dB, 분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, $m = 1, n' = 2, N = 2$)

제안된 SAPQ 부호책 설계 알고리즘은 어떠한 분포를 가지는 TS를 사용하여 효율적으로 부호책을 설계할 수 있다. 그러나 설계된 부호책의 성능은 알고리즘에 사용되는 초기 부호책 C_0 에 따라 상당한 영향을 받는다. 초기 부호책에 대한 영향의 예를 그림 2와 3에 도시하였다. 이 그림에서 $N=2$ 이며 $C_{1,j} = C_{2,j} (j=1,2)$ 이고 $m = n'_i = n' = 2 (j=1,2)$ 이다. 그림 2와 3의 예에서 $N=2$ 이므로 SAPQ의 2차원의 부호책은 두 개의 프로덕트 부호책(product code 1, 2)으로 구성되어 있는데, 이를 나타내기 위하여 하나의 프로덕트 부호책을 구성하는 부호 단어들을 선으로 연결하였다. 각각의 프로덕트 부호책은 $(n')^m = 4$ 개의 부호 단어로 구성되어 있다. 그림 2와 3의 부호책들은 각각 다른 초기 부호책을 사용하여 제안된 균집화 알고리즘으로 설계된 것들로 각각 다른 평균 왜곡을 나타내고 있다. 그런데 각 설계된 부호책의 초기 부호책은 설계된 부호책과 같은 배치를 가지고 있다. 다시 말해서 제안된 균집화 알고리즘으로 설계된 부호책의 성능은 초기 부호책의 선정에 좌우된다고 할 수 있다. 그러나 n' 와 N 이 커지게 되면 적절한 초기 부호책의 선정은 매우 힘들어 진다.

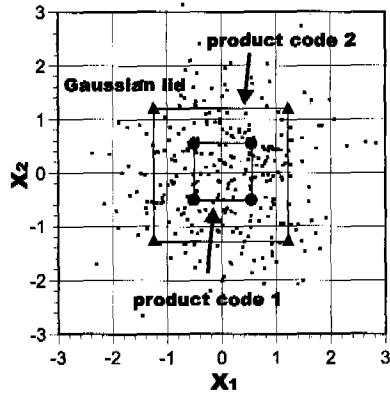


그림 3. SAPQ의 부호책 및 초기 부호책 (왜곡 -6.14 dB, 분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, $m = 2, n' = 2, N = 2$)

이러한 초기 부호책 설계를 위한 단순한 알고리즘을 다음과 같이 제안하였다. 소개될 알고리즘은 일종의 분할 기법에 기초한 것으로 N 개의 부호책 열을 구하기 위해 작은 상수 $\gamma (>0)$ 를 빼고 더하여 그 수를 두 배로 늘려 나간다. 이 분할 기법에서는 초기 부호책 C_0 을 얻기 위해 다음과 같은 시작 부호책 C_0^k 이 필요하다. 이 시작 부호책은 $C_0^k = C_{1,1}^k \times \dots \times C_{m,1}^k$ 의 형태를 가지고 있는데 m 개의 부호책 $C_{i,1}^k$ 은 A_{n_i} 에 속한 것으로 각각 X_i 에 최적인 Lloyd-Max 부호책^[6] 또는 준 최적 부호책을 사용하였다.

초기 부호책 설계 (분할 기법)

0. 초기화 ($k=0$): 부호책 크기 n'_i , 표본의 크기 m , 부가 정보 bit η , 분할 상수 γ , 시작 부호책 $C_0^k \subset R^m$, 그리고 TS $(x_{1,1}, \dots, x_{m,1})_{i=1}^M$.

1. 만일 $k \geq \eta$ 이면 정지. 이때 C_0^k 가 균집화 알고리즘을 위한 초기 부호책 C_0 이다. 그렇지 않으면 계속 진행.

2. k 를 1만큼 증가. 새로운 부호책 $C_0^k = \prod_{j=1}^{2^k} (C_{1,j}^k \times \dots \times C_{m,j}^k)$ 를 이전 반복에서의 부호책 $C_0^{k-1} = \prod_{j=1}^{2^{k-1}} (C_{1,j}^{k-1} \times \dots \times C_{m,j}^{k-1})$ 로부터 다음과 같이 구한다.

$$C_{i,j}^k = -\gamma + C_{i,j}^{k-1}, \quad C_{i,2^{k-1}+j}^k = \gamma + C_{i,j}^{k-1} \quad (16)$$

이 식에서 $i=1, \dots, m$ 이고 $j=1, 2, \dots, 2^{k-1}$ 이며, $C_{i,j}^k$ 는 이전 부호책 $C_{i,j}^{k-1}$ 의 coset으로 표현되어있다^[5].

3. 주어진 부호책 C_0^k 로 다음과 같은 양자화 과정을 통해 $2^k \sum_{i=1}^m n_i$ 개의 군집을 구한 뒤 그들의 centroid를 구해서 부호책 C_0^k 의 부호 단어를 갱신한다.

$$\min_{j \in \{1, 2, \dots, 2^k\}} \frac{1}{m} \sum_{l=1}^M \min_{y \in C_{i,j}^k} (x_{i,l} - y)^2, \quad (17)$$

다시 단계 1로 진행.

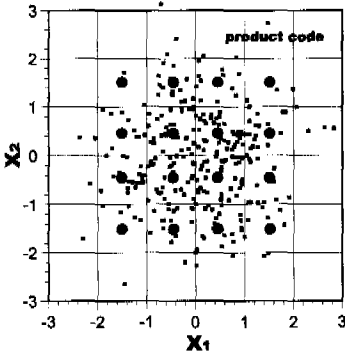


그림 4. PQ의 프리덕트 부호책 (왜곡 -9.30 dB, 분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, n = 4)

V. 모의 실험 결과 및 토론

제안한 SAPQ와 군집화 알고리즘으로 설계된 SAPQ 부호책의 성능을 고찰하기 위해 먼저 Gaussian i.i.d. 신호를 나타내는 TS를 사용하여 실험하였다. 참고로 본 실험에서는 주어진 신호에 충실한 부호책 설계를 위하여 TS의 크기를 설계하려는 SAPQ 부호 단어 개수의 5000배 이상으로 하였다^[7]. 또한 시작 부호책을 위한 분할 기법에서는 분할 상수를 $\gamma=0.001$ 로 사용하였다. 그림 4와 5에서는 PQ와 제안된 군집화 알고리즘을 사용하여 설계된 SAPQ의 부호책을 서로 비교하여 보았다. 이 그림에서 PQ는 $n=4$, SAPQ는 $n'=2, N=4$ 이므로 전송률은 모두가 같이 $R=2$ 이다. PQ는 그림 4에서 보는 바와 같이 모든 부호 단어가 직각의 격자 위에 놓여 있다(product code). 그러나 SAPQ의 경우에는 그림 5에서 보는 바와 같이 네 개의 프리덕트 부호책이 (product code 1~4) 2차원 공간에 임의로 놓일 수가 있으며, 이로 인하여 PQ보다 작은 양자화 왜곡을 얻을 수 있다.

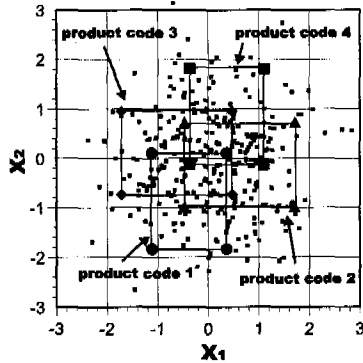


그림 5. SAPQ 부호책 (왜곡 -9.56 dB, 분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, m = 2, n' = 2, N = 4)

그림 6에는 군집화 알고리즘으로 부호책을 설계할 때 각 반복 때마다 왜곡 D_i 가 변하는 것을 SAPQ와 CSAPQ에 대해서 각각 도시하였다. 분할 기법에서 시작 부호책으로 사용된 부호책이 Lloyd-Max 양자기이므로 그림 6의 반복 시작의 왜곡 D_0 은 시작 부호책에 사용된 Lloyd-Max 양자기의 것과 비슷하며 반복이 진행되면서 왜곡이 감소하게 된다. CSAPQ의 경우 사용된 분할 기법으로 만들어진 초기 부호책의 구조가 CSAPQ의 부호책의 구조와 비슷하므로 비교적 빠른 수렴 속도를 보여주고 있다. 반면에 SAPQ의 경우에는 처음에는 CSAPQ의 부호책을 따라가는 듯 하다가 다른 부호책으로 수렴해 가는 것을 알 수 있다. 이렇게 해서 설계된 SAPQ 부호책이 그림 5에 도시되어 있으며, 그림 7에는 설계된 CSAPQ의 부호책을 도시하였다. 그림 7에서 보는 것과 같이 CSAPQ의 부호책은 직선 $x_2 = x_1$ 에 대해 대칭형태를 가지고 있으며 직선 위에 항상 n' 개의 부호 단어가 놓여 있음을 알 수 있다. 이는 m 개의 원소를 양자화 할 때 하나의 부호책 C_i 를 사용하기 때문이다.

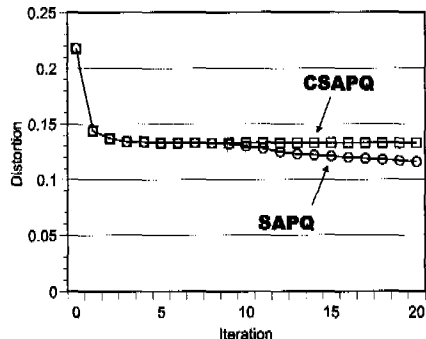


그림 6. 군집화 알고리즘에서 왜곡 수렴 곡선.

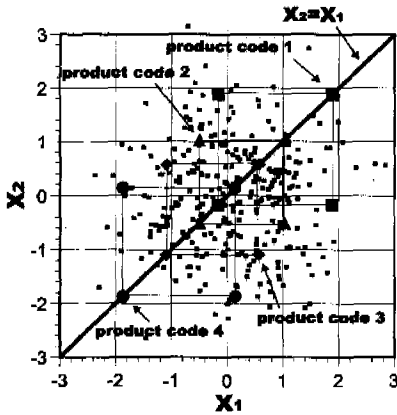


그림 7. CSAPQ의 부호책 (왜곡 -8.75 dB, 분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, $m = 2, n' = 2, N = 4$)

이제 이렇게 설계된 SAPQ와 CSAPQ의 성능을 PQ와 비교해 보자. 그림 4와 5의 PQ와 SAPQ의 비교에서는 SAPQ가 제 III장에서 성능을 고찰한 바와 같이 왜곡이 작다. 그러나 그림 7의 CSAPQ의 예를 보면 PQ보다 왜곡이 더 크다는 것을 알 수 있다. 그러나 CSAPQ의 경우에는 표본 크기 m 과 부가 bit η 가 커짐에 따라 PQ보다 왜곡이 작아 짐을 관찰 할 수 있다. 그림 8에 이러한 경우의 예를 도시하였다. (이 실험에서 입력은 Gaussian i.i.d. 신호로 분산은 1이며, PQ의 부호책 크기는 $n=8$ 이고 SAPQ 및 CSAPQ에서는 $n'=4$ 이고 $\eta=m$ 이다. 즉 그림 8의 모든 결과는 같은 전송률 $R=3$ 을 가지고 있다.) 더 나아가서 부호책의 크기 n' 가 커지게 되면 SAPQ의 결과와 CSAPQ의 결과가 비슷하게 되는데 이의 한 예를 그림 9에 도시하였다. 그림 9에서 η 와 m 의 관계는 $\eta=m$ 이다

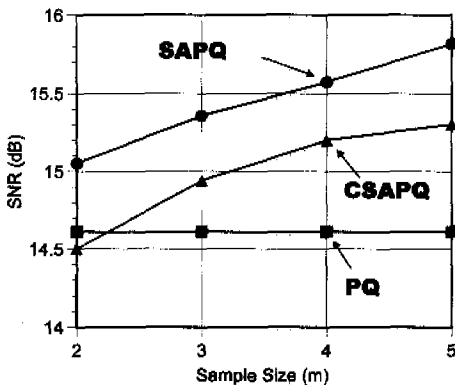


그림 8. PQ, SAPQ, CSAPQ의 표본 크기 m 에 대한 SNR ($R = 3$ bps, $n = 8, n' = 4, \eta = m$).

다음 결과는 CSAPQ를 여러 전송률에서 설계하여 그 성능을 PQ와 비교하여 그림 10과 11에 도시하였다. 이 그림에서 β 는 부가 부호책 크기와 표본 크기의 비로 $\beta := n'/m$ 으로 정의된다. 보다 구체적인 비교를 위해 PQ의 경우는 $n=19 (R \approx 4.25)$, CSAPQ의 경우는 $n'=16, N=2 \sim 16 (R=4.25)$ 에서 Gaussian i.i.d.와 Laplacian i.i.d.에 대해 각각 비교하여 표 2에 정리하였다. 표 2에서 보는 바와 같이 Gaussian pdf 경우 약 1.8 dB, Laplacian pdf의 경우 약 2.9 dB의 성능 향상이 있었음을 알 수 있다. 이는 표 1에 언급한 최대 이득에는 못 미치지만 Laplacian pdf에서 더 많은 이득을 얻을 수 있다는 사실을 뒷받침 해주고 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 일종의 구조적 제한 벡터 양자기 (vector quantizer: VQ)를 제안하였는데, 이는 스칼라 양자기(scalar quantizer: SQ)를 사용한 적응 양자기의 형태를 가지고 있어 그의 부호화 복잡도와 필요한 부호책의 크기는 SQ와 같이 매우 작으면서 VQ의 성능을 얻을 수 있다. 제안한 양자기는 매우 짧은 적응 주기를 가지고 있으므로 이를 표본 적응 프리덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)라 부르기로 하였다. 제안한 SAPQ는 특히 높은 전송률에서 VQ의 성능을 얻을 수 있으므로 VQ의 부호화 복잡도로 인해서 VQ를 사용 못한 곳에 적용할 수 있으리라 기대된다. 또한, 나아가서 고 전송률에서만 아니라 저 전송률에까지도 SAPQ 개념을 확대, 적용할 수 있을 것이다.

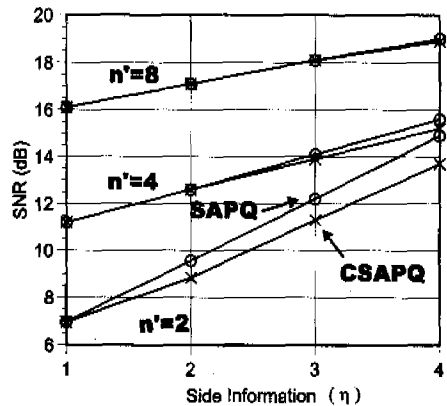


그림 9. 여러 부가 bit에 대한 SAPQ와 CSAPQ의 SNR (분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, $\eta = m$).

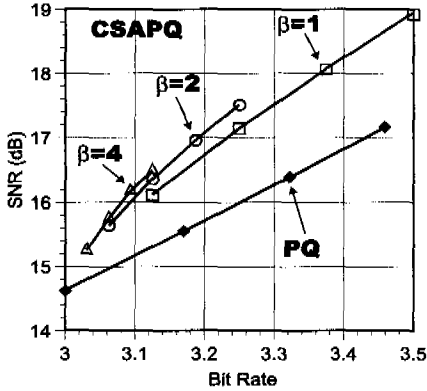


그림 10. CSAPQ와 PQ (분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, $n' = 8$).

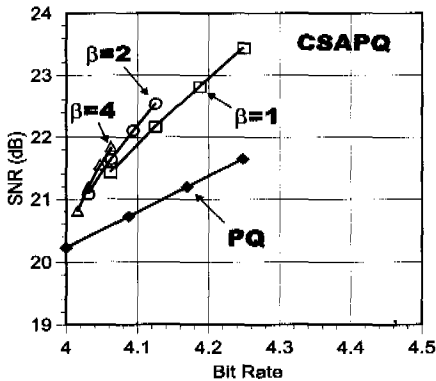


그림 11. CSAPQ와 PQ (분산 1을 가지는 Gaussian i.i.d. 신호, $n' = 16$).

표 2. QP와 CSAPQ의 왜곡 (dB) (R=4.25).

양자기	i.i.d. 신호	
	Gaussian	Laplacian
PQ ($n=19$)	-21.6	-19.5
CSAPQ ($n'=16$)		
$m=4, N=2$	-22.5	-20.7
$m=8, N=4$	-22.9	-21.6
$m=12, N=8$	-23.2	-22.1
$m=16, N=16$	-23.4	-22.4

참 고 문 헌

[1] L. R. Rabiner and R. W. Schafer, *Digital Processing of Speech Signals*. New Jersey: Prentice-Hall, 1978.

[2] A. J. Viterbi and J. K. Omura, *Principles of Digital Communication and Coding*. McGraw Hill, 1979.

[3] N. S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

[4] A. Gersho and R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.

[5] K. Janich, *Linear Algebra*. New York: Springer-Verlag, 1994.

[6] J. Max, "Quantizing for minimum distortion," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-6, pp.7-12, March 1960.

[7] D. S. Kim and M. R. Bell, "Bounds on the trained vector quantizer distortion measured using training data," Tech. Rep. TR-ECE 98-6, Purdue University, April 1998.

[8] M. Effros, "Optimal modeling for complex system design," *IEEE Signal Proc. Magazine*, vol. 15, no. 6, pp. 51-73, Nov. 1998.

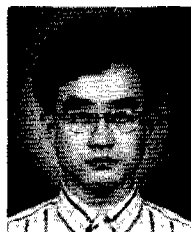
[9] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Novel quantization schemes for very low bit rate video coding based on sample-adaptation," Tech. Rep. TR-ECE 99-9, Purdue University, June 1999.

[10] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Quantization based on a novel sample-adaptive product quantizer (SAPQ)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-45, no. 7, pp. 2306-2320, Nov. 1999.

[11] 김동식, 이상욱, "표본 적응 프리덕트 양자기에 기초한 DPCM을 이용한 고 전송률 영상 압축," *한국 통신학회 논문지*, 게재 예정, 제 24권, 제 12호, 12. 1999.

김 동 식(Dong Sik Kim)

정회원



1986년 2월 : 서울대학교 제어 계측 공학과 학사.
 1988년 2월 : 서울대학교 제어 계측 공학과 석사.
 1994년 2월 : 서울대학교 제어 계측 공학과 박사.
 1986년부터~현재 : (주)오토만의

이사.

1996년 10월~1998년 5월: 미국 인디애나주 Purdue
대학의 연구원

1998년 6월~1999년 6월: 미국 인디애나주 Purdue
대학, School of Electrical and Compu-
ter Engineering의 연구 조교수

1999년 8월~현재: 한림대학교 전자공학부 조교수
<주관심 분야> 부호 이론, 양자화 이론, 영상 처리,
multimedia network, RF 회로 설계.

박 섭 형(Seop Hyeong Park) 정회원
한국통신학회 논문지, 제22권, 제4호 참조