

부호변환 및 비트 평면 상관도를 이용한 웨이블릿 기반 영상 압축

정희원 김승중*, 정제창*, 최병욱*

Image Compression Based on Wavelet Transform Using Shuffling and Bit Plane Correlation

Seungjong Kim*, Jechang Jeong*, Byunguk Choi* *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 선형 위상 응답 특성을 갖는 쌍직교 웨이블릿 변환(biorthogonal wavelet transform)을 이용하여 영상을 다중 해상도로 분해하고 분해된 부 밴드들을 최대 분할 이득(maximum classification gain)을 이용하여 분할하고 분할된 클래스 별로 최적 비트 할당을 통해 양자화 한 후, 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화를 이용한 영상 압축 방법을 제안한다.

제안하는 방법은 양자화 된 계수들에 대해 부호변환(shuffling) 과정을 거쳐 비트 평면 부호화 시, sign 비트 평면을 제거하여 부호화 성능을 향상시키며, 컨텍스트(context) 기반 비트 평면 부호화 시, 각각의 클래스 및 밴드별로 균일한(uniform) 컨텍스트를 부여하지 않고 현재 비트 평면과 이전 비트 평면 사이의 상관도(correlation)를 측정하여 가장 큰 상관도를 갖는 방향으로 컨텍스트를 부여하여 보다 효율적인 부호화 성능을 얻는 방법으로 부호화를 통해 제안한 방법의 우수성을 입증하고자 한다.

ABSTRACT

In this paper, we propose wavelet transform image compression method using shuffling and bit plane correlation. Proposed method is that original image decompose into multiresolutions using biorthogonal wavelet transform with linear phase response property and decomposed subbands are classified by maximum classification gain. And classified data sets in each subband are quantized using arbitrary set optimum bit allocation method. Quantized data sets in each subband are shuffled and context based bit plane arithmetic encoded. In context based bit plane arithmetic encoding, the context for each subband is not assigned uniformly, but assigned according to maximum correlation direction. Our results are comparable, or superior for some images at low rates, to published state-of-the-art coders.

I. 서 론

최근 영상, 비디오, 오디오 신호 처리 기술의 발달로 멀티미디어 통신 서비스가 국내외에서 상용화되고 있으며 멀티미디어 관련 기술의 상업적 이용이 커다란 관심을 끌고 있다. 통신 채널의 대역폭과

멀티미디어 응용분야에 따라 다양한 양질의 정보제공하고자 하는 스케일러빌리티(scalability)의 개념에도 불구하고, 멀티미디어 정보 중 영상정보의 대용량은 시스템의 효율을 저해하는 요인으로 작용하고 있다. 대용량의 영상정보를 고 능력으로 압축하면서 응용 분야에 따른 요구조건을 만족하기 위한 방법으로 JPEG, MPEG-1, MPEG-2, H.261과 H.263

* 한양대학교 전자통신공학과

논문번호: 99466-1123, 접수일자: 1999년 11월 23일

등 영상부호화에 대한 표준이 제정되었다. 또한, 차세대 영상부호화 방식으로 정지영상은 JPEG-2000을 중심으로 동영상은 MPEG-4를 중심으로 국제 표준의 제정이 완료 단계에 있으며 각국의 표준 및 기술 선점을 위한 연구가 활발히 진행되고 있다.

기존의 표준이외에 다른 방식의 영상부호화들도 연구되고 있으며, 대부분 자연 영상의 계층적 분류에 따른 모델 기반으로 볼 수 있고, 그 모델에 의해 특성화된 상호간의 의존성을 이용하는 것으로도 생각할 수 있다. 전형적인 변환과 부 밴드(subband) 부호화 알고리즘은 영상을 통계적으로 서로 다른 현대역의 신호원으로서 모델링 하였다. 비록, VQ^[3],^{8,9)}가 블록간의 연관성에 대한 모델은 제공하지 못했지만 기본적인 VQ 알고리즘은 영상 데이터의 블록간의 통계적 상관관계에 기반하고 있으며, 다양하고 복잡한 영상부호화 알고리즘들이 블록간의 연관성 모델 기반으로 제시되어 왔다. 즉, FSVQ^[4], LOT^[5], CVQ^[6], 영상 분할 모델 등이 그것이다. 이러한 접근 방법들의 성능은 양자화 전략(즉 밴드별 최적의 비트 할당^[7], 최적의 비휘일 스칼라 양자화^[10], Trellis 양자화^[11]) 등을 주의 깊게 고려해서 최적화 되었다.

웨이블릿 변환은 신호를 다해상도(multiresolution)로 분해하며, 입력 신호는 서로 다른 해상도로 표현하기 위한 부 신호들과 나머지 신호들을 표현하기 위한 세부 신호들로 나누어진다. 웨이블릿 변환된 영상신호는 서로 다른 주파수 특성을 가지며, 이들 간에는 어느 정도의 상관성이 존재한다. 웨이블릿 변환을 이용하여 영상을 다해상도로 분해한 후 영상을 압축하는 것은 기존의 DCT를 이용한 방법보다 압축률을 높일 수 있고 블록킹 현상이 일어나지 않아 인간의 시각에 보다 적절한 압축 방법이라 할 수 있다^[21-22].

Marr^[12]는 영상에서 밝기의 변화를 일으키는 물리적 현상이 공간적으로 지역화(locality)되어 있다는 것을 제안하였으며, 인간의 눈은 영상을 많은 수의 부 밴드들로 나누어 영상을 필터링하고, 각각은 주파수에서 하나의 옥타브(octave) 범위를 가지고 있고 공간적인 측면에서는 많은 수의 다른 스케일로 구성된 정보의 조합으로 생각될 수 있다는 결론을 얻었다.

Lewis^[1] 등은 인간시각을 고려한 Marr의 공간적 지역성(spatial locality)에 기반 한 웨이블릿 영상압축 알고리즘을 제안하였다. 즉, 가장 낮은 밴드의 웨이블릿 계수들은 그대로 전송하고, 나머지 부 밴드

는 부 밴드내에 0이 아닌 웨이블릿 계수들 중에 어느 것이 잡음에 상응하며 혹은 어느 정도 시각적으로 중요한지를 Marr의 공간적 지역화의 제약에 기반 한 알고리즘을 적용하였다.

Queiroz^[13] 등은 기존의 JPEG 코더와 호환성이 있으며, 높은 압축율에서 블록화(blocking artifacts) 및 링잉(ringing artifacts) 현상 등으로 복원화질이 저하되는 단점을 보완하여 JPEG 구조와 유사한 JPEG-Like 코더를 제안하였다. 즉, 하나의 웨이블릿 블록은 서로 다른 부 밴드에서 같은 공간적인 위치에 존재하는 웨이블릿 계수들을 그룹화 하여 구성된다. 이렇게 구성된 웨이블릿 블록의 계수들은 적절한 양자화 테이블을 이용하여 양자화 한 후, 부 밴드의 밴드별 방향 특성을 이용한 스캔방법으로 스캔하여 엔트로피 부호화 된다.

Xiong^[14] 등은 JPEG의 DCT 서브루틴^[15]과 Shapiro^[2]가 제안한 임베디드(embedded) 제로 트리 양자화를 결합하여 임베디드 비트 스트림을 발생시키는 DCT 기반의 임베디드 영상압축 코더를 제안하였다. DCT 기반의 임베디드 영상압축 코더는 Shapiro의 EZW 코더에 의해 얻어진 좋은 결과가 부분적으로는 웨이블릿 변환의 공헌 때문인 반면, DCT 또한 임베디드 제로 트리 양자화기와 결합될 수 있음을 제시하였고 복원된 영상은 JPEG과 Shapiro의 EZW 코더보다 향상된 PSNR을 가져왔다.

Xiong^[17] 등은 웨이블릿 코딩 알고리즘^[12]을 기반으로 자연 영상이 주파수와 공간 모두에서 에너지 집중도의 선형결함으로서 특징 지워질 수 있다는 사실(영상내의 에너지 대부분이 저주파 영역에 집중되어 있으며 남아있는 고주파성분의 대부분 에너지가 에지 주위에 몰려있음)을 이용한 매우 효율적인 영상압축 방법을 제안하였다. 즉, 공간적 양자화 모드(제로트리 양자화)와 각 계수의 주파수 밴드의 스칼라 양자화를 동시에 최적화 할 수 있는 영상 압축 알고리즘을 제안하였다.

Said와 Pearlman^[16]은 SPIHT를 제안하였으며, EZW와 마찬가지로 완벽하게 임베디드된 비트 스트림 형태의 코드를 생성하여 크기에 따른 부분 순서화(partial ordering), 순서화된 차레로 비트 평면 전송, 그리고 다른 스케일간의 자기 상관성을 이용하여 부호화 한다. SPIHT는 EZW 보다 향상된 압축율을 제공하며 산술 부호화에 의한 비트 스트림의 엔트로피 부호화 과정을 생략함으로써 빠른 부호화 속도를 제공할 수 있었다.

웨이블릿 변환된 영상의 부밴드는 극부적으로 비정상(nonstationary)적인 특성을 가지며, 이러한 특성을 충분히 이용하기 위해서는 계수 분할(classification) 기법이 요구된다. 한편, 웨이블릿 변환된 영상에서 저주파 성분을 갖는 LL 밴드는 원 영상과 유사한 통계적 특성을 가지는 반면 고주파 성분을 갖는 밴드들은 밴드내 상관성이 작다. 따라서, LL 밴드는 변환이나 예측(prediction)을 통해 상관성을 제거하고 고주파 성분을 갖는 밴드들은 비기억 신호원(memoryless source)으로 모델링 하면 효율적인 압축 성능을 얻을 수 있다. 그러나, 분해된 영상의 에너지 분포를 보면 원 영상의 에지 성분에 일치하는 영역 주변에 상당히 집중되어 있음을 알 수 있다. 이와 같은 비정상적 특성을 이용하는 것은 영상 압축에 있어서 중요한 요소이며, Joshi^[18] 등은 분할 이득(classification gain)이라는 관점에서 분할로 인해 얻을 수 있는 이점들을 제시하였다.

기존의 비트 평면 부호화 방법은 sign 비트 평면을 비롯하여 데이터 비트 평면 모두를 부호화 함으로써, sign 비트 평면이 갖는 랜덤한 특성 때문에 오히려 압축을 저하할 초래한다. 또한, 컨텍스트 비트 평면 부호화 시 부여되는 컨텍스트도 밴드별로 균일하게 부여함으로써, 부밴드 자체의 극부적인 특성을 제대로 반영하지 못한다. 따라서, 본 논문에서는 웨이블릿 변환된 계수들에 대하여 부 밴드별로 최대 분할 이득(maximum classification gain) 방법^[18]으로 분할하고 분할된 각 클래스 별로 최적 비트 할당을 통해 양자화 한 후, 양자화된 계수들에 대해 클래스 별로 다른 부호화 방법을 적용하여 영상 데이터를 압축하는 방법을 제안하고자 한다. 제안하는 방법은 그림 1과 같이 각각의 분할된 클래스별로 최적 비트 할당을 통해 양자화 하고 부호변환 과정을 거쳐 비트 평면 부호화 시, sign 비트 평면을 제거하여 부호화 성능을 향상시켰다. 또한, 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, 각각의 클래스 및 밴드별로 균일한(uniform) 컨텍스트를 부여하지 않고 현재 비트 평면과 이전 비트 평면 사이의 상관도를 측정하여 가장 큰 상관도를 갖는 방향으로 컨텍스트를 부여하여 보다 효율적인 부호화 성능을 얻는 방법을 제안하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 [18]에서 제안한 최대 분할 이득을 이용한 웨이블릿 변환된 계수들의 분할 방법에 대해 설명하고 3장에서는^[20] 및 JPEG-2000에 기술된 클래스 별 최적 비트 할당 방법을 설명한다. 4장에서는 본 논문에서 제안

한 부호변환 및 비트 평면 상관도를 고려한 클래스별 엔트로피 부호화 방법을 제시하며, 5장에서는 제안한 부호화 방법의 성능 평가를 실시하고 6장에서 결론을 맺는다.

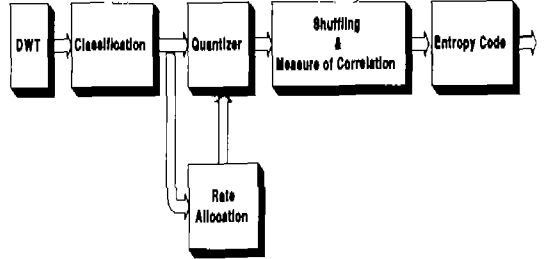


그림 1. 제안하는 부호화기의 시스템 블록도

II. 최대 분할 이득을 이용한 분할

계수 분할을 통한 양자화 기법에서는 분할 이득이 최대가 되도록 계수들을 분할하게 되는데, 웨이블릿 변환된 계수들의 분할 이득은 비정상 신호원에 대해서 식(1)과 같이 표현된다.

$$G_c = \frac{\varepsilon_x^2 \sigma_x^2 2^{-2R_T}}{\prod_i (\varepsilon_i^2, \sigma_i^2)^{p_i} 2^{-2R}} \quad (1)$$

식(1)에서 J 는 분할한 클래스 수, G_c 는 분할 이득, 분할되는 신호원 X 와 X_i ($1 \leq i \leq J$)에 대해 평균을 0, $\varepsilon_x^2 = \varepsilon^2$, 으로 가정하여 이득을 구하는 방법이다. 식(1)에서 σ_x^2 는 평균이 0인 비정상 신호원(non-stationary source) X 의 분산을 의미하고 σ_i^2 는 신호원 X_i 에 대한 분산을 의미한다. 또한, R_T 는 신호원 X 의 목표 비트율률 의미하며, R 은 신호원 X_i 의 비트율을 의미한다. ε_x^2 및 ε_i^2 는 각각 신호원 X 및 X_i 에 대한 파라미터로서, 신호원의 밀도(density) 및 엔트로피 부호화 방법에 의존하지만, 비트율에는 무관한 상수이다. 한편, p_i 는 주어진 샘플이 신호원 X_i 에 속할 확률율 의미하며, $p_i = N_i/N$ 인 관계가 있다. 여기에서, N_i 는 신호원 X_i 에 속한 전체 블록의 개수물 의미하며, N 은 이미지 전체의 블록 개수물 의미한다.

이와 같은 조건하에 블록들을 J 개의 클래스로 분할한다고 가정하고 $\varepsilon_x^2 = \varepsilon^2$, $R_T = R$ 라 가정하면 분할 이득은 식(2)와 같이 간략화되고 계수 분할

은 식(2)가 최대가 되도록 하는 문제로 귀착된다. 따라서, 최대 분할 이득을 위한 분할 문제는 식(3)과 같이 모델링 할 수 있다.

$$\frac{\sigma_j^2}{\prod_1^j (\sigma_j^2)^{N_j}} \quad (2)$$

$$\min_{N_1, N_2, \dots, N_j} \prod_1^j (\sigma_j^2)^{N_j} \quad (3)$$

식(3)에서 j 는 클래스 수, N 은 분할하고자 하는 전체 블록 수를 의미한다. 결국 최대 분할이득은 $\sum_1^j N_i = N, N_i > 0, 1 \leq i \leq j$ 하에 식(3)을 만족하도록 분할한다. 최대 분할 이득을 이용한 분할 알고리즘은 Algorithm 1과 같다.

Algorithm 1 : Maximum Classification Gain

(0) $1 \leq i \leq j$ 에 대해 $\sum_1^j N_i = N, N_i > 0$ 을 만족하도록 N_1, N_2, \dots, N_j 를 초기화한다. 여기서 j 는 1 이고 $N_{prev} = [N_1, N_2, \dots, N_j]^T$ 라고 하자.

- (1) $N_j + N_{j+1} = N_j + N_{j+1}$ 와 $(\sigma_j^2)^{N_j} \times (\sigma_{j+1}^2)^{N_{j+1}}$ 가 최소가 되도록 N_j 과 N_{j+1} 을 찾는다.
- (2) $N_j = N_j, N_{j+1} = N_{j+1}$ 이 되도록 블록의 개수를 조정한다.
- (3) j 를 1만큼 증가시키고 만약 $j < J$ 을 만족하면 (1)로 이동한다.
- (4) $N = [N_1, N_2, \dots, N_j]^T$ 으로 설정하고 만약 $N = N_{prev}$ 이면 알고리즘 수행을 멈추고 그렇지 않으면 $j=1, N_{prev} = N$ 로 조정하고 (1)로 이동한다.

그림 2는 최대 분할 이득을 통해 4개의 클래스로 분할된 결과를 보여주고 있으며, 그림에서도 알 수 있듯이 영상의 국부적인 특성에 따라 효율적으로 분할됨을 볼 수 있다. 그러나, 영상의 국부적 통계 특성을 고려하여 분할했기 때문에 계수 분할 정보인 맵(map)을 전송해야 한다. 이는 영상을 낮은 비트율로 전송함에 있어서 많은 오버헤드(overhead)이며, 웨이블릿 변환된 부 밴드 전체에 대해 맵 정보를 전송하는 것은 압축률에 있어서 상당히 많은 부담을 주게 된다.

이러한 문제점의 해결은 웨이블릿 변환된 부 밴드간의 상관성을 이용하면 가능하며, 그림 2에서의

같이 에지 성분을 포함하여 에너지가 높은 영역들이 같은 방향으로 상당히 유사함을 알 수 있다. 이는 각 방향으로 그림 3과 같이 같은 맵 정보를 적용함으로써 오버헤드를 줄일 수 있다. 즉, 그림 3은 3레벨로 분해된 웨이블릿 변환 계수들을 2개의 클래스로 분할한 결과를 보이고 있으며, "0"의 의미는 클래스 1, "1"의 의미는 클래스 2를 각각 의미한다. 따라서, LH 방향은 레벨별로 동일한 클래스 맵 정보를 적용하며, HL, HH 방향도 각 방향으로 동일한 맵 정보를 적용하는 것을 의미한다. 그러므로, 실제로 전송해야 하는 맵 정보는 가장 상위 레벨의 맵 정보만이 전송되며, 오버헤드 정보는 무시할 만큼 매우 작다.



그림 2. 최대 분할 이득을 이용한 Lena 영상의 분할 맵 ($J=4$)

0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

그림 3. 방향별 맵 정보 이용 방법

그림 3과 같이 방향별로 같은 맵 정보를 적용하는 방법에는 가장 낮은 레벨로부터 상위 레벨로 맵 정보를 적용하는 방법, 또는 레벨 2로부터 레벨 1, 레벨 3, 4 등으로 적용하는 방법 등이 있다. 실험 결과에서도 언급하겠지만, 성능면에서 입력 영상에 따라 맵 정보 적용 방법을 달리하는 것이 가장 낮은 레벨로부터 상위 레벨로 적용하는 것보다 효율적이다.

III. 클래스별 비트 할당 및 양자화

분할을 통해 계수들을 통계적 특성에 따라 분류한 다음 분할된 맵에 따라 클래스별로 적절한 비트를 할당해야 한다. 최적 비트 할당은 변환된 영상의 밴드별로 비트를 할당하는 방법이지만 이를 맵 정보에 따라 밴드내 클래스별로 변경할 경우 비트 할당에 상당한 오류를 보임을 실험으로 확인할 수 있었다. 따라서 보다 효과적인 비트 할당이 맵 정보에 따라 이루어지게 하려면, 각 클래스 집합별로 GGD (General Gaussian Distribution) 신호원을 특징짓는 모양 정보(shape parameter)를 추출하여 이에 상응하는 정규 비트율-왜곡 곡선(R-D curve)을 이용하면 된다.

본 논문에서 사용한 비트 할당 모델은 [19-20]에서와 같이 계수들을 양자화 하는 데에 있어 비트율-왜곡 성능을 예측하기 위한 통계적 모델이며, 비트율-왜곡 모델은 일반화된 가우시안 확률 밀도 함수에 따라 자기 다른 형태로 모델링 되며, 이는 주어진 제한 비트율에서 예측된 MSE(Mean Square Error)를 최소화하는 모델이다. 각각의 클래스 시퀀스에 대해 비트를 할당하기 위해 먼저 식(4)와 같이 평균이 "0"인 일반화된 가우시안 분포로 모델링한다.

$$p(x) = \frac{\alpha}{2\sigma \Gamma(1/\alpha)} \sqrt{\frac{\Gamma(3/\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)}} \times \exp\left\{-\left(\sqrt{\frac{\Gamma(3/\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)}} \left|\frac{x}{\sigma}\right|\right)^\alpha\right\} \quad (4)$$

식(4)에서 α 는 GGD 파라미터로서, $\alpha \in \{0.5, 0.75, 1.0, 1.5, 2.0\}$ 중에 하나가 선택된다. $\alpha = 1.0$ 인 경우는 라플라시안 분포에 해당되고, $\alpha = 2.0$ 인 경우는 가우시안 분포가 된다. 따라서 비트율 할당의 첫번째 과정은 각각의 시퀀스에 대해 GGD 파라미터를 구하는 것이며, 이는 시퀀스의 Kurtosis를 통해서 구할 수 있다. 주어진 시퀀스에

대한 Kurtosis는 식(5)와 같이 구할 수 있으며, i 번째 시퀀스에 대한 α 값은 식(6)을 이용하여 구할 수 있다.

$$K_i = \frac{\sum (X_{ij} - \bar{X}_i)^4}{\sigma_i^4} \quad (5)$$

$$K_i = \frac{\Gamma(5/\alpha)\Gamma(1/\alpha)}{\Gamma(3/\alpha)^2} \quad (6)$$

i 번째 시퀀스에 대한 GGD 파라미터를 α_i , 비트율 R_i 에 대한 양자화 MSE를 $d_i(R_i)$ 라 하면, 주어진 비트율 R 에 대해 전체적인 MSE를 최소화하도록 각각의 시퀀스에 대한 비트율 할당은 식(7)과 같이 Lagrangian 함수로 표현된다.

$$J = \sum_i \gamma_i \sigma_i^2 d_i(R_i) + \lambda \sum_i \beta_i R_i \quad (7)$$

식(7)에서 β_i 는 sequence weight, γ_i 는 시퀀스의 energy weight를 의미한다. 식(7)을 R_i 에 대해 미분하면, 식(8)과 같으며 식(8)을 $d_i'(R_i)$ 에 관해 정리하면 식(9)와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial J}{\partial R_i} = \gamma_i \sigma_i^2 d_i'(R_i) + \lambda \beta_i = 0 \quad (8)$$

$$-d_i'(R_i) = -\frac{\lambda \beta_i}{\gamma_i \sigma_i^2} \quad (9)$$

g_i 를 $-d_i'$ 의 역함수라 하면, R_i 는 식(10)과 같이 표현된다. 따라서, g_i 를 해석적으로 모델링하고 Algorithm II을 반복적으로 수행하므로써 적절한 비트율 할당을 이끌어 낼 수 있다.

$$R_i = g_i\left(\frac{\lambda \beta_i}{\gamma_i \sigma_i^2}\right) \quad (10)$$

Algorithm II : Lagrangian rate allocation

(0) Choose λ

(1) Compute

$$R_i = g_i\left(\frac{\lambda \beta_i}{\gamma_i \sigma_i^2}\right), \quad i = 1, 2, \dots, K$$

(2) Compute $R^* = \sum_i \beta_i R_i$

(3) If R^* is not equal to the desired rate, adjust λ and return to (1)

각각의 시퀀스에 비트율이 할당되면 이에 대응하는 양자와 스텝 사이즈는 식(11)과 같이 구할 수 있다. 결국, 양자와 스텝 사이즈는 f_i 와 g_i 를 해석적으로 모델링하면 구해진다.

$$\Delta_i = f(R_i) = f_i \left(g_i \left(\frac{\lambda \beta_i}{\gamma_i \sigma_i} \right) \right) \quad (11)$$

비트 할당 모델은 높은 비트율의 경우와 낮은 비트율의 경우로 나누어 모델링되며, 높은 비트율일 경우 비트율-왜곡 관계는 식(12)와 같이 표현된다.

$$d_i(R_i) = \epsilon^2 2^{-2R_i} = c_i \frac{d_i^2}{12} \quad (12)$$

c_i 는 신호원의 밀도와 독립적이고 1보다 작다고 가정하고 식(12)를 미분하면 식(13)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \log(-d'(R_i)) &= -2R_i \log(2) + \log(2 \epsilon^2 \ln 2) \\ &= m_1 R_i + b_1 \quad (13) \\ &= 2 \log(\Delta_i) + \log\left(\frac{c_i \ln 2}{6}\right) \\ &= m_2 \log(\Delta_i) + b_2 \end{aligned}$$

$-d'$ 는 음이 아닌 값을 가지며 식(13)은 높은 비트율에서 R_i 와 $\log(\Delta_i)$ 가 $\log(-d')$ 의 선형 함수로 모델링됨을 보여준다. 식(13)과 같은 모델은 그림 4와 같이 높은 비트율에서 정확한 반면 낮은 비트율에서는 선형방정식이 주어진 조건을 만족하기에 불충분하다. 따라서 낮은 비트율에서도 효과적으로 적용되는 모델을 구하기 위해서는 식(13)과 같은 선형근사식에 쌍곡선 항을 추가하여 비선형 구간을 보정하면 된다. 식(13)을 R_i 에 관해 정리하고 높은 비트율 모델 R_h 로 표현하면 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} R_h &= \frac{-1}{2 \log 2} \log(-d') + \frac{1}{2 \log 2} \log(2 \epsilon^2 \ln 2) \\ &= m_h \log(-d') + b_h \quad (14) \end{aligned}$$

R_h 에 추가될 쌍곡선 항은 근사적으로 식(14)와 같은 모델이 낮은 비트율에서 0으로 접근하도록 하기 위함이며, y 축에 초점을 가지고 있는 쌍곡선 방정식은 식(15)와 같다.

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad (15)$$

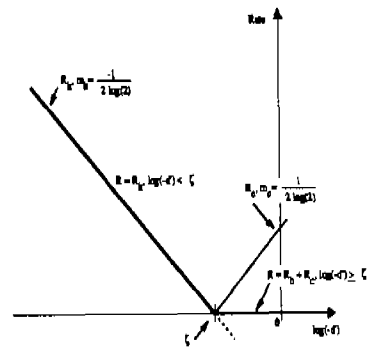


그림 4. 비트 할당 모델의 직선 근사

쌍곡선의 점근선 기울기는 a/b , $-a/b$ 이며, 높은 비트율에서 R_h 는 $zeta = \log(2 \epsilon^2 \ln 2)$ 에서 x 와 만나게 되는데, 그림 5와 같이 그 점에 보상항인 R_c 를 더하면 선형근사식은 튀어지게 되어 x 축 위에 놓이게 된다. 즉 $\log(-d') < zeta$ 에 대해서는 R_h 모델을 이용하고, $\log(-d') \geq zeta$ 에서는 $R_h + R_c$ 모델을 이용한다. 쌍곡선 점근선이 $zeta$ 를 통과하고 기울기 $m_c = 1/2 \log 2$, $a = m_c b$ 에서 $(-b + zeta, -a)$ 점을 지나는 것을 고려하면 쌍곡선은 식(16)과 같고 이에 따른 보상항은 식(17)과 같이 표현된다.

$$\frac{(R_c + m_c b)^p}{(m_c b)^p} - \left(\frac{\log(-d') + b - zeta}{b} \right)^p = 1 \quad (16)$$

$$R_c = m_c b \sqrt[p]{1 + \left(\frac{\log(-d') + b - zeta}{b} \right)^p} - m_c b \quad (17)$$

식(17)에서 b 와 p 는 모델과 실제 데이터간의 에러가 최소가 되도록 선택되게 되는데 이는 GGD 파라미터에 따라 다르게 선택된다. 또한 매우 낮은

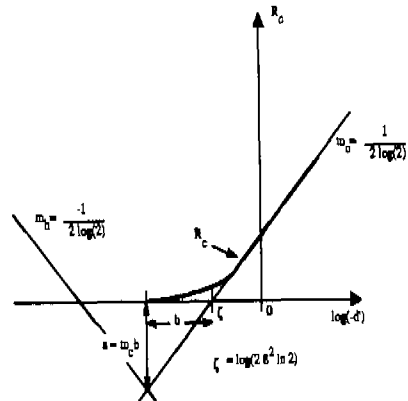


그림 5. 비트 할당 모델의 쌍곡선 보정항 근사

비트율에서는 R_h 의 기울기가 매우 근소하게 변하므로 이를 보정하기 위해 식(18)과 같이 두 번째 선형 항을 추가한다.

$$R_l = m_l v + b_l \quad (18)$$

식(18)에서 $v = \log_{10}(-d'_i)$ 으로 가정하고 $v \geq y_1$ 인 구간에 대해서는 식(19)와 같은 비트율 할당 모델을 이용하고 $v \geq y_2$ 인 구간에 대해서는 식(20)과 같은 모델을 이용하여 종합적인 비트율 할당 모델을 완성한다. 여기에서, y_1, y_2 는 $\log(-d')$ 축 상의 좌표 값을 의미한다. 식(19), (20)에서 R_h 는 식(14)를 이용하고 R_c 는 식(17)을 이용하여 구한다.

$$R_l = R_h + R_c + R_i \quad (19)$$

$$R_l = R_h + R_c \quad (20)$$

각각의 시퀀스에 대해 할당된 비트율을 이용하여 웨이블릿 계수를 양자화 하기 위한 양자화 스텝 사이즈는 식(21)과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \Delta_h &= m_h v + b_h \\ \Delta_c &= m_c b \sqrt{1 + \left(\frac{v+b-c}{b}\right)^2} - m_c b \\ \Delta_i &= m_i v + b_i \\ \Delta_l &= 10^{(\Delta_h + \Delta_c + \Delta_i)} \end{aligned} \quad (21)$$

한편, 스텝 사이즈를 구하기 위한 각각의 파라미터 값들은 많은 실험을 통해 양자화 MSE가 최소가 되도록 선택된다.

IV. 부호변환 및 상관도를 이용한 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화

1. 부호변환(shuffling)

컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, MSB 쪽의 비트 평면 데이터는 데이터들 간에 상관도가 높지만 LSB 및 sign 비트 평면은 거의 랜덤한 특성을 갖는다. 이러한 특성은 컨텍스트 기반 부호화 시, 부호화 성능을 저해하는 요인이 된다. 따라서, 본 논문에서는 비트 평면 부호화에 앞서 양자화 된 계수들에 대하여 부호변환을 수행하여 sign 비트 평면을 제거한 후, 엔트로피 부호화 하는 방법을 제안한다.

부호변환 방법은 식(22)와 같이 수행된다. 양자화된 i 번째 계수 x_i 에 대하여 x_i 가 음의 정수이면 양의 정수 홀수 쪽으로 부호변환 하고 x_i 가 양의 정수이면 양의 정수 짝수 쪽으로 부호변환을 수행하여, 결국 sign 비트 평면이 발생되지 않도록 한다. 부호변환 과정을 그림으로 나타내면 그림 6과 같다. 물론, 부호변환 과정을 통해 sign 비트 평면은 발생되지 않도록 하였으나, 원래 데이터 비트 평면에 비해 추가로 하나의 데이터 비트 평면이 더 발생된다. 결국, 전체적인 비트 평면의 개수는 동일하지만, 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, 부호화 성능은 부호변환을 수행한 것이 보다 효율적임을 실험 결과 확인할 수 있었다.

$$y_i = \begin{cases} 2|x_i| - 1, & \text{if } x_i < 0 \\ 2x_i, & \text{if } x_i > 0 \\ 0, & \text{if } x_i = 0 \end{cases} \quad (22)$$

2. 상관도를 이용한 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화

양자화된 계수들에 대한 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, 기존의 방법과 같이 균일한 컨텍스트를 주어 부호화 하는 방법은 웨이블릿 부 밴드의 특성을 제대로 반영하지 못한다. 즉, 웨이블릿 계수들은 밴드별로 다른 방향성을 가지고 있으며 밴드별 상관도 역시 방향별로 다른 특성을 가지고 있다.

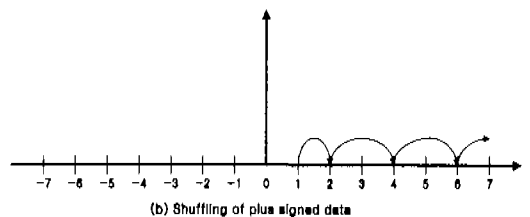
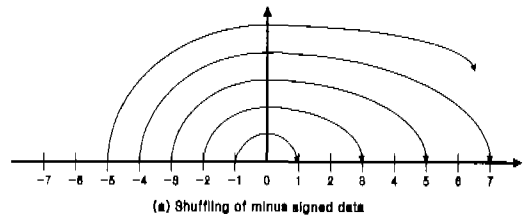


그림 6. 부호변환 방법

따라서, 본 논문에서는 분할된 각 클래스별로 양자화 된 계수들에 대한 엔트로피 부호화 시, 밴드별로 분할된 맵 정보를 이용하여 각 클래스 데이터들 방향별로 스캔한 후, 밴드별, 클래스별로 분할된 비

트 평면에 대하여 현재 부호화 하고자 하는 비트 평면과 이전 비트 평면과의 상관도(correlation)를 식(23)과 같이 수직, 수평, 대각방향으로 측정하여 가장 큰 상관도를 갖는 방향으로 컨텍스트를 부여 하여 비트 평면 부호화를 수행한다.

$$\rho_d = \frac{\langle \overline{P_0^d}, \overline{P_1^d} \rangle}{\| \overline{P_0^d} \| \| \overline{P_1^d} \|}, \quad d=0,1,2,3 \quad (23)$$

where,

$\overline{P_0}$: previous bit plane data

$\overline{P_1}$: current bit plane data

식(23)에서 분자 부분은 내적(inner product)을 의미하며, 분모는 각 벡터의 norm을 의미한다. 또한, ρ_0 는 수평방향, ρ_1 는 수직방향, ρ_2 는 대각방향(\nearrow), ρ_3 는 대각방향(\searrow)의 상관계수를 각각 의미한다. 식(23)에 의해 구해진 각 방향별 상관계수에 대하여 식(24)와 같이 가장 큰 상관계수를 갖는 방향을 구한다.

$$\rho = \max\{\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3\} \quad (24)$$

가장 큰 상관도를 갖는 방향이 정해지면, 그 방향으로 어떤 컨텍스트를 사용하여 부호화 할 것인가를 결정해야 한다. 즉, 그림 7과 같이 주어진 기본 컨텍스트로부터 각 방향별로 존재할 수 있는 컨텍스트는 그림 8과 같고 상관도가 가장 큰 방향으로 2 컨텍스트를 사용할 것인지 아니면 4 컨텍스트를 사용할 것인지를 결정해야 한다.

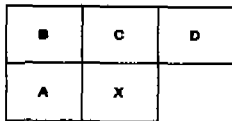


그림 7. 기본 컨텍스트

이를 위해서는 먼저, 가장 큰 상관도를 갖는 방향으로 식(25) 및 (26)과 같이 각각의 컨텍스트에 대하여 출현 빈도를 계산한다. 즉, 부호화 하고자 하는 L 개의 샘플 데이터에 대하여 가장 큰 상관도를 갖는 a 방향으로 출현 빈도를 계산한다. 2 컨텍스트의 경우에 X_a 는 그림 8과 같이 각 방향별로 사용되는 컨텍스트 위치의 비트 평면 데이터를 의미하며, X 는 현재 부호화 하는 비트 평면 데이터를 의미한다. 또한 함수 $N(\cdot)$ 은 주어진 컨텍스트 위

치의 데이터가 i 와 같고 현재 부호화 하는 데이터가 j 와 같을 경우에만 "1"의 값을 갖게끔 한다. 따라서, 현재 부호화 하고자 하는 전체 비트 평면 데이터 중에 i, j 가 출현하는 빈도 $P_d^{i,j}$ 는 함수 $N(\cdot)$ 을 만족하는 개수의 합을 전체 샘플 데이터로 나눈 값이 된다.

4 컨텍스트의 경우에는 식(26)에 의해 출현 빈도가 계산되며, 대각방향 "\("은 존재하지 않으므로 방향별 컨텍스트 X_d^0, X_d^1 는 집합 $\{A, B, C\}$ 내에서 결정된다.

1) case of 2 context

$$P_d^{i,j} = \frac{1}{L} \sum_{\tau=0}^{L-1} N(X_d = i, X = j) \quad (25)$$

where, $i, j \in \{0, 1\}$, $X_d \in \{A, B, C, D\}$,

$$N(X_d = i, X = j) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_d = i, X = j \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

2) case of 4 context

$$P_d^{i,j,k} = \frac{1}{L} \sum_{\tau=0}^{L-1} N(X_d^0 = i, X_d^1 = j, X = k) \quad (26)$$

where, $i, j, k \in \{0, 1\}$, $X_d^0, X_d^1 \in \{A, B, C\}$

$$N(X_d^0 = i, X_d^1 = j, X = k) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_d^0 = i, X_d^1 = j, X = k \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

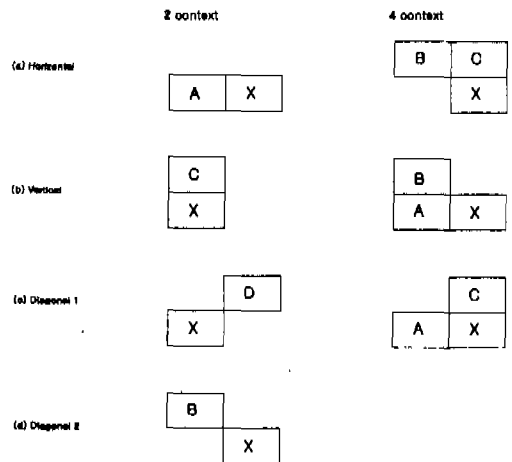


그림 8. 방향별 컨텍스트

식(25) 및 (26)에 의해 계산된 결과에 대하여 식(27)과 같이 가장 큰 출현 빈도를 갖는 컨텍스트를

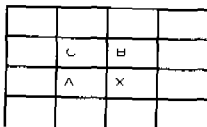
결정하게 된다. 만약, $P_d^{i,j}$ 가 선택되면 2 컨텍스트 중에서 가장 큰 상관도를 갖는 방향의 컨텍스트가 비트 평면 부호화 시 이용되며, $P_d^{i,j,k}$ 가 선택되면 4 컨텍스트 중에서 해당하는 방향의 컨텍스트를 이용하게 된다.

$$final\ context = \max \{ P_d^{i,j}, P_d^{i,j,k} \} \quad (27)$$

V. 실험결과 및 고찰

실험에 사용한 영상은 512×512 Lena 및 Barbara 영상을 사용하였고 쌍직교 웨이블릿 변환을 위한 저대역 및 고대역 필터는 Daubechies의 9/7 탭 필터를 사용하였다. LL 밴드 부호화는 JPEG의 무손실 압축 모드에서 사용되는 방법을 변형하여 사용하였다. 이 방법은 LL 밴드를 양자화 하고 양자화된 LL 밴드에 대하여 DPCM 한 후, 예측 오차를 오차의 비트 크기 정보와 차이값의 정보로 나누어 각각 부호화 하는 방식이다. 그림 9와 같이 여러 가지 예측 모드 (prediction mode)를 사용하여 차이값의 정보가 가장 적게 발생하는 예측 모드를 선택하고 선택된 예측 모드로 LL 밴드를 부호화 한다.

제한한 방법의 우수성을 입증하기 위해서 실험은 4가지 방법으로 수행하였으며, 실험 결과에 대해 기존의 방식과 비교, 분석하였다. 각각의 방법별로 최대 분할 이득을 이용하여 웨이블릿 변환된 계수들을 분할하고 분할된 각각의 클래스에 대해 비트 할당 후, 할당된 비트를 이용하여 양자화 하는 모듈까지는 공통으로 적용된다. 차이점은 엔트로피 부호화 모듈 어떤 방식으로 수행하는지에 따라 다르다. 각 방법별 설명은 다음과 같다.



Mode	Prediction Method
0	A
1	B
2	C
3	A+B-C
4	A+(B-C)/2
5	B+(A-C)/2
6	(A+B)/2
7	if A-B < B-C C else A

그림 9. LL 밴드 부호화를 위한 예측 모드

방법 I은 분할된 각각의 클래스에 대하여 상위 레벨부터 하위 레벨까지 방향별로 스캔한 후, 비트 평면 부호화를 적용하지 않고 적응적 산술 부호화 (adaptive arithmetic coding) 수행하였다. 방법 II는 각각의 클래스에 대하여 부 밴드별로 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화를 수행한 방법이며, 클래스 및 부 밴드별로 균일한 컨텍스트를 부여하여 부호화 하였다. 방법 III은 제한한 부호변환 및 비트 평면 상관도에 따라 각각의 클래스 및 부 밴드에 컨텍스트를 부여하여 비트 평면 부호화를 수행한 방법이다. 그리고 방법 IV는 클래스의 개수를 2로 했을 경우, 클래스 1은 제한한 부호변환 및 비트 평면 상관도를 고려한 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화를 적용하였고 클래스 2는 비트 평면으로 분할하지 않고 양자화된 계수들을 적응적 산술 부호화를 수행 하였다. 왜냐하면, 클래스 1은 데이터들의 분산이 매우 적고 양자화된 계수값도 상당히 작으므로 적은 비트 평면으로 표현할 수 있다. 그러나, 클래스 2는 데이터들의 분산이 비교적 크고 값들 또한 크기 때문에 비트 평면 부호화 방식을 이용하면 오히려 압축을 저하할 가져오기 때문이다.

표 1 및 그림 10, 11은 Lena 영상에 대한 방법별 실험 결과물 보이고 있다. 모든 비트율에 대해 SFQ^[16] 및 SPIHT^[17] 보다는 다소 PSNR이 낮지만, EZW^[2] 보다는 0.5dB 이상 좋은 결과물 보였다. 방법별로는 밴드별로 균일한 컨텍스트를 부여한 방법 (방법 II)이 가장 낮은 결과물 보였으며, 방법 I과 방법 IV를 서로 비교하면 낮은 비트율의 경우 (0.25bpp 이하)에는 방법 IV가 방법 I 보다는 우수한 성능을 얻었으며, 높은 비트율의 경우(0.5bpp 이상)에는 방법 I이 방법 IV 보다는 다소 우수한 성능을 얻었다. 또한 밴드별로 균일한 컨텍스트를 부여한 방법(방법 II)과 부호변환 및 비트 평면 상관도를 고려하여 컨텍스트를 부여한 방법(방법 III)을 비교하면, 방법 III이 방법 II 보다는 약 0.6dB 이상 좋은 결과를 보였다. 따라서, 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, 밴드별로 다른 컨텍스트를 부여하여 부호화 하는 것이 보다 효율적임을 알 수 있다. 한편, 부호변환을 수행한 방법이 그렇지 않은 경우 보다 전체적으로 약 0.5dB 이상 향상된 결과를 실험적으로 확인하였으며, 이는 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, 랜덤한 정도가 심한 sign 비트 평면을 부호변환을 통해 랜덤한 정도가 약해졌기 때문에 부호화 시 상관도가 향상되어 보다 좋은 압축 성능을 얻었다.

표 1. Lena 영상에 대한 [2, 16, 17]과 제안한 방법의 PSNR 결과(dB)

Rate	방법 I	방법 II	방법 III	방법 IV	EZW [2]	SFQ [16]	SPIHT [17]
1.0	40.12	39.40	40.01	40.11	39.55	40.52	40.45
0.5	36.97	36.34	36.87	36.94	36.28	37.36	37.24
0.25	33.90	33.37	33.94	34.10	33.17	34.33	34.13
0.2	32.92	32.41	32.96	33.10	-	33.32	33.16

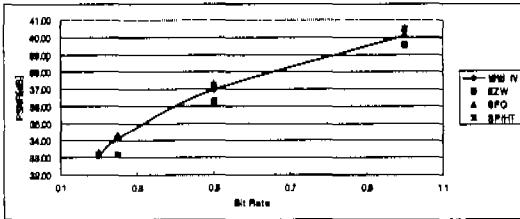


그림 10. 방법 IV와 [2, 16, 17]의 PSNR 비교(Lena 영상)

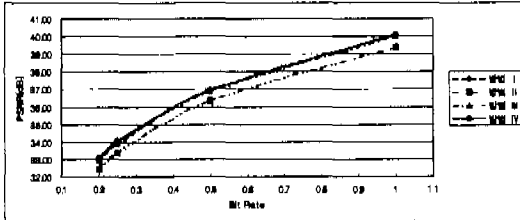


그림 11. 제시한 각 방법별 PSNR 비교(Lena 영상)

표 2 및 그림 12, 13은 Barbara 영상에 대한 방법별 실험 결과를 보이고 있다. Lena 영상과는 다르게 [16], [17]에서 제시한 방법 보다 본 논문에서 제안한 방법 I 및 IV가 낮은 비트율에서 보다 좋은 성능을 얻었다. 각 방법별로는 방법 I이 가장 좋은 성능을 보였으며, 이러한 현상은 다음과 같이 설명될 수 있다. 즉, Barbara 영상의 경우에는 원 영상 자체의 상관도가 낮기 때문에 비트 평면으로 분해하면 대부분의 비트 평면들은 거의 랜덤한 특성을 갖는다. 따라서, 컨텍스트를 부여하여 엔트로피 부호화 하는 방법은 비트 평면으로 분해하지 않고 양자화된 계수들을 적용적 산술 부호화를 수행하는 것 보다 오히려 압축 성능을 저해하는 요인이 됨을 알 수 있다.

표 3 및 그림 14, 15는 계수분할을 통해 얻어진 맵 정보를 어떻게 이용하는지에 대한 방법별 결과를 보이고 있다. 실험결과, 4레벨 dyadic 분해의 경우 Lena 영상은 레벨 3의 맵 정보를 각 방향별로 이용하는 것이 가장 좋은 효율을 보였으며, Barbara 영상은 레벨 1의 맵 정보를 이용하는 것이 가장 좋은 성능을 보였다. 따라서, 분할을 이용한 웨이블릿

표 2. Barbara 영상에 대한 [2, 16, 17]과 제안한 방법의 PSNR 결과(dB)

Rate	방법 I	방법 II	방법 III	방법 IV	EZW [2]	SFQ [16]	SPIHT [17]
1.0	35.98	35.31	35.64	35.94	35.14	36.96	36.41
0.5	31.23	30.53	30.88	31.21	30.53	31.33	31.39
0.25	27.68	26.94	27.35	27.62	26.77	27.20	27.57
0.2	26.71	25.97	26.40	26.65	-	26.26	26.64

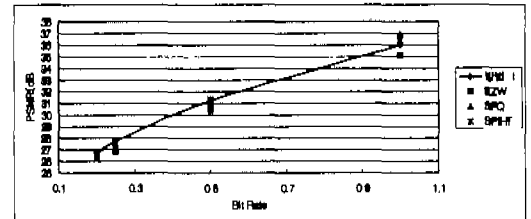


그림 12. 방법 I과 [2,16,17]의 PSNR 비교(Barbara 영상)

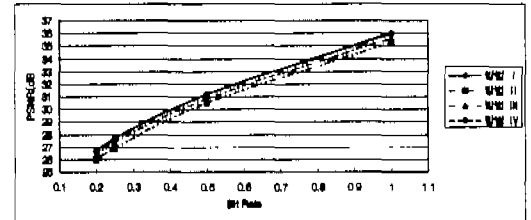


그림 13. 제시한 방법별 PSNR 결과 비교(Barbara 영상)

영상 압축의 경우 입력 영상에 따라 맵 정보 이용 방법을 다르게 하는 것이 보다 좋은 성능을 나타낼 수 있을 것이다.

표 3. 입력 영상에 따른 맵 적용 방식의 PSNR 비교 (방법 III, 0.25bpp)

입력 영상 \ 맵 적용 방식	Lena	Barbara
Level 1	33.74	27.35
Level 2	33.89	27.33
Level 3	33.94	27.29
Level 4	33.66	27.22

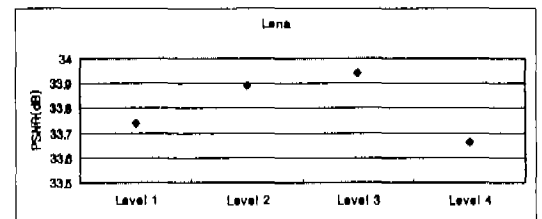


그림 14. Lena 영상에 대한 레벨 별 맵 적용 방식의 결과 (방법 III, 0.25bpp)

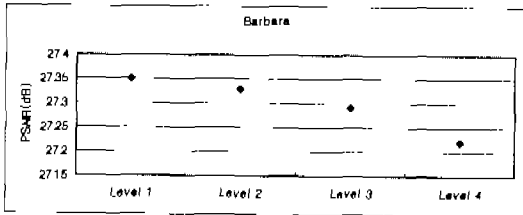


그림 15. Barbara 영상에 대한 레벨 별 맵 적용 방식의 결과 (방법 III, 0.25bpp)

VI. 결론

기존의 비트 평면 부호화 방법은 sign 비트 평면을 비롯하여 데이터 비트 평면 모두를 부호화 함으로써, sign 비트 평면이 갖는 랜덤한 특성 때문에 오히려 압축을 저하할 초래한다. 또한, 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시 부여되는 컨텍스트도 밴드별로 균일하게 부여함으로써, 부밴드 자체의 국부적인 특성을 제대로 반영하지 못한다.

따라서, 본 논문에서는 부호변환 과정을 거쳐 비트 평면 부호화 시, sign 비트 평면을 제거하여 부호화 성능을 향상시켰으며, 컨텍스트 기반 비트 평면 부호화 시, 각각의 클래스 및 밴드별로 균일한 (uniform) 컨텍스트를 부여하지 않고 현재 비트 평면과 이전 비트 평면 사이의 상관도를 측정하여 가장 큰 상관도를 갖는 방향으로 컨텍스트를 부여하여 보다 효율적인 부호화 성능을 얻고자 하였다.

실험 결과 밴드별로 균일한 컨텍스트를 부여하여 부호화 하는 방법에 비해 제안한 방법이 주관적, 객관적 화질의 우수성이 입증되었으며, 부호변환을 수행하지 않고 비트 평면 부호화 하는 방법 보다는 제안한 방법이 우수함을 보였다. 분할을 이용한 웨이블릿 영상 압축의 경우, 입력 영상에 따라 맵 적용 방식을 달리하는 것이 보다 좋은 성능을 나타냄을 보였으며, 입력 영상의 상관도에 따라, 비트 평면 부호화를 수행하는 방법과 적응적 산술 부호화를 수행하는 방법과의 성능 차이가 있음을 보였다.

향후 연구과제로는 적응적 산술 부호화 시, 데이터 시퀀스에 따른 가장 최적의 윈도우 크기를 구하는 방법과 영상의 국부적인 특성 및 전역적인 특성에 따른 컨텍스트의 부여 방식에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

[1] A. Lewis and G. Knowles, "Image compression using the 2-D wavelet transform," *IEEE Trans.*

Image Processing, vol. 1, pp. 244-250, Apr. 1992.

[2] J. M. Shapiro, "Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, pp. 3445-3463, Dec. 1993.

[3] A. Gersho and R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*. Boston, MA: Kluwer, 1992.

[4] G. D. Forney, R. M. Gray, and M. Ostendorf Dunham, "Finite-state vector quantization for waveform coding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 31, pp. 348-359, May 1985.

[5] P.M. Cassereau, D. H. Staelin, and G. de Jager, "Encoding of Images Based on a Lapped Orthogonal Transform," *IEEE Trans. Commun.*, vol.37, no.2, pp.189-193, 1989.

[6] B. Ramamurthi and A. Gersho, "Classified vector quantization of images," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 34, pp. 1105-1115, Nov. 1986.

[7] J. W. woods and S. O'Neil, "Subband coding of images," *IEEE Trans. ASSP*, vol. 34, pp. 1278-1288, Oct. 1986.

[8] Y. Linde, A. Buzo, and R. M. Gray, "An algorithm for vector quantizer design," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 28, pp. 84-95, 1980.

[9] P. H. Westerink, D. E. Bockee, J. Biemond, and J. W. Wood, "Subband coding of images using vector quantization," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, pp. 713-719, June 1988.

[10] J. Max, "Quantization for minimum distortion," *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp. 7-12, Mar. 1960.

[11] M. W. Marcellin and T. R. Fischer, "Trellis coded quantization of memoryless and Gaussian Markov sources," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 1, pp. 82-93, Jan. 1990.

[12] D. Marr, *Vision*, New York: Freeman, 1982.

[13] R. Queiroz, C. K. Choi, Y. Huh, and K. R. Rao, "Wavelet Transforms in a JPEG-Like Image Coder," *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 419-424, 1997.

[14] Z. Xiong, O. Guleryuz and M. T. Orchard, "A

