

회귀 행렬 근사 SS-FEM을 이용한 비선형 광펄스의 편광 모드 분산 해석

정희원 한 대우*, 이호준*, 정백호*

Analysis of Polarization Mode Dispersion in Nonlinear Optical Pulse propagation by SS-FEM adopting Approximated Sparse Matrix

Dae-Woo Han*, Ho-joon Lee*, Baek-Ho Jung* *Regular Members*

요 약

광섬유 통신 시스템이 고속화되고 장거리를 전송하게 될수록 편광 모드 분산의 중요성은 더욱 부각되고 있다. 따라서 본 논문에서는 복굴절 광섬유에서 비선형 광펄스의 전파 특성을 편광 모드 분산의 영향을 고려하여 시뮬레이션하였으며 이러한 현상이 발생하는 것을 알 수 있었다. 그리고 광섬유 비선형성에 의해서 GVD(Group Velocity Dispersion)와 마찬가지로 PMD(Polarization Mode Dispersion)에서도 부분적인 보상 현상이 나타남을 수치 결과물 통해 알 수 있었다.

이러한 광 전송 시뮬레이션을 구현하기 위해서 기존의 단계분할 푸리에 방식(SS-FM, Split-Step Fourier Method)보다 장거리 전송시 오차의 발생이 적은 단계 분할 유한 요소법(SS-FEM, Split-Step Finite Element Method)을 적용하였으며, 또한 그 단점인 수행 속도를 개선한 회귀 행렬 근사 단계 분할 유한 요소법을 제안하였다. 그 결과 제안된 방법이 기존의 푸리에 연산법이나 일반적인 유한 요소법과 비교하여 더 빠른 수행 속도를 나타내는 것을 알 수 있었다.

I. 서 론

컴퓨터 시뮬레이션을 통한 광섬유 내에서의 분산과 비선형성에 관한 연구는 과거 수 년간 많이 이루어져 왔으며, 특히 분산과 자기 위상 변조(SPM, Self Phase Modulation), 상호 위상 변조(XPM, Cross Phase Modulation)와 같은 비선형성에 대한 시뮬레이션이 증가 되어 왔다. 특히 고속 장거리 전송이 요구되어 파장 분할 다중화 방식이 주 관심 대상이 되었으며, 4광파 혼합(FWM, Four-Wave Mixing)에 대한 연구와^[1,2], 시스템 성능의 또 다른 제한 요소인 편광 모드 분산에 관한 연구가 진행되고 있다.^[3,4]

광 신호가 단일 모드 광섬유 내에서 전파할 때 원칙적으로 단일 모드이어야 하지만 실제로 광섬유의 불완전성과 비대칭성 등에 의해서 두 개의 직교

편광 모드가 존재하게 된다. 두 개의 편광 모드는 서로 다른 군속도를 가지고 전파하게 되어 모드간의 군속도 차이에 의해서 펄스의 퍼짐 현상인 편광 모드 분산이 발생한다. 이 편광 모드 분산은 특히 고속 장거리 전송 시스템에서 성능 제한 요소로 간주되어 최근 몇 년 사이에 이에 대한 관심이 증가되고 있다.

따라서 본 논문에서는 편광 모드 분산을 고려한 광전송 시뮬레이션을 수행하였으며, 이를 위한 수치 해석 방법으로서 단계 분할 고속 푸리에 연산법^[2], 유한 요소법에 단계 분할 방식을 적용시킨 단계 분할 유한 요소법^[6,7] 사용하여 비교 분석하였다. 또한 장거리 전송시 해의 수렴성에서 우수하진^[8,9], SS-FEM 단점인 시뮬레이션 속도를 향상시키기 위하여 회귀 행렬 근사 단계 분할 유한 요소법을 제안하고 기존의 방식에 의한 결과와도 비교하였다.

* 호서대학교 정보통신공학부

논문번호 : 99415-1015, 접수일자 : 1999년 10월 15일

II. 광섬유의 비선형 전파 방정식

광섬유에서 광펄스가 전파될 때 여러 가지 현상들에 의해 펄스의 모양이 변경된다. 이와 같은 펄스의 변화에 영향을 주는 현상들을 고려하여 광섬유 내에서 광 신호가 전파하는 특성을 수학적으로 모델링한 것이 비선형 Schrödinger 방정식이다.^[2]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A \quad (1)$$

여기서 z 와 t 는 각각 전송축의 좌표와 시간을 나타내며 γ 는 비선형 계수이고, β_1 은 펄스의 군지연율, β_2 는 GVD률, β_3 는 고차 분산항을 각각 나타낸다. 그리고 α 는 광섬유의 손실계수를 나타낸다.

그러나 식 (1)은 단일 채널 단일 모드에 대한 방정식이며, 편광 모드에 따른 벡터적인 해석을 하기 위해서는 방정식을 변형해야 한다. 두 개의 편광모드가 상호 결합된 비선형 Schrödinger 방정식은 다음과 같다.^[2,3]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_x}{\partial z} + \beta_{1x} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_x \\ & - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A_x}{\partial t^3} + i\kappa(z) A_y \exp(-i\Delta\beta z) \\ & = i\gamma \left(|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2 \right) A_x + \frac{i\gamma}{3} A_x^* A_y^2 \exp(-2i\Delta\beta z) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_y}{\partial z} + \beta_{1y} \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_y \\ & - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A_y}{\partial t^3} + i\kappa(z) A_x \exp(i\Delta\beta z) \\ & = i\gamma \left(|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2 \right) A_y + \frac{i\gamma}{3} A_y^* A_x^2 \exp(2i\Delta\beta z) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $K(z)$ 는 임의 결합(random coupling) 상수로서 임의 모드 결합^[8]을 나타낸다. 식 (2)와 (3)에서 우변의 둘째 항은 상호 편광에 의한 영향을 나타내며, 마지막 셋째 항은 FWM과 유사한 영향을 나타내지만 단일 주파수이기 때문에 동일 주파수에만 영향을 주며, 또한 강한 복굴절을 가지는 광섬유에서는 위상 정합이(phase matching) 거의 일어나지 않기 때문에 영향이 매우 적으므로 생략될 수 있다. 반면 약한 복굴절을 가지는 광섬유에서는 위상 정합이 오랫동안 유지되기 때문에 이 항을 반드시 포

함하여야 한다. 나머지 파라미터는 식 (1)에서 설명한 바와 유사하다.

비선형 Schrödinger 방정식을 시뮬레이션하기 위해서 시간, 진폭, 거리에 대하여 정규화하고자 한다. 우선 시간에 대한 정규화를 보면, 펄스의 전파되는 모습을 시간 축 상에서 고정시키기 위하여 다음과 같이 정규화한다.

$$\tau = \frac{t - \beta_1 z}{T_0} \quad (4)$$

식 (4)과 같이 군지연 $\beta_1 z$ 를 시간 t 에서 빼줌으로써 군지연을 제거해 펄스의 위치를 고정시켰으며, 또 펄스 폭 T_0 로 나누어 줌으로써 시뮬레이션 윈도우 상에서 입력 펄스의 폭을 1로 정규화시켰다. 이 정규화로 인해서 식 (2)와 (3)에서 β_1 을 포함하는 항을 제거할 수 있다.

마찬가지로 펄스의 진폭에 대한 정규화도

$$U(z, \tau) = \frac{A(z, \tau)}{\sqrt{P_0}} \quad (5)$$

와 같이 정의할 수 있으며, 진폭의 제곱은 전력이므로 입력 펄스의 크기가 시뮬레이션 윈도우 상에서 1로 정규화 됨을 알 수 있다. 여기에서 P_0 는 입력 펄스의 최대 전력이다.

또한 거리에 대한 정규화로서 일반적으로 NRZ 신호의 경우 다음 식으로 정규화한다.

$$\xi = \frac{z}{L_D} \quad (6)$$

여기서 L_D 는 $T_0^2 / |\beta_2|$ 로서 분산 길이이다. 식 (4)~(6)인 정규화 공식들을 비선형 Schrödinger 방정식인 식 (2)와 (3)에 대입하고 정리하면 각각의 편광모드에 대한 비선형 방정식을 얻을 수 있다. $|\beta_{1x} - \beta_{1y}|$ 를 $\Delta\beta_1$ 이라 하고, 거리 축에 대해서 정규화하면 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_x}{\partial \xi} + \frac{L_D}{2L_w} \frac{\partial U_x}{\partial \tau} + \text{sgn}(\beta_2) \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial \tau^2} - \frac{L_D}{6L_D} \frac{\partial^3 U_x}{\partial \tau^3} + \frac{L_D}{2L_a} U_x \\ & = i \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_x|^2 + \frac{2}{3} |U_y|^2 \right) U_x \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial U_y}{\partial \xi} - \frac{L_D}{2L_w} \frac{\partial U_y}{\partial \tau} + \text{sgn}(\beta_2) \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U_y}{\partial \tau^2} - \frac{L_D}{6L_D} \frac{\partial^3 U_y}{\partial \tau^3} + \frac{L_D}{2L_a} U_y$$

$$= i \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_y|^2 + \frac{2}{3} |U_x|^2 \right) U_y \quad (8)$$

여기서 $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$, $L_w = \frac{T_0}{\Delta\beta}$, $L_D' = \frac{T_0^3}{|\beta_3|}$, $L_a = \frac{1}{\alpha}$ 이며 이들은 각각 비선형 길이, walk-off 길이, 3차 분산 길이, 감쇄 길이라고 한다.

이와 같이 각 편광에 대해 유도된 비선형 Schrödinger 방정식을 NRZ 신호에 대하여 SS-FEM 을 도입하여 시뮬레이션하고자 한다.

III. 수치 해석 방법

본 절에서는 광섬유 내에서 광 펄스의 전파 특성을 모델링한 편광 비선형 Schrödinger 방정식을 단계 분할 푸리에 연산법과 단계 분할 유한 요소법의 두 가지 해석 방법으로 시뮬레이션하였으며 상호비교하였다. 또한 단계 분할 유한 요소법의 단점인 시뮬레이션 시간을 향상 시키기 위해서 회귀 행렬 근사를 적용하고 이에 대해 결과를 보였다.

3.1 단계 분할 푸리에 방법

단계 분할 방식이란 펄스의 전체 전파 거리를 여러 개의 미소구간으로 나누어 해석하는 방법이다. 일반적으로 광섬유 내에서 선형성과 비선형성의 영향은 동시에 일어나지만 충분히 작은 미소구간 h 에서의 선형성과 비선형성은 각각 독립적으로 이루어진다고 가정할 수 있다.

미소구간 내의 계산 과정을 살펴보면, 우선 입력 펄스에 대하여 선형성만이 적용되어 계산된 다음, 그 결과 값에 비선형성의 영향을 적용한다. 이렇게 첫째 미소거리에서 서로 독립적으로 선형성과 비선형성의 영향을 적용하여 나온 결과는 그 다음 미소구간의 입력으로 사용되어진다. 이러한 과정을 순차적으로 반복하여 마지막 미소구간의 결과를 얻어 전체 전송 거리에 대한 출력을 얻을 수 있다.

단계 분할 알고리즘의 정확성은 대칭형 단계 분할 알고리즘을 적용함으로써 향상시킬 수 있다. 이 대칭형 알고리즘은 미소구간을 비선형 구간이 가운데로 오고 선형 구간이 반씩 양쪽에 위치하도록 한 방법이다.

이러한 대칭형 단계 분할 알고리즘은 대칭형 단계 분할법에서 가장 비중이 큰 오차 항이 소거되므로 정확성을 개선할 수 있다. 물론 이 방식은 선형 연산자 항을 두 번 계산해야 하기 때문에 시뮬레이

션 시간이 늘어나지만 정확도가 개선되기 때문에, 일반 단계 분할 알고리즘보다 미소거리의 길이를 더욱 길게 할 수 있으므로, 오히려 같은 정확도를 고려했을 때에는 대칭형 단계 분할 알고리즘이 좀 더 빠른 시뮬레이션 속도를 얻는다. 본 논문에서는 단계 분할 푸리에 연산법을 적용할 때, 대칭형 단계 분할 알고리즘을 사용하였다.^[2]

단계 분할 고속 푸리에 연산법은 기존에 주로 사용되어지던 방법으로 미분 방정식을 풀기위한 FFT 알고리즘에 단계 분할 알고리즘을 결합시킨 해석 방법이다. 특히 대칭형 단계 분할 고속 푸리에 연산법은 앞서 설명하였듯이 오차를 줄일 수 있으므로, 본 논문에서도 이 수치 해법을 사용하여 편광 모드 분산을 고려한 비선형 Schrödinger 방정식을 해석하였다.

식 (7)과 (8)로부터 주파수 영역의 선형 연산자와 시간 영역의 비선형 연산자는 각각 다음과 같다.

$$\hat{D}(\omega) = -\frac{L_D}{2L_w} i\omega + \text{sgn}(\beta_2) \frac{i}{2} \omega^2 - \frac{L_D}{6L_D'} i\omega^3 - \frac{L_D}{2L_a} \quad (9)$$

$$\hat{N} = i \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_x|^2 + \frac{2}{3} |U_y|^2 \right) \quad (10)$$

(9)의 적용시 FFT를 적용하며, 입력 값 $U(z,t)$ 에 대해서 다음과 같이 계산한다.

$$U(z+h,t) = F^{-1} \left\{ \exp\left(\frac{h}{2} \hat{D}(\omega)\right) F \left\{ \exp(h\hat{N}) F^{-1} \left\{ \exp\left(\frac{h}{2} \hat{D}(\omega)\right) F \{U(z,t)\} \right\} \right\} \right\} \quad (11)$$

위 식에서 F 는 FFT 연산자이며 F^{-1} 은 역 FFT 연산자이다.

단계 분할 푸리에 연산법은 빠른 수행 속도 때문에 가장 널리 사용되며, 이 방법의 정확성은 미소구간의 길이에 의해 좌우된다. 일반적으로 미소구간의 길이는 L_D , L_{NL} , L_D' 등과 같은 광섬유의 어떤 특성 길이보다도 매우 짧아야 한다. 단일 채널 시스템인 경우에는 광섬유의 특성 길이 중 최소거리의 1/20 정도면 정확한 결과를 얻을 수 있으나, WDM과 같은 다중 채널 시뮬레이션인 경우에는 펄스가 진행하면서 상호작용하기 때문에 이에 대한 영향을 고려하여야 하므로 더 짧은 간격을 필요로 한다.

3.2 단계 분할 유한 요소법

복굴절 광섬유 내에서의 광 펄스의 전파 특성을

모델링한 공식인 비선형 Schrödinger 방정식에 대하여 II장에서 설명하였다. 본 절에서는 비선형 Schrödinger 방정식을 기존의 단계 분할 고속 푸리에 변환법이 아닌 단계 분할 유한 요소법으로 해석하는 방법을 설명하고자 한다. 해석하고자 하는 편광 모드 분산을 고려한 비선형 Schrödinger 방정식은 식 (7)과 (8)이다. 본 논문에서는 10Gbps의 펄스 폭 100km 전송하는 시뮬레이션이 목적이므로 3차 GVD 항을 무시할 수 있으므로 생략하였다.^[10] 따라서 이 비선형 Schrödinger 방정식들을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_x}{\partial \xi} + \frac{L_D}{2L_w} \frac{\partial U_x}{\partial \tau} + \text{sgn}(\beta_2) \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial \tau^2} + \frac{L_D}{2L_a} U_x = i \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_x|^2 + \frac{2}{3} |U_y|^2 \right) U_x \quad (12)$$

$$\frac{\partial U_y}{\partial \xi} + \frac{L_D}{2L_w} \frac{\partial U_y}{\partial \tau} + \text{sgn}(\beta_2) \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U_y}{\partial \tau^2} + \frac{L_D}{2L_a} U_y = i \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_y|^2 + \frac{2}{3} |U_x|^2 \right) U_y \quad (13)$$

식 (12)와 (13)에 유한 요소법을 적용하기 위해서는 식을 정규화 시간 축을 요소화해야 한다. 선형부분에 대해 요소화 과정과 유한 요소법을 적용한 결과물 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -j[M] \frac{\partial \{U_x\}}{\partial \xi} + [K]_x \{U_x\} &= 0 \\ -j[M] \frac{\partial \{U_y\}}{\partial \xi} + [K]_y \{U_y\} &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$[M] = \sum_j \int_a^b \{N\} \{N\}^T d\tau, \quad [M]_x = [M]_y = [M] \quad (15)$$

$$\begin{aligned} [K]_x &= \sum_j \int_a^b \left[-j \frac{L_D}{2L_w} \int_a^b \{N_\tau\} \{N\}^T d\tau - \text{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \int_a^b \{N_\tau\} \{N_\tau\}^T d\tau \right. \\ &\quad \left. - j \frac{L_D}{2L_a} \int_a^b \{N\} \{N\}^T d\tau - \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_x|^2 + \frac{2}{3} |U_y|^2 \right) \int_a^b \{N\} \{N\}^T d\tau \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} [K]_y &= \sum_j \int_a^b \left[j \frac{L_D}{2L_w} \int_a^b \{N_\tau\} \{N\}^T d\tau - \text{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \int_a^b \{N_\tau\} \{N_\tau\}^T d\tau \right. \\ &\quad \left. - j \frac{L_D}{2L_a} \int_a^b \{N\} \{N\}^T d\tau - \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_x|^2 + \frac{2}{3} |U_y|^2 \right) \int_a^b \{N\} \{N\}^T d\tau \right] \end{aligned} \quad (17)$$

위 방정식을 두 단계로 나누어 제 1단계에서는 분산의 영향만을 고려하고 제 2단계에서는 비선형성의 영향만을 계산하고자 한다. x 편광에 대해 계산하는 과정은 다음과 같다.

(1) 제1단계 (분산의 영향)

$$-j[M] \frac{\partial \{U_x^{(1)}\}}{\partial \xi} + [K_0]_x \{U_x^{(1)}\} = 0 \quad (18)$$

$$[K_0]_x = \sum_j \int_a^b \left[-j \frac{L_D}{2L_w} \int_a^b \{N_\tau\} \{N\}^T d\tau - \text{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \int_a^b \{N_\tau\} \{N_\tau\}^T d\tau \right] \quad (19)$$

(2) 제 2단계 (비선형성의 영향)

$$\{U^{(2)}\} = \{U^{(1)}\} \exp(-j k \Delta \xi) \quad (20)$$

$$k = -j \frac{L_D}{2L_a} - \frac{L_D}{L_{NL}} \left(|U_x|^2 + \frac{2}{3} |U_y|^2 \right) \quad (21)$$

편광에 대하여도 마찬가지로 방법으로 적용되어진다. 식 (18)에 유한 차분법을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -j[M] \left\{ \{U_x^{(1)}\}_{i+1} - \{U_x^{(1)}\}_i \right\} / \Delta \xi + [K_0] \\ \left\{ \theta \{U_x^{(1)}\}_{i+1} + (1-\theta) \{U_x^{(1)}\}_i \right\} = \{0\} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $\{U_x^{(1)}\}_{i+1}$ 은 $i+1$ 번째 미소거리에서 분산의 영향을 고려한 후의 값이고 $\{U_x^{(1)}\}_i$ 은 고려하기 전의 입력이다. 식 (22)를 $\{U_x^{(1)}\}_{i+1}$ 과 $\{U_x^{(1)}\}_i$ 에 대해서 정리하면

$$[L(\theta)] \{U_x^{(1)}\}_{i+1} = [L(\theta-1)] \{U_x^{(1)}\}_i \quad (23)$$

$$[L(\theta)] = -j[M] + \theta \Delta \xi [K_0]_x \quad (24)$$

와 같다. 또한 비선형성의 영향을 고려하기 위해 식 (20)을 모든 미소거리에 대해서 일반화된 식으로 다시 쓰면

$$\{U_x^{(2)}\}_{i+1} = \{U_x^{(1)}\}_{i+1} \exp(-jk_i \Delta \xi) \quad (25)$$

이며, 여기에서 $\{U_x^{(2)}\}_{i+1}$ 은 $i+1$ 번째 미소거리에서의 분산과 비선형성을 모두 고려한 후의 결과이며, 동시에 $i+2$ 번째 미소거리의 입력이 된다.

식 (23)을 식 (25)에 대입하면 최종적으로 다음의

결과 식을 얻는다.

$$\{U_x^{(2)}\}_{k+1} = [L(\theta)]^{-1} [L(\theta-1)] \{U_x^{(1)}\}_k \exp(-jk_r \Delta\xi) \quad (26)$$

식 (26)을 사용하여 모든 미소거리에 대하여 반복적으로 시뮬레이션하면 전체 거리만큼 전송된 후의 펄스의 모양을 볼 수 있으며 eye diagram과 같은 파라미터를 얻을 수 있다.

3.3 회귀 행렬근사 단계 분할 유한 요소법

단계 분할 유한 요소법은 단계 분할 푸리에 연산법에 비해 장점을 가지고 있지만, 시뮬레이션 시간이 오래 걸리는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 본 논문에서는 근사한 단계 분할 유한 요소법을 제안하였으며, 이 알고리즘에 의해서 매우 작은 오차를 가지고도 시뮬레이션 속도를 향상시킬 수 있다는 것을 확인하였다.

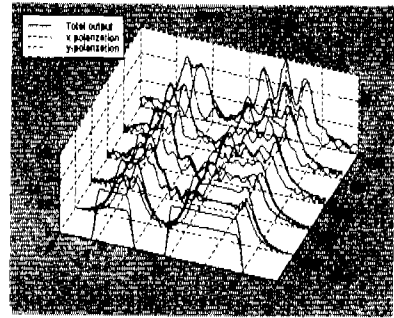
단계 분할 유한 요소법에서 기본적으로 수행 시간이 오래 걸리는 이유는 식 (26)의 $[L(\theta)]^{-1} [L(\theta-1)]$ 항이 $N \times N$ 행렬로 구성되어 있기 때문이다. 여기서 N 은 절점의 개수이다.

$L(\theta)$ 는 원소 값의 대부분이 0인 희소 행렬이다. 이 희소 행렬의 연산은 0인 원소들에 대한 산술 연산을 피함으로써 전체 행렬의 경우보다 훨씬 적은 계산 시간을 필요로 한다. 또한 0인 원소들에 대한 정보를 저장하지 않음으로써 기억 장소를 줄일 수 있다. 이러한 희소 행렬의 장점을 살린다면 단계 분할 유한 요소법의 연산시간을 대폭 향상시킬 수 있다. 하지만 $L(\theta)$ 의 역 행렬인 $[L(\theta)]^{-1}$ 은 희소 행렬이 아닌 모든 원소들이 값을 지니고 있는 전행렬이 된다. 따라서 이 때문에 전행렬 연산을 하게 됨으로써 단계 분할 유한 요소법의 시뮬레이션 시간이 매우 길어지게 되는 것이다.

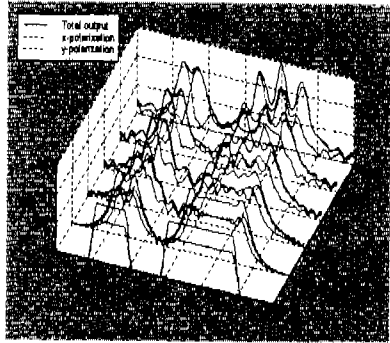
하지만 이러한 $[L(\theta)]^{-1}$ 행렬이 비록 모든 원소들이 값을 가지는 전행렬일지라도 대부분의 원소 값들이 0에 매우 가까운 값이라는 것을 알 수 있었다. 따라서 본 논문에서는 이 0에 가까운 원소들, 특히 10^{-9} 이하의 값을 가지는 원소들을 0으로 근사하여 $[L(\theta)]^{-1}$ 행렬을 희소 행렬로 만들어 시뮬레이션하였으며, 거의 무시할 수 있을 만큼의 적은 오차를 가지고도 매우 향상된 계산 속도를 얻을 수 있었다.

IV. 시뮬레이션 결과 및 고찰

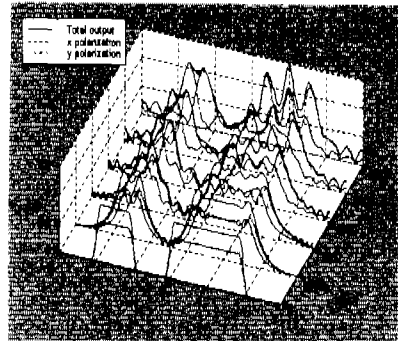
본 논문에서는 광섬유 내에서 광 펄스가 전파할



(a)



(b)



(c)

그림 1. Split-Step FEM과 근사 Split-Step FEM의 시뮬레이션 결과

때의 복성을 시뮬레이션하기 위하여 식(26)을 사용하여 근사한 단계 분할 유한 요소법으로 시뮬레이션 하였으며, 기존의 가장 널리 사용되어지는 단계 분할 고속 푸리에 연산법과 일반 단계 분할 유한 요소법을 사용하여 이와 비교하였다. 또한 다양한 여러 변수들이 편광 모드 분산에 미치는 영향을 시뮬레이션하였다.

그림 3(a)는 SS-FEM, (b)는 SS-FEM, 그리고 (c)는 SSS-FEM을 사용했을 때 그림이다. 그림 3은 5 Gbps의 NRZ(Non-Return to Zero)신호가 광섬유 내에서 5000 km 전파한 후의 펄스의 모양을 보여 준다. 그림에서 보는 바와 같이 회귀 행렬 기법을 도입한 결과는 일반적인 FEM결과와 잘 일치하고

있다. 그림 4(a)는 PMD를 고려하지 않았을 때 전송된 모습이고, 그림 4(b)는 PMD를 고려하였을 때 전송된 모습이다. 이를 시뮬레이션 하기 위해 식 (7)과 (8)을 사용하였으며 여기에서 $\beta_2 = -20\text{ps}^2/\text{km}$, $\gamma = 2\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$, $P_0 = 0.5\text{mW}$, $\Delta\beta = 0.5\text{ps}/\text{km}$ 를 사용하였다. 그림에서 나타나있듯이 PMD에 의해 펄스의 폭이 넓어진 것을 확인할 수가 있으며 따라서 PMD가 전송 시스템 성능의 저하를 가져온다는 것을 알 수 있다.

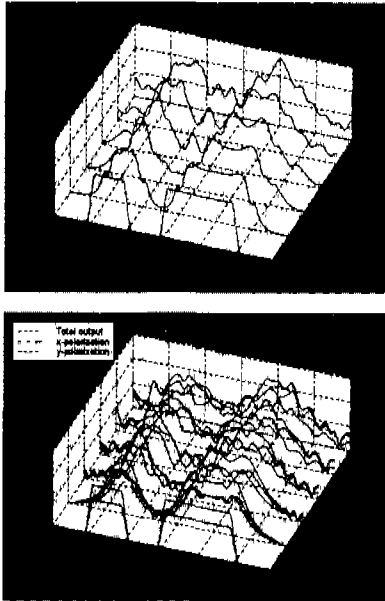


그림 2. Split-Step FEM과 근사 Split-Step FEM의 시뮬레이션 결과

최근 통신 시스템의 발달로 데이터의 초고속 전송이 가능하게 되었다. 이렇게 데이터 전송 속도가 고속화 될수록 펄스의 폭이 좁아지게 되므로 편광 모드 분산에 의한 분산의 정도가 더욱 커지게 되며 따라서 시스템의 설계 시에 이에 대한 영향을 고려해 주어야 한다.

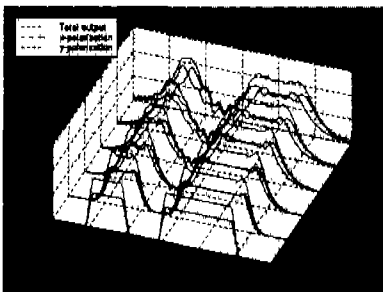


그림 3. PMD가 펄스의 전파에 미치는 영향

그림 5에서는 전송 속도가 5 Gbps일 때 모드 분산의 영향을 시뮬레이션하여 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 5 Gbps 전송 시보다 그림 4(b)에 보여진 것과 같이 10 Gbps 전송 시에 편광 모드 분산에 의한 분산의 정도가 더욱 커짐을 알 수 있다. 이 시뮬레이션에서의 변수들은 그림 4에서 사용하였던 변수들을 그대로 사용하였다.

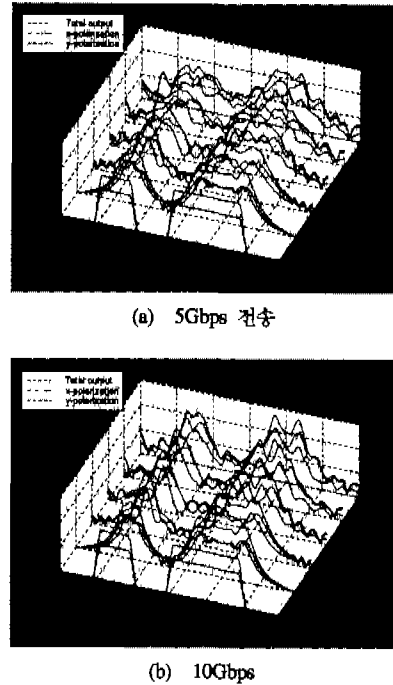


그림 4. 전송 속도에 따른 PMD의 영향

광 전송 시스템에서 높은 전송 능력을 위하여 여러가지 다양한 시스템 저하 요인을 보상하기 위한 연구가 꾸준히 개발되어왔다. 광 증폭기를 이용한 손실의 보상과 특히 솔리톤에서 응용되어지는 비선형성에 의한 분산의 보상은 그 대표적인 예이다. 또 다른 시스템 제한 요소중의 하나인 편광 모드 분산에 있어서도 예외는 아니다. 편광 모드 분산에 의한 펄스의 퍼짐 현상도 분산과 마찬가지로 비선형성에 의해서 보상이 되어진다.^[11]

그림 6에서는 10 Gbps NRZ 신호를 2000 km 전송하였을 때의 파형을 나타내었다. 그림 7의 (a)는 입력 전력이 0.5 mW일 때의 수신된 신호를 나타내었고 (b)에서는 입력 전력이 10 mW일 때의 수신된 신호를 나타내었다. 입력되는 전력이 증가함에 따라 자기 위상 변조와 상호 위상 변조에 의한 비선형성의 영향이 커지게 되므로 편광 모드 분산에

대한 보상 현상이 커지게 된다.

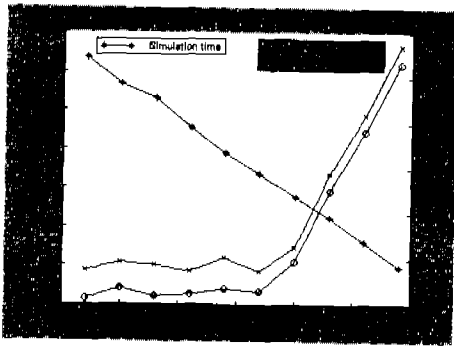


그림 5. 근사 정도에 따른 계산 시간과 오차율의 변화

그림 7에서는 특정 시스템을 시뮬레이션하여 근사화의 정도에 따른 계산 시간의 향상 정도와 오차율(%)을 그래프로 표시하였다.

그림 7에서 아래 축은 근사 정도, 왼쪽 축은 시뮬레이션 시간을 나타내며 오른쪽 축은 오차율을 나타낸다. 보는 바와 같이 근사화가 높아질수록 시뮬레이션 시간은 감소하며 오차율이 증가한다는 것을 알 수 있다. 그러나 이 에러율은 매우 적어서 10^{-9} 으로 근사하여도 평균 에러율이 약 $4 \times 10^{-7}\%$ 를 나타내며 따라서 무시할 수 있는 정도임을 알 수 있다. 특히 에러율 그래프에서 볼 수 있듯이 근사화율 10^{15} 보다 높게 하는 것이 효율적이라는 것을 알 수 있다.

그림 7에서 적용한 시스템을 근사화하지 않은 단계 분할 유한 요소법으로 시뮬레이션 하였을 때는 약 241초 정도의 시간이 걸렸으며, 단계 분할 고속 푸리에 연산법으로 시뮬레이션 하였을 때에는 116초의 시간이 측정되었다. 더군다나 단계 분할 유한 요소법에서는 $N \times N$ 의 크기를 가지는 역행렬 $[L(\theta)]^{-1}$ 을 계산하는데 많은 시간이 소비하기 때문에, 신호의 전파 진행을 시뮬레이션하기 전부터 약 30초 가량을 소비한다. 따라서 더욱 긴 거리를 시뮬레이션하게 된다면 근사한 단계 분할 유한 요소법이 향상된 효율을 나타낼 수 있다는 것을 알 수 있다.

그림 3에서는 원래의 단계 분할 유한 요소법과 본 논문에서 제안한 근사한 단계 분할 유한 요소법으로 시뮬레이션한 결과를 나타내었다. 그림 3(b)에서 보는 바와 같이 근사화 정도를 10^6 으로 하여도 근사화하지 않은 그림 3(b)와 육안으로는 구분이 안 될 만큼의 정확성을 지닌다는 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 광섬유 내에서의 광 펄스의 전파를 기존의 편광 모드 분산의 영향을 고려하여 시뮬레이션 하였다.

편광 모드 분산의 영향을 고려하지 않았을 때보다 고려하였을 때 펄스의 퍼짐 현상이 심해지며 따라서 시스템의 성능을 저하시킨다는 것을 확인하였다. 그리고 전송되는 신호의 비트율이 높아질수록 편광 모드 분산의 영향이 더욱 많이 나타난다는 것을 시뮬레이션을 통하여 알 수 있었으며, 따라서 데이터의 전송이 고속화 될수록 편광 모드 분산에 의한 영향을 고려해야만 한다는 것을 알 수가 있었다. 또한 보상 문제에 있어서, 분산에 의한 펄스의 퍼짐 현상이 비선형성에 의하여 보상되어지는 것과 같이, 편광 모드 분산에서도 비선형성에 의하여 x편광 펄스와 y편광 펄스의 서로 어긋나는 현상이 부분적으로나마 보상됨으로써 전체적인 펄스의 퍼짐 현상이 적게 일어나게 된다는 것을 알 수가 있었다.

이러한 컴퓨터 시뮬레이션을 구현하기 위해서, 광섬유 내에서 광 펄스의 전파 특성을 모델링한 비선형 Schrödinger 방정식을 유도하고 이 편미분 방정식을 단계 분할 유한 요소법과 단계 분할 고속 푸리에 연산법을 사용하여 각각 해석하였으며, 이 두 방법의 장단점을 시뮬레이션을 통하여 비교 분석하였다. 특히 단계 분할 유한 요소법의 단점인 느린 수행 속도를 개선하기 위하여 근사한 단계 분할 유한 요소법을 적용하였으며 이 방법이 적은 에러율을 가지고도 매우 빠른 시뮬레이션 속도를 나타낸다는 것을 알 수 있었다.

참고 문헌

- [1] R. W. Tkach, A. R. Chraplyvy, et al., "Four-photon mixing and high-speed WDM systems," *J. Lightwave Tech.*, Vol. 13, No. 5, May 1995.
- [2] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 2nd Edition, 1995.
- [3] E. Iannone, F. Matera, A. Mecozzi and M. Settembre, *Nonlinear optical communication networks*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.
- [4] Curis R. Menyuk, "Nonlinear pulse propagation in birefringent optical fibers", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. QE-23, No. 2, Feb.

1987.

- [5] C. R. Menyuk and P. K. A. Wai, "Polarization evolution and dispersion in fibers with spatially varying birefringence," *J. Opt. Soc. Am. B.*, Vol. 11, No. 7, July 1994.
- [6] M. Koshiba, *Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method*, KTK Scientific Publishers, 1992.
- [7] K. Hayata, A. Misawa, and M. Koshiba, "Split-step finite-element method applied to nonlinear integrated optics," *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 7, No. 9, Sept. 1990.
- [8] C. D. Angelis, "Soliton instabilities from resonant random mode coupling in birefringent optical fibers," *Opt. Lett.*, Vol. 17, No. 12, June 15, 1992.
- [9] 정백호, 이호준, "단계분할 유한요소법에 의한 광섬유의 신호 전송 예측", 1999년도 대한 전기학회 하계학술 대회 논문집, pp. 2441-2443, 1999.
- [10] G. J. Foschini and C. D.
- [11] Mitsunobu Miyagi and Shigeo Nishida, "Pulse spreading in a single-mode fiber due to Third-order dispersion," *Appl. Opt.*, Vol. 18, No. 5, pp. 678-682, 1979.
- [12] F. Matera and M. Settembre, "Compensation of polarization mode dispersion by means of the Kerr effect for nonreturn-to-zero signals," *Opt. Lett.*, Vol. 20, No. 1, Jan. 1, 1995.

한 대 우(Dae-Woo Han)

1996년 2월 : 호서대학교 정보통신공학과(학사)

1998년 2월 : 호서대학교 정보통신공학과(석사)

1995년 5월 ~현재 : 군북부

<주관심 분야> 광통신시스템, 광센서, 광신호처리

정 백 호(Baek Ho Jung)

준회원



1985년 2월 : 경북대학교

전자공학과 (공학사).

1989년 2월 : 경북대학교 대학원

전자공학과(공학석사).

1997년 8월 : 경북대학교 대학원

전자공학과(공학박사).

1989년 2월~1994년 3월 : 국방과학연구소 연구원.

1995년 9월~1996년 10월 : 경북대학교 전자·전기
공학부 조교

1997년 9월~현재 : 호서대학교 정보통신공학부 조교수.
<주관심 분야> 전자파 수치해석, 이동통신 전파환경,
비선형 광학.

E-mail : hjung@office.hoseo.ac.kr

이 호 준(Hojoon Lee)

종신회원



1978년 2월 : 성균관대학교

전자공학과(학사)

1980년 2월 : 성균관대학교 대학원

전자공학과(석사)

1987년 2월 : 성균관대학교 대학원

전자공학과(박사)

1980년 6월~1983년 6월 : 육군사관학교 전자공학과
전임강사

1987년 3월~현재 : 호서대학교 전기공학부 정보통신
전공 교수

1991년 7월~1992년 6월 : Stanford University 교환
교수

<주관심 분야> 광통신시스템, 광센서, 광신호처리

E-mail : hojoon@office.hoseo.ac.kr