

# 행렬특성매핑을 이용한 다중인코히어런트 신호의 방향탐지

정희원 김 영 수\*, 이 상 윤\*\*

## Direction Finding of Multiple Incoherent Signals Using Matrix Property Mapping

Young-Soo Kim\*, Sang-Yun Lee\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 등간격 선형어레이로 입사한 인코히어런트신호의 도래각을 추정하기 위하여 행렬특성매핑을 기본으로 한 알고리즘을 제안한다. 알고리즘의 기본 개념은 공분산 행렬 추정값과 Frobenius norm 면에서 가장 가까운 공분산 행렬 (혹은 스펙트럼 밀도 행렬)을 찾는 것이다. 제안된 알고리즘의 우수한 성능을 보여주기 위하여 협대역 신호인 경우에는 MUSIC과 광대역 신호인 경우에는 CSM-MUSIC과 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 통계적 성능을 비교하였다.

### ABSTRACT

In this paper, several methods based on the matrix property mapping are proposed for solving the direction-of-arrival estimation problem of multiple incoherent plane waves incident on a uniform linear array. The basic idea is that of finding the covariance matrix (or spectral density matrix) of given rank that lies closest to a given estimated matrix in the Frobenius norm sense. Superior resolution capabilities achieved with this approach are illustrated by simulation experiments in comparison with MUSIC for narrowband signals and Wang-Kaveh's CSM-MUSIC method for broadband signals.

### I. 서 론

다중신호의 방향을 분리 추정하기 위하여 최근에 여러 가지 도래각 추정 알고리즘들이 발표되어왔다. 이러한 방법의 대부분은 공간 공분산 행렬의 고유치 해석을 이용하고 있으며, 잡음고유벡터를 이용하여 고분해능 성능을 제공한다<sup>[1,2]</sup>. 협대역 인코히어런트 신호의 경우에 잡음고유벡터를 기본으로 한 알고리즘들의 우수성으로 인하여, 같은 원리를 광대역 신호에도 적용함으로써 매우 월등한 통계적 성능을 제공하는 방법들이 개발되었다<sup>[3]</sup>.

본 논문에서 제안하는 방법은 행렬특성매핑을 이용한 신호부각법으로서 잡음 섞인 신호 혹은 측정

오차를 갖는 신호로부터 원하는 신호를 복구하는 방법이다. 관심있는 대부분의 신호들은 이론적으로 잘 정의된 성질을 갖고 있는 것으로 알려져 있다. 예를 들면, 등간격 선형어레이로 입사한 인코히어런트 신호의 어레이 공분산 행렬은 Toeplitz 구조 및 반양정치(Positive semidefinite) 특성을 갖는다. 그러나 일반적으로 공분산 행렬 추정값은 한정된 데이터로 인하여 이론적인 성질들의 일부 혹은 전부 를 갖지 못한다. 제안된 알고리즘은 다음의 두 가지 과정으로 이루어진다.

(i) Frobenius norm을 이용하여 주어진 공분산 행렬로부터 위에 언급된 성질을 갖는 가장 가까운 행렬을 찾고, (ii) 부각된 행렬을 가지고 기존 도래각

\* 경희대 전자정보학부

\*\* 경희대 전파공학과

논문번호: K01077-0220, 접수일자: 2001년 2월 20일

추정 알고리즘(MUSIC, CSM-MUSIC)을 적용한다.

부가된 공분산 행렬을 이용한 방법은 부가법을 적용하지 않은 방법과 비교하였을 때 향상된 도래 각 추정값을 제공함을 알 수 있다.

II절에서는 협대역 및 광대역 신호 모델에 대하여 고찰하고, III절에서는 행렬특성매핑의 이론적인 유도와 연산방법을 기술하였다. IV절에서 행렬특성매핑을 적용한 신호부가법에 대하여 분석하였으며, V절에서 시뮬레이션을 통하여 제안된 알고리즘의 통계적 성능을 MUSIC 및 CSM-MUSIC과 비교 분석하였다.

## II. 어레이 모델

이 절에서 사용한 어레이 모델은 다음에 주어진 가정을 토대로 전개된다.

- (1) 어레이 센서는 등방성이다.
- (2) 잡음 공분산 행렬  $R_n$  (혹은  $P_n(\omega)$ )는 프로세서에게 알려져 있다.
- (3) 신호와 잡음은 평균이 0인 WSS(Wide-sense stationary)이며, 상호상관이 0인 에르고딕 복소 가우시안 랜덤 과정이다.

관심있는 신호의 도래각 추정문제를 풀기 위해서는 어레이 센서간의 지연패턴을 모델링함으로써 가능하다. 협대역 모델인 경우에 전파지연은 센서출력의 위상천이를 표시함으로써 가능하며, 광대역 신호인 경우에는 센서 공분산 함수의 침투값을 추정하여 위상을 정한다. 어레이 신호처리에서 협대역과 광대역 신호의 차이는 미묘하며, 이는 신호의 대역폭과 어레이의 애퍼추어 길이와 밀접한 관계가 있다. 그리하여 주어진 협대역 신호는 다른 어레이에서는 광대역 신호가 될 수 있다.

### 2.1 신호 모델

#### (1) 협대역 신호

센서 위치 벡터가  $z_1, z_2, \dots, z_M$  이고, M 개 센서로 이루어진 어레이로 N 개의 다중신호가 입사할 경우에 m 번째 센서에서 수신된 신호  $x_m(t)$ 는 복소 포락선으로 다음과 같이 표현된다.

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N f_n(t) \exp[j(\omega_0 \tau_n(m) + \phi_n)] \quad (1)$$

for  $1 \leq m \leq M$

식(1)을 벡터형태로 표현하면 스냅샷 벡터  $x(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]' = S f(t) \quad (2)$$

$$S = [s(\omega_0, \mathbf{x}_1), s(\omega_0, \mathbf{x}_2), \dots, s(\omega_0, \mathbf{x}_N)] \in C^{M \times N}$$

$$f(t) = [f_1(t) \exp(j\phi_1), f_2(t) \exp(j\phi_2), \dots, f_N(t) \exp(j\phi_N)]' \in C^N$$

$$s(\omega_0, \mathbf{x}_n) = [\exp(j\omega_0 \tau_n(1)), \exp(j\omega_0 \tau_n(2)), \dots, \exp(j\omega_0 \tau_n(M))]'$$

$$\tau_n(m) = \mathbf{x}_n \cdot \mathbf{z}_m / c$$

for  $1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N$

$$\mathbf{z}_m = [z_m(1), z_m(2), z_m(3)]'$$

$$\mathbf{x}_n = [\cos \theta_n \cos \xi_n, \sin \theta_n \cos \xi_n, \sin \xi_n]'$$

여기서  $\theta_n$ 과  $\xi_n$ 은 각각 n 번째 신호의 방위각과 양각을 나타내며, “ ’ ”는 전치자를 나타낸다.

잡음이 부가된 경우에 수신신호 벡터는 다음과 같이 주어진다.

$$x(t) = S f(t) + \eta(t) \quad (3)$$

여기서  $\eta(t)$ 는 M-차원 센서 잡음 벡터이며 식(3)은 어레이 센서 신호에 포함된 중요 정보를 표시해주는 수학적인 수단을 제공한다.

#### (2) 광대역 신호

입사 신호가 광대역 일 경우에 식(1)은 자주 열악한 모델링으로서 주파수 영역에서 신호 분석하는 방법이 보다 유용한 표현법으로 알려져 있다. 식(1)을 푸리에 변환시키면 다음과 같이 주어진다.

$$X_m(\omega) = \sum_{n=1}^N F_n(\omega) \exp(j\phi_n) \exp[(\omega + \omega_0) \tau_n(m)] \quad (4)$$

식(4)를 벡터 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$x(\omega) = [X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_M(\omega)]' = S(\omega) F(\omega) \quad (5)$$

$$S(\omega) = [s(\omega + \omega_0, \mathbf{x}_1), s(\omega + \omega_0, \mathbf{x}_2), \dots, s(\omega + \omega_0, \mathbf{x}_N)] \quad \text{for } -\omega_b \leq \omega \leq \omega_b$$

$$\mathbf{F}(\omega) = [F_1(\omega)e^{j\phi_1}, F_2(\omega)e^{j\phi_2}, \dots, F_N(\omega)e^{j\phi_N}]' \in \mathbb{C}^N$$

잡음이 부가될 경우에  $\mathbf{x}(\omega)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{x}(\omega) = \mathbf{S}(\omega)\mathbf{F}(\omega) + \boldsymbol{\eta}(\omega) \quad (6)$$

여기서  $\boldsymbol{\eta}(\omega)$ 는  $\boldsymbol{\eta}(t)$ 의 푸리에 변환을 나타낸다.

### 2.2 신호의 공분산 행렬

스냅샷 벡터의 2차 통계적 특성은 어레이 신호의 도래각을 추정하는데 매우 유용한 도구를 제공한다. 현대적 신호의  $M \times M$  공분산 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^*] \quad (7)$$

여기서  $E$  와  $*$  는 각각 기대값과 복소공액 전치자를 나타낸다.

식(3)을 식(7)에 대입하면 공분산 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{S}\mathbf{R}_f\mathbf{S}^* + \sigma^2\mathbf{R}_\eta \quad (8)$$

식(8)에서  $N \times N$  신호 공분산 행렬  $\mathbf{R}_f$ 와  $M \times M$  잡음 공분산 행렬  $\mathbf{R}_\eta$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{R}_f = E[\mathbf{f}(t)\mathbf{f}(t)^*] \quad (9)$$

$$\sigma^2\mathbf{R}_\eta = E[\boldsymbol{\eta}(t)\boldsymbol{\eta}(t)^*] \quad (10)$$

광대역 신호인 경우에 공간 스펙트럼 밀도 행렬  $\mathbf{P}_x(\omega)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{P}_x(\omega) = E[\mathbf{x}(\omega)\mathbf{x}(\omega)^*] \quad (11)$$

식(6)을 식(11)에 대입하면  $\mathbf{P}_x(\omega)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{P}_x(\omega) = \mathbf{S}(\omega)\mathbf{P}_f(\omega)\mathbf{S}(\omega)^* + \sigma^2(\omega)\mathbf{P}_\eta(\omega) \quad (12)$$

### III. 등간격 선형어레이에 대한 행렬특성매핑

행렬특성매핑 이론을 전개하기 위하여 먼저 다음과 같은 조건을 가정한다.

(i) 어레이는  $M$  개의 등간격 센서로 구성된 선형어레이이다.

(ii)  $N$  개의 입사신호는 모두 인코히어런트 신호이다.

위의 가정하에 어레이의 공분산 행렬은 다음의 세가지 성질을 갖고 있음은 잘 알려져 있다[2, 4].

(i)  $\mathbf{R}_x$ 의 가장 작은 고유값은 잡음 전력  $\sigma^2$ 이며  $(M-N)$  개의 고유값  $\sigma^2$ 를 갖는다.

(ii)  $\mathbf{R}_x$ 는 Toeplitz 행렬이다.

(iii)  $\mathbf{R}_x$ 는 Hermitian 반양정치 행렬이다.

위의 세가지 성질을 이용하여 행렬특성매핑이 이루어지며 기본 개념은 원하지 않는 성분(예:잡음)을 제거 혹은 감소시키면서 이상적인 성질에 가까워질 수 있도록 연산하는 방법이다.

(정리 1)  $\|\mathbf{R} - \mathbf{R}^{(N)}\|_F$ 이 최소화되는 rank  $N$ 을 갖는 최적화된 행렬  $\mathbf{R}^{(N)}$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{R}^{(N)} = \sum_{k=1}^N \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^* \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{R}$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{R} = \sum_{k=1}^M \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^* \quad (14)$$

$\sigma_k$ 은 양의 실수값이고 내림차순 ( $\sigma_k \geq \sigma_{k+1}$ )으로 되어 있다.  $\mathbf{u}_k$ 와  $\mathbf{v}_k$ 은 각각 행렬  $\mathbf{R}$ 의  $M \times 1$  정규직교 좌측과 우측 singular 벡터이다.

$\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 인 행렬의 Frobenius norm은 다음과 같이 정의된다.

$$\|\mathbf{A}\|_F = \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M |a(i,j)|^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

(정리 1)의 증명은 [5]에 주어져 있으며 이 행렬 매핑을 연산자  $G^{(N)}$ 으로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{R}^{(N)} = G^{(N)}(\mathbf{R}) \quad (16)$$

실제적 적용에 있어 이 특성 매핑은 신호처리의 다양한 응용에서 신호대잡음비 증가의 효과를 나타낸다. 즉, 이 매핑에 의해 잡음 고유벡터의 원하지 않는 효과가 감소되어 신호대잡음비 레벨이 증가되게 된다.

(정리 2) 주어진 행렬  $R \in C^{M \times M}$  에 대하여  $R_{(N)}$ 을  $(M-N)$ 개의 작은 고유값 ( $N < M$ )을 갖는 임의의 행렬이라 하자. 이런 구조를 가지며  $\|R - R_{(N)}\|_F$ 을 최소화하는 최적의 행렬은 다음 식으로 구해진다.

$$R_{(N)} = \sum_{k=1}^N \lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^* + \lambda \sum_{k=N+1}^M \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^* \quad (17)$$

$$= G_{(M)}(R)$$

$$\lambda = \frac{1}{M-N} \sum_{k=N+1}^M \lambda_k \quad (18)$$

여기서,  $R$ 의 고유값  $\lambda_k$ 는 내림차순으로 정렬된 값이고 ( $\lambda_k \geq \lambda_{k+1}$ ),  $\mathbf{v}_k$ 는  $\lambda_k$ 에 대응하는 고유벡터이다. 만약  $\lambda_N \neq \lambda_{N+1}$ 라면 특성매핑  $G_{(M)}$ 는  $R_{(N)}$ 의 유일한 해를 제공한다[7].

(정리 2)로부터 식(8)로 주어지는 신호모델식을 고유값-고유벡터 분해하여 잡음의 평균전력  $\sigma^2$ 이 추정될 수 있음을 알 수 있다. 특성매핑  $G^{(N)}$ 과는 대조적으로  $G_{(M)}$ 은 잡음고유벡터를 유지하고  $(M-N)$ 개의 작은 고유값을 잡음효과를 제거하지 않으면서 같게 만든다. Toeplitz 구조 행렬은 신호 처리 및 시스템 이론에서 매우 중요한 행렬이며  $R$ 의 두 번째 성질과 관련된 이론이 (정리 3)에 주어져 있다.

(정리 3)  $C^{M \times M}$ 에 속한 행렬을  $R$ , Hermitian-Toeplitz 행렬의 집합에 속한 행렬을  $R^{(T)}$ 라 하자.  $\|R - R^{(T)}\|_F$ 을 최소화하는  $M \times M$  Hermitian-Toeplitz 행렬의 첫 번째 열을 기술하면 다음과 같다.

$$r_i = \frac{1}{M-i} \sum_{k=1}^{M-i} r(k+i, k) \quad \text{for } 0 \leq i \leq M-1 \quad (19)$$

여기서  $r(k, m)$ 은  $R$ 의 성분,  $r_i$ 는  $R^{(T)}$ 의 첫 번째 열의  $(i+1)$ 번째 요소를 나타낸다. (정리 3)의 증명은 [6]에 간단히 주어져 있다. 이 행렬 매핑을 연산자  $G^{(T)}$ 를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$R^{(T)} = G^{(T)}(R) \quad (20)$$

Toeplitz 구조 행렬 접근은  $R$ 의 각 부대각 (subdiagonal) 성분의 평균으로 얻을 수 있으며 잡음의 효과를 감소시킬 수 있는 연산이다. 특히, 부가성

백색 가우시안 잡음 환경하의 어떠한 정현파도 이 매핑에 의해 비교적 깨끗하게 잡음이 제거될 수 있다.

#### IV. 행렬특성매핑 이용 제안 알고리즘

##### 4.1 현대역신호의 도래각추정 알고리즘

III 절에서 언급한 바와 같이 공분산 행렬 추정값은 일반적으로 이론적인 세가지 성질을 갖지 못한다. 그러나 이러한 성질을 갖는 공분산 행렬에 근사한 행렬을 결정하기 위한 알고리즘은 행렬특성매핑을 이용한 순차적인 연산을 통하여 구현이 가능하다. 이 절에서는 현대역 인코더어런트 신호의 도래각 추정에 적용하기 위한 여러 가지 방법을 제안한다.

$$\text{제안된 방법 I: } R_k = G^{(T)}G^{(N)}(R_{k-1}) \quad k = 1, 2, \dots \quad (21)$$

이 방법은  $N$ 차 행렬 근사화를 수행한 후 Toeplitz 행렬 근사화를 취하는 연산방법이다. 매핑  $G^{(N)}$ 이 수행된 후 나타나는 행렬  $G^{(N)}(R_{k-1})$ 은 일반적으로 Hermitian-Toeplitz 성질을 갖지 못한다. 그리하여 Toeplitz 구조를 구성하기 위하여  $G^{(T)}$  연산자를 택하면  $G^{(T)}$ 에 의하여  $G^{(N)}(R_{k-1})$ 은  $G^{(T)}G^{(N)}(R_{k-1})$ 로 매핑된다. 그러나  $G^{(T)}G^{(N)}(R_{k-1})$ 은  $G^{(T)}$ 에 의하여 이론적인 차수  $N$  성질을 갖지 못한다. 그러므로 이 두과정을 프로세서의 허용오차를 만족할 때까지 반복적으로 수행하면 공분산 행렬 추정값은 비교적 근사한 부가된 행렬로 수렴하게 된다.

$$\text{제안된 방법 II: } R_k = G^{(T)}G_{(N)}(R_{k-1}) \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

이 방법이 앞의 방법 I과 다른 점은  $G_{(N)}$  연산을 취함으로써  $(M-N)$  개의 작은 고유값을 같은 값으로 택하여 공분산 행렬을 재구성한다는 점이다.  $G^{(T)}$ 는 대각 성분을 평균취하는 연산으로서 신호대 잡음비의 개선효과가 탁월하다. 반복적인 연산방법은 방법 I과 같으나  $R_k$ 를 크게 변경시키지 않는다는 점에서 가장 유용한 연산으로 나타난다.

$R_k$ 가 프로세서에게 알려져 있다는 가정하에 잡음 전력  $\sigma^2$ 가  $G_{(N)}$ 에 의해서 추정될 수 있으므로 다음과 같은 새로운 방법이 제안된다.

$$\text{제안된 방법 III: } R_k = G^{(T)}G^{(N)}(R_{k-1} - \hat{\sigma}_{k-1}^2 R_k) \quad k = 1, 2, \dots \quad (23)$$

$$\hat{\sigma}_{k-1}^2 = \frac{1}{M-N} \sum_{i=N+1}^M \lambda_i$$

이 방법의 기본 개념은 프로세서가 잡음 공분산 행렬을 알고 있으므로 공분산 행렬 추정값으로부터 잡음 공분산 행렬 추정값을 삭감시킨다는 점이다. 따라서 이 방법은 방법 I 및 II 보다 반복시행마다 보다 많은 계산량을 요구한다.

#### 4.2 광대역신호의 도래각추정 알고리즘

II절에서 언급한 바와 같이 협대역과 광대역 신호의 어레이 신호모델이 같은 형태이므로 협대역 알고리즘을 광대역 알고리즘으로 확대 적용시킬 수 있다. 제안된 행렬특성매핑 알고리즘을 효율적으로 적용하기 위하여 Wang-Kaveh의 Coherent Signal Subspace Method(CSM)인 도래각 추정 알고리즘을 사용하였다.

CSM 방법의 기본개념은 각 주파수에서의 스펙트럼 밀도행렬을 평균을 취하여 한 개 주파수에서의 스펙트럼 밀도 행렬로부터 신호 부공간을 추정하는 것이다. 이 방법은 식(24)와 같은 변환행렬을 이용하여 평균 스펙트럼 밀도행렬을 구하며, 초기 추정각을 필요로 한다. 등간격 선형어레이인 경우에 대각변환행렬은 다음과 같이 주어진다<sup>[3]</sup>.

$$T(\omega_0, \omega_i) = \text{diag}[1, e^{j(\omega_0 - \omega_i)\tau^1}, e^{j2(\omega_0 - \omega_i)\tau^1}, \dots, e^{j(M-1)(\omega_0 - \omega_i)\tau^1}] \quad (24)$$

여기서  $\tau^1 = d \cos \theta^1 / c$  이며  $\theta^1$ 은 초기 추정각을 나타낸다.

평균 스펙트럼 밀도행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$P_y(\omega_0) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J T(\omega_0, \omega_j) P_x(\omega_j) T(\omega_0, \omega_j)^* \quad (25)$$

$$P_{yy}(\omega_0) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J T(\omega_0, \omega_j) P_y(\omega_j) T(\omega_0, \omega_j)^* \quad (26)$$

여기서 J는 주파수 부대역 개수이고,  $\omega_0$ 는 공통 신호부공간이 구성되는 주파수를 나타낸다. 식(25)와 식(26)에 행렬매핑을 적용하기 위해서 식(25)의  $P_y(\omega_0)$ 가 Toeplitz 행렬인지를 알아본다.

**(정리 4)**  $P_x(\omega_i)$ 가  $M \times M$  Hermitian-Toeplitz 행렬이면  $T(\omega_0, \omega_j) P_x(\omega_j) T(\omega_0, \omega_j)^*$ 도 Hermitian-Toeplitz 행렬이다.

정리 4에 대한 증명은 다음과 같이 쉽게 보여줄 수 있다.  $P_x(\omega_i)$ 의 k 번째 행과 m 번째 열에 있는 성분을  $p(k,m)$ 라고 하면  $T(\omega_0, \omega_j) P_x(\omega_j) T(\omega_0, \omega_j)^*$ 의 대응되는 성분은  $p(k,m) \exp[j(\omega_0 - \omega_j)(k-m)\tau^1]$ 이 된다. 이는 평균스펙트럼 밀도행렬의 각성분은  $(k-m)$ 에만 의존하므로 공간상에서 Toeplitz 임을 알 수 있다.

협대역 알고리즘과 유사한 방법으로 광대역 도래각추정 문제에 적용하면 다음과 같은 알고리즘을 제안할 수 있다.

$$\text{방법 I : } R_k = G^{(T)} G^{(N)} (R_{k-1}) \quad (27)$$

$$k = 1, 2, \dots$$

$$\text{방법 II : } R_k = G^{(T)} G^{(N)} (R_{k-1}) \quad (28)$$

$$k = 1, 2, \dots$$

$$\text{방법 III : } R_k = G^{(T)} G^{(N)} (R_{k-1} - \hat{\sigma}_{k-1}^2 P_y), \quad (29)$$

$$k = 1, 2, \dots$$

여기서  $P_0$ 는  $P_y(\omega_0)$ 이며  $P_y$ 는  $P_{yy}(\omega_0)$ 를 나타낸다.

### V. 시뮬레이션 결과

#### 5.1 협대역 인코더러턴트 신호

제안된 방법을 검증하기 위하여 식(1)을 이용한 두 개의 신호를 발생시켜 공분산 행렬을 추정하였다. 진폭이 1인 두 개의 신호가  $M=10$ 인 어레이로  $\theta_1=85^\circ$ 와  $\theta_2=95^\circ$ 로 입사하였다고 가정하였고 안테나 소자간격은  $d = \lambda_0/3$ 이고, 스냅샷 개수는 200개이며 정규화주파수는 0.3이다. 제안된 세가지 방법과 MUSIC 방법의 통계적 특성을 40번의 독립시행을 거쳐 그 결과를 표 1에 나타내었으며 제안된 방법의 행렬특성매핑 방법은 10번 이내에 수렴하였다.

표 1로부터 제안된 방법이 MUSIC에 비하여 표본비어스, 표본표준편차 및 평균제곱오차 면에서 월등한 성능을 나타냄을 알 수 있다. 특히 방법 II와 III은 신호대잡음비가 낮은 환경에서도 우수한 통계적 성능을 제공하고 있다. 표 1에서 “-”는 두 신호를 분리 추정하지 못한 경우를 의미한다. 제안된 방법의 분해능을 조사하기 위하여 한 개의 신호의 추정각이  $85^\circ \pm 0.375^\circ$ , 다른 신호의 추정각이

95°±0.375° 사이에 동시에 위치할 확률을 분해능으로 정의하였고, 그 결과를 그림 1에 표시하였다. 그림 1은 신호대잡음비에 따른 분해능의 변화를 나타내며 제안된 3가지 방법 모두 MUSIC 보다 우수한 분해능을 제공함을 알 수 있다. 그림 2는 10번 독립시행을 통하여 얻은 도래각 추정결과를 나타내며 신호대잡음비가 -10 dB 인 경우에 MUSIC은 두 신호를 분리추정하지 못 하는 반면에 제안된 방법 III는 효율적으로 두신호를 탐지함을 보여준다.

표 1. 85° 로 입사한 협대역 인코히어런트 신호에 대한 알고리즘의 성능비교

표본바이어스의 절대값				
알고리즘 SNR(dB)	MUSIC	방법 I	방법 II	방법 III
0	0.2344	0.0219	0.2094	0.2344
-2	0.3781	0.1125	0.2344	0.2687
-4	-	0.2438	0.2500	0.2875
-6	-	0.4094	0.2844	0.3312
표본 표준 편차				
알고리즘 SNR(dB)	MUSIC	방법 I	방법 II	방법 III
0	0.4081	0.3136	0.3054	0.3127
-2	0.5663	0.4219	0.4204	0.4272
-4	-	0.5959	0.5856	0.5784
-6	-	0.8282	0.8163	0.8176
평균제곱오차				
알고리즘 SNR(dB)	MUSIC	방법 I	방법 II	방법 III
0	0.2215	0.0988	0.1371	0.1527
-2	0.4637	0.1906	0.2316	0.2547
-4	-	0.4109	0.4055	0.4172
-6	-	0.8535	0.7473	0.7781

5.2 광대역 인코히어런트 신호

광대역 신호의 도래각 추정을 위하여 낮은 신호 대잡음비에서 우수한 성능을 제공하는 방법 II와 Wang-Kaveh의 CSM 방법의 성능을 비교하였다.

식(4)의 신호모델을 이용하여 안테나 간격이  $\lambda_0/2$ 이고 M=12 개로 구성된 등간격 선형어레이로

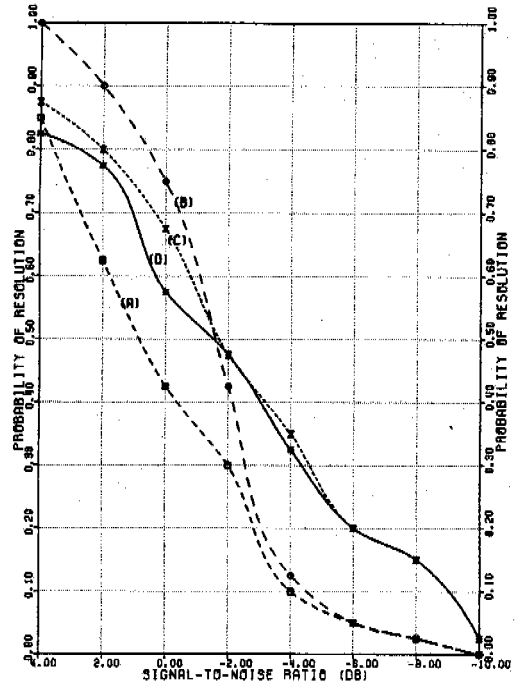
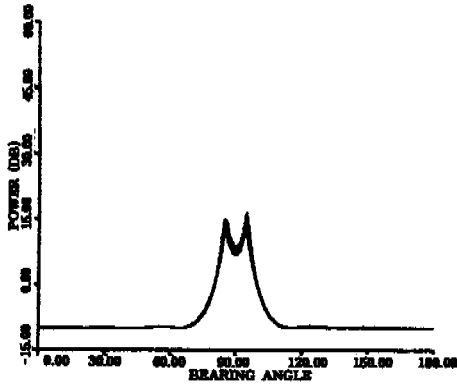


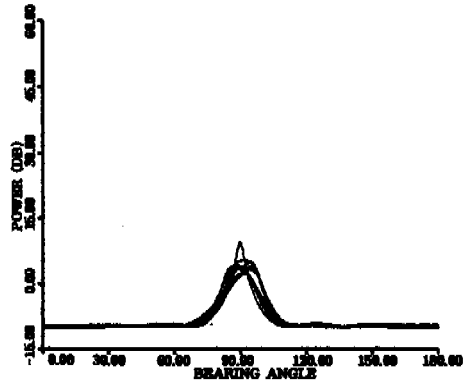
그림 1. 두 개의 협대역 인코히어런트 신호에 대한 MUSIC 과 제안 방법들의 분해능 비교 (a) MUSIC (b) 방법 I(c) 방법 II (d) 방법 III

사용된 신호는 중심주파수가 100 Hz이고 대역폭이 40 Hz인 대역통과 백색 가우시안 랜덤과정으로서 평균이 0인 정적인 신호이다. 잡음은 신호와 같은 대역폭을 갖는 부가성 백색 가우시안 랜덤 과정이다. 표본주파수는 80 Hz이고 스냅샷 개수는 L = 3840 (T=48초)을 취했다. 스펙트럼 밀도행렬을 추정하기 위하여 관측시간을 60개의 세그먼트로 나누었으며, 신호의 대역폭 내에서 J=33개의 부대역 성분을 택하였다. CSM 알고리즘의 변환행렬을 구성하기 위하여 초기각을 79.5° 로 가정하였다. 식(25)의 평균스펙트럼 밀도행렬에 방법 III에 의거한 행렬특성매핑을 적용시킨 다음 MUSIC 알고리즘을 수행하였다.

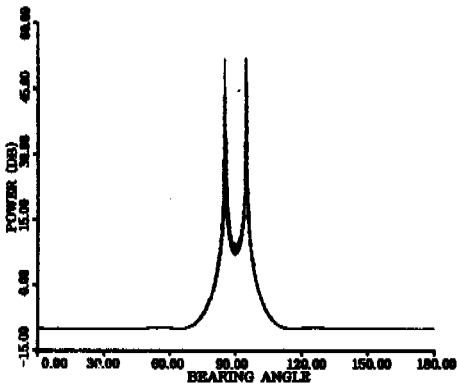
표 2로부터 제안된 방법 III의 통계적 성능이 CSM-MUSIC 보다 월등함을 알 수 있다. 그림 3으로부터 신호대 잡음비가 작아짐에 따라 제안된 방법의 분해능이 CSM-MUSIC 보다 60% 이상 향상됨을 알 수 있다. 그림 4는 10번의 독립시행을 거쳐 얻은 도래각 추정결과로서 신호대 잡음비가 -12 dB 인 경우에 CSM-MUSIC은 전혀 두 신호를 분리 추정하지 못하는 반면에 제안된 방법은 일관성 있게 두 신호를 탐지함을 보여준다.



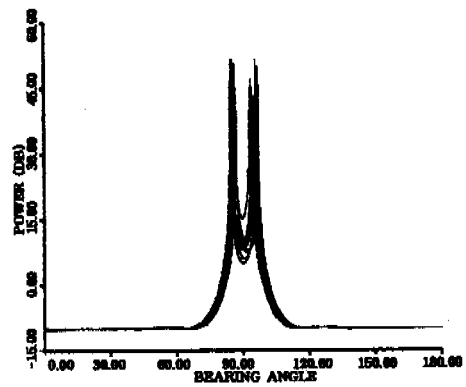
(a)



(b)



(c)

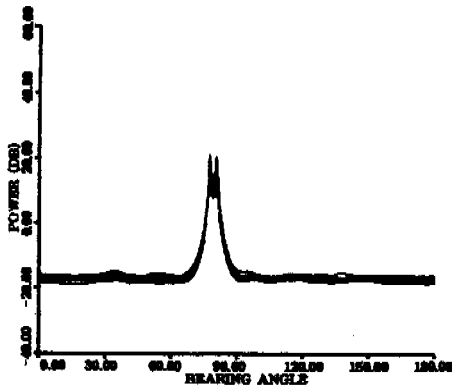


(d)

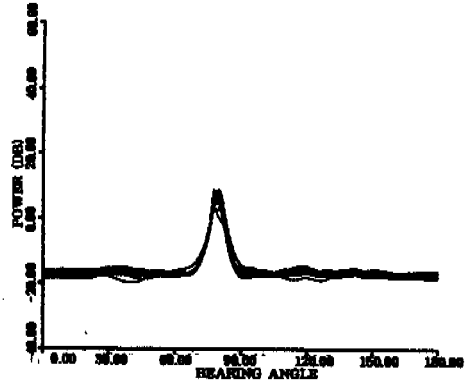
그림 2. 85° 와 95° 로 입사한 두 개의 인코히어런트 협대역 신호의 도래각 추정 결과  
 ( M=10, d=λ 0/3, 10번 독립시행 )  
 (a) MUSIC (SNR = 0dB)    (b) MUSIC (SNR = -10dB)  
 (c) 방법 III (SNR = 0db)    (d) 방법 III (SNR = -10dB)

표 2. 78° 로 입사한 광대역 인코히어런트 신호에 대한 알고리즘들의 성능 비교

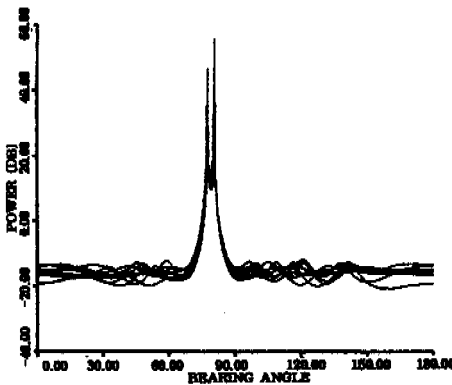
알고리즘	CSM-MUSIC			제안방법 III		
	표본 바이어스	표본 표준편차	평균 제공오차	표본 바이어스	표본 표준편차	평균 제공오차
SNR (dB)						
4	0.0042	0.0756	0.0057	0.0375	0.0573	0.0047
2	0.0042	0.0940	0.0089	0.0458	0.0683	0.0068
0	0.0208	0.1074	0.0120	0.0500	0.0890	0.0104
-2	0.0583	0.1539	0.0271	0.0500	0.1275	0.0187
-4	-	-	-	0.0667	0.1470	0.0260



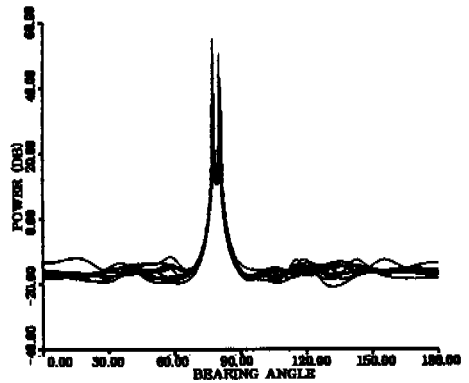
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 4. 78° 와 81° 로 입사한 두 개의 광대역 인코히어런트 신호의 도래각 추정결과  
 ( M=10,  $d=\lambda/2$ , 10번 독립시행 )  
 (a) CSM-MUSIC (SNR = 0dB)      (b) CSM-MUSIC (SNR = -12dB)  
 (c) 방법 III (SNR = 0db)      (d) 방법 III (SNR = -12dB)

## VI. 결론

다중 인코히어런트 신호의 도래각을 추정하기 위한 세가지 새로운 방향탐지 알고리즘을 제안하였다. 이 방법들은 행렬특성매핑을 이용한 신호부각 알고리즘으로써 잡음이 섞인 신호로부터 공분산행렬의 이론적인 성질에 근사한 공분산 행렬 추정값을 반복적으로 계산하는 순차적 매핑 방법이다. 제안된 방법이 기존 방법(MUSIC, CSM-MUSIC)보다 표본

바이어스, 표본 표준편차, 평균제곱오차, 및 분해능 면에서 월등한 성능을 제공함을 알 수 있었다. 제안된 방법이 일반적인 어레이에도 효율적으로 적용될 수 있도록 성능개선에 관한 연구가 현재 진행중이다.

## 참고 문헌

[1] V. F. Pisarenko, "The retrieval of harmonics from a covariance function," *Geophys. J. R.*



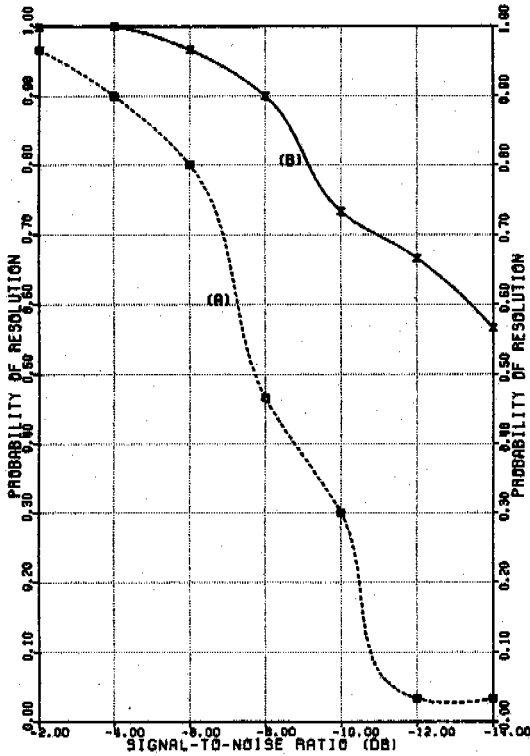


그림 3. 두 개의 광대역 인코히어런트 신호에 대한 CSM-MUSIC과 제안된 방법Ⅲ와 분해능 비교  
(A) CSM-MUSIC (B) 제안 방법 Ⅲ

Astr. Soc., vol 33, pp. 347-366, 1973.

[2] R. O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph. D. Dissertation, Stanford Univ., 1981.

[3] H. Wang and M. Kaveh, "Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources," IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, pp. 823-831, August 1985.

[4] W. D. White, "Angular spectra in radar applications," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst, vol. AES-15, pp. 895-899, November 1979.

[5] G. H. Golub and C. F. Van Loan, Matrix Computations. Baltimore : Johns Hopkins University Press, 1983.

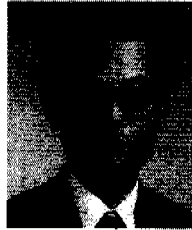
[6] Y. S. Kim, "Direction-of-arrival estimation of

multiple plane waves using signal subspace approach," Ph. D. Dissertation, Arizona State Univ., December 1988.

[7] H. D. Mittelmann and J. A. Cadzow, "Continuity of closest rank-p approximation to matrices," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-35, pp. 1211-1212, August 1987.

김 영 수(Young-Soo Kim)

종신회원



1981년 2월 : 연세대학교

전자공학과(공학사)

1983년 2월 : 연세대학교대학원

전자공학과(공학석사)

1988년 12월 : Arizona State

University 전기공학과

(공학박사)

1985년 5월~1986년 5월 : Consultant, Signal-System Technology Inc., U. S. A..

1986년 6월~1988년 12월 : Research Associate, Arizona State University.

1989년 3월~1992년 8월 : ETRI 전파기술부, 전파 응용연구실, 실장.

1992년 9월~1996년 8월 : 경희대학교 전파통신전공 조교수.

1996년 9월~현재 : 경희대 전자정보학부 부교수.

<주관심 분야> 통신신호처리, 이동통신 시스템, 전파방향탐지, 스펙트럼추정, 적응필터, 전파 감시 등

E-mail : yskim@khu.ac.kr

이 상 윤(Sang-Yun Lee)



2000년 2월 : 경희대학교

전파공학과(공학사)

2000년 3월~현재 : 경희대학교

전파공학과 석사과정

<주관심 분야> 스마트 안테나,

통신신호처리, 위치 추정

E-mail : immortalization@hanmail.net