

SOVA 터보 부호에 효율적인 반복 복호 정지 기준

정회원 정호영*, 김신령**

An Efficient Stopping Criterion for SOVA Turbo Decoding

Ho-Young Cheong*, Sin-Ryeong Kim** *Regular Members*

요 약

터보 복호는 반복 복호 횟수가 증가할수록 오율 성능이 개선된다. 그러나, 임의의 반복 횟수가 증가하여 오류 추정과정이 수렴하게 되면 개선되는 정도는 점차 미미하게 되고 계산량과 복호 지연만 증가한다. 따라서, 불필요한 계산량과 복호 지연을 줄이기 위해 효율적인 반복 복호 정지 기준이 요구된다.

본 논문에서는 SOVA 터보 복호를 위한 효율적인 반복 복호 정지 기준을 제시하고, 시뮬레이션을 통해 그 성능을 비교·분석하였다.

ABSTRACT

Turbo(MAP or SOVA) decoding achieves an error performance close to the Shannon limit through decoding iterations and by using a large interleaver. As the number of iterations increases, the bit error rate(BER) of the decoder decrease. But the incremental improvement gradually diminishes. Therefore, it is important to devise an efficient criterion to stop the unnecessary iteration process.

In this paper, we present an efficient stopping criterion for SOVA turbo decoding which requires no storage and minimal calculation. Simulation results are presented to analyze the BER performance of the proposed criterion.

I. 서 론

선형 부호의 ML 트렐리스 복호(maximum likelihood trellis decoding) 기법은 대표적으로 비터비 복호(Viterbi decoding)와 터보 복호(Turbo decoding)를 들 수 있다. 터보 복호는 길이가 긴 인터리버를 사용하여 반복적으로 복호를 수행하므로써 Shannon 한계에 근접된 우수한 오율 성능을 나타내는 기법이다^[1]. 그러나, 반복 복호 횟수가 증가할수록 성능 개선 정도는 점차 감소하여 오류의 추정치가 수렴하게 되면 성능 개선은 거의 없이 계산량과 복호 지연(decoding delay)만 배가된다^[3]. 따라서, 어느 정도 오류에 대한 추정 과정이 완료되었을 때 이를 판단하여 복호 과정을 종료시킬 수 있는 효율적인 정지 기준(stop criterion)이 요구된다.

한편, 터보 복호 기법은 MAP(maximum a posteriori) 알고리즘을 이용하는 것이 최적의 비트 오율 성능을 나타내는 것으로 알려져 있으나 비터비 복호 기법에 비해 지나치게 많은 계산량과 복호 지연이 필요하다. Hagenauer에 의해 제시된 SOVA(soft output Viterbi algorithm) 복호 기법^[1]은 이와 같은 점들을 고려하여 고안된 것으로 최적의 오율 성능을 갖지는 않지만 복잡도(complexity)를 크게 줄인 반복 복호(iterative decoding) 기법이며 비터비 복호와 동일한 복호 과정을 거치므로 비터비 복호기와 거의 유사한 구조로 구현될 수 있다. 그러나, SOVA를 이용한 터보 부호 역시 반복 복호에 의해 성능 개선이 이루어지며 MAP 알고리즘을 이용한 터보 부호와 마찬가지로 반복 횟수가 거듭될 수록 성능이 좋아지는 반면, 반복횟수가 점차 증가하면서 오류 추정과정이 어느 정도 완료되어 수렴되면 추가

* 남서울대학교 전자정보통신공학부(hycheong@nsu.ac.kr)

** 동서대학교 전자통신과(srkim@haksan.dsc.ac.kr)

논문번호: T01014-0523, 접수일자: 2001년 5월 23일

로 개선되는 정도가 미미하므로 계산량과 복호 지연만 증가하게 된다. 따라서, 오류 추정과정의 수렴 시기를 판단하여 반복 복호 과정을 효율적으로 종료할 수 있는 정지 기준은 큰 성능 저하 없이 복잡도를 크게 줄일 수 있다는 점에서 중요하다^[2].

본 논문에서는 SOVA를 이용한 터보 부호의 복호 기법에서 오류 추정 치의 수렴 시기를 효율적으로 판단하여 반복 복호를 종료시킬 수 있는 정지 기준을 제시하고, 시뮬레이션을 통해 그 성능을 분석하였다.

II. 반복 복호를 위한 정지 기준

일반적으로 터보 부호의 복호는 반복되는 복호 횟수를 K 번으로 고정시켜 수행하며 이때 K 는 최악의 프레임(worst frame)을 가정하여 정한다^[3]. 그러나, 대부분의 전송 프레임들은 K 회 이전에 오류의 추정과정이 수렴되며, 수렴 시기를 정확히 판단하여 복호를 종료할 경우 성능 저하가 거의 없이 계산량을 크게 줄일 수 있다. 그림 2는 위의 사실을 잘 보여주고 있으며, 오류 추정치의 수렴시기를 판단하여 복호를 종료시키는 것을 정지 기준(stop criterion)이라 한다. 반복 복호의 정지 기준은 대부분 상호 엔트로피(CE : cross entropy) 개념을 기초로 하고 있으며 CE 정지 기준, SCR 정지 기준, HDA 정지 기준 및 SDR(sign difference ratio) 정지 기준 등을 들 수 있다. 이들은 모두 CE 정지 기준과 거의 유사하며 MAP 복호기에 적용되어 연구되어 왔다. 본 절에서는 이들의 기초가 되고 있는 CE 정지 기준을 살펴본다.

터보 부호의 부호화기(encoder) 구조가 부호율이 $1/n$ 인 두 개의 RSC(recursive systematic convolutional code)를 인터리머를 통해 병렬로 연결한 형태라고 하고, 전송 정보 시퀀스의 길이는 N 으로 가정한다. 정보 시퀀스 $\mathbf{u}=(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N)$ 가 부호 시퀀스 $\mathbf{v}=(v_1, v_2, v_3, \dots, v_N)$ 로 부호화 되어 BPSK 신호로 변조된 후 $N(0, \sigma^2)$ AWGN 채널을 통해 전송되면 수신 시퀀스는 $\mathbf{y}=(y_1, y_2, \dots, y_N)$ 로 나타낼 수 있다. 이때, $\mathbf{v}_k=(v_{k,1}, v_{k,2}, \dots, v_{k,n})$ 는 시간 k 에서 u_k 에 해당되는 부호 블록을 의미하며, 채널을 통해 전송된 수신 블록은 $\mathbf{y}_k=(y_{k,1}, y_{k,2}, \dots, y_{k,n})$ 이므로 $y_{k,l} = v_{k,l} + n_{k,l}$ 로 표시할 수 있고 $n_{k,l}$ 은 평균이 0 이고 분산이 σ^2 인 가우시안 랜덤변수로 볼 수 있다.

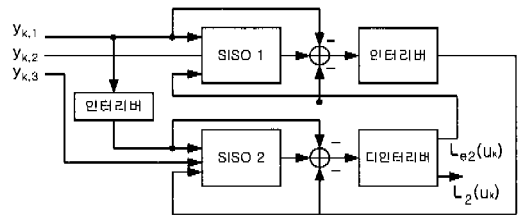


그림 1. 터보 복호기의 기본 구조

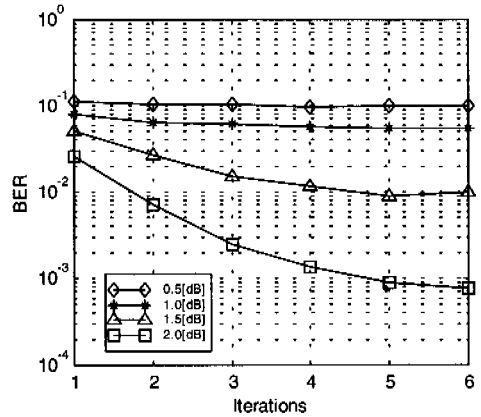


그림 2. 반복 횟수에 따른 SOVA 터보 복호기의 BER 성능

그림 1.과 같이 채널 출력 $y_{k,l}$ 은 두 개의 SISO (soft-input soft-output) 복호기로 구성된 터보 복호기에 전달되며 최종적으로 정보 비트에 대한 추정치인 LLR(log-likelihood ratio) 값, $L(u_k|y)$ 가 출력된다. 터보 복호기의 출력 $L(u_k|y)$ 는 식 (1)과 같이 표현될 수 있는데, $L(u_k)$ 는 u_k 에 대한 *a priori* 값을 의미하고 $L_c \cdot y_{k,1}$ 은 정보 비트 u_k 에 대한 채널의 연판정 값, $L_e(u_k)$ 는 u_k 에 대한 부가정보(extrinsic value)를 나타낸다^[4].

$$L(u_k|y) = L(u_k) + L_c \cdot y_{k,1} + L_e(u_k) \quad (1)$$

i 번째 반복 복호 과정에서 $L_m^{(i)}(u_k|y)$ 와 $L_{em}^{(i)}(u_k|y)$ 를 각각 m -번째 SISO 복호기에 의한 LLR 및 부가정보라고 하면 SISO 1 과 SISO 2에 의해 출력되는 LLR은 식 (2),(3)과 같다.

$$L_1^{(i)}(u_k|y) = L_{e2}^{(i-1)}(u_k) + L_c y_{k,1} + L_{e1}^{(i)}(u_k) \quad (2)$$

$$L_2^{(i)}(u_k|y) = L_{e1}^{(i)}(u_k) + L_c y_{k,1} + L_{e2}^{(i)}(u_k) \quad (3)$$

또한, m 번째 SISO 복호기의 출력에서 확률분포 $p_m^{(i)}(\hat{u}_k)$ 는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다^[2].

$$p_m^{(i)}(u_k) = \frac{e^{\pm L_m^{(i)}(u_k|y)}}{1 + e^{\pm L_m^{(i)}(u_k|y)}} \quad (4)$$

한편, 두 확률 분포 $P(u)$ 와 $Q(u)$ 에 대한 상호 엔트로피(CE : cross entropy)는 식 (5)와 같이 정의된다^[11].

$$E_P\left\{-\frac{P(u)}{Q(u)}\right\} \quad (5)$$

u 의 원소들이 서로 통계적으로 독립이라고 하면 $p_1^{(i)}(u)$ 와 $p_2^{(i)}(u)$ 의 CE, 즉, $T(i)$ 는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있으며,

$$T(i) = \sum_k E_{p_k^{(i)}} \left\{ \log \frac{p_2^{(i)}(u_k)}{p_1^{(i)}(u_k)} \right\} \quad (6)$$

식 (2)와 식 (3)으로부터 식 (7)이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} L_2^{(i)}(u_k|y) - L_1^{(i)}(u_k|y) &= L_{e_2}^{(i)}(u_k) - L_{e_2}^{(i-1)}(u_k) \\ &= \Delta L_{e_2}^{(i)}(u_k) \end{aligned} \quad (7)$$

복호 과정이 충분히 반복되어 오류 추정치가 수렴하게 되면 $L_1^{(i)}(u_k|y)$ 와 $L_2^{(i)}(u_k|y)$ 의 부호(sign)가 더 이상 변하지 않으며 식 (4)와 근사 식 $\log(1+x) \approx x$ (단, $x \ll 1$)를 이용하면 $T(i)$ 는 식 (8)과 같이 근사화할 수 있다^[11].

$$T(i) \approx \sum_k \frac{|\Delta L_{e_2}^{(i)}(u_k)|^2}{\exp(|L_1^{(i)}(u_k|y)|)} < \eta \quad (8)$$

Hagenauer는 임계값 η 를 $(10^{-2} \sim 10^{-4})T(1)$ 의 범위에서 정한 후 $T(i)$ 값이 임계값보다 적을 경우 복호 과정을 종료하도록 하고 있는데 이를 CE 정지 기준이라고 한다^[11].

III. SOVA 복호에서의 정지 기준

SOVA 복호법은 반복 복호(iterative decoding)가 가능하도록 Viterbi 복호 알고리즘을 변형시킨 것으로 MAP 복호에 비해 성능은 떨어지지만 계산량과 복호 지연을 크게 줄일 수 있다. SOVA 복호에서 최적 경로(ML path)는 식 (9)와 같이 표현되는 메

트릭(metric)에 의해 선정되며 메트릭 계산은 재귀적인 형태로 계산할 수 있다. 시간 k 에서 상태 s 로 들어오는 경로에 해당하는 상태 시퀀스를 s_k^i 라고 하고, 동일 경로에 대해 시간 $(k-1)$ 에서의 상태를 s' 이라고 하면 시간 k 까지의 경로 메트릭(path metric)은 식 (9)와 같다^[4].

$$M(s_k^i) = M(s_{k-1}^{i'}) + \frac{1}{2} u_k L(u_k) + \frac{1}{2} L_c \sum_{l=1}^L x_{k,l} y_{k,l} \quad (9)$$

즉, SOVA에서의 메트릭은 Viterbi 알고리즘과 같은 방식으로 갱신되며 a priori 값 $u_k L(u_k)$ 이 추가되어 있는 점만 다르다. 매 시간, 매 상태마다 메트릭을 갱신하여 생존 경로(survivor path)를 선정하면서 트렐리스의 끝에 도달하면 복호기는 최대 메트릭을 갖는 경로를 ML 경로(maximum likelihood path)로 정하게 된다. ML 경로가 결정되면 ML 경로에 해당되는 정보 비트 u_k 에 대한 LLR을 계산하게 되는데, SOVA에서의 LLR 값은 식 (10)과 같이 근사화될 수 있다^[4].

$$\begin{aligned} L(u_k|y) &\approx u_k \cdot \min_i \Delta_i^s \\ (\text{단, } i &= k, k+1, \dots, k+\delta, u_k \neq u_k^i) \end{aligned} \quad (10)$$

Δ_i^s 는 시간 i 에서 상태 s_i 에 들어오는 두 개의 경로 중 생존 경로와 제거된 경로 간의 메트릭 차(metric difference)를 의미하고, u_k^i 는 ML 경로에 합병되는 경로 중 시간 i 에서 제거된 경로에 해당하는 시간 k 의 정보 비트 값을 나타내며 δ 는 구속 장 길이의 5배 이상으로 하는 것이 일반적이다^[4]. 결국, SOVA에서 u_k 에 대한 LLR 값의 크기는 ML 경로를 따라 매 시간 계산되어 있는 $\delta+1$ 개의 Δ_i^s 들 중에서 최소값을 갖는 메트릭 차에 의해 결정된다. 특별히, 메트릭 차가 최소인 Δ_i^s 는 트렐리스의 $\delta+1$ 시간 구간에 걸쳐 영향을 미치며 Δ_i^s 의 크기는 오류 추정 과정의 수렴 정도와 큰 상관 관계를 갖게 된다. 식 (8)에서 $T(i)$ 값을 결정하는 요소는 $|\Delta L_{e_2}^{(i)}(u_k)|$ 와 $|L_1^{(i)}(u_k|y)|$ 임을 알 수 있는데, 오류 추정과정이 수렴되어 갈수록 다음과 같은 사실이 성립한다.

(1) 그림 3.에서와 같이 복호기의 LLR 크기 즉, Δ_i^s 는 크게 증가하고, $|\Delta L_{e_2}^{(i)}(u_k)|$ 값은 작아지르

로^[2] $T(i)$ 값은 크게 감소한다.

(2) LLR 크기 즉, Δ_i^k 가 작을수록 $\Delta L_2^{(i)}(u_k|y)$ 와 $\Delta L_1^{(i)}(u_k|y)$ 의 부호가 서로 다를 확률이 크므로 $|\Delta L_{\alpha}^{(i)}(u_k)|$ 의 값이 커져 $T(i)$ 값에 큰 영향을 준다. 따라서, 수렴 시 $T(i)$ 값을 좌우하는 것은 크기가 작은 Δ_i^k 값임을 알 수 있다. 즉, 크기가 작은 Δ_i^k 값들이 프레임 내에서 차지하는 비율이 작을수록 $T(i)$ 값도 감소한다.

위의 두 사실로부터 SOVA 복호의 정지 기준은 Δ_i^k 을 이용하여 정할 수 있음을 알 수 있으며, 정지 기준을 위한 Δ_i^k 값을 Δ_s 이하로 하고 M_i 를 i 번째 반복 복호 과정에서 Δ_s 이하의 값을 갖는 Δ_i^k 의 개수라고 할 때 식 (11)과 같은 정지 기준이 성립한다.

$$\begin{cases} M_i \geq \alpha \times N : \text{복호과정 계속} \\ M_i < \alpha \times N : \text{복호과정 종료} \end{cases} \quad (11)$$

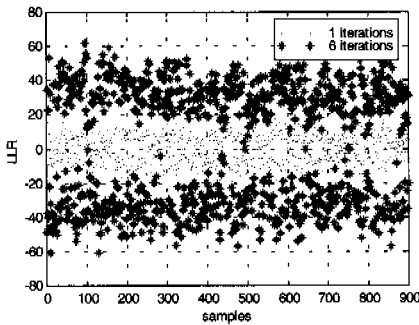


그림 4. 반복 횟수에 따른 메트릭 차의 크기 분포

IV. 시뮬레이션 결과 및 분석

본 절에서는 SOVA 복호를 이용한 터보 부호에서 정지 기준을 적용할 경우 BER 성능과 반복 횟수 감소량에 대해 시뮬레이션을 통하여 분석하였다. 콘볼루션 단위 부호는 (7,5,N=900)의 상태수가 4인 RSC(recursive systematic convolutional code) 부호를 사용하였으며 AWGN 채널과 BPSK 변조 방식을 가정하였다. 인터리버는 길이가 N=900 인 랜덤 인터리버(random interleaver)를 사용하였으며, 천공 기법(puncturing)을 이용하여 전체 부호율이 $R_c = \frac{1}{2}$ 이 되도록 하였다. 또한, 임계 메트릭 차는

$\Delta_s = 5$ 로 하였으며 $\alpha = 0.005$ 로 하여 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 4.는 정지 기준을 사용하는 경우와 반복 횟수를 6으로 고정시켜 정지 기준을 사용하지 않는 경우에 대해 SOVA 터보 부호의 BER 성능을 나타낸 것이다. 그림에서 정지 기준을 사용하는 경우와 사용하지 않는 경우의 BER 성능이 거의 동일함을 알 수 있다. 그림 5.는 그림 4.의 성능을 나타내는 정지 기준을 사용한 경우 반복 복호 횟수의 감소량을 나타낸 것으로 1[dB] 까지는 큰 변화가 없으나 1.5[dB] 이상의 SNR에서는 반복 횟수가 크게 감소함을 볼 수 있다. 특히, 2[dB] 이상의 SNR에서는 고정 반복 횟수보다 50% 이하의 반복 횟수로도 거의 동일한 성능을 나타내므로 SNR이 증가하면 할수록 정지 기준을 사용하는 경우의 계산량 절감 효과는 더욱 증가한다.

메트릭 차를 이용한 정지 기준은 CE 정지 기준에 비해 LLR 값을 일일이 저장할 필요가 없으며 복잡한 계산을 할 필요가 없으므로 간단히 복호기를 구현할 수 있는 장점이 있다.

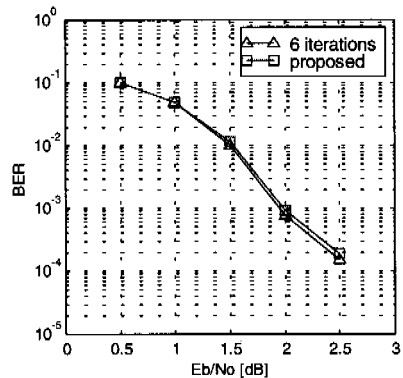


그림 4. 메트릭 차를 이용한 정지 기준과 고정 반복 횟수를 이용한 SOVA 터보부호의 BER

VI. 결론

본 논문에서는 SOVA 터보 부호에서 불필요한 계산량과 복호 지연을 줄이기 위해 메트릭 차를 이용한 정지 기준을 제시하였다. 시뮬레이션 결과 SNR이 1.5 [dB] 이상의 환경에서 BER 성능이 유지 되면서도 반복 횟수가 크게 감소함을 알 수 있었으며, 특히 2.0 [dB] 이상에서는 SNR이 증가할수

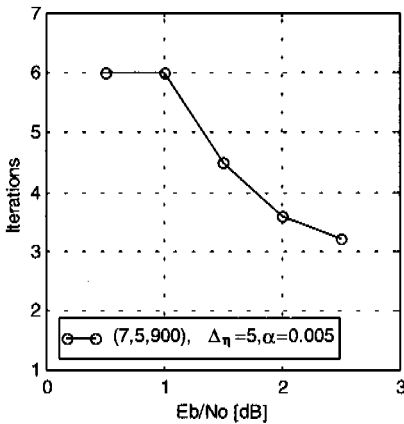


그림 5. SNR에 따른 반복 부호 횟수(최대 반복 횟수=6)

특 50% 이상의 계산량 절감효과가 뚜렷하게 나타났다. 또한, CE 정지 기준과 달리 LLR 값의 저장 및 복잡한 계산을 피할 수 있으므로 간단한 형태로 부호기를 구현할 수 있는 장점이 있다. 향후, 더욱 더 광범위한 부호 및 인터리버 종류에 대해 시뮬레이션이 요구되며 다양한 채널 환경에 적용시키는 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] Joachim Hagenauer, Elke Offer, and Lutz Papke, "Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes," IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 42, No. 2, pp. 429-445, March 1996.
- [2] Rose Y. Shao, Shu Lin, and Marc P. C. Fossorier, "Two Simple Stopping Criteria for Turbo Decoding," IEEE Transactions on Communications, Vol. 47, No. 8, pp. 1117-1120, August 1999.
- [3] Yufei Wu, Brian D. Woerner, and William J. Ebel, "A Simple Stopping Criterion for Turbo Decoding," IEEE Communications Letters, Vol. 4, No. 8, pp. 258-260, August 2000.
- [4] Jason P. Woodard and Lajos Hanzo, "Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview," IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 49, No. 6, pp. 2208-2233, November 2000.
- [5] Marc P. C. Fossorier, Frank Burkert, Shu Lin,

and Joachim Hagenauer, "On the Equivalence Between SOVA and Max-Log-MAP Decoding," IEEE Communications Letters, Vol. 2, No. 5, pp. 137-139, May, 1998.

정 호 영(Ho-Young Cheong)

정회원



1986년 2월: 충남대학교
전자공학교육학과(학사)
1989년 8월: 연세대학교
본 대학원 전자공학과
(공학석사)
1994년 2월: 연세대학교
본 대학원 전자공학과
(공학박사)

1997년 4월~현재: 남서울대학교 전자정보통신공학
부 조교수

<주관심 분야> 부호이론, 변복조이론, 위성통신,
CDMA 등.

김 신 령(Sin-Ryeong Kim)

정회원



1983년 2월: 경북대학교 공과대학
전자공학과(학사)
1985년 2월: 연세대학교 본대학원
전자공학과(공학석사)
1990년 2월: 연세대학교 본대학원
전자공학과(공학박사)

1992년 9월~현재: 동서울대학 전자통신과 조교수
<주관심 분야> 부호이론, 위성통신 등.