

# 부호심벌에 다양성 차수를 다르게 둔 터보 부호화 여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템

정회원 김 윤 희\*, 준회원 권 형 문\*\*, 정회원 송 익 호\*\*, 준회원 정 창 용\*\*

## A Turbo Coded Multicarrier DS/CDMA System with Unequal Diversity Order Assignment to Coded Symbols

Yun Hee Kim\* *Regular Member*, Hyoungmoon Kwon\*\* *Associate Member*,

Ickho Song\*\* *Regular Member*, Chang Yong Jung\*\* *Associate Member*

### 요 약

터보부호 심벌비트들을 서로 다른 부호율로 반복부호화한 뒤 여러 부채널로 나란히 보내는 터보 부호화 여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템을 제안한다. 레일리 감쇄채널에서 신호대잡음비가 높을 때에는 이 시스템의 성능 한계를 얻었고, 신호대잡음비가 낮아 한계를 적용할 수 없을 때에는 모의실험으로 성능을 살펴보았다. 신호대잡음비가 낮을 때 성능 손실이 조금 있지만 홀짝 검사 (parity check) 심벌에 다양성 차수를 크게 주어 오류마루를 (error floor) 낮출 수 있음을 보였다

### ABSTRACT

This paper presents a turbo coded multicarrier direct sequence code division multiple access (DS/CDMA) system, where the outputs of a turbo encoder are repetition coded at multiple rates and transmitted in parallel over a number of subchannels. A performance bound useful in the error floor region is obtained for Rayleigh fading channels when different diversity orders are given to turbo code symbols. Simulation results are provided for low signal-to-noise ratio (SNR) regions where the bound is not applicable. It is observed that the error floor can be lowered, with some performance loss in the low SNR region, by assigning a higher diversity order to the parity check symbols.

### I. 서 론

여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템은 광대역 부호분할 다중접속 시스템을 구현할 때 이제까지의 단일반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템을 보완하는 한 방법으로 제안되었다<sup>[1][2]</sup>. 여러반송파 시스템에서는 겹치지 않고 폭이 같은 여러 부채널로 전체 대역을 나누고, 협대역 직접수열 부호분할 다중접속 파형을 여러 부채널로 나란히 보낸다. [1], [2]에서 다룬 시스템은 수신기 복잡도가 비슷한 갈퀴 수신기 직접수열 부호분할 다중접

속 시스템과 성능이 비슷하였다. 그러나, 여러반송파 시스템은 부분적인 대역간섭이 있을 때 성능이 뛰어난을 볼 수 있다.

이 논문에서는 터보부호<sup>[3]</sup> 심벌마다 다른 부호율로 반복부호화하고 여러 부채널로 보내는 터보 부호화 여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템을 제안한다. 이 시스템은 [1]에서 다룬 시스템과 비슷하나 길쌈부호 대신에 터보부호를 쓰고 터보부호기 출력에 다양성 차수를 다르게 준다는 것이 다르다. 터보부호 심벌마다 다양성 차수를 다르게 주는 까닭은 여러 부호심벌이 비트 오류율에 미치는 영향이 다르기 때문이다. [4]와 [5]에서는 덧셈꼴 환

\* 한국전자통신연구원 무선방송기술연구소 (yheekim@etri.re.kr),  
논문번호: 000005-1106, 접수일자: 2000년 11월 6일

\*\* 한국과학기술원 전자전산학과 (ssp@ee.kaist.ac.kr)

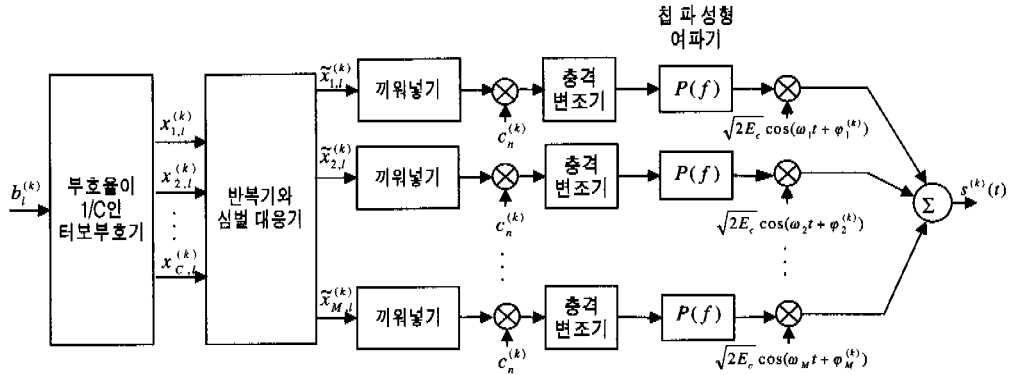


그림 1. 송신기

및 정규잡음 채널에서 터보부호기의 두 출력인 정보 심벌과 홀짝 검사 심벌에 에너지를 다르게 줌으로써 시스템 성능을 좋게 하였다. 그러나, 부호분할 다중접속 시스템에서 어느 한 쓰는이에 신호 에너지를 더 많이 주면 다른 쓰는이에 더 센 간섭을 일으키기 때문에 에너지를 다르게 주는 것은 바람직하지 않다. 더욱이 감쇄채널에서는 자유거리를 늘리는 것보다 채널 다양성이나 부호화로 일어나는 부호 다양성을 크게 하는 것이 감쇄 영향을 더 잘 줄일 수 있다.

이 논문에서는 쓸 수 있는 전체 다양성 차수를 고정하고, 터보부호 심벌마다 다양성 차수를 다르게 둘 때 터보 부호화 여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 성능을 살펴본다. 신호대잡음비가 높을 때는 성능을 추정하고자 성능 한계를 얻고, 이 한계로부터 접근성능을 유도한다. 신호대잡음비가 낮을 때에는 모의 실험 결과로 성능을 알아본다.

## II. 시스템 모형

이 논문에서는 비동기 채널에서 쓰는이가  $K$  사람일 때 여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템을 생각한다. 그림 1은 터보 부호화 여러반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 쓰는이  $k$ 의 송신기를 나타낸 것이다. 그림 1은 [2]에서 제안한 길쌈부호화 시스템을 바탕으로 하였는데, 다른 점은 길쌈부호 대신에 터보부호를 쓰고 터보부호 심벌마다 다른 부호율로 반복부호화하였으며 문제를 단순화하고자 동위상 변조기와 직교위상 변조기를 함께 쓰는 대신 동위상 변조기만을 썼다는 것이다.

시간  $l$ 에서 쓰는이  $k$ 의 데이터 비트  $b_i^{(k)}$ 는 비트 구간이  $T_b$ 이고 부호율이  $1/C$ 인 터보부호기를

거쳐, 출력 심벌  $\{x_{j,l}^{(k)}, j=1,2,\dots,C\}$ 로 된다. 일반적으로, 터보부호기는 그림 2에서처럼 나란히 연결되고 끼워넣기로 (interleaver) 분리된 순환규칙길쌈 (recursive systematic convolutional) 부호기로 이루어진다. 이 논문에서는 부호율이  $1/C_1$ 과  $1/C_2$ 인 두 순환규칙길쌈부호를 쓸 때만을 생각한다. 부호기 출력에서,  $x_{1,l}^{(k)}$ 는 규칙적으로 보내는 이진 데이터 심벌,  $\{x_{j,l}^{(k)}\}_{j_1} = \{x_{2,l}^{(k)}, \dots, x_{C_1,l}^{(k)}\}$ 은 첫째 순환규칙길쌈부호기로부터의 홀짝 검사 심벌, 그리고  $\{x_{j,l}^{(k)}\}_{j_2} = \{x_{C_1+1,l}^{(k)}, \dots, x_{C,l}^{(k)}\}$ 는 둘째 순환규칙길쌈부호기로부터의 홀짝 검사 심벌을 나타낸다.

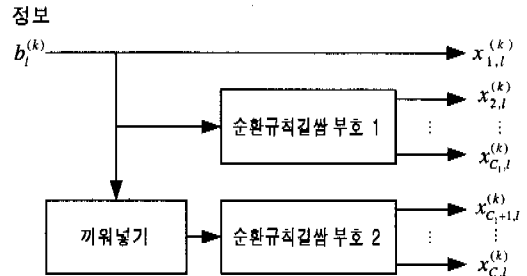


그림 2. 터보 부호기

터보부호 심벌  $x_{j,l}^{(k)}$ 를 부호율  $1/M_j$ 로 반복부호화한 뒤 (곧,  $x_{j,l}^{(k)}$ 를 보낼 때 전체 대역  $M = \sum_{j=1}^C M_j$  채널마다  $M_j$  채널씩을 쓴다.) 반복부호 심벌에 미치는 채널 감쇄 사이의 상관관을 작아지도록 심벌 대응기를 써서 되도록 거리가 먼 부채널로 대응시킨다. 여기서, 부채널 (곧, 반송파) 수는  $M$ 이다. 그림 3은 부채널 수가 12일 때 부호율 1/3인 터보부호 심벌을 반복벡터 (4, 4, 4)와 (2, 5, 5)를 써서 대응하는

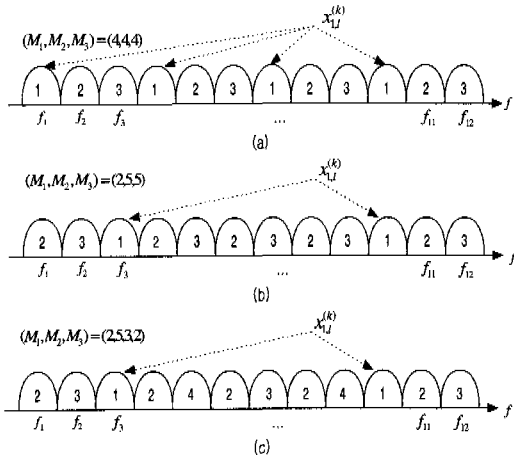


그림 3.  $M=12$ 이고 부호율이 1/3인 터보부호와 반복벡터  $(M_1, M_2, M_3)=(4, 4, 4)$ 를 쓸 때 (a), 반복벡터  $(M_1, M_2, M_3)=(2, 5, 5)$ 를 쓸 때 (b), 그리고 부호율이 1/4인 터보부호와 반복벡터  $(M_1, M_2, M_3, M_4)=(2, 5, 3, 2)$ 를 쓸 때의 (c) 심벌 대응 보기

방법들과 부호율이 1/4인 터보부호 심벌을 반복벡터 (2, 5, 3, 2)로 대응하는 한 보기를 나타낸 것이다.  $\{\hat{x}_{m,i}^{(k)}, m=1, 2, \dots, M\}$ 을 심벌 대응기의 출력으로 두자. 여기서,  $\hat{x}_{m,i}^{(k)}$ 는 시간  $i$ 에서  $m$ 째 부채널로 보내는 심벌이다. 좀 더 자세히,  $m$ 이  $x_{i,j}^{(k)}$ 가 대응되는 부채널의 지표들을 원소로 하는 지표집합  $A_j$ 에 속하면  $\hat{x}_{m,i}^{(k)} = x_{i,j}^{(k)}$ 이다. 또한 감쇄가 심할 때의 영향이 부호어 안의 심벌들 사이에 알맞게 나누어 지도록 채널끼워넣기로 터보부호 심벌의 순서를 바꾼다.

그러면, 쓰이는  $k$ 의 전송신호는 다음과 같다.

$$s^{(k)}(t) = \sqrt{2E_c} \sum_{m=1}^M \sum_{i=-\infty}^{\infty} \tilde{x}_m^{(k)} \Pi^{-1}(i) \sum_{n=0}^{N-1} c_n^{(k)} \cdot p(t - (iN + n)T_c) \cos(\omega_m t + \varphi_m^{(k)}) \quad (1)$$

여기서,  $E_c$ 는 칩 에너지,  $\Pi^{-1}(\cdot)$ 는 끼워넣기  $\Pi(\cdot)$ 의 역함수,  $\{c_n^{(k)}\}$ 는 주기가  $N$ 인 확률(random) 이진 서명 수열,  $p(t)$ 는 칩 파 성형 여파기의 충격응답,  $1/T_c$ 는 칩 부호율,  $\omega_m$ 은  $m$ 째 부채널과 각주파수, 그리고  $\{\varphi_m^{(k)}\}$ 는  $[0, 2\pi)$ 에서 고르게 퍼져있고, 서로 독립이며, 분포가 같은 확률변수이다.

부채널은 채널이 느리게 바뀌고 충격 응답 함수가 다음과 같은 주파수 비선형성 레일리 감쇄채널이라고 둔다.

$$h_m^{(k)}(t) = \alpha_m^{(k)} e^{j\theta_m^{(k)}} \delta(t), m=1, 2, \dots, M. \quad (2)$$

여기서,  $\{\alpha_m^{(k)}\}$ 는 감쇄진폭,  $\{\theta_m^{(k)}\}$ 는 확률위상이다. 실제로 감쇄진폭은 시간과 주파수 영역에서 상관있다. 그러나, 알맞은 채널 끼워넣기와 심벌 대응기를 쓰면 그 상관을 줄일 수 있다. 그러므로, 이 논문에서는 감쇄진폭이 서로 독립이고 2차 적률이 1인 레일리 확률변수이고, 위상은 서로 독립이고  $[0, 2\pi)$ 에서 고르게 퍼져있는 확률변수라고 둔다.

그러면, 수신 신호는 다음과 같다.

$$r(t) = \sqrt{2E_c} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \sum_{i=-\infty}^{\infty} \alpha_m^{(k)} \tilde{x}_m^{(k)} \Pi^{-1}(i) \cdot \sum_{n=0}^{N-1} c_n^{(k)} p(t - (iN + n)T_c - \tau_k) \cos(\omega_m t + \varphi_m^{(k)}) + n_w(t), \quad (3)$$

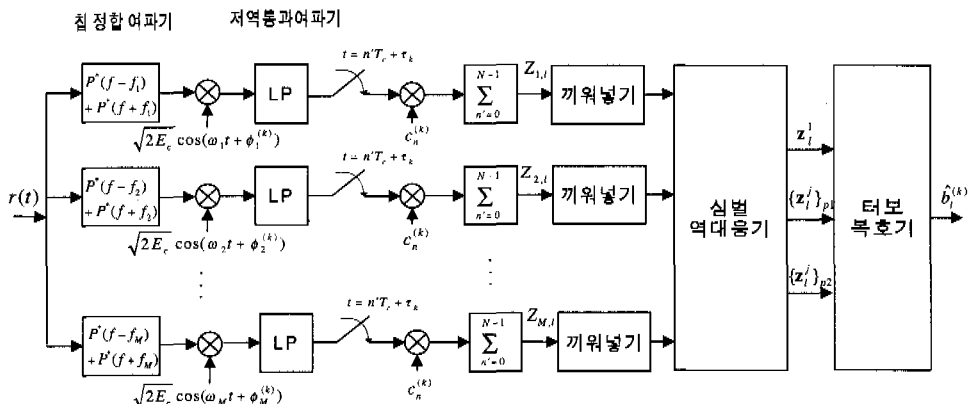


그림 4. 수신기

여기서, 전파지연  $\{\tau_k\}$ 는  $[0, T_b)$ 에 고르게 퍼져있는 독립 확률변수이고,  $\phi_m^{(k)} = \varphi_m^{(k)} + \theta_m^{(k)} - \omega_m \tau_k$ 이며,  $n_m(t)$ 는 전력밀도함수가  $\eta_0/2$ 인 덧셈꼴 흰빛 정규잡음이다.

쓰는이  $k$ 의 수신기를 그림 4에 보였다. 수신 신호를 부채널마다 칩 정합 여파하고, 동위상으로 변조하며 저역통과여파한다. 이 여파기의 출력을  $T_c$ 마다 표본화한 뒤 바라는 쓰는이의 서명수열로 상관시킨다. 상관기 출력은 채널 역키워닝기로 순서를 원래대로 바꾸며 심벌 역대응기로 복원되어 III절에서 설명할 터보복호 방법으로 복호된다. 이 논문에서는 칩 파 성형 여파기  $P(f)$ 가 나이퀴스트 기준을 만족시키고 단위 에너지를 갖는다고 둔다. 더 나아가 이 논문에서는  $g(t) = F^{-1}\{G(f)\}$ 로 둔다. 여기서,  $G(f) = |P(f)|^2$ 이고  $F^{-1}$ 는 역 푸리에 변환을 나타낸다.

### III. 터보복호

#### 1. 복호기 입력의 모형화

이 절에서는 첫째 쓰는이가 ( $k=1$ ) 바라는 쓰는이이고 반송파, 부호, 그리고 비트가 정확하게 동기된다고 두었을 때 반복 터보복호기의 입력을 모형화한다. 시간  $l$ 에서  $q$ 째 부채널의 상관기 출력을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z_{q,l}^{(1)} = \sum_{n=0}^{N-1} c_n^{(1)} y_q^{(1)}(lT_b + n'T_c + \tau_l) = N\sqrt{E_c} a_q^{(1)} \hat{x}_{q,l}^{(1)} + U_{q,l} + W_{q,l}. \quad (4)$$

여기서,  $y_q(t)$ 는 바탕대역으로 (baseband) 바꾼 뒤  $q$ 째 부채널의 저역통과여파기 출력을 나타내고  $U_{q,l}$ 와  $W_{q,l}$ 는 시간  $l$ 에서  $q$ 째 상관기 출력의 다중접속 간섭과 덧셈꼴 흰빛 정규잡음을 나타낸다.  $a_q^{(1)}$ 과  $\hat{x}_{q,l}^{(1)}$ 를 조건으로 하는  $Z_{q,l}^{(1)}$ 은 정규확률변수로 근사화할 수 있는데, 쓰는이가 많을 때 이 근사가 타당하며  $K=1$ 일 때는 정확하다는 것을 [1]에서 보였다. 확률변수  $U_{q,l}$ 와  $W_{q,l}$ 의 평균은 0이고 분산은 [1]의 결과를 쓰면 다음과 같다.

$$Var(U_{q,l}) = \frac{N(K-1)E_c}{2T_c} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df. \quad (5)$$

그리고,

$$Var(W_{q,l}) = \frac{N\eta_0}{2}. \quad (6)$$

그러므로, 복호기 입력을

$$z_{q,l} = a_{q,l} \tilde{x}_{q,l} + I_{q,l} \quad (7)$$

로 모형화할 수 있는데, 여기서,  $z_{q,l}$ 과  $I_{q,l}$ 는 채널 역키워닝기한 뒤 시간  $l$ 에서  $q$ 째 부채널의 상관기 출력과 그 출력의 잡음 성분을  $N\sqrt{E_c}$ 로 정규화한 것이다. 이 논문에서는 보기 쉽도록 심벌의 윗첨자에서 쓰는이 지표 (1)을 없앴다. 다중접속 간섭과 덧셈꼴 흰빛 정규잡음이 더해진 항  $I_{q,l}$ 은 평균이 0인 정규 확률변수로 근사화할 수 있으며 그 분산은 다음과 같다.

$$\sigma_q^2 = \frac{K-1}{2NT_c} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df + \frac{\eta_0 M}{2E_b}. \quad (8)$$

여기서,  $E_b = NME_c$ 는 비트 에너지이다.

터보복호를 하기 앞서 심벌 역대응기로 정규화된 상관기 출력을 부분집합  $C$ 개 ( $\{z_{i,l}^j, j=1,2,\dots,C\}$ )로 나눈다. 여기서,  $z_{i,l}^j = \{z_{q,l}, q \in A_j\}$ 는 터보부호 심벌  $x_{j,l}$ 을 보낸 부채널의 상관기 출력들로 이루어진 부분집합이다. 그림 3의 심벌 대응에서,

$$z_1^1 = \{z_{3,l}, z_{10,l}\}, \quad z_1^2 = \{z_{1,l}, z_{4,l}, z_{6,l}, z_{8,l}, z_{11,l}\}, \\ z_1^3 = \{z_{2,l}, z_{7,l}, z_{12,l}\}, \quad \text{그리고,}$$

$$z_1^4 = \{z_{5,l}, z_{9,l}\} \text{이다. 다시 부분집합 } C \text{개를 규칙적인 데이터 심벌에 대응하는 } z_1^j, \text{ 첫째 순환규칙길쌈}$$

복호기의 출력 검사 심벌에 대응하는  $\{z_{i,l}^j\}_b = \{z_1^2, \dots, z_1^C\}$ , 그리고 둘째 순환규칙길쌈 복호기의 출력 검사 심벌에 대응하는  $\{z_{i,l}^j\}_b = \{z_1^{C+1}, \dots, z_1^C\}$ 의 세 무리로 나눈다. 그림 3에 보인 부호율 1/4 터보부호를 부호율이 1/2인 첫째 순환규칙길쌈부호와 부호율이 1/3인 순환규칙길쌈부호로 이룬다면  $\{z_{i,l}^j\}_b = \{z_1^2\}$ 이고  $\{z_{i,l}^j\}_b = \{z_1^3, z_1^4\}$ 이다. 이 집합들은 감쇄진폭과 잡음분산에 대한 정보와 함께 터보복호기로 들어간다.

#### 2. 복호 기준

이제 이 논문의 시스템 모형에서 터보복호 기준을 알아보자. 터보복호기는 반복 준최적 복호기로, 구성 순환규칙 길쌈부호들은 연판정 복호 기준을 써서 따로 복호된다. 그러나, 구성복호기들은 반복

을 거쳐 비트 비슷함 (bit-likelihood) 정보를 공유한다. 이 논문에서는 시스템 모형에 알맞은 채널 통계량을 결합하여, 순환규칙길쌈복호기의 가지전이기준을 (branch transition metric) 조금 고친 최대 사후 확률 (maximum a posteriori) 방식을 쓴다.

$\mathbf{a} = \{a_{1,1}, \dots, a_{M,1}, \dots, a_{1,W}, \dots, a_{M,W}\}$ 이 알려져있고 끼워넣기가 끝난 채널에서 가지전이기준을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \gamma_i(\mathbf{z}_i^1, \{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq i}, S_{i-1}, S_i | \mathbf{a}) \\ &= q(b_i = i | S_{i-1}, S_i) \\ & \cdot p(\mathbf{z}_i^1, \{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq i} | b_i = i, S_{i-1}, S_i, \mathbf{a}) \\ & \cdot \Pr\{S_i | S_{i-1}\}. \end{aligned} \tag{9}$$

여기서,  $S_i$ 은 시간  $i$ 에서의 부호기 상태이고, 이 상태는 순환규칙길쌈복호기에서 기억 요소가  $\nu$ 개 일 때 0에서  $2^\nu - 1$  사이의 값을 가질 수 있다.  $S_{i-1}$ 에서  $S_i$ 로 상태가 바뀌면  $q(b_i = i | S_{i-1}, S_i)$ 의 값이 1이고 그렇지 않으면 0이다. 확률  $\Pr\{S_i | S_{i-1}\}$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \Pr\{S_i | S_{i-1}\} \\ &= \begin{cases} \Pr\{b_i = 1\}, & q(b_i = 1 | S_{i-1}, S_i) = 1 \text{이면,} \\ \Pr\{b_i = 0\}, & q(b_i = 0 | S_{i-1}, S_i) = 1 \text{이면,} \\ 0, & \text{그 밖엔.} \end{cases} \end{aligned} \tag{10}$$

여기서, 사전확률 (a priori probability)  $\Pr\{b_i = i\}$ 는 반복복호 과정을 거치는 다른 복호기로 추정한다. 식 (9)에서 조건부 확률  $p(\cdot | \cdot)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{z}_i^1, \{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq i} | b_i = i, S_{i-1}, S_i, \mathbf{a}) \\ &= p(\mathbf{z}_i^1 | b_i = i, S_{i-1}, S_i, \mathbf{a}) \\ & \cdot p(\{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq i} | b_i = i, S_{i-1}, S_i, \mathbf{a}) \\ &= \prod_{q \in A_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q^2}} \exp\left\{-\frac{(z_{q,i} - \alpha_{q,i}x_{1,i}(i))^2}{2\sigma_q^2}\right\} \\ & \cdot \prod_{j=2}^C \prod_{q \in A_j} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q^2}} \\ & \cdot \exp\left\{-\frac{(z_{q,i} - \alpha_{q,i}x_{j,i}(i, S_{i-1}, S_i))^2}{2\sigma_q^2}\right\} \\ &= B_i \exp\left\{\left(\sum_{q \in A_1} \frac{\alpha_{q,i}z_{q,i}}{\sigma_q^2}\right)x_{1,i}(i)\right\} \\ & + \sum_{j=2}^C \left(\sum_{q \in A_j} \frac{\alpha_{q,i}z_{q,i}}{\sigma_q^2}\right)x_{j,i}(i, S_{i-1}, S_i). \end{aligned} \tag{11}$$

여기서,  $b_i = i$ 에 따라  $x_{1,i}(i) = \pm 1$ 이고, 입력이

$b_i = i$ 이고 상태가  $S_{i-1}$ 에서  $S_i$ 로 바뀔 때 생기는  $j$ 째 부호 심벌의 값에 따라  $x_{j,i}(i, S_{i-1}, S_i) = \pm 1$ 이며,  $B_i$ 은 복호 과정에 영향을 주지 않는 상수이다. 비슷한 방법으로 끼워넣기한 뒤의  $\mathbf{z}_i^1$ 과 남은 출력 검사 출력  $\{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq i}$ 으로 둘째 순환규칙길쌈복호기의 가지전이기준을 얻을 수 있다.

이 전이기준을 써서  $i$ 째 데이터 비트  $b_i$ 의 대수 비슷함 비율을 (log-likelihood ratio) 복호기마다 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_k(\hat{b}_i) &= \log \frac{\Pr\{b_i = 1 | \text{관측값}\}}{\Pr\{b_i = 0 | \text{관측값}\}} \\ &= \log \frac{\sum_{S_i} \sum_{S_{i-1}} \gamma_1(\mathbf{z}_i^1, \{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq 1}, S_{i-1}, S_i | \mathbf{a})}{\sum_{S_i} \sum_{S_{i-1}} \gamma_0(\mathbf{z}_i^1, \{\mathbf{z}_i^j\}_{j \neq 0}, S_{i-1}, S_i | \mathbf{a})} \\ &= \frac{\epsilon_{i-1}(S_{i-1})\beta(S_i)}{\epsilon_{i-1}(S_{i-1})\beta(S_i)}. \end{aligned} \tag{12}$$

여기서,  $L_k(\cdot)$ 은  $k$  ( $k = 1, 2$ ) 복호기로 계산한 대수 비슷함 비율을 나타내고,  $\epsilon_k(\cdot)$ 과  $\beta_k(\cdot)$ 은 순방향 반복과 역방향 반복을 나타낸다. (일반적으로  $\alpha_k(\cdot)$ 로 표시하나 감쇄진폭과 혼동하지 않도록  $\epsilon_k(\cdot)$ 을 썼다.) 여기서, 얻은 가지전이기준과 대수 비슷함 비율로 반복 과정을 거쳐 부호심벌을 복호한다.

#### IV. 성능 분석

##### 1. 평균 결합 한계

터보부호는  $(CW + \nu, W)$  블록부호로 생각할 수 있다. 여기서,  $W$ 는 입력 데이터 수열의 길이이며 부호기 상태를 모두 영 상태로 바꾸고자 꼬리 비트  $C\nu$ 개를 덧붙인다. 구성부호의 기억 크기  $\nu$ 보다  $W$ 가 매우 클 때는 꼬리 비트의 영향을 무시할 수 있다. 한편, 터보부호는 선형부호기이므로 구성원소가 모두 0인 부호어  $\mathbf{x} = \{x_{1,1}, \dots, x_{C,1}, \dots, x_{1,W}, \dots, x_{C,W}\}$ 를 보낸다고 두고 성능을 분석할 수 있다. 그러면, 최대비슷함 (maximum likelihood) 복호에서 부호어 오류 확률의 결합 한계는 (union bound) 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_w \leq \sum_{d=1}^{CW} A(d)P_2(d). \tag{13}$$

여기서,  $A(d)$ 는 해밍거리가  $d$ 인 부호어의 수이고,  $P_2(d)$ 는 최대비슷함복호기가 구성원소가 모두 0인

부호어  $x$  대신에 전체 해밍거리가  $d$ 인 특정 부호어  $\hat{x}$ 를 선택할 짝 오류 (pairwise error) 확률이다. 어느 한 끼워넣기에 대해  $A(d)$ 를 얻기가 어려우므로, 확률 끼워넣기로 얻는 평균 상한 한계를 [6]에서 제안하였다. [6]의 결과로부터 평균 가중값 분포는 다음과 같다.

$$\bar{A}(d) = \sum_{i=1}^W \binom{W}{i} p(d|i). \quad (14)$$

여기서,  $p(d|i)$ 는 해밍거리가  $i$ 인 입력 데이터 수열이 해밍거리가  $d$ 인 부호어를 만들어 낼 확률이다. 그러므로, 평균 결합 한계는 다음과 같다.

$$\bar{P}_w \leq \sum_{i=1}^W \binom{W}{i} \sum_{d=1}^{CW} p(d|i) P_2(d). \quad (15)$$

비슷하게, 비트오류확률의 평균 결합 한계는 다음과 같다.

$$\bar{P}_b \leq \sum_{i=1}^W \frac{i}{W} \binom{W}{i} \sum_{d=1}^{CW} p(d|i) P_2(d). \quad (16)$$

제한한 시스템에서, 입력심벌 하나마다 나오는 다른 터보부호 심벌  $C$ 개들은 잡음 수준과 다양성 차수가 다른 채널을 지나갈 것이다. 따라서, 이 논문에서는 서로 다른 터보부호 심벌로부터 어떻게 부호어의 해밍거리가 만들어지는 지 알아야한다. 먼저, 터보부호어  $\hat{x}$ 를 부호조각  $C$ 개로 나누자. 여기서,  $j$ 째 조각은  $\hat{x}^j = \{\hat{x}_{j,1}, \hat{x}_{j,2}, \dots, \hat{x}_{j,W}\}$ 이다.  $d_j$ 가  $\hat{x}^j$ 의 해밍거리를 나타낸다면 (16)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\bar{P}_b \leq \sum_{d_1=1}^W \frac{d_1}{W} \binom{W}{d_1} \sum_{\substack{(d_2, d_3, \dots, d_C) \\ \sum_{i=2}^C d_i = d}} p(d_2, d_3, \dots, d_C | d_1) P_2(d_1, d_2, \dots, d_C). \quad (17)$$

여기서,  $p(d_2, \dots, d_C | d_1)$ 은  $\hat{x}^j$ 의 부호조각 가중값이  $d_1$ 일 때 가중값이  $d_1$ 인 입력 데이터 수열이 전체 가중값이  $d = \sum_{i=1}^C d_i$ 인 부호어를 만들어 낼 확률이고,  $P_2(d_1, d_2, \dots, d_C)$ 는 최대비슷함복호기가 조각 가중값이  $(d_1, d_2, \dots, d_C)$ 인 특정 부호어  $\hat{x}$ 를 고를 짝 오류 확률이다.

그림 2에서 확률 끼워넣기를 (확률순열이라고도 말함) 쓴다면, 가중값이  $d_1$ 인 입력 데이터 수열은 둘째 순환규칙길쌘부호기의 입력에서 순서가 뒤바뀌

어 가중값이  $d_1$ 인 다른 수열이 된다. 이 끼워넣기 방식은 입력 데이터 수열의 모양, 곧 0이 아닌 비트가 어디에 위치하는 지에 의존하지 않는다. 그러므로, [6]에서와 같이, 순열로 배치된 데이터 수열이 둘째 순환규칙길쌘부호기를 거치면서 만들어지는 부호조각은 원래 입력 데이터 수열이 첫째 순환규칙길쌘부호기를 거치면서 만들어지는 부호조각과 다르다고 둘 수 있다. 따라서, 확률  $p(d_2, \dots, d_C | d_1)$ 은 다음과 같다.

$$p(d_2, \dots, d_C | d_1) = p_1(d_2, \dots, d_C | d_1) \cdot p_2(d_{C+1}, \dots, d_C | d_1). \quad (18)$$

여기서,  $p_i(d_{s_i}, \dots, d_{e_i} | d_1)$ 은 순환규칙길쌘부호기  $i$ 가 가중값이  $d_1$ 인 입력 데이터 수열로 가중값이  $(d_{s_i}, \dots, d_{e_i})$ 인 부호어 조각  $\{\hat{x}^j\}_{j=s_i}^{e_i}$ 를 만들 확률이다. 여기서,  $s_i$ 와  $e_i$ 는 순환규칙길쌘부호기  $i$ 로 만들어진 부호어 조각  $\hat{x}^j$ 의 시작 지표와 끝 지표를 나타낸다. 확률  $p_i(d_{s_i}, \dots, d_{e_i} | d_1)$ 은 다음과 같다.

$$p_i(d_{s_i}, \dots, d_{e_i} | d_1) = \frac{t_i(W, d_1, d_{s_i}, \dots, d_{e_i})}{\binom{W}{d_1}}, \quad i=1, 2. \quad (19)$$

여기서,  $\binom{W}{d_1}$ 은 가중값이  $d_1$ 인 모든 입력 데이터 수열의 수이고  $t_i(W, d_1, d_{s_i}, \dots, d_{e_i})$ 는 순환규칙길쌘부호기  $i$ 로 만들어진 부호조각의 가중값이  $(d_{s_i}, \dots, d_{e_i})$ 인 부호어의 수이다. 여기서,  $t_i(\cdot)$ 는 [6]에서 제안한 전달함수 방법을 써서 얻을 수 있는데, 순환규칙길쌘부호의 전달함수가 모든 조각 가중값을 계산할 수 있도록 전달함수를 조금 바꾸어야 한다.

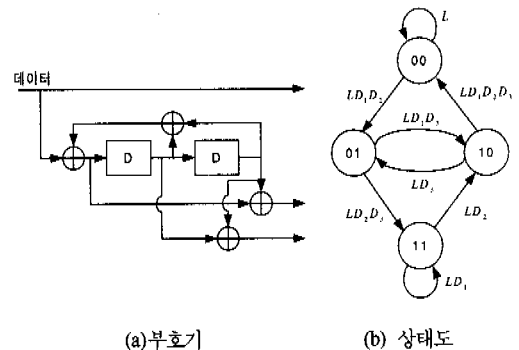


그림 5. 부호율이 1/3이고 부호기의 발생기가 (1, 5/7, 3/7)인 순환규칙길쌘 부호기와 상태도

보기를 들어 부호율이 1/3이고 발생기가 8진수로 (1, 5/7, 3/7)인 구성 순환규칙길쌈부호를 생각해 보자. 순환규칙길쌈부호의 부호기와 상태도를 그림 5에 보였다. 상태도에서  $L, D_1, D_2, D_3$ 는 길 ( $L$ ), 입력 가중값 ( $D_1$ ), 그리고 홀짝 검사 심벌에 대응하는 부호조각의 가중값 ( $D_2, D_3$ )을 나타내는데 쓰이는 가짜 변수를 나타낸다. [6]에서와 비슷한 방법으로 부호의 상태 전이 행렬을 다음과 같이 얻는다.

$$A(L, D_1, D_2, D_3) = \begin{bmatrix} L & LD_1D_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LD_1D_3 & LD_2D_3 \\ LD_1D_2D_3 & LD_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LD_2 & LD_1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

이로부터 얻은 전달함수는 다음과 같다.

$$T(L, D_1, D_2, D_3) = [(I - A(L, D_1, D_2, D_3))^{-1} \cdot A(L, 1, D_2, D_3)]_{(0,0)} \\ = \sum_{l \neq 0} \sum_{d_1 \neq 0} \sum_{d_2 \neq 0} \sum_{d_3 \neq 0} t(l, d_1, d_2, d_3) L^l D_1^{d_1} D_2^{d_2} D_3^{d_3}. \quad (21)$$

식 (21)에서 (0, 0)은 행렬의 (0, 0) 원소를 나타내고,  $A(L, 1, D_2, D_3)$ 은 길 가중값도 입력 가중값도 누적되지 않은 코리비트로 말미암은 부분을 나타낸다. 이와 같은 방법으로 얻은 전달함수를 써서 [6]에서 제안한 반복 계산으로  $K(W, d_1, d_2, d_3)$ 을 얻을 수 있다.

이제 부채널마다 감쇄진폭  $\alpha$ 와 잡음 분산 ( $\sigma_q^2, q=1, 2, \dots, M$ )과 같은 채널 정보를 알고 있을 때 짝 오류 확률  $P_2(d_1, d_2, \dots, d_C)$ 를 얻어보자.  $\alpha$ 의 조건 아래 구성원소가 모두 0인 부호어  $\mathbf{x}$ 를 부호조각 가중값이 ( $d_1, d_2, \dots, d_C$ )인 특정 부호어  $\hat{\mathbf{x}}$ 으로 잘못 복호할 확률은 다음과 같다.

$$P(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\alpha) = \left( \sqrt{\sum_{j=1}^C \sum_{i \in \xi_j} \sum_{q \in A_i} \alpha_{q,i}^2 / 2\sigma_q^2} \right). \quad (22)$$

여기서,  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du$ 이고  $\xi_j$ 는  $x_i \neq \hat{x}_{j,i}$ 을 만족시키는  $i$ 의 지표 집합이다. 여기서, 부호어 조각  $\hat{\mathbf{x}}$ 와 구성원소가 모두 0인 부호어 조각  $\mathbf{x}'$ 가  $d_j$  위치에서 다르므로  $d_j$ 는  $\xi_j$ 의 원소개수이다. 그러면,  $\alpha$ 에 대해 평균한 평균 짝 오류 확률은 다음과 같다.

$$P_2(d_1, d_2, \dots, d_C) = \int_0^\infty \dots \int_0^\infty Q(\sqrt{2\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\alpha)}) \cdot \prod_{j=1}^C \prod_{i \in \xi_j} \prod_{q \in A_i} p_\alpha(\alpha_{q,i}) d\alpha_{q,i}. \quad (23)$$

여기서,  $\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\alpha) = \sum_{j=1}^C \sum_{i \in \xi_j} \sum_{q \in A_i} \alpha_{q,i}^2 / 2\sigma_q^2$ 이고  $p_\alpha(y) = 2ye^{-y^2}, y > 0$ 이다. 실제로 ( $d_1, d_2, \dots, d_C$ )의 모든 값에서  $P_2(d_1, d_2, \dots, d_C)$ 를 정확히 얻기는 어려우므로, 이 논문에서는 [7]에서의 방법을 써서 짝 오류 확률의 한계를 얻는다. 부록 A에서 (23)의 상한을 다음과 같이 얻었다.

$$P_2(d_1, d_2, \dots, d_C) \leq K(d_i, w_{\min}) \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1 + 1/2\sigma_q^2} \right)^{d_j}. \quad (24)$$

여기서,  $K(d, w)$ 는 부록 A에서 정의한 함수이고,  $d_i = \sum_{j=1}^M d_j M_j$ 이며,  $w_{\min} = \min_q \sqrt{\frac{1}{2\sigma_q^2 + 1}}$ 이다. 이와 같은 방법으로, 평균 비트 오류 확률의 한계는 다음과 같다.

$$\bar{P}_b \leq \sum_{d_1=1}^W \frac{d_1}{W} \binom{W}{d_1} \sum_{\substack{(d_2, d_3, \dots, d_C) \\ \sum_{j=2}^C d_j = W - d_1}} p(d_2, d_3, \dots, d_C | d_1) \cdot K(d_i, w_{\min}) \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1 + 1/2\sigma_q^2} \right)^{d_j}. \quad (25)$$

수치 문제와 계산 시간 때문에  $d_i$ 값이 클 때  $K(d_i, w_{\min})$ 을 계산하는 것이 어려우므로 함수  $K(d, w)$ 가  $d$ 의 단조감소함수라는 사실을 써서 (25)의 상한을 얻으면

$$\bar{P}_b \leq K(d_{i, \min}, w_{\min}) \sum_{d_1=1}^W \frac{d_1}{W} \binom{W}{d_1} \sum_{\substack{(d_2, d_3, \dots, d_C) \\ \sum_{j=2}^C d_j = W - d_1}} p(d_2, d_3, \dots, d_C | d_1) \cdot \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1 + 1/2\sigma_q^2} \right)^{d_j}. \quad (26)$$

이고, 여기서,

$$d_{i, \min} = \min_{(d_1, d_2, \dots, d_C)} \sum_{j=1}^C d_j M_j. \quad (27)$$

은 터보부호 심벌을 반복부호화한 뒤 얻은 부호어의 전체 최소 해밍거리이다. 모든 부 채널의 잡음

분산이 같아서  $\sigma_d^2 = \sigma^2$ 이라면, (26)은 다음과 같이 간단해진다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &\leq K(d_{i,\min}, w_{\min}) \sum_{d_1=1}^W \frac{d_1}{W} \binom{W}{d_1} \\ &\cdot \sum_{\substack{(d_2, d_3, \dots, d_C) \\ \sum_{i=2}^C d_i}} \rho(d_2, d_3, \dots, d_C | d_1) \\ &\cdot \left( \frac{1}{1+1/2\sigma^2} \right)^{\sum_{i=1}^C d_i M_i} \end{aligned} \quad (28)$$

2. 점근 성능

신호대잡음비가 어느 정도 높을 때 평균결합한계가 터보부호의 성능을 정확하게 추정할 수 있다고 하더라도  $W$ 와  $C$ 가 커지면 모든 부호조각 가중값에 대하여 부호어 수를 얻기는 어렵다. 그러므로 이 절에서는 신호대잡음비가 어느 정도 높을 때 확률 끼워넣기가 커지면 비트 오류율이 어떻게 바뀌는 지를 보여주는 터보부호의 점근 성능을 얻어본다.

터보부호의 두 가지 중요한 특성을 되새겨 보자: 입력 데이터 수열의 끼워넣기와 (순열) 구성부호의 순환성이 바로 그것이다. 끼워넣기는 가중값이 작은 부호기의 출력과 가중값이 큰 다른 부호기의 출력을 결합함으로써, 결합한 뒤 부호어가 작은 가중값을 갖게 될 확률을 줄인다. 한편, 순환길쌈부호를 씌우므로써, 가중값이 1인 입력 데이터 수열로 부호어가 만들어지지 못하게 한다. 따라서, 터보부호 입력 데이터 수열의 가장 작은 가중값은 2이며, 입력 데이터 수열의 가중값이 커지거나 또는 끼워넣기의 크기가 커짐에 따라 터보부호어의 가중값이 작을 확률이 줄어든다. 첫째 순환규칙길쌈부호기에서 가중값이 2인 입력 데이터 수열이 임의로 순서가 뒤 바뀌어 둘째 순환규칙길쌈부호기에서도 가장 낮은 가중값을 출력 할로 바뀔 확률은  $2/W$  좁이다. 한편, 확률 끼워넣기일 때 가중값이 3인 입력 데이터 수열에 대한 확률은  $6/W^2$  좁이다. 따라서, [8]에서 정의한 유효자유거리는, 곧, 가중값이 2인 입력 데이터 수열로 생기는 부호어의 가장 작은 가중값은, 확률 끼워넣기의 크기가 커짐에 따라 어느 정도 큰 신호대잡음비 영역에서의 성능을 좌우한다. 신호대잡음비가 높아지면 (25)의 비트 오류율 향이 신호대잡음비의 역수의  $d_i$ 제곱의 비율로 빠르게 줄어들므로, 전체 최소 해밍거리가  $d_{i,\min}$ 인 부호어로 말미암은 비트 오류율 향이 신호대잡음비가 높을 때의

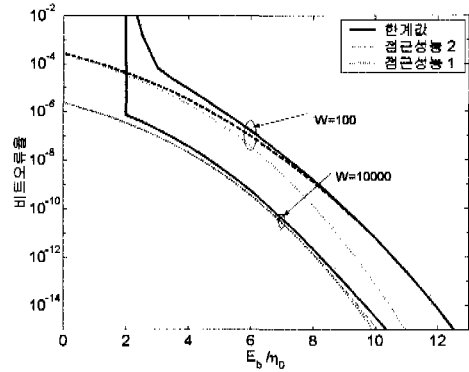


그림 6.  $K=1, M=12, W=100, W=10000$ , 그리고  $(M_1, M_2, M_3)=(4,4,4)$ 일 때, 부호율이 1/3인 터보부호의 결합 한계 (26), 비트 오류율 향 하나의 점근 성능 (점근성능 1), 그리고 비트 오류율 향 둘의 점근 성능 (점근성능 2)

성능을 좌우한다. 다시 말해서,  $d_i (> d_{i,\min})$ 로 생기는 비트 오류율 향은  $d_{i,\min}$ 으로 생기는 비트 오류율 향과 견주어 보면 무시할 수 있다.

이를 바탕으로, 이 논문에서는 (25)의 유효자유거리와 전체 최소 거리로 생기는 두 비트 오류율 향만을 생각하여 점근 성능을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_{b,asy} &\equiv B_{ef} K(d_{i,ef}, w_{\min}) \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1+1/2\sigma_q^2} \right)^{d_{j,ef}} \\ &+ B_{\min} K(d_{i,\min}, w_{\min}) \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1+1/2\sigma_q^2} \right)^{d_{i,\min}} \end{aligned} \quad (29)$$

여기서,  $B_{ef} = \frac{2}{W} \binom{W}{2} \rho(d_{2,ef}, \dots, d_{C,ef} | 2)$ ,

$B_{\min} = \frac{d_{i,\min}}{W} \binom{W}{d_{i,\min}} \rho(d_{2,\min}, \dots, d_{C,\min} | d_{i,\min})$ ,

$d_{j,ef}$ 는 유효자유거리  $d_{ef} = \sum_{j=1}^C d_{j,ef}$ 에 이바지하

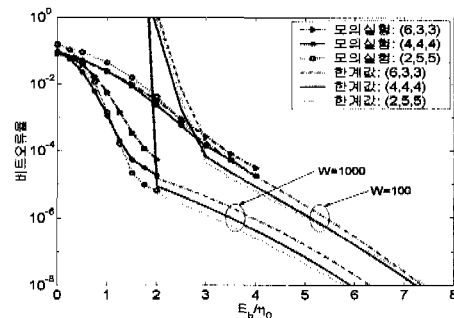


그림 7.  $K=1, M=12, W=100, W=1000$ , 그리고 부호율이 1/3인 터보부호를 쓸 때 세 가지 반복조합에 대한 한계와 모의 실험 결과



는  $j$ 계 부호조각의 해밍거리,  $d_{i,ef} = 2M_1 + \sum_{j=2}^C d_{j,ef} M_j$ 는 터보부호 심벌을 반복 부호화한 뒤의 전체 유효자유거리, 그리고  $d_{i,min}$ 은 전체 최소 해밍거리  $d_{i,min}$ 에 이바지하는  $j$ 계 부호 조각의 해밍거리이다.

그림 6은 쓰느이가 한 사람이고  $M=12$ ,  $W=100$ ,  $W=10000$ , 그리고  $(M_1, M_2, M_3)=(4, 4, 4)$ 일 때, 기억요소가 돌이고 부호율이 1/3인 터보부호의 결합 한계 (26), 유효자유거리로 생기는 하나의 비트 오류율 향의 점근 성능 (점근선 1), 그리고 유효자유거리와 전체 최소 거리로 생기는 두 비트 오류율 향의 점근 성능을 (점근선 2) 전준 것이다. 터보부호는 발생기가 8진수로 (1, 5/7)인 순환규칙질 쌍부호 두 개를 써서 만들어진다. 점근선 1은  $W=100$ 일 때 큰 신호대잡음비 값에서 결합 한계로부터 떨어지지만, 점근선 2는 결합 한계를 잘 추정한다. 그러므로 오류마루 영역에서의 성능을 추정하는데 터보부호의 최소 거리와 유효자유거리를 찾아보면 충분할 것이다.

### V. 성능 평가

이 절에서는 여러 반복벡터  $(M_1, M_2, \dots, M_C)$ 에 대해 제안한 시스템의 성능을 견주어 본다. 오류마루 영역에서 성능을 추정하고자 평균 결합 한계 (26)이나 점근 성능 (29)를 쓴다. 한계와 점근 성능 모두 적용할 수 없을 만큼 신호대잡음비가 낮을 때에는 모의실험을 한다. 확률 끼워넣기로 입력 데이터 수열을 순열 배치하고, 모든 모의실험에서 복호 반복수는 15로 둔다. 여기서,  $G(f)$ 를 굽음 계수가 (rolloff factor) 0.5인 상승 여현 여파기로 두며 확산과 부호화로 생기는 전체 처리이득을 고정하여 모든 모의실험 결과에서  $PG_I = NM = 512$ 로 둔다. 여기서, 부반송파 수  $M$ 을 먼저 선택한 뒤  $PG_{II}/M$ 보다 작은 최대정수로  $N$ 을 정한다. 끝으로 터보부호의 발생을  $(1, g_2/h_2, \dots, g_C/h_C)$ 로 나타낼 것이다. 여기서,  $g_j$ 와  $h_j$ 는  $j$ 계 홀짝 검사 심벌을 만드는 데 쓰인 순방향 다항식과 되먹임 다항식을 8진수로 나타낸 것이다.

#### 1. 쓰느이가 한 사람일 때

먼저,  $K=1$ 일 때의 성능을 살펴본다. 그림 7은  $W=100$ ,  $W=1000$ , 그리고 부호율이 1/3이고 발생기가 8진수로 (1, 5/7, 5/7)인 터보부호를 썼을 때 세

가지 반복조합에 대한 한계와 모의 실험 결과를 견준 것이다. 성능 조사에 쓰인 터보부호는 기억 요소 수가 같은 부호들 가운데 유효자유거리가 가장 크다. 최대비슷함복호를 바탕으로 한계를 얻고 준최적, 반복부호 알고리즘으로 모의 실험을 했기 때문에 한계가 모의실험결과보다 작을 때도 있다. 이러한 결과는 덧셈곱 흰빛 정규잡음 아래에서 한계를 얻은 [6]에서도 볼 수 있으며, 신호대잡음비가 높아지면 모의실험성능이 한계로 수렴한다는 것을 보였다. 신호대잡음비가 높을 때  $W$ 가 커짐에 따라 반복벡터가 (2, 5, 5)인 시스템이 잘 동작한다는 것도 관측된다. 이는  $W$ 가 크면 유효자유거리가 성능을 지배하기 때문이다. 그림에 쓰인 터보부호는 유효자유거리가  $d_{ef}=10$ 이고 부호조각 가중값은  $d_{1,ef}=2$ ,  $d_{2,ef}=4$ , 그리고  $d_{3,ef}=4$ 이다. 반복부호화 뒤, 전체 유효자유거리는 반복벡터가 (6, 3, 3), (4, 4, 4), 그리고 (2, 5, 5)일 때  $d_{i,ef}=36$ ,  $d_{i,ef}=40$ , 그리고  $d_{i,ef}=44$ 이다. 따라서 홀짝 검사 심벌에 다양성을 더 많이 주면 전체 유효자유거리가 커지고 오류마루가 시작되는 비트 오류율을 낮출 수 있다.

이제  $W=1000$ 이고 신호대잡음비가 낮을 때 세 가지 반복방법에 대하여 모의실험한 결과를 자세히 살펴보자. 신호대잡음비가 높을 때 성능이 좋던 반복벡터가 신호대잡음비가 매우 낮으면 성능이 조금 떨어짐을 볼 수 있다. 이는 아래와 같은 까닭에서이다. 식 (12)의 대수 비슷한 비율을 다음과 같이 나누어 쓸 수 있다<sup>[8]</sup>.

$$L_k(\hat{b}_i) = L_{c,k}(\hat{b}_i) + L_{e,k}(\hat{b}_i) + L_{p,k}(\hat{b}_i). \quad (30)$$

여기서,  $L_{c,k}(\hat{b}_i) = 2 \sum_{q \in A_1} \frac{\alpha_{q,i} z_{q,i}}{\sigma_q^2}$ 는 규칙 데이터의 채널을 측정함으로써 얻은 성분이고

$$L_{e,k}(\hat{b}_i) = \log \frac{\sum_{S_i} \sum_{S_{i-1}} s_{i-1} \gamma_1(\{z\}_{b_i}, S_{i-1}, S_i | \alpha)}{\sum_{S_i} \sum_{S_{i-1}} s_{i-1} \gamma_0(\{z\}_{b_i}, S_{i-1}, S_i | \alpha)} \frac{\varepsilon_{i-1}(S_{i-1}) \beta(S_i)}{\varepsilon_{i-1}(S_{i-1}) \beta(S_i)} \quad (31)$$

은 복호 과정에서 얻은 외부 (extrinsic) 정보이며,  $L_{p,k}(\hat{b}_i)$ 은 반복부호 과정에서 다른 복호기로부터 더해지는 정확률의 추정값이다. 터보 복호기는 복호를 반복함에 따라  $L_{e,k}(\hat{b}_i)$ 와  $L_{p,k}(\hat{b}_i)$ 를 써서 데이터 비트를 보다 확실하게 추정하리라 기대한다. 그러나, 신호대잡음비가 낮을 때에는 어느 한 복호

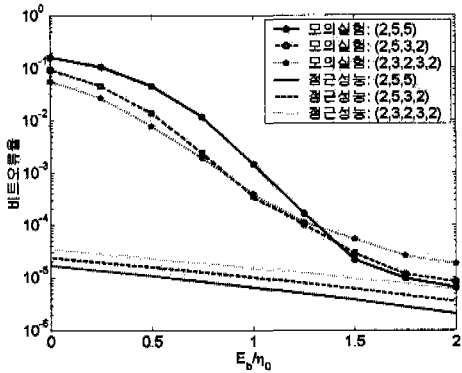


그림 8.  $K=1$ ,  $M=12$ ,  $W=1000$ , 그리고 부호율이 다른 세 가지 터보부호를 쓸 때  $E_b/\eta_0$ 에 따른 비트 오류율

기에서 잘못된 부가 정보가 출력되고 이 정보가 다른 복호기에 더해지기 때문에 복호기가 데이터를 올바르게 추정하기가 더욱 어렵다. 따라서, 규칙적 데이터에 다양성 치수를 더 높게 주면 출력 검사 심벌의 다양성 치수가 낮아지므로 신호대잡음비가 작을 때 잘못된 오류 정보가 덜 교환될 것이다. 그러나, 신호대잡음비가 높아지면서 복호기의 성능이 좋아지기 때문에, 어느 한 복호기에서 출력한 부가 정보는 다른 복호기의 성능을 좋게 하고 대수 비스합 비율을 더욱 정확히 출력하게 하며 반복 복호를 함에 따라 성능이 더욱 좋아진다. 그러므로, 데이터 심벌과 출력 검사 심벌에 다양성을 어떻게 주는가에 따라서 신호대잡음비가 낮을 때의 성능과 신호대잡음비가 높을 때의 성능 사이에 순익 관계가 있다.

그림 8은 데이터 심벌의 반복수를 고정하고 부호율과 출력 검사 심벌 수를 바꿀 때 다른 출력 검사 심벌들의 영향을 나타낸 것이다. 그림에 쓰인 부호의 구성요소와 반복벡터, 그리고 그에 따른 전체 유효자유티를 표 1에 나타내었다. 반복벡터가 (2, 5, 5)이고 부호율이 1/3인 터보부호는 신호대잡음비가 높을 때 성능이 가장 좋지만 신호대잡음비가 낮을 때에는 성능이 가장 나쁘다. 한편, 발생기 3/7이 만든 부호조각이 발생기 5/7이 만든 부호조각보다 유

표 1. 부호율이  $1/C_1$ 과  $1/C_2$ 인 두 개의 순환규칙길쌈부호로 구성된 부호율  $1/C$ 의 일부 터보부호에 대한 구성요소 및 전체 유효자유티

1/C	(1/C <sub>1</sub> , 1/C <sub>2</sub> )	(1, g <sub>1</sub> /h <sub>1</sub> , ..., g <sub>L</sub> /h <sub>L</sub> )	(M <sub>1</sub> , ..., M <sub>L</sub> )	(d <sub>1, w</sub> , ..., d <sub>L, w</sub> )	d <sub>1, w</sub>
1/3	(1/2, 1/2)	(1.5/7.5/7)	(2, 5, 5)	(2, 4, 4)	44
1/4	(1/2, 1/3)	(1.5/7.5/7.3/7)	(2, 5, 3, 2)	(2, 4, 4, 2)	40
1/5	(1/3, 1/3)	(1.5/7.3/7.5/7.3/7)	(2, 3, 2, 3, 2)	(2, 4, 2, 4, 2)	36

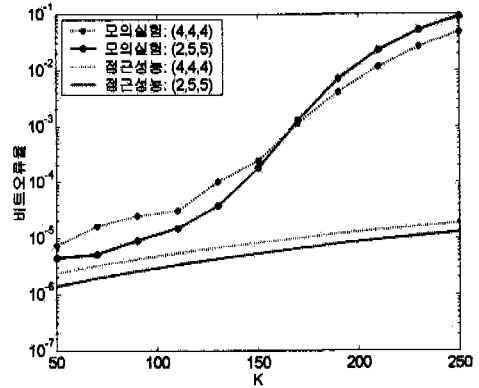


그림 9.  $M=12$ ,  $W=1000$ ,  $E_b/\eta_0=5\text{dB}$ , 그리고 부호율이 1/3인 터보부호를 쓸 때  $K$ 에 따른 비트 오류율

효자유티에 대한 가중값이 작으므로 발생기 3/7이 만든 새로운 부호조각이 더해지면서 신호대잡음비가 높을 때 성능은 떨어지지만 신호대잡음비가 낮을 때 성능이 좋아진다. 그러므로, 동작 비트 오류율 값에 따라서 부호율과 반복방법을 알맞게 선택해야 한다.

## 2. 쓰는이가 여럿일 때

이제, 다중접속 간섭이 있을 때 시스템의 성능을 살펴보자. 그림 9는  $E_b/\eta_0$ 가 5dB일 때 쓰는이  $K$ 에 따른 모의 실험 결과와 접근 성능을 나타낸 것이다. 이 논문에서는 데이터 블록의 크기를  $W=1000$ 으로 고정한다. 쓰는이가 하나일 때와 마찬가지로 쓰는이가 여럿일 때에도 두 반복방법 사이에 교차점이 있다. 교차점 아래의 비트 오류율 값에서는 유효자유티가 성능을 좌우하므로 반복벡터가 (2, 5, 5)인 시스템이 반복벡터가 (4, 4, 4)인 시스템보다 더 잘 동작한다. 한편, 출력 검사 심벌에 다양성 치수를 크게 하면 신호대잡음비가 낮을 때 반복복호가 발산하므로 교차점 위의 비트 오류율 값에서는 성능이 떨어진다. 그러므로, 반복부호를 알맞게 쓰면 전체 유효자유티를 크게 하여 오류마무의 근처나 아래의 비트 오류율 값에서 시스템의 성능을 좋게 할 수 있다. 보기를 들어, 비트 오류율 값이  $10^{-5}$ 일 때 부호율이 1/3인 터보부호에서는 반복벡터 (2, 5, 5)를 쓸 때가 반복벡터 (4, 4, 4)를 쓸 때보다 쓰는이를 40명 이상 더 받아들일 수 있다.

## VI. 맺음말

이 논문에서는 터보 부호화 여러반송파 직접수열

부호분할 다중접속 시스템의 성능을 살펴보았다. 여기서, 터보부호 심벌비트를 다른 부호율로 반복부호화한 뒤 여러 부채널로 나란히 전송하였다. 성능분석 결과 오류마무를 결정하는 것은 해밍거리가 2인 입력 데이터 수열로 얻어지는 부호어의 최소 해밍거리인데, 홀짝 검사 심벌에 다양성 차수를 더 줄으로써 부호어의 최소 해밍거리를 크게 하여 오류마무를 낮출 수 있었다. 그러나, 이 방법은 신호대잡음비가 낮을 때 성능이 조금 떨어지게 한다. 이와 같이 신호대잡음비가 낮을 때의 성능과 클 때의 성능 사이에 성능 손익이 존재한다. 그러나, 홀짝 검사 심벌에 다양성 차수를 더 많이 줄으로써 오류마무 근처의 비트 오류율 값에서 동작하는 시스템 성능을 더 좋게 할 수 있었다. 이 논문에서 생각한 부동 오류 검파는 (unequal error detection) 필요한 비트 오류율이 낮고 반복 터보부호로 말미암은 시간 지연을 견딜 수 있는 서비스에 쓸모 있다.

**VII. 부록: 짝 오류 확률의 한계 유도**

여기서는 [7]의 결과를 써서 체르노프 한계보다 더 좁은 한계를 얻는다. 먼저,  $a_{q,i} = a_{q,i} \sqrt{1+1/2\sigma_q^2}$  로 두면, 다음 식을 얻는다.

$$P_a(a_{q,i}) da_{q,i} = 2a_{q,i} e^{-a_{q,i}^2} da_{q,i} = \frac{e^{-a_{q,i}^2/(2\sigma_q^2+1)}}{1+1/2\sigma_q^2} 2a_{q,i} e^{-a_{q,i}^2} da_{q,i}. \quad (32)$$

따라서 (23)은 아래와 같이 된다.

$$P_2(d_1, d_2, \dots, d_C) = \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1+1/2\sigma_q^2} \right)^{d_j} \cdot \int_0^\infty \dots \int_0^\infty Q(\sqrt{2\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\mathbf{a})}) e^{\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\mathbf{a})} \cdot \prod_{j=1}^C \prod_{i=1}^{d_j} \prod_{q \in A_j} p_a(a_{q,i}) da_{q,i}, \quad (33)$$

여기서,

$$\mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\mathbf{a}) = \sum_{j=1}^C \sum_{i \in \xi_j} \sum_{q \in A_j} a_{q,i}^2 / (2\sigma_q^2 + 1) \text{이고}$$

$$a_{q,i} \geq 0 \text{에 대해 } p_a(a_{q,i}) = 2a_{q,i} e^{-a_{q,i}^2} \text{이다.}$$

$\{\sigma_q^2, q=1, 2, \dots, M\}$  가운데 가장 작은 값과 가장 큰 값을 각각  $\sigma_{\min}^2$  과  $\sigma_{\max}^2$  으로 두면,

$$w_{\min}^2 v \leq \mu(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}|\mathbf{a}) \leq w_{\max}^2 v \text{이다. 여기서,}$$

$$w_{\min} = \sqrt{\frac{1}{2\sigma_{\max}^2 + 1}}, \quad w_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2\sigma_{\min}^2 + 1}}, \text{ 그리고,}$$

$v = \sum_{j=1}^C \sum_{i \in \xi_j} \sum_{q \in A_j} a_{q,i}^2$  이다. 좀 더 자세히 말하면, 확률변수  $v$ 는 2차 적률이 1인 레일리 확률변수를  $d_i = \sum_{j=1}^C d_{i,j} M_j$  개 더한 것이다. 그러므로,  $v$ 는 자유도가  $2d_i$ 인 카이-제곱 확률 변수이다. 이 사실을 쓰면 식 (33)은 아래와 같은 한계를 갖는다.

$$P_2(d_1, d_2, \dots, d_C) \leq K(d_i, w_{\min}) \prod_{j=1}^C \prod_{q \in A_j} \left( \frac{1}{1+1/2\sigma_q^2} \right)^{d_j}. \quad (34)$$

여기서,

$$K(d_i, w) = \int_0^\infty Q(w\sqrt{2v}) e^{w^2 v} p_v(v) dv = \frac{1}{2^{2d_i}} \sum_{k=1}^{d_i} \binom{2d_i - k - 1}{d_i - 1} \frac{2^k}{(1+w)^k} \quad (35)$$

이다<sup>[7]</sup>.

**참 고 문 헌**

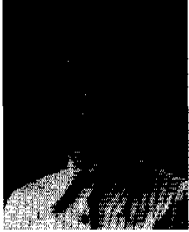
- [1] D.N. Rowitch and L.B. Milstein, "Convolutionally coded multicarrier DS CDMA systems in a multipath fading channel-part II: narrow-band interference suppression," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 1729-1736, Nov. 1999.
- [2] 김윤희, 이주미, 송익호, 김홍길, 김석찬, "길쌈부호화를 바탕으로 한 직교 다중반송파 직접수열 부호분할 다중접속 시스템", 대한전자공학회는 문지, 37TC권, 295-303쪽, 2000년 4월.
- [3] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes: some results on parallel concatenated coding schemes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pp. 409-429, Mar. 1996.
- [4] A.H.S. Mohammadi and A.K. Khandani, "Unequal error protection on turbo-encoder output bits," *Electron. Letters*, vol. 33, pp. 273-274, Feb. 1997.
- [5] Y.M. Choi and P.J. Lee, "Analysis of turbo codes with asymmetric modulation," *Electron. Letters*, vol. 35, pp. 35-36, Jan. 1999.
- [6] D. Divsalar, S. Dolinar, and F. Pollara, "Transfer function bounds on the performance of turbo codes," *TDA Progress Report 42-122*, Jet Propul. Lab., Pasadena, USA, pp. 44-55, Aug. 1995.

- [7] S.B. Slimane and T. Le-Ngoc, "Tight bounds on the error probability of coded modulation schemes in Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Vehic. Technol.*, vol. 44, pp. 121-130, Feb. 1995.
- [8] D. Divsalar and R.J. McEliece, "Effective free distance of turbo codes," *Electron. Letters*, vol. 32, pp. 445-446, Feb. 1996.

- 1991년 11월, 1996년 11월: 한국통신학회 학술상 받음
- 1993년 11월: 한국음향학회 우수연구상 받음
- 1998년 11월, 2000년 11월: 한국통신학회 엘리트학술상, 모토롤라학술상 받음
- 1999년 11월: 대한전자공학회 해동논문상 받음
- 2000년 3월: 한국과학기술한림원 젊은 과학자상 받음
- 대한전자공학회, 한국음향학회, 한국통신학회 평생회원; IEE 석학회원, 공인기술사; IEEE 준석학회원
- <주관심 분야> 통계학적 신호처리와 통신이론, 신호 검파와 추정, 이동통신

김 윤 희 (Yun Hee Kim)

정회원



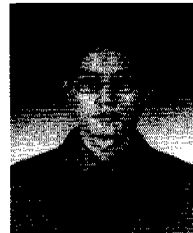
1995년 2월: 한국과학기술원  
전기및전자공학과  
공학사

1997년 2월: 한국과학기술원  
전기및전자공학과  
공학석사

2000년 8월: 한국과학기술원 전자전산학과 공학박사  
2000년 9월~현재: 한국전자통신연구원 선임연구원  
<주관심 분야> 무선통신

정 창 용 (Chang Yong Jung)

준회원



2000년 2월: 한양대학교  
수학과 이학사

2000년 3월~현재: 한국과학기술원 전자전산학과  
석사과정

<주관심 분야> 이동통신,  
정보보호

권 형 문 (Hyoungmoon Kwon)

준회원



2000년 2월: 연세대학교  
기계전자공학부  
전자공학전공 공학사

2000년 3월~현재: 한국과학기술원 전자전산학과  
석사과정

<주관심 분야> 검파와 추정

송 익 호 (Ickho Song)

정회원



1982년 2월~1984년 2월: 서울  
대학교 전자공학과  
공학사 (준최우등),  
공학석사

1985년 8월~1987년 5월: 펜실  
베니아대학교 전기공학  
과 공학석사, 공학박사

1987년 3월~1988년 2월: 벨 통신연구소 연구원  
1988년 3월~현재: 한국과학기술원 전자전산학과 조  
교수, 부교수, 교수

1995년 1월~현재: 한국통신학회 논문지 편집위원  
2000년 1월~현재: 대한전자공학회 논문지 편집위원